МЕТОДЫ АДАПТИВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ СИНТЕЗЕ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

И. Ф. Огороднейчук, А. Я. Куземин,
В. И. Мелешко, В. И. Пономарев
Харьков

Для современной теории сложных систем характерны два основных направления исследований: анализ систем и оптимальный синтез систем. Под анализом понимается определение закономерностей, присущих данной сложной системе и позволяющих выяснить характеристики, обычно называемые выходными, если известны некоторые значения входных характеристик и внутренних параметров системы. Решается эта проблема на основе интенсивно развиваемых в настоящее время теорий системных исследований [1—4], моделирования [5, 22] и идентификации.

Задача оптимального синтеза предполагает, что при реализации сложной системы с требуемыми характеристиками существует некоторая произвольность, заключающаяся в том, что реализовать необходимые требования к системе можно, по крайней мере, несколькими способами. В этом случае возникает потребность в обосновании какой-то предпочитаемой реализации системы. Этот вопрос решает теория полезности [6]. Исходя из нее, вводят критерий функционирования сложной системы $Q(x)$ (например, затраты на реализацию системы), который необходимо оптимизировать (минимизировать). Таким образом, устанавливается предпочтение: реализация системы x_1 лучше x_2, если $Q(x_1) < Q(x_2)$. Тогда задача оптимального синтеза сложной системы при заданной области допустимых вариаций факторов (переменных) X сведется к решению задачи математического программирования [7, 8]:

$$Q(x) \to \min_{x \in X}. \tag{1}$$

Оптимальной реализацией системы будет такой вектор $x_{\text{опт}}$, который доставляет минимум критерию, т. е. при всех $x \in X$ выполняется условие $Q(x_{\text{опт}}) < Q(x)$.

Для большинства практически интересных задач при решении проблемы синтеза характерна неопределенность априорных сведений о состоянии или параметрах сложной системы. Существует несколько путей борьбы с неопределенностью априорной информации: введение рандомизации, использование принципа гарантированного результата и применение адаптивных алгоритмов оптимизации. Мы раскроем их суть, но основную часть работы посвятим методам адаптации как наиболее гибким и простым в реализации.

Почти все известные методы адаптации могут быть сведены к методу стохастической аппроксимации [10] или к методу апостериорного оптимального синтеза [11, 12]. Эти методы хорошо изучены и обладают асимптотически инвариантными свойствами относительно априорных распределений при бесконечно большом количестве шагов оптимизации ($N \to \infty$). При конечном количестве шагов их эффективность становится недостаточной. Учитывая, что при оптимизации на ЭВМ количество шагов поиска всегда является как раз конечным, мы предложили два метода адаптивной оптимизации: стохастического градиентного поиска с накоплением и поокординатного обучения. Первый является обобщением метода, изложенного в [14], а второй включает, как частный случай, метод покоординатного обучения Буша—Мостеллера—Растригина

[13, 14]. При формировании алгоритма покоординатного обучения использовались понятия о приоритетах, введенные авторами.

I. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ УЧЕТА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ АПРИОРНЫХ СВЕДЕНИЙ И НЕОБХОДИМОСТЬ АДАПТИВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

При постановке задачи оптимального синтеза состояния (или реализации) системы x, входящие в (1), предполагались детерминированными, а множество допустимых вариаций параметров X — заданным с помощью совокупности неслучайных отношений. Тем самым была задана полная информация о реализациях системы. Но в действительности из-за разброса параметров, неточности описания модели, погрешности самого моделирования системы всегда присутствует неопределенность априорных сведений.

Как указывалось, неопределенности можно учесть несколькими способами.

1. После соответствующего физического обоснования рандомизировать неопределенные параметры и тем самым свести задачу оптимального синтеза при наличии неопределенностей к следующей задаче стохастического программирования [9]:

$$\int Q(x)\, d(\mu(x)) \to \min_{x \in X}, \tag{I.1}$$

где $\mu(x)$ — соответствующие вероятностные меры, введенные для рандомизации неопределенностей.

