

А. В. КОНОВКО, канд. техн. наук, Н. И. ЖУК, канд. техн. наук

РАЗМЕЩЕНИЕ ТЕПЛОУДЕЛЯЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ПЛАТЕ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ НА УРОВЕНЬ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Исследование температурных и электромагнитных режимов работы технических систем СВЧ часто приводит к необходимости анализа температурного поля пластин с дискретными источниками теплоты, соединенных между собой высокочастотными помехонесущими связями. Примерами таких конструктивных элементов, выполненных в виде пластин, являются высокочастотные платы, полосковые линии с твердотельными СВЧ-транзисторами, генераторами, лавинопролетными и переключающимися диодами и прочими тепловыделяющими элементами, соединенными между собой помехонесущими связями — проводниками платы.

В общем случае ставится задача размещения заданного количества дискретных источников теплоты на пластине так, чтобы напряженность поля, создаваемая помехонесущими цепями в системе контрольных точек (x_ξ, y_ξ, z_ξ^g) ($\xi=1, 2, \dots, n$), не превышала напередзаданных значений H_ξ^g и E_ξ^g , а температура в полюсах источников приняла свое минимальное значение. В такой постановке задача может быть представлена в виде

$$\min_{W \in G} \kappa(W) = \min_{W \in G} \max_{j \in \{1, m\}} U_j(W), \quad (1)$$

где $\kappa(W)$ — функция цели поставленной задачи; U_j — температурное поле пластины в полюсе j -го источника; G — множество, определяемое системой неравенств

$$\eta_j(x_j, y_j) \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, m); \quad (2)$$

$$\varphi_{ij}(x_j, y_j, x_i, y_i) \geq 0 \quad (i, j=1, 2, \dots, m); \quad (3)$$

$$|\overline{H}_{x,y,z}(x_\xi, y_\xi, z_\xi)| \leq H_{x,y,z}^g(x_\xi, y_\xi, z_\xi); \quad (4)$$

$$|\overline{E}_{x,y,z}(x_\xi, y_\xi, z_\xi)| \leq E_{x,y,z}^g(x_\xi, y_\xi, z_\xi), \quad (5)$$

которые учитывают условия расположения источников в области Ω , условия их взаимного непересечения, а также условия, накладываемые на составляющие напряженности поля в контрольных точках.

Температурное поле пластины, создаваемое дискретными источниками теплоты $S_i \in \Omega$ ($i=1, 2, \dots, m$) и окружающей средой, описывается краевой задачей вида

$$\Delta U - \beta^2 U = -F; \quad (6)$$

$$U|_{\Gamma_1} = f_1; \quad U|_{\Gamma_2} = f_2;$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \nu} + hU \right) \Big|_{\Gamma_3} = f_3, \quad (7)$$

где

$$F = \begin{cases} F_i, & \text{если } (x, y) \in S_i; \\ 0, & \text{если } (x, y) \notin \bigcup_{i=1}^m S_i (i = 1, 2, \dots, m); \end{cases}$$

f_i — заданная функция на участке Γ_i границы $\Gamma = \bigcup_{i=1}^3 \Gamma_i$, β^2 — коэффициент теплоотвода с поверхности пластины за счет конвекции и излучения.

Основу оценки излучающей способности помехонесущих цепей составляет выбор моделей излучателей, заменяющих реальные «неклассические» излучатели в виде проводов, оплеток кабелей, элементов конструкций. Эффективной моделью является модель в виде системы ортогональных несимметричных диполей [2], позволяющая синтезировать излучатели практически любой конфигурации.

В случае, когда в модели используется несколько ортогональных диполей, результирующее поле является суммой различных составляющих напряженности поля от всех диполей. Суммарное поле произвольной системы ортогональных диполей вычисляется с помощью выражений, приведенных к виду, удобному для использования ЭВМ [2],

$$\bar{E} = 30 \sum_{i=1}^{N_{\beta}} \sum_{\beta=0}^2 \sum_{\gamma=0}^1 \sum_{\delta=0}^1 I_{\beta, i} e^{i\varphi_{\beta i}} a \frac{e^{ikR}}{R} \left(\frac{V}{\rho_1} \right)^B \times$$

$$\times \left\{ \left(\frac{m}{\rho_1} \right)^B b^{1-\gamma} + C \left(\frac{m^2}{\rho_1 R} - \frac{\rho_1}{ikR^2} \right)^B \left[\frac{m}{R} \left(1 + \frac{1}{ikR} \right) \right]^D \right\}; \quad (8)$$

$$\bar{H} = \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_{\beta}} \sum_{\beta=0}^2 \sum_{\gamma=0}^1 \sum_{\delta=0}^1 I_{\beta, i} e^{i\varphi_{\beta i}} a e^{-ikR} \frac{t}{\rho_1^2} \left(b^{1-\gamma} + C \frac{m}{R} \right), \quad (9)$$

