ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 519.2:368.01

МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО УПРАВЛЕНИЮ ФИНАНСОВЫМИ РЕСУРСАМИ ТИПОВОГО БИЗНЕС-ПРОЦЕССА

СЛИПЧЕНКО Е.В.

Рассматривается иерархическая структура бизнес-процесса (БП) и комплекс задач по управлению финансовой деятельностью бизнес-структуры.

Введение

На верхнем уровне находится направление бизнеса, его реализует организационное подразделение — бизнес-единица (БЕ), выполняющая несколько основных типовых БП. Каждый типовой БП (ТБП) компонуется из элементарных БП (ЭБП) нижнего уровня. Бизнес-единица создается для обеспечения максимального зарабатывания денег на порученном ей направлении бизнеса и не имеет накладных расходов (только прямые, которые нужны для реализации БП и исчезают при его прекращении). Критерием финансового результата является наличие денег (Cash) на конец планового периода.

Как с точки зрения исследований, так и с точки зрения практики управления желательно разложить конкретные БП на хорошо изученные типовые, которые, в свою очередь, комбинируются из ЭБП, являющихся основой нормативной базы [1].

Для этих целей исследуем несколько вариантов организации выполнения комбинаций ЭБП - ТБП, которые являются типичными для практики. Эти ТБП, будут использованы далее для моделирования и оценки характеристик общего случая конкретных практических БП.

Для рассматриваемых в работе задач возможное разнообразие ТБП конструируемых из ЭБП, определяется в основном тремя группами факторов:

– последовательное, параллельное или последовательно-параллельное выполнение ЭБП;

– выбор структуры и объемов перетоков финансов (внутренних между ЭБП и внешних притоков и оттоков финансов);

– наличие собственных финансовых средств на начало периода.

Последовательное выполнение дискретных элементарных бизнес-процессов в режиме самофинансируемого воспроизводства

Рассмотрим сначала простейший случай – цепочку последовательно выполняемых фиксированных ЭБП ($C(0)$, τ, $S(\tau)$) за n циклов (по окончании первого цикла сразу начинается новый). Этот вариант организации бизнеса из ЭБП назовем типовым БП (ТБП). Схема финансовых перетоков в этом случае задана, и можно только подсчитать результат.

Схема финансовых перетоков: в момент t_0 вкладываются средства C(0), в момент $t_1 = \tau$ получается поступление средств $S(\tau)$, разница

$$\Delta S(\tau) = F(\tau) = S(\tau) - C(0) = rC(0)$$

используется руководством фирмы (например, на потребление), а C(0) снова вкладывается в следующий цикл; в момент времени $t_2 = 2\tau$ снова получается поступление $S(\tau)$ и цикл повторяется (рис.1).

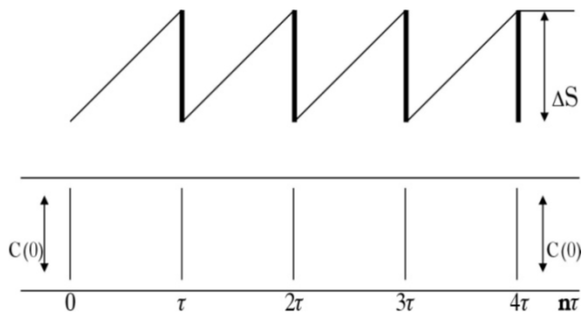

Рис. 1. Схема циклических перетоков

Таким образом, за n циклов, т.е. через время $T = n\tau$, наличие составит

$$F(T) = C(0) + n\Delta S(\tau) = C(0)(1 + nr) .$$

При продолжении бизнеса (вложении C(0)) на будущее доход (прибыль) составит

$$F(T) = n\Delta S(\tau) = C(0)nr .$$

Коэффициент наращения бизнеса за период $T = n\tau$ равен

$$k_T^{н} = \frac{S(T)}{C(0)} = 1 + nr .$$

Соответственно в случае, если доля β вложений C(0), $\beta C(0)$, $\beta \in [0,1]$ была заемными деньгами, причем их необходимо вернуть с процентом и через n циклов и бизнес закрыть, то

$$F(T) = C(0)(nr - \beta i) .$$

Из них при продолжении бизнеса делается еще проплата C(0), и тогда $F(T) = C(0)(nr - \beta i - \beta)$, отсюда получаем следующие условия безубыточности ТБП.