2. Использовать принцип гарантированного результата и свести влияние неопределенностей к воздействию на «конструктора» антагонистической «природы». Обозначим часть параметров вектора x, на которые влияет «конструктор», через x_1, а параметры, которые обладают свойствами неопределенности и находятся в распоряжении «природы», через x_2. Тогда по принципу гарантированного результата задача с неопределенностями будет сведена к решению следующей игровой задачи:

$$Q(x) = Q(x_1, x_2) \to \min_{x_1 \in X} \max_{x_2 \in X}. \tag{I.2}$$

3. Применять адаптивные методы оптимизации. Этот способ, помимо отыскания экстремума, предполагает возможность накопления опыта с целью уменьшения априорной неопределенности и достижения оптимальной реализации системы. При реализации на ЭЦМ методы адаптации тесно связаны со статистическим моделированием [22]. Преимущество такого способа устранения неопределенностей — гораздо меньшая необходимость в априорных данных. При этом с меньшими аналитическими трудностями можно отыскать оптимальное решение, что значительно упрощает построение вычислительных алгоритмов.

II. МЕТОДЫ АДАПТИВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

1. **Метод стохастической аппроксимации и метод апостериорного оптимального синтеза.** Приведем основные методы адаптации: метод стохастической аппроксимации [10] и метод апостериорного оптимального синтеза [11, 12], а также укажем на их основные особенности. Пусть качество системы определяется критерием $Q(x)$, где вектор состояния системы $x = (x_1, \ldots, x_m)$ принадлежит m-мерному евклидову пространству E_m. На критерий действуют возмущения, поэтому он является слу-

чайной величиной. Процедура стохастической аппроксимации основана на следующем градиентном спуске:

$$x^{n+1} = x^n - \gamma_n \nabla Q(x^n), \quad n = 1, 2, \ldots, \qquad \text{(II.1.1)}$$

где x^n — вектор реализации системы на n-м шаге оптимизации;

$\nabla Q(x^n) = \left(\frac{\partial Q}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial Q}{\partial x_m}\right)\Big|_{x=x^n}$ — градиент критерия качества в точке x^n; γ_n — неотрицательные числа.

Отличие от обычной градиентной релаксации [23] заключается в выборе числовой последовательности γ_n. ($n=1, 2, \ldots$). Обычно γ_n должны удовлетворять условиям:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n = \infty; \quad \lim_{n\to\infty} \gamma_n = 0. \qquad \text{(II.1.2)}$$

Если выполняются эти условия, критерий является выпуклым по переменным x и растет не быстрее квадратичного, а помеха, действующая на критерий, имеет ограниченную дисперсию, то итерационный процесс (II.1.2) сходится к $x_{\text{опт}}$, который доставляет минимум математическому ожиданию критерия, т. е.

$$MQ(x_{\text{опт}}) = \min_{x\in X} MQ(x). \qquad \text{(II.1.3)}$$

Более общие теоремы о сходимости процедуры стохастической аппроксимации приведены в [24, 25].

Метод стохастической аппроксимации может распространяться на многоэкстремальные задачи [26]. Когда стоимость одного эксперимента, т. е. стоимость продвижения на один шаг, настолько мала, что мы можем делать достаточно большое количество экспериментов, применение метода стохастической аппроксимации особенно эффективно. Это связано с инвариантностью асимптотического определения минимума для любого выпуклого функционала при простом и в то же время универсальном выборе параметра релаксации γ_n. Действительно, взяв $\gamma_n = \frac{1}{n}$, мы удовлетворим условия (II.1.2) и обеспечим сходимость. Но обычно стоимость одного шага значительна, поэтому количество вычислений ограничено сверху числом N. На основе свойств поверхности отклика возникает необходимость в конкретном формировании γ_n на каждом шаге, и методы стохастической аппроксимации становятся мало пригодными для адаптивной оптимизации.

Рассмотрим второй метод, основанный на построении бейесовской модели и определении максимума апостериорных вероятностей.

Пусть $\vec{x}^n = \{x^1, \ldots, x^n\}$ — составной вектор, описывающий совокупность входных данных о предыдущих реализациях системы к n-му шагу. Каждая компонента описывает состояние системы на j-м шаге. Совокупность всех полезных сведений, содержащихся в $\vec{x}^n$, обозначим через $\vec{\lambda}^n = \{\lambda^1, \ldots, \lambda^n\}$. В общем случае задача синтеза адаптивного решения состоит в выборе такого решения $\vec{d}^n = \vec{d}^n(\vec{x}^n)$ относительно $\vec{\lambda}^n$, которое бы минимизировало математическое ожидание критерия качества $Q(\vec{d}^n, \vec{\lambda}^n)$.