где

$$\bar{E}_x = \bar{E} \text{ при } B = A_4, D = A_1, V = m_1;$$

$$\bar{E}_y = \bar{E} \text{ при } B = A_5, D = A_2, V = m_2;$$

$$\bar{E}_z = \bar{E} \text{ при } B = A_6, D = A_3, V = m_3;$$

$$\bar{H}_x = \bar{H} \text{ при } t = (-1)^{A_1}, (m_2)^{A_1}, (m_3)^{A_1}, A_4;$$

$$\bar{H}_y = \bar{H} \text{ при } t = (-1)^{A_2}, (m_1)^{A_2}, (m_3)^{A_2}, A_5;$$

$$\overline{H}_z = \overline{H} \text{ при } t = (-1)^{A_1}, (m_1)^{A_2}, (m_2)^{A_3}, A_6;$$

$$m_1 = x - x_{\beta i} + (-1)^{1+\delta} \gamma A_1 l_{\delta,2,i};$$

$$m_2 = y - y_{\beta i} + (-1)^{1+\delta} \gamma A_2 l_{\delta,1,i};$$

$$m_3 = z - z_{\beta i} + (-1)^{1+\delta} \gamma A_3 l_{\delta,0,i};$$

$$m = A_1 m_1 + A_2 m_2 + A_3 m_3;$$

$$R = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2};$$

$$\rho_1 = \sqrt{A_4 m_1^2 + A_5 m_2^2 + A_6 m_3^2};$$

$$C = \gamma \frac{(-1)^\delta}{P_{\delta,\beta,i}}; \quad P_{\delta,\beta,i} = \frac{z_{\delta,\beta,i}}{W_{\beta i}};$$

$$a = \frac{P_{\delta,\beta,i}}{\cos kU + iP_{\delta,\beta,i} \sin kU};$$

$$b = -\cos kU - i \frac{\sin kU}{P_{\delta,\beta,i}};$$

$$U = A_1 l_{\delta,2,i} + A_2 l_{\delta,1,i} + A_3 l_{\delta,0,i};$$

$[N_\beta]$ — количество диполей, ориентированных вдоль каждой координатной оси; $\beta=0$ — диполь параллелен оси Z ; $\beta=1$ — диполь параллелен оси Y ; $\beta=2$ — диполь параллелен оси X ; индекс i определяет количество диполей, параллельных данной координатной оси; $x_{\beta i}$, $y_{\beta i}$, $z_{\beta i}$ — координаты точек питания диполей; $l_{\delta,\beta,i}$ — длины вибраторов, причем $\delta=0$, т. е. $l_{0,\beta,i}$ соответствует длине вибратора вдоль положительного направления оси, а $\delta=1$, т. е. $l_{1,\beta,i}$ — вдоль отрицательного; $I_{\beta i} e^{i\psi_{\beta i}}$ — токи в точках питания диполей (для тока вдоль положительного направления оси $\varphi_{\beta i}=0$, а вдоль отрицательного $\varphi_{\beta i}=\pi$); $Z_{\delta\beta i}$ — нагрузки на концах вибраторов; $W_{\beta i}$ — волновые сопротивления диполей;