В случае взятия кредита и закрытия бизнеса для обеспечения безубыточности БП необходимо организовать не менее n^{min} циклов:

$$n^{min} \ge \frac{\beta i}{r}$$

или при заданном Т (числе циклов) рентабельность ЭБП должна быть не менее $r^{min:}$

$$r^{min} \ge \frac{1}{n}\beta i \, .$$

Для случая продолжения бизнеса

$$nr - \beta(i+1) \ge 0:$$

$$n \ge \frac{\beta(i+1)}{r} \; ;$$

$$r \ge \frac{\beta(i+1)}{n} . \qquad (1)$$

Из (1), в частности, следуют такие содержательные выводы.

Для того чтобы обеспечить продолжение бизнеса сразу (через цикл) после возврата кредита на полную сумму требуемых оборотных средств ($\beta = 1$), маржинальная рентабельность должна быть больше 100%+ставка процента за заемные средства, что на практике чаще всего нереально. При реальных цифрах *r*~40–50% и средней продолжительности бизнес-цикла – квартал (кредитный процент 25% за цикл) потребуется не менее двух-трех циклов и, соответственно, требуется открытие кредитной линии не менее чем на три квартала. При этом выгоднее выплачивать погашение кредита и кредитного процента каждый цикл и брать каждый цикл меньшую сумму (на оставшуюся после частичного погашения долга величину).

Последовательное выполнение непрерывных элементарных бизнес-процессов в режиме самофинансируемого развития с реинвестированием

Это ТБП с последовательным выполнением непрерывного ЭБП. В конце каждого цикла полученную маржинальную прибыль руководство может вложить в финансирование следующего цикла ЭБП либо потратить в данный момент времени (всю сумму или ее часть) на выплату постоянных затрат, либо коммерческих расходов, либо выплату налогов или отчислений в бюджет. Далее любое снятие денег после окончания цикла назовем потреблением, а дальнейшую реинвестицию средств – развитием БП.

Введем следующие обозначения: T – период планирования, $t \in [0, T]$; α – коэффициент потребления $0 < \alpha < 1$, т.е. показатель того, какую часть маржинальной прибыли предприятие тратит на потребление (ТБП-2); при $\alpha = 0$ происходит полное развитие бизнеса (ТБП-1), если $\alpha = 1$, бизнес закрывается; $\Phi_{потр}(t)$ – переток средств от БЕ на потребление; $\Phi_{разв}(t)$ – переток тех средств на следующий бизнес-цикл, которые в данный момент времени t реинвестируются в следующий цикл производства; k – число циклов, каждый продолжительностью τ, $T = k\tau$; n – номер рассматриваемого цикла, $n \le k$.

При полном реинвестировании оборотных средств в конце каждого периода ($\alpha = 0$)

$$F(t) = \left\{ \begin{matrix} -C(0), & 0 \le t < \tau \\ (1+r)^n C(0), & n\tau \le t < (n+1)\tau \end{matrix} \right\} .$$

При частичном снятии денег, $\alpha = \text{const}$, в конце первого цикла имеем:

$$\Phi_{потр}(\tau) = \alpha F(\tau) = \alpha S(\tau) = \alpha(1+\tau)C(0);$$

$$\Phi_{разв}(\tau) = (1-\alpha)F(\tau) = (1-\alpha)(1+\tau)C(0).$$

В конце второго цикла:

$$\Phi_{потр}(2\tau) = \alpha F(2\tau) = \alpha\Phi_{разв}(\tau)(1+\tau) =$$

$$= \alpha(1-\alpha)(1+\tau)^2 C(0);$$

$$\Phi_{разв}(2\tau) = (1-\alpha)F(2\tau) = (1-\alpha)\Phi_{разв}(\tau)(1+\tau) =$$

$$= (1-\alpha)(1+\tau)^2 C(0).$$

Через n циклов:

$$\Phi_{потр}(T) = \alpha\Phi_{разв}((k-1)\tau)(1+\tau) = \alpha(1-\alpha)^{k-1}(1+\tau)^k C(0);$$

$$\Phi_{разв}(T) = (1-\alpha)\Phi_{разв}((k-1)\tau)(1+\tau) = (1-\alpha)^{k-1}(1+\tau)^k C(0).$$