Будем считать, что заданием функции $P_n(\vec{x}^n|\vec{\lambda}^n, \mu)$ можно установить условные распределения $\vec{x}^n$ при заданном $\vec{\lambda}^n$ и априорное распределение $P_{an}(\vec{\lambda}^n|\nu)$, где ν, μ — векторы, описывающие совокупности неизвестных параметров. Заметим, что мы всегда вправе ввести такие распределения, если только в процессе работы алгоритма оптимизации проверяется правильность наших предположений и они корректируются. Тогда решение $\vec{d}^n = \vec{d}^n(\vec{y}^n)$ будет находиться минимизацией среднего риска:

$$R_1(\vec{d}^n, c) = \iint Q(\vec{d}^n, \vec{\lambda}^n)\, P_n(\vec{x}^n|\vec{\lambda}^n, \mu) P_{an}(\vec{\lambda}^n, \nu) d\vec{x}^n\, d\vec{\lambda}^n = \iint Q(\vec{d}^n, \vec{\lambda}^n) P_n(\vec{x}^n, \vec{\lambda}^n | c)\, d\vec{x}^n d\vec{\lambda}^n, \quad \text{(II. 1. 4)}$$

где $c = \{\mu, \nu\}$ — составной вектор неизвестных параметров;

$$P_n(\vec{x}^n, \vec{\lambda}^n | c) = P_n(\vec{x}^n|\vec{\lambda}^n, \mu)\, P_{an}(\vec{\lambda}^n|\nu).$$

При неизвестных параметрах мы можем знать только априорное распределение $P_c(c)$.

Если бы оно было известным, то наилучшее решение находилось бы минимизацией среднего риска:

$$R(\vec{d}^n) \iiint Q(\vec{d}^n, \vec{\lambda}^n)\, P_n(\vec{x}^n, \vec{\lambda}^n|c)\, P_c(c) d\vec{x}^n d\vec{\lambda}^n dc. \quad \text{(II.1.5)}$$

Но, как правило, оно неизвестно. Определить его математически довольно трудно.

Рассмотрим решение задачи, являющееся хорошим приближением к оптимальному.

Будем трактовать c как дополнительные параметры, подлежащие измерению в процессе поиска, т. е. будем сразу искать адаптивный алгоритм, помимо выполнения своей основной функции (принятия решения $\vec{d}^n$) наилучшим образом оценивающий обстановку, в которой эта функция должна выполняться. Соответственно дополним совокупность принимаемых решений оценками этих параметров $\hat{c}^n = c^n(\vec{x}^n)$ и доопределим функцию потерь как $Q(\vec{d}^n, \hat{c}^n, \vec{\lambda}^n, c)$. Найдем $\vec{d}^n$, $\hat{c}^n$ из условия минимума среднего риска

$$R(\vec{d}^n \hat{c}^n) = \iiint Q(\vec{d}^n, \hat{c}^n, \vec{\lambda}^n, c)\, P_n(\vec{x}^n, \vec{\lambda}^n|c)\, P_c(c) d\vec{x}^n d\vec{\lambda}^n\, dc, \quad \text{(II.1.6)}$$

т. е. из условия

$$\min R(\vec{d}^n, \hat{c}^n). \quad \text{(II.1.7)}$$

Отсюда получим решение $\vec{d}^n$, практически оптимальное в указанном бейесовском смысле (II.1.5). Условием, при котором решения задач (II.1.4) и (II.1.6) близки, является значительно меньшая ширина апостериорного распределения вероятностей для параметров c по всем компонентам, чем ширина априорного распределения $P_c(c)$. Однако при соблюдении этого условия становится ясным, что вид априорного распределения не оказывается на решении и $P_c(c)$ можно считать, например, равномерным. Инвариантность априорных распределений продемонстрирована на конкретных примерах в [28].

Для решения задачи (II.1.7) можно использовать метод максимального правдоподобия [12] или максимума апостериорной вероятности [11].

Как указывалось в [10, 11, 29], алгоритмы стохастической аппроксимации получают путем соответствующих преобразований из (II.1.5). К недостаткам методов адаптации, основанных на процедуре принятия решения в некоторой бейесовской модели, относятся вычислительные трудности, связанные с расомотрением минимизации выражения (II.1.7) для задач большой размерности.