$$A_1 = 1/2\beta(\beta - 1); \quad A_2 = \beta(2 - \beta);$$

$$A_3 = 1/2\beta^2 - 3/2\beta + 1; \quad A_4 = -1/2\beta^2 + 1/2\beta + 1;$$

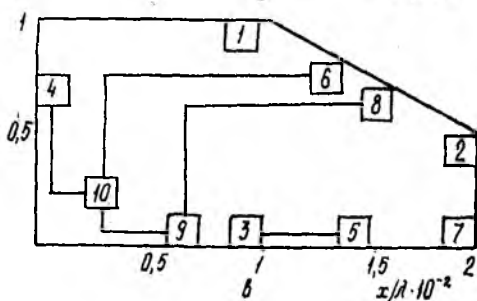
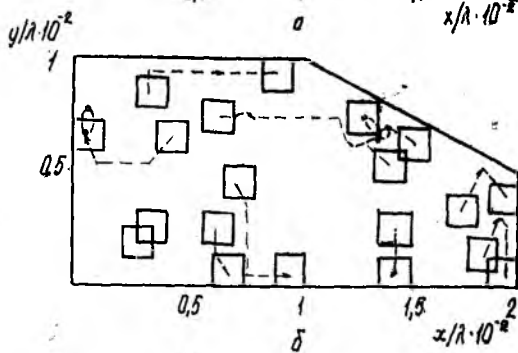
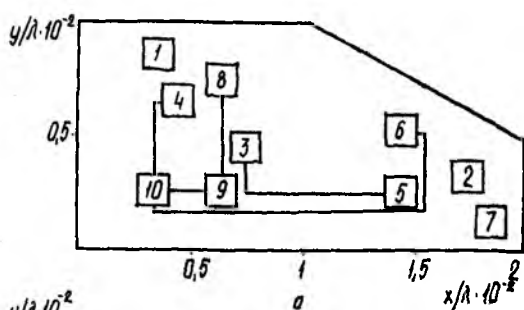
$$A_5 = (\beta - 1)^2; \quad A_6 = 1/2\beta(3 - \beta).$$

Минимизация функции цели $\kappa(W)$ включает в себя как задачу размещения источников теплоты на теплопроводящей пластине, так и решение краевой задачи (6), (7) с последующим определением значения температурного поля в полюсах тепловых источников.

Из доказанных в работе [3] утверждений следует, что функция цели непрерывна на G и достигает на указанном множестве наименьшего значения. Отыскание точек, близких к экстремальным, можно осуществить методом минимизации функции цели по

группам переменных. После отыскания очередного экстремума с учетом ограничений (2), (3) необходимо одним из существующих методов [4; 5] произвести трассировку соединительных цепей, чтобы определить составляющие напряженности поля в системе опасных точек. Составляющие напряженности, создаваемые проводниками высокочастотных плат, ищутся после трассировки в соответствии с выражениями (8), (9).

Для приведенных ниже примеров частота тока в проводниках платы выбрана равной $f = 30$ МГц. Пусть имеется высокочастотная плата, расположенная в плоскости XOY и выполненная в виде прямоугольной пластины со срезом (рисунок). Относительные размеры пластины по осям X и Y равны $X_0/\lambda = 2 \cdot 10^{-2}$ и $Y_0/\lambda = 10^{-2}$ соответственно. Задано десять дискретных источников теплоты, занимающих на пластине области в виде квадратов с относительными размерами $10^{-3} \times 10^{-3}$. Допустимое расстояние между источниками и границей области $r/\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$. Некоторые из источников соединены между собой высокочастотными сигнальными связями. Мощности, а также координаты расположения источников приведены в табл. 1, 2, 3. Предполагаем, что непрерывное рассеяние тепловой энергии в окружающую среду происходит за счет конвекции и излучения, а градиент температуры по толщине пластины не изменяется в силу ее малой толщины по сравнению с другими размерами. Коэффициент теплоотвода β принят равным единице. Требуется таким образом разместить источники на Ω , чтобы минимизировать наибольшее из всех значений температур, контролируемых в полюсах источников, обеспечив при этом заданный уровень напряженности электромагнитного поля в области пластины. Дру-



гими словами, необходимо найти $\min_{W \in G} x(U(x_j, y_j, W))$ на множестве, ограниченном системой неравенств (2), (5). Полюса источников выбраны в центре их симметрии. По проводникам плат текут токи одинаковой частоты, но разные по абсолютному значению.

Температурное поле пластины Ω описывается краевой задачей Дирихле (6), (7). На границе области задана постоянная температура, равная 1. Решение краевой задачи (6), (7) получено структурным методом при 21 координатной функции.

Функция цели (1) минимизировалась по параметрам размещения источников в заданной области.

По своей природе задача является многоэкстремальной, поэтому пример просчитан для трех различных начальных точек.

Интенсивности тепловыделяющих источников, координаты их начального (для трех различных исходных положений) и конечного размещения, а также значения температур в полюсах источников сведены в табл. 1.

Из приведенных расчетов ясно, что из трех вариантов размещения источников, первый оказался наиболее удачным.