Обозначим объем выручки через время T как F(T), а объем снимаемой суммы денег через D(T)

$$F(T) = (1-\alpha)^{n-1}(1+r)^n C(0);$$

$$D(T) = \alpha(1-\alpha)^{n-1}(1+r)^n C(0).$$

Для того чтобы бизнес мог воспроизводиться или развиваться, необходимо, чтобы функции F(T) и D(T) не убывали во времени. Это условие обеспечивается неотрицательностью производных по времени этих функций: $F'(T) \ge 0$, $D'(T) \ge 0$. (Производная берется по числу циклов n).

Найдем ограничения на коэффициент а снятия денег:

$$F'(T) = (1-\alpha)^{n-1}\ln(1-\alpha)\cdot(1+r)^n C(0) +$$

$$+ (1-\alpha)^{n-1}(1+r)^n \ln(1+r)\cdot C(0) =$$

$$= (1-\alpha)^{n-1}(1+r)^n C(0)[\ln(1-\alpha) + \ln(1+r)];$$

$F'(T) \ge 0$, т.е.

$$\ln(1\alpha) + \ln(1+r) \ge 0; \ln((1-\alpha)(1+r)) \ge 0; (1-\alpha)(1+r) \ge 1;$$

$$\alpha \le 1 - \frac{1}{1+r} = \frac{r}{1+r} \; . \qquad (2)$$

Это условие означает, что при α, большем данного, функция F(T) убывает во времени, и бизнес можно закрывать.

Найдем такое же условие для D(T):

$$D'(T) = \alpha(1-\alpha)^{n-1}\ln(1-\alpha)\cdot(1+r)^n C(0) +$$

$$+ \alpha(1-\alpha)^{n-1}(1+r)^n \ln(1+r)\cdot C(0) =$$

$$= \alpha(1-\alpha)^{n-1}(1+r)^n C(0)[\ln(1-\alpha) + \ln(1+r)].$$

Утверждение 1. Полная реинвестиция средств ($\alpha = 0$) дает наилучший финансовый результат за период T по α при снятии средств в конце периода.

Доказательство:

1. $T = k\tau$, τ – продолжительность финансово-производственного цикла. Пусть снятие денег произошло в периоде n (n<k) с коэффициентом α_n.

Тогда в (n+1)-м периоде наличие денежных средств составит $F_{n+i}=(1+r-\alpha_n r)F_n$.

А в результате полной реинвестиции

$$F_{n+i}=(1+r)F_n=C(0)(1+r)^n,$$

т.е. операция частичного снятия денег эквивалентна уменьшению наличия денежных средств в $\frac{1-\alpha_n r+r}{1+r}$ раз, т.е.

$$F_{n+1} = F_n(1+r)\frac{[1-\alpha_n r+r]}{1+r} = F_{n+1\text{полнреинв}}\frac{[1-\alpha_n r+r]}{1+r}.$$

2. При снятии в m периодах. M – множество периодов, в которых происходит снятие $M=\{i_1,\ldots,i_m\}$. $F_n = \prod_{i\in M}\left[\frac{1-\alpha_i r+r}{1+r}\right](1+r)^n$, так как для любого a_i $\frac{1-\alpha_i r+r}{1+r}<1$, то $F_{\text{псснятии}} < F_{\text{прреин}}$.

Утверждение 2. В динамике полная реинвестиция средств является мажорирующим числовым рядом для всех функциональных рядов при любых α_i: $0<\alpha_i\le 1$.