В силу указанных ограничений методов стохастической аппроксимации и апостериорного оптимального синтеза для решения оптимизационных задач все большее применение находят поисковые методы адаптивной оптимизации.

Мы предлагаем метод стохастического градиента с накоплением и метод покоординатного обучения, которые позволяют получить близкое к оптимальному решение при конечном количестве шагов. Идеи движения к экстремуму по усредненному градиенту и идеи покоординатной выработки приоритетов позволят строить комбинированные методы поиска, объединяющие преимущества градиентных и случайных методов оптимизации.

Для решения многоэкстремальных задач в методе покоординатного обучения вводятся характеристики глобальных свойств критерия качества, увеличивающие помехоустойчивость метода.

2. **Стохастический градиентный поиск с накоплением.** На необходимость учета получаемой в процессе поиска информации указывалось во многих работах [10—14]. К сожалению, в процессе поиска экстремума на ЭЦМ это связано со значительными трудностями. В работах [28, 29] указываются общие алгоритмы оценки некоторых параметров в процессе обучения, причем эти оценочные значения параметров предполагается использовать в дальнейшем. Такой метод преодоления априорной неопределенности пригоден в случае, когда распределение оценки параметра не шире, чем априорное его распределение, иначе эксперимент не принесет пользы. Указанное условие выполняется, если мы близки к истинному значению параметра и оценка является несмещенной. Когда на пространство допустимых вариаций (реализаций) системы навешена покоординатная мера по результатам этапа анализа, можно предположить, что на функционал качества аддитивно в каждом измерении накладывается некоррелированная помеха $\varepsilon\left(\frac{\sigma^2}{2}\right)$ (см. п. 3). Интенсивность этой помехи будем считать пропорциональной дисперсии оценки дисперсий факторов:

$$\sigma_j^2 = \sigma_{\hat{\Delta}_j}^2, \quad j = 1, \ldots, m. \tag{II.2.1}$$

Возможное отличие указанных дисперсий оценок можно учитывать, вводя эквивалентный шум с интенсивностью

$$\overline{\sigma^2} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} \sigma_{\hat{\Delta}_j}^2. \tag{II.2.2}$$

В процессе поиска система из исходного состояния смещается в случайном направлении на величину пробного шага в пространстве параметров (факторов) $x(x_1, \ldots, x_m)$, что приводит к изменению значения функционала качества объекта на величину $u(-\lambda \leqslant u \leqslant \lambda)$, где $\lambda = g|\operatorname{grad} Q|$; g — величина пробного шага.

Накопление статистики производится следующим образом: выбирается случайное направление в пространстве параметров и по обе стороны от исходного положения системы на расстоянии пробного шага

проводятся замеры функционала качества

$$Q=Q(x,\ \lambda), \qquad \text{(II.2.3)}$$

где $x=(x_1, \ldots, x_m)$ — вектор состояний объекта; λ — вектор неизвестных оцениваемых параметров в процессе поиска. В частности, при линейной локальной модели [12, 14] λ — скалярная величина, пропорциональная модулю градиента.

Случайное направление задается единичным вектором

$$\Xi_j=(\xi_1^{(j)},\ \xi_2^{(j)}, \ldots,\ \xi_m^{(j)}) \quad j=\overline{1,\ r},$$

который может быть выбран: равномерно распределенным в пространстве оптимизируемых параметров (варьируемых факторов); распределенным с вероятностями, определяемыми в соответствии с принципом приоритетов по дисперсиям факторов (см. 3).

В первом случае после r случайных проб $\pm g\Xi_j\ (j=\overline{1, r})$ получим соответствующее приращение функционала

$$\Delta Q_n^{(j)}=Q(x_n+g\,\Xi_j,\ \lambda)-Q(x_n-g\Xi_j,\ \lambda), \qquad \text{(II.2.4)}$$

которое является случайной величиной, равной сумме нормально распределенной $\varepsilon(\sigma^2)$ и случайной величины u с законом распределения [14]

$$P_m(u)=\frac{\Gamma\left(\frac{u}{2}\right)}{\lambda\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{m-1}{2}\right)}\left(1-\frac{u^2}{\lambda^2}\right)^{\frac{m-3}{2}}, \qquad \text{(II.2.5)}$$

где Γ — гамма-функция; m — размерность пространства.