Первой начальной точке соответствует размещение источников, изображенное на рисунке (позиция *a*). Размещение источников, полученное в результате работы алгоритма, представлено на рисунке (позиция *в*). На рисунке (позиция *б*) приведена «кинограмма» движения источников в заданной области.

Вторая часть поставленной задачи — это расчет напряженности поля, создаваемого проводниками плат в контрольных точках пластины Ω .

По цепи, соединяющей тепловыделяющие элементы 4, 6, 8, 9 и 10, протекают токи: от элемента 6 к элементу 10 — 4 мА; от элемента 8 к элементу 9 и далее к элементу 10 — 5 мА. Суммируясь в элементе 10, ток в 9 мА течет к элементу 4. Ток, протекающий между элементами 3 и 5, равен 3 мА.

Для каждого полученного решения проводилась трассировка проводников плат с помощью алгоритма Прима [5]. Результаты трассировки для первой начальной точки размещения источников теплоты и для окончательного размещения представлены на рисунке (Позиции *a*, *в*). Из выражений (8), (9) видно, что вибраторы, расположенные в плоскости XOY , создают напряженность электрического поля, которая имеет только две составляющие: \bar{E}_x и \bar{E}_y . Каждый из вибраторов имеет φ -составляющую магнитного поля. Для случая расположения точек контроля в плоскости XOY имеем $\bar{H}_\varphi \equiv \bar{H}_z$. Поэтому поле в области пластины Ω (XOY) имеет лишь три составляющие: \bar{E}_x , \bar{E}_y и \bar{H}_z . Тогда система ограничений (4), (5) примет вид

$$\max_{(x,y) \in \Omega} |\bar{E}_x(x, y)| \leq E_x^* \quad (10); \quad \max_{(x,y) \in \Omega} |\bar{E}_y(x, y)| \leq E_y^* \quad (11);$$

$$\max_{(x,y) \in \Omega} |\bar{H}_z(x, y)| \leq H_z^* \quad (12).$$

В нашем примере $E_x^* = 0,1$ В/М; $E_y^* = 0,15$ В/М; $H_z^* = 1$ мА/М.

Для расчета напряженности поля каждый отрезок проводника ориентирован вдоль одной из осей X или Y в виде симметричного вибратора с центром, расположенным в геометрическом центре проводника. Для обеспечения равенства токов в точках питания диполей и на концах вибраторов

$$P_{0,\beta,i} = P_{1,\beta,i} = -i \operatorname{tg} \frac{ks}{2},$$

где $k = 2\pi/\lambda$; s — плечо вибратора, равное половине физической длины проводника платы. Составляющие напряженности поля в точках контроля рассчитывались по формулам (8), (9).

Таблица 2

№ п/п	Координаты		Вариант 1			Вариант 2			Вариант 3		
	$x/\lambda, K \cdot 10^{-2}$	$y/\lambda, K \cdot 10^{-2}$	$E_x^*,$ мВ/М	$E_y^*,$ мВ/М	$H_z^*,$ мА/М	$E_x^*,$ мВ/М	$E_y^*,$ мВ/М	$H_z^*,$ мА/М	$E_x^*,$ мВ/М	$E_y^*,$ мВ/М	$H_z^*,$ мА/М
1	0	0	9,499	62,8	0,196	7,048	69,34	0,205	2,481	34,94	0,101
2	0,5	0	57,23	55,56	0,005	12,69	62,85	0,197	16,96	29,57	0,038
3	1	0	12,67	17,40	0,026	23,15	4,272	0,122	33,28	6,219	0,061
4	1,5	0	58,58	35,03	0,181	23,95	49,35	0,139	17,50	32,39	0,081
5	2	0	35,34	61,52	0,174	26,45	66,15	0,188	11,43	33,83	0,091
6	0	0,5	1,144	45,89	0,124	2,101	37,15	0,097	0,771	26,69	0,069
7	0,5	0,5	29,44	16,66	0,326	13,37	9,747	0,109	17,99	27,83	0,005
8	1	0,5	33,9	22,18	0,295	17,76	21,80	0,182	15,55	48,65	0,093
9	1,5	0,5	46,1	31,44	0,140	34,67	13,78	0,317	23,51	17,62	0,049
10	2	0,5	32,37	52,27	0,147	19,25	40,51	0,160	12,13	22,08	0,058
11	0	1	8,310	3,158	0,016	4,360	4,108	0,010	0,376	4,031	0,019
12	0,5	1	62,9	10,96	0,217	8,863	22,75	0,034	26,30	2,970	0,083
13	1	1	66,4	13,69	0,186	24,25	10,57	0,087	68,81	0,319	0,181

В табл. 2 представлены значения составляющих напряженности поля в точках контроля для случая начального размещения. Для случая расположения тепловых источников, полученных в результате работы алгоритма, составляющие напряженности поля сведены в табл. 3. Из приведенных расчетов ясно, что ограничениям (10) — (12) удовлетворяет первый вариант размещения тепловых источников, для которого все составляющие электрического и магнитного полей не превышают заданных значений и, кроме того, температура в полюсах источников теплоты — минимальна.