Доказательство следует из утверждения 1, из которого вытекает, что

$$\prod_{i\in M}\left[\frac{1-\alpha_i r+r}{1+r}\right](1+r)^n < (1+r)^n.$$

Параллельное выполнение m фиксированных элементарных бизнес-процессов

Параллельное выполнение фиксированных m ЭБП с одинаковой продолжительностью цикла ($C_i(0)$, τ, $S_i(\tau)$) за период времени T. Предполагается, что в наличии имеется F(0) собственных средств. Рассмотрим ряд типичных задач и способов их решения, характерных для ТПБ [2-3].

<u>Задача 1.</u> В условиях дефицита собственных средств требуется принять решение: в какие из ЭБП*i* вложить деньги, а в какие нет.

Алгоритм 1.

1. Для оставшихся БП вычисляется значение маржинальной рентабельности: $r_i = \frac{S_i(\tau)-C_i(0)}{C_i(0)}$.

2. БП ранжируются по убыванию маржинальной рентабельности.

3. Если имеющихся собственных средств F(0) хватает для запуска всех БП, т.е. $F(0)>\sum_{i=1}^{n}C_i(0)$, то собственные средства вкладываются в эти БП.

4. В противном случае средства вкладываются вначале в БП с максимальной r_i.

5. Рассчитывается новое значение остатка собственных средств: $F_1(0)=F(0)-C_i(0)$.

6. Процесс прекращается, когда на i-м шаге $F_1(0)$ не хватает для финансирования БП с номером i+1.

<u>Задача 2.</u> В условиях дефицита собственных средств F(0), при условии возможности привлечения заемных средств, которые должны быть возвращены в момент T, со ставкой процента i (далее кредитной ставкой). Требуется принять решение: брать заемные средства или нет.

Алгоритм 2.

1. Выполняются первые 3 шага алгоритма 1 для задачи 1.

2. Если собственных средств F(0) хватает на БП, для которых $r_i>i$, то они финансируются из собственных средств F(0). Если требуемый объем ресурсов $S_{(1)}(0)$ на эти БП выше, чем имеется собственных средств, т.е. $S_{(1)}(0)>F(0)$, то взятие кредита целесообразно в объеме $DS(0) = S_{(1)}(0) - F(0)$.

<u>Задача 3.</u> В условиях дефицита собственных средств F(0), при условии возможности привлечения заемных средств, которые должны быть возвращены в момент T, со ставкой процента i (далее кредитной ставкой), а также при условии возможности вложения денег в банк под процент d. Требуется принять решение: в какие ЭБП вложить деньги, для каких ЭБП взять кредит и в каком размере, сколько средств положить на депозит в банк.

Алгоритм 3А «Затраты – эффект».

1. Выполняется первый шаг алгоритма 2.

2. Если имеющихся собственных средства F(0) хватает для запуска всех БП, т.е. $F(0)\ge\sum_{i=1}^{n}C_i(0)$, то собственные средства вкладываются в эти БП, иначе выполняется пункт 2.

3. Шаг 3 алгоритма 6.

4. Если есть проекты, для которых $r_{i+1}<d$, где d – депозитный процент, а i – номер проекта, для которого все еще $r_i\ge d$, то такие проекты будут невыгодны и должны быть исключены из рассмотрения. Отсюда следует, что на БП целесообразно тратить только сумму $S_{(2)}(0)=\sum_{i=1}^{n}C_i(0)$, а оставшуюся сумму $\Delta F(0)= =F(0)-S_{(2)}(0)$ следует положить на депозит.

5. В случае, если величина $S_{(1)}(0)<F(0)<S_{(2)}(0)$, то целесообразно использование только собственных средств F(0) на проекты, проранжированные по убыванию маржинальной рентабельности.

Алгоритм 3Б. Графическая интерпретация.

1. Проводится построение зависимости результата БП от начальных вложений (рис.2). По оси X откладываются затраты $C_i(O)$, по оси У – поступления $S_i(\tau)$.

Угол наклона прямой определяет маржинальную рентабельность. Чем больше наклон прямой, тем выше маржинальная рентабельность данного БП.