Распределение (II.2.5) довольно точно аппроксимирует в небольшой области поиска, соответствующей данному моменту, локальную статистику, связанную с параметром λ.

Во втором случае неравномерность варьирования факторов при оценке градиента определяется в основном глобальными свойствами поверхности отклика. Для этого в п. 3 вводятся вероятности варьирования i-го фактора $p_j^{(1)}\ (j=\overline{1,\ m})$ на основании формализма факторного анализа и рандомизированного эксперимента. Тогда распределение вероятностей будет отличаться от (II.2.5), так как распределения направляющих косинусов градиента $\{\cos\varphi_j\}$, $(j=\overline{1,\ m-1})$ определяются по величинам $p_j^{(1)}, p_{j+1}^{(1)}$. Можно, однако, показать, что в силу симметрии мультимодального распределения для $\{\varphi_j\}$ оценка будет отличаться от оценки $\hat{\lambda}$ из (II.2.5) незначительно. Таким образом, формулы оценок для первого и второго случаев совпадают. Используя (II.2.5), легко получить соотношение для несмещенной оценки $\hat{\lambda}_{m_0}^{(n)}$ параметра λ.

$$\hat{\lambda}_{m_0}^{(n)}=\hat{\lambda}_m^{(n)}-\frac{2\hat{\sigma}_{\hat{\lambda}}}{\sqrt{2\pi}\left[1+\Phi\left(\frac{\hat{\lambda}_{m_0}}{\hat{\sigma}_{\hat{\lambda}}}\right)\right]}\exp\left(-\frac{\hat{\lambda}_{m_0}^2}{2\hat{\sigma}_{\hat{\lambda}}^2}\right), \qquad \text{(II.2.6)}$$

где $\hat{\sigma}_{\hat{\lambda}}^2$ — оценка дисперсии оценки; $\hat{\lambda}$ — оценка параметра λ,

$$\Phi(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt,$$

$$\hat{\lambda}_m^{(n)} = \sqrt{m\left(\frac{1}{r-1}\sum_{j=1}^{r}(\Delta Q_n^j)^2 - \sigma^2\right)}.$$

Индекс n показывает, что оценка $\lambda_{m_0}^{(n)}$ является функцией локальной статистики $\{\Delta Q_n^{(j)}\}$, $j = 1, r$ в окрестности точки x^n.

С учетом высказанных соображений алгоритм поиска с накоплением и памятью представится в следующем виде:

$$x^{n+1} = x^n - \gamma_n g^n, \qquad \text{(II.2.7)}$$

где g^1 — вектор, противоположный направлению поиска на данном шате и называемый направлением релаксации; γ_n — масштабный коэффициент рабочего шага, который выбирается из соотношения:

$$\gamma_n : \min_{\gamma_n} Q((x^n - \gamma_n g^n), \lambda).$$

Направление релаксации стохастического градиентного поиска с накоплением и памятью определяется в виде

$$g^n = \frac{Y_n}{|Y_n|}\hat{\lambda}_{m_0}^{(n)} + \alpha_n g^{n-1}, \qquad \text{(II.2.8)}$$

где весовой коэффициент

$$\alpha_n = \frac{(\hat{\lambda}_{m_0}^n)^2}{\left(\hat{\lambda}_{m_0}^{(n-1)}\right)^2}; \qquad \text{(II.2.9)}$$

Y_n — m-мерный вектор, являющийся статистической оценкой градиентного направления:

$$Y_n = \sum_{j=1}^{r}\Xi_j \Delta Q_n^{(j)}. \qquad \text{(II.2.10)}$$

Приведенный градиентный метод с накоплением и памятью представляет собой стохастический вариант детерминированного метода сопряженных градиентов [27].

При выборе случайного единичного вектора Ξ_j по второму методу в соответствии с приоритетами на варьирование можно оценить дисперсию эквивалентного шума (II.2.2), по которой затем судить о дисперсии оценок дисперсий факторов и о правомочности приоритетов, полученных на этапе анализа. Это позволит в случае, если дисперсии оценок дисперсий факторов не малы, продолжить анализ или внести коррекцию в порядок варьирования факторов (см. п. 3).

