ПРИМЕНЕНИЕ КОМБИНАТОРНЫХ МЕТОДОВ ПРИ АНАЛИЗЕ МНОГОПОЗИЦИОННЫХ СМЕННОПОСЫЛОЧНЫХ КОДОВ

Э. А. Костецкий, В. Д. Назаров, В. И. Сапрыкин

Киев

В последнее время в технике передачи дискретной информации (ПДИ) широкое распространение получают многочастотные системы [1] благодаря простоте конструкции и в некоторых случаях более высокой эффективности работы [2]. В таких системах ПДИ в основном применяются коды с постоянным весом, например, сменнопосылочные [3]. Одним из путей повышения эффективности аппаратуры ПДИ со сменнопосылочными кодами является применение вместо отдельных частот многопозиционной ЧМ. Рассмотрим задачу построения такого кода и подсчета числа кодовых комбинаций.

Пусть K — упорядоченное множество из m различных элементов

$$a_1, a_2, \ldots a_m,$$

где $a_i \neq a_j (i \neq j;\ i,\ j = 1,\ 2, \ldots, m)$,

$$m = kr (k,\ r \geqslant 1).$$

Разобьем K-множество на равномощные подмножества $K_i (i = 1, 2, \ldots, r)$, каждое из которых содержит k элементов. При условии, что $m = kr$, пересечение любых подмножеств K_i и $K_j (i \neq j)$ пусто, т. е.

$$K_i \, i \neq j \, K_j = 0.$$

Требуется найти количество неупорядоченных выборок веса n по сочетаниям.

Теорема 1. Если K-множество мощности $m (m = kr)$ разбить на r подмножеств K_i мощности k так, чтобы $K_i \cap K_j = 0$ $(i, j = 1, 2, \ldots r)$, то полное число неупорядоченных выборок веса n по сочетаниям при условии, что из каждого подмножества K_i берется не более одного элемента $(n \leqslant r)$, равно

$$M = K^n C_r^n. \tag{1}$$

Доказательство. Из r подмножеств K_i выбор n элементов по одному можно осуществить M_1 способами

$$M_1 = C_r^n.$$

Так как в каждом подмножестве имеется k элементов, то, принимая во внимание возможность их выбора с одинаковыми индексами (если пронумеровать их отдельно в каждом подмножестве), будем иметь полное число комплектных выборок веса n по сочетаниям, равное M_2 [3]:

$$M_2 = k^n.$$

Учитывая независимость событий выбора подмножеств K_i и выбора элементов в K_i, можем применить теорему умножения. Тогда полное число выборок веса n в множестве K будет M:

$$M = M_1 M_2.$$

Теорема 2. Если K — то же множество с тем же разбиением, то полное число неупорядоченных выборок веса n по сочетаниям при условии, что из подмножеств K_i берется по l элементов, причем $n \equiv 0 \pmod{l}$ и $n \leqslant r$, равно

$$M = (C_k^l)^{n/l} C_r^{n/l}. \tag{2}$$

Доказательство. Любую выборку веса n по l элементов из подмножества K_i можно осуществить из $\frac{n}{l}$ подмножеств и, следовательно, полное число этих возможностей по сочетаниям равно

$$M_1 = C_r^{n/l}.$$

В каждом подмножестве K_i выборку по l элементов можно осуществить C_k^l способами, а так как для выборки веса n необходимо использовать $\frac{n}{l}$ подмножеств, то аналогично теореме 1 получим

$$M_2 = (C_k^l)^{n/l}.$$

Тогда $M = M_1 M_2$, что и дает результат (2). Задачи построения таких кодовых множеств, содержащих не больше нескольких десятков членов, легко решаются путем перебора. Для больших кодовых множеств предлагается алгоритм



блок-схема которого приведена на рисунке. Здесь B_1 — запись наименований членов групп и ячейки; A_2 — начальные установки:

счетчик количества членов групп в коде выборки C_m^n; $i = 2$,

счетчик количества групп, использованных для образования выборки C_m^n, $j = 2$;

A_3 — счетчик количества выборок (n-х чисел): $N = 0$;

$П_4$ — печать: $n = kj$; $m = i$;

A_5 — запись в рабочие ячейки n-х чисел, каждое из которых имеет всего j разрядов, из них i значащих, а в остальных $(j - i)$ разрядах записан «0»;

подсчет количества n-х чисел $N = N_{max}$ (N_{max} — номер последнего n-го числа из данной выборки);

установка счетчика порядкового номера анализируемого n-го числа: $p = 1$;

A_6 — установка счетчика номера разряда n-го числа, соответствующего номеру группы, в положение «1»: $k = 1$;

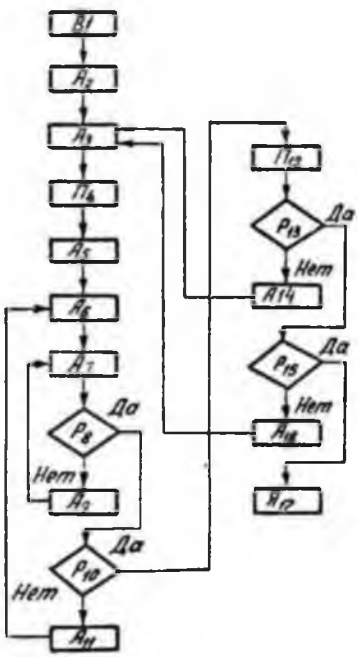
A_7 — запись в группу ячеек кода наименования группы, номер которой равен k.

Если в k-ом разряде p-го n-го числа записан код «1», то выбирается наименование первого числа из анализируемой группы и т. п.; если код «0», то ничего не записывается;

P_8 — контроль: $k = j$? (проверяется, все ли разряды данного n-го числа проанализированы?);

A_9 — изменение счетчика номера разряда n-го числа: $k = k + 1$;

P_{10} — контроль: $p = N$? (все ли n-е числа данного C_m^n перебраны?);



A_{11} — увеличение счетчика количества n-х чисел данного C_m^n: $p = p + 1$;

$П_{12}$ — печать: выводятся на печать группы наименований членов выборки, образующих данное сочетание C_m^n.

Пробел.

P_{13} — контроль: $j = j_{max}$? (все ли группы проанализированы при данном i?);

A_{14} — увеличение счетчика количества групп: $j = j + 1$;

P_{15} — контроль: $i = i_{max}$? (все ли значения членов групп перебраны?);

A_{16} — увеличение счетчика количества групп: $i = i + 1$. Установка: $j = 2i$;

$Я_{17}$ — останов.

Результаты расчетов на ЭВМ подтверждают правильность предложенных формул (1), (2) и возможность составления кодовых таблиц любой значности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. В. Базилевич, В. С. Гуров, Н. Н. Етрухин, А. Г. Пократов. Передача данных. «Техника связи за рубежом», Изд-во «Связь», 1969.

2. Ф. А. Катков, В. В. Маслов. Об эффективности использования группового сменнопосылочного кода для передачи данных и телеграфных сообщений. Вестник КПИ, Серия автоматики и электроприборостроения, № 3, 1966.

3. Ф. А. Катков. Телеуправление. Изд-во «Техника», 1967.