Таким образом, использование предлагаемого метода позволит в практике проектирования высокочастотных плат снизить нежелательный перегрев элементов и учесть при этом паразитное излучение проводников платы, чтобы в системе контрольных точек оно не превысило критических значений.

№ п/п	Координаты		Вариант 1			Вариант 2			Вариант 3		
	x/λ К·10 ⁻²	y/λ К·10 ⁻²	E_x мВ/м	E_y мВ/м	H_z мА/м	E_x мВ/м	E_y мВ/м	H_z мА/м	E_x мВ/м	E_y мВ/м	H_z мА/м
1	0	0	95,20	93,58	0,506	9,837	65,02	0,147	18,92	148,39	1,279
2	0,5	0	23,94	39,23	0,217	149,1	59,91	0,568	139,5	231,8	1,67
3	1	0	46,37	16,45	0,322	57,52	13,51	0,203	196,3	284,8	1,54
4	1,5	0	54,37	94,02	0,298	12,29	63,39	0,032	27,9	292,5	1,35
5	2	0	37,63	102,9	0,292	33,47	71,63	0,216	19,68	211,3	1,31
6	0	0,5	4,575	103,9	0,379	1,498	18,63	0,062	104,3	131,8	0,13
7	0,5	0,5	23,87	53,88	0,090	2,310	1,868	0,359	72,84	22,79	0,39
8	1	0,5	51,68	36,57	0,195	37,81	17,36	0,006	14,59	33,98	0,54
9	1,5	0,5	87,39	37,62	0,171	53,34	27,63	0,177	26,53	20,39	0,531
10	2	0,5	48,05	60,72	0,165	27,27	3,548	0,071	42,27	50,68	0,17
11	0	1	85,01	53,98	0,061	10,52	86,15	0,231	27,89	28,94	0,23
12	0,5	1	34,28	69,26	0,229	134,9	113,7	0,189	129,3	56,84	0,34
13	1	1	29,56	23,68	0,125	50,87	9,592	0,175	88,3	31,58	0,24

Список литературы: 1. Стоян Ю. Г., Пулягин В. П. Размещение источников физических полей. К., 1981. 184 с. 2. Черномордик Д. А. Модель излучателей промышленных помех//Electromagnetic compatibility, Wroclaw, Serj. 1982. Wroclaw, 1982. P. 292—297. 3. Стоян Ю. Т., Чувашов С. И. О непрерывной зависимости поля от параметров размещения источников в некоторых задачах математической физики. Х., 1982. 17 с. Деп. в ВИНТИ, № 743-82. 4. Кузьмин Б. А., Эйдес А. А., Иругов Б. С. Адаптируемые системы автоматизированного проектирования печатных плат. К., 1980. 140 с. 5. Селютин В. А. Машинное конструирование электронных устройств. К., 1977. 384 с.

Поступила в редколлегию 22.09.89

УДК 537.8

В. А. ДИКАРЕВ д-р физ.-мат. наук

ПРИМЕНИМОСТЬ МЕТОДА РИТЦА К ОДНОМУ КЛАССУ ФУНКЦИОНАЛОВ ТЕОРИИ ОБОБЩЕННЫХ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

В статье изучена применимость метода Ритца для расчета спектров одного типа задач теории обобщенных собственных колебаний [1]. В работе [1] развит специальный вариационный аппарат — вариант метода Ритца, сводящий отыскание собственных значений исследуемой граничной задачи к вычислению спектра отвечающего ей функционала. Обоснование применимости этого аппарата ко многим задачам теории обобщенных собственных колебаний было произведено в работе [2]. В данной работе такое обоснование проводится для краевых задач, в которых краевые условия для искомой функции содержат два спектральных параметра. Эти параметры определяют свойства граничной поверх-