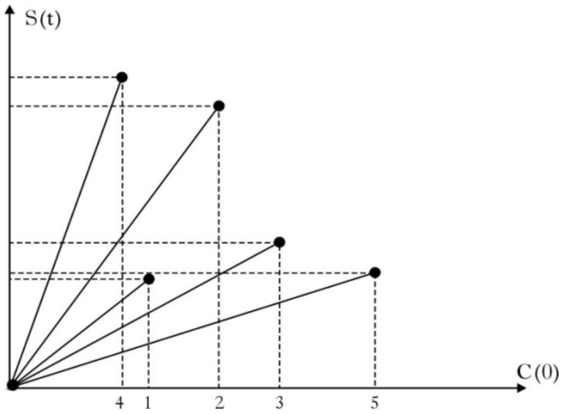

Рис. 2. Зависимость результата БП от начальных вложений

2. Строится зависимость «затраты – эффект» (рис.3). Все БП упорядочиваются по мере убывания их эффективности. Затем выбирается первым самый эффективный БП и фиксируются его результат и начальные затраты, затем – два самых эффективных и фиксируется их суммарный результат и затраты (нарастающим итогом) и т.д. до просмотра всех БП, не исключенных ранее по критерию F(τ)<0.

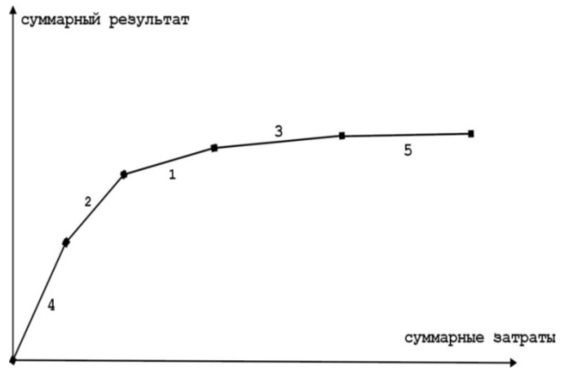

Рис. 3. График зависимости «затраты – эффект»

3.На графике проводится перпендикуляр к оси затрат в точке ограничений средств F(0) (рис.4).

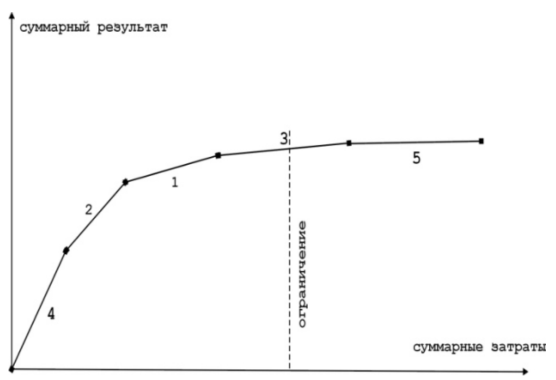

Рис. 4. График зависимости «затраты – эффект» с ограничением затрат

4. Вложения на депозит можно рассматривать как БП с рентабельностью d и неограниченным объемом вклада (ему соответствует прямая d зависимости результата от затрат) (рис.5). Точно так же можно рассматривать взятие кредита под процент k.

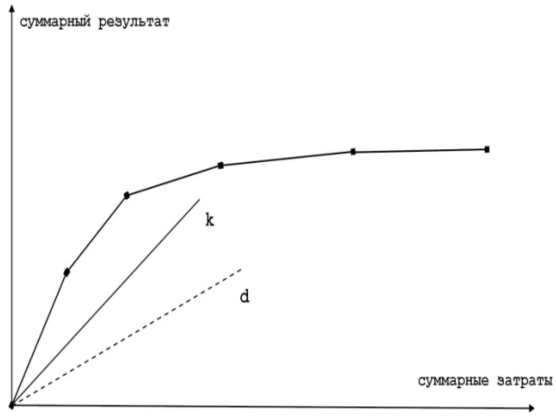

Рис. 5. График зависимости «затраты – эффект» с кредитование

5. Определяем, для каких БП рентабельность выше кредитной и депозитной линии, а для каких ниже (рис.6).