Дисперсия эквивалентной помехи [14] оценивается на основе многократного замера функционала качества в n-м и в $(n+1)$-м состояниях:

$$\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{k-1}\sum_{s=1}^{k}(\Delta Q_n^{(s)} - \Delta\bar{Q}_n)^2, \quad s = \overline{1, k}, \qquad \text{(II.2.11)}$$

где k — число замеров функционала качества в каждом состоянии; $\Delta Q_n^{(s)}$ — приращение функционала в n-м состоянии при s-м варьировании; $\Delta\bar{Q}_n$ — среднее приращение в n-м состоянии.

В (II.2.11) k следует выбрать большим, чтобы полученная оценка была достоверной.

В силу (II.2.7) возможны мнимые оценки. Выборки, дающие такие оценки, называются неудачными.

Предлагаются два алгоритма:

Неудачная выборка отбрасывается, и из того же состояния системы проводится повторная выборка до получения действительной оценки модуля градиента.

При неудачной выборке повторное накопление в данном состоянии не проводится, а делается рабочий шаг

$$x^{n+1} = x^n - \beta\gamma_{n-1}g^{n-1}, \ (\beta < 1)$$

с использованием оценки модуля в предыдущем состоянии.

Рассмотрим вопрос об объеме выборки (детальный анализ размеров выборок будет проведен в другой работе). Строго говоря, необходимо было бы минимизировать среднее время T_Σ поиска экстремума. Воспользуемся критерием минимума среднего числа экспериментов, который во многом отражает свойства, указанные выше.

А. Проанализируем изменение времени $\bar{T}_\Sigma$ на этапах анализа (набора статистики) и синтеза оптимальной структуры.

Легко понять, что функция

$$T_{\text{синт. опт.}} = f_1[\hat{\sigma}^2] \tag{II.2.12}$$

будет возрастающей функцией

$$\lim_{\hat{\sigma}^2 \uparrow \infty} T_{\text{синт. опт}} \to \infty. \tag{II.2.13}$$

Зависимость

$$T_{\text{ан}} = f_2[\hat{\sigma}^2] \tag{II.2.14}$$

будет иметь падающий вид

$$\lim_{\hat{\sigma}^2 \downarrow 0} T_{\text{ан}} \to \infty. \tag{II.2.14а}$$

При условии, что

$$\bar{T}_\Sigma = T_{\text{синт. опт}} + T_{\text{ан}} \to \min_{\hat{\sigma}^2}, \tag{II.2.15}$$

$\hat{\sigma}^2_{\text{отп}}$ ищется из уравнения

$$\frac{df_1}{d\hat{\sigma}^2} + \frac{df_2}{d\hat{\sigma}^2} = 0. \tag{II.2.16}$$

Ясно, что конкретный вид функциональных зависимостей f_1 и f_2 находится для определенных классов задач синтеза. Здесь укажем только, что зависимость времени анализа [II.2.14] имеет вид

$$T_{\text{ан}} = \rho \bar{n}_{\text{ан}} m, \tag{II.2.17}$$

где $\bar{n}_{\text{ан}}$ — средний объем выборки на фактор; ρ — длительность одного эксперимента.

Величина $\bar{n}_{\text{ан}}$ находится из уравнения, подобного (II.2.16).

Исходя из (II.2.16), можно в наиболее неблагоприятном случае нормального распределения оценки дисперсии, который асимптотически выполняется, т. е.

$$p(\hat{\Delta}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\hat{\sigma}} \exp\left[-\frac{(\Delta - \hat{\Delta})^2}{2\hat{\sigma}^2}\right], \tag{II.2.18}$$

получить следующую оценку для n_0 — числа экспериментов или объема выборки на этапе анализа из выражения

$$\hat{\Delta} - t_T^{(n_0-1)} \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{n_0}} < \Delta < \hat{\Delta} + t_T^{(n_0-1)} \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2}{n_0}}, \qquad \text{(II.2.19)}$$

где $t_T^{(n_0-1)}$ — квантиль распределения Стьюдента с n_0-1 степенями свободы [30, Приложение III].