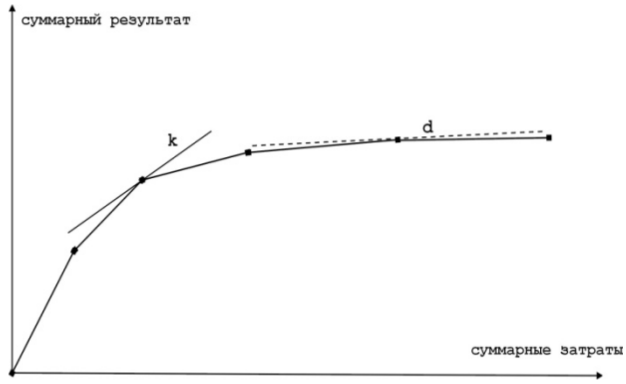

Рис. 6. График рентабельности БП

6. Существует три возможности для расположения ограничения «собственные начальные средства».

6.1. Прямая ограничения находится левее точки пересечения кредитной прямой с зависимостью «затраты – эффект» (рис.7).

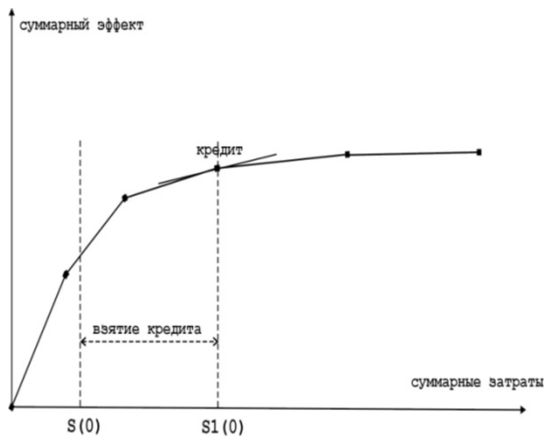

Рис. 7. Целесообразность кредита

При условии $S1(0)>S(0)$ взятие кредита целесообразно в объеме $DS(0)= S1(0)-S(0)$.

6.2. Прямая ограничения находится правее точки пересечения депозитной прямой с зависимостью «затраты – эффект» (рис.8).

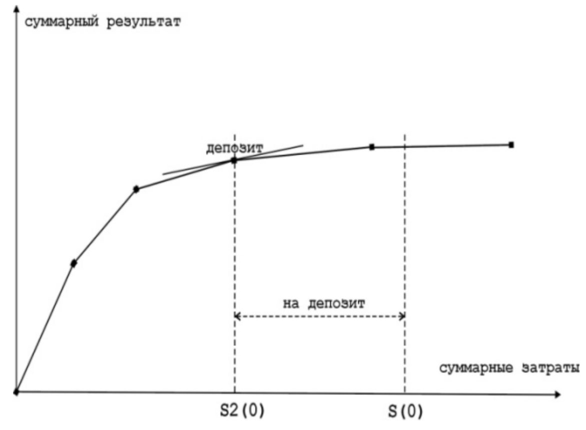

Рис. 8. Целесообразность депозитного вклада

В данном случае целесообразно тратить на финансирование БП только сумму S2(0), а оставшуюся сумму Δ S(0)=S(0)-S2(0) следует положить на депозит.

6.3. Прямая ограничения находится между точками пересечения кредитной и депозитной прямой с зависимостью «затраты –эффективность» (рис.9).

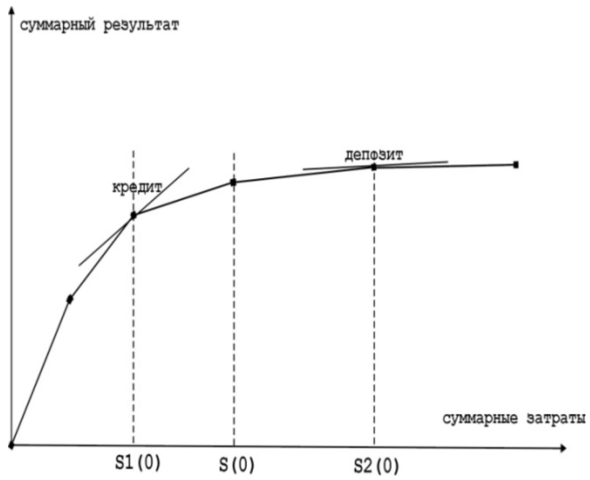

Рис. 9. Целесообразность использования собственных средств

В этом случае величина S1(0)<S(0)<S2(0), поэтому целесообразно использование только собственных средств S(0) на финансирование БП.

Рассмотрим m ЭБП разной продолжительности с характеристиками ($C_i(0)$, τ_i , $S_i(\tau)$).

Задача 4. В условиях дефицита собственных средств требуется принять решение: в какие из ЭБП вложить деньги, а в какие нет.

Алгоритм 4.

1. Выполняется алгоритм 1 для задачи 1. Для дальнейшего рассмотрения остаются n ЭБП разной продолжительности с характеристиками ($C_i(0)$, τ_i , $S_i(\tau)$).

2. Для продолжительностей циклов оставшихся ЭБП находится наименьшее общее кратное T, т.е. чтобы выполнялось

$$T = k_1\tau_1 = ... = k_i\tau_i = ... = k_n\tau_n \ .$$

3. Для каждого ЭБП вычисляется значение дохода за период T:

$$F_i(T) = (1 + r_i)^{k^i} C_i(0) \ ,$$

и ЭБП ранжируются в порядке убывания $F_i(T)$.

4. На ЭБП i выделяется ресурс $C_i(0)$ в порядке убывания значения дохода $F_i(T)$.

5. Рассчитывается остаток наличных средств: $F_1(0)=F(0)-C_i(0)$. Если $F_1(0)>0$, то процесс выделения ресурса продолжается.

Задача 5. В условиях дефицита собственных средств, при условии возможности привлечения заемных средств, которые должны быть возвращены в момент t, со ставкой процента i (далее кредитной ставкой), а также при условии возможности вложения денег во внешние инвестиционные проекты под процент d. Требуется принять решение: сколько брать заемных средств, сколько средств вложить во внешние проекты и в какие из ЭБП вложить деньги.

Алгоритм 5.

1. Выполняются первые 3 шага алгоритма 4.

2. Далее решается задача 3 с помощью алгоритма 7, для n БП с характеристиками ($C_i(0)$, T, $F_i(T)$), со ставкой кредитного процента $k = i^{T/\tau}$ и депозитного процента d.

Выводы

Рассмотрена трехуровневая модель иерархического БП, которая, в отличие от существующих моделей, позволяет описать БП предприятия в терминах управления оборотными средствами.

Научная новизна. На основе данной модели автором были поставлены задачи принятия выгодных финансовых решений на уровне БЕ. Для этих задач были разработаны модели принятия решений при управлении финансовыми ресурсами БЕ и предложены алгоритмы нахождения выгодных финансовых решений на основе разработанных моделей. Автором также выделены основные характеристики эффективности ЭБП и предложены конкретные процедуры решения задач оптимизации бизнеса.

Практическая значимость. На основе предложенных моделей ЭБП автором выделен класс ТБП, характерных для практической деятельности. Проведена классификация и анализ различных схем реализации БП с точки зрения оптимизации их финансовой выгоды. Предложены конкретные алгоритмы решения задач оптимизации финансовой деятельности предприятия в различных режимах финансирования. Получены различные рекомендации по улучшению таких показателей ЭБП как: продолжительность цикла, увеличение рентабельности, снижение начальных затрат.

Литература: **1.** *Вендров А.М.* Методы и средства моделирования бизнес-процессов // Информационный бюллетень «Jet Info». 2004. № 10(137). С. 1–32. **2.** *Башарин Г.П.* Начала финансовой математики. М.: Инфра-М, 1997. 160 с. **3.** *Минко Е.П.*, *Слипченко Е.В.* Математические модели финансовых потоков, возникающих в процессе деятельности многоуровневых бизнес-структур // Радиоэлектроника и информатика. 2003. №1. С.140–143.

Поступила в редколлегию 11.06.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Герасин С.Н.

Слипченко Елена Викторовна, канд. техн. наук, с.н.с. ПНИЛ АСУ ХНУРЭ. Научные интересы: математические методы в экономике и финансах. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14.

УДК577.4:517.9

МЕТОДЫ СТАБИЛИЗАЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ В МАТРИЧНЫХ МОДЕЛЯХ ПОПУЛЯЦИОННОЙ ДИНАМИКИ

ГЕРАСИН С.Н., БАЛАКИРЕВА А.Г.

Изучается динамика сложных многовидовых популяций с помощью матричных моделей типа Лесли. Показывается возможность эквивалентного перехода от детерминированной модели Лесли к стохастической марковской модели. Приводятся условия, при которых предельные распределения указанных моделей можно стабилизировать в окрестности эргодического распределения.

1. Введение

Проблема математического прогноза изменения численности народонаселения имеет более чем двухвековую историю и начинается с работы Мальтуса, в которой было получено уравнение экспоненциального роста человечества в условиях неограниченности ресурса при постоянных коэффициентах рождаемости и смертности. Уточнение этой модели сделал в 1907г. Лотка, введя в нее параметр, отвечающий конкурентной борьбе за жизненные ресурсы. Однако то обстоятельство, что модель Лотка достаточно хорошо описывает биоценозы в квазиравновесном состоянии, но плохо согласуется с данными о человеческом обществе, привело к разработке более детального подхода к описанию эволюции людской численности с учетом распределения по возрастам для женской части населения $N^F(x,t)$. В 1911г. Лотка и Шарп получили интегральное уравнение воспроизводства населения в терминах $N^F(x,t)$ при постоянных возрастных коэффициентах рождаемости и смертности (так называемая линейная модель стабильного населения) [1].

Позднее с разной степенью строгости исследовались частные решения этого уравнения. В дальнейшем этот подход развивался во многих работах по математической демографии [2-4]. Подробный обзор математических моделей, применяющихся в демографии, содержится в книге [2]. Эти модели носят непрерывный характер и используют методы дифференциальных или интегральных уравнений [5-9].

Обычно популяционные экологические модели опирались на теорию нелинейных дифференциальных уравнений. Однако при переходе к практическим расчётам, по данным демографических таблиц, приходится иметь дело с дискретными величинами. Например, в демографии человека, как правило, используются пятилетние временные интервалы. Кроме того, развитие многих популяций (как животных, так и растительных) имеет ярко выраженный сезонный характер. Поэтому для правильного описания популяции и для практических расчётов скорее применимы не методы дифференциального и интегрального исчисления, а методы дискретной математики (в частности, матричные модели).

Модели динамики популяций с дискретной возрастной структурой и дискретным временем исторически связаны с именем П. Лесли, изучавшего простейшие варианты подобных моделей [10]. Формализм Лесли опирается на допущение, что популяция разбита на конечное число последовательных возрастных классов одинаковой длительности, а численность всех классов регулируется в дискретном времени с равномерным шагом, длина которого совпадает с длительностью класса (например, 1 год).

Целью работы является показать возможность управления параметрами модели с дальнейшей стабилизацией ее финального распределения.

2. Матричная модель Лесли и различные ее модификации

Лесли предложил для описания сложной многовозрастной популяции использовать так называемую переходную матрицу:

$$L = \begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & . & \alpha_{k-1} & \alpha_k \\ \beta_0 & 0 & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & \beta_{k-1} & 0 \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

которая при умножении на вектор-столбец численностей особей разных возрастных классов (от нулевого – новорожденных особей, до k-го – самых старых особей) даёт численность особей в возрастных группах через определённую единицу времени (чаще всего год). Таким образом, в переходной матрице Лесли β_i – это выживаемость (т.е. вероятность того, что особь i-го класса перейдёт на следующий год в $(i+1)$-й), α_i – средняя плодовитость особей i-й возрастной группы.