Так как существует оптимальное значение дисперсии оценки дисперсий факторов, то $n_{опт}$ определяется из (II.2. 19) при $\check{\sigma}^2 = \hat{\sigma}^2_{опт}$ по заданной достоверности оценки (вероятности средних ошибок), измеренному $\hat{\sigma}^2$ из (II.2.16) и предполагаемому

$$\Delta \in (\hat{\Delta}_{min}, \hat{\Delta}_{max}).$$

Б. Анализ размера выборки обучения r_0 был проведен в [14], причем значения r_0 изменялись в пределах от 2—6 для модельных критериев качества до 30—50, когда критерий специально не оговаривался. Можно высказать гипотезу о плавающем размере выборки обучения и для объектов с усложненными экстремальными свойствами принять его большим, чем для модельных.

3. **Методы покоординатного обучения на основе выработки приоритетов.** Пусть $Q(x)$ — критерий качества системы, где $x=(x_1, ..., x_m)$, m-мерный вектор фазового пространства варьируемых факторов (параметров). Компоненты вектора могут принимать как непрерывные, так и дискретные значения. Критерий $Q(x)$ является многоэкстремальной функцией в области допустимых вариаций параметров X.

Многоэкстремальность — характерное свойство большинства практически интересных задач. Как указывалось в [15], такие задачи особенно часто возникают при структурном синтезе электрических и электронных систем, когда трудности усугубляются еще и тем, что некоторые факторы могут быть упорядочены произвольным образом, например, индексное множество частей структуры. В этом случае из-за простоты реализации процесса оптимизации целесообразно использовать модифицированный метод покоординатного поиска экстремума. Модификация состоит в назначении предпочтения на порядок варьирования факторов путем выработки приоритетов [21].

Введенные понятия о приоритетах являются дальнейшим обобщением дисперсионного [20] и факторного анализа [18] применительно к задачам оптимизации. Их особенно удобно использовать при поиске экстремума на ЭВМ. На основании приоритетов легко строятся различные схемы алгоритмов с покоординатным обучением, которое заключается в изменении вероятности варьирования различных факторов на основе предыдущих экспериментов над функцией качества.

Для отыскания глобального экстремума нами предлагается, во-первых, проводить покоординатный поиск с обучением из различных начальных значений области X допустимых вариаций факторов; во-вторых, чтобы повысить скорость метода покоординатного обучения, вводить вероятностные оценки влияния факторов на показатель качества системы. Возможность введения таких оценок вытекает из основного утверждения о приоритетах [21].

Полноценным приоритетом называется характеристика, указывающая величину удачного приращения критерия качества при минимизации (например, когда функционал качества уменьшается), неполноцен-

ным приоритетом — характеристика вообще среднего приращения критерия качества. Оценивать приоритеты (исходя из эксперимента) можно как математическим ожиданием, так и среднеквадратическим отклонением.

Введем основное утверждение о приоритетах, которое будет обусловливать возможность назначения предпочтения на порядок варьирования факторов: для достижения более высокой скорости сходимости покоординатного поиска необходимо больше варьировать факторы с максимальными значениями приоритетов.

Рассмотрим алгоритм покоординатного обучения.

Пусть вероятность вариации i-го фактора на n-м шаге поиска является определенной функцией параметра «памяти»

$$p_i^n = p(w_i^n), \quad i = 1, \ldots, m, \tag{II.3.1}$$

так, что удовлетворяет условиям

$$0 \leqslant p(w_i^n) \leqslant 1, \quad \sum_{i=1}^{m} p(w_i^n) = 1. \tag{II.3.2}$$

Вероятность вариации любого i-го фактора будет формироваться из трех компонент:

$$p_i = \gamma_1 p_i^{(1)} + \gamma_2 p_i^{(2)} + \gamma_3 p_i^{(3)}, \tag{II.3.3}$$

где $\sum_{i=1}^{3} \gamma_i = 1$, и в частности можно взять $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \frac{1}{3}$.

Здесь $p_i^{(1)}$ — вероятность, формируемая на основании оценки глобального влияния факторов, $p_i^{(3)}$ — вероятность, формируемая на основании учета величины удачного приращения критерия качества, $p_i^{(2)}$ — вероятность, полученная на основании учета только достоверности улучшения качества; γ_i $(i = 1, 2, 3)$ — коэффициенты влияния этих вероятностей.

Перейдем к описанию количественного определения введенных вероятностей при проведении процесса оптимизации.

Определение $p_i^{(1)}$

Для оценки влияния факторов на критерий качества используем неполноценные приоритеты. Если характеризовать влияние средней величиной абсолютного значения приращения критерия, то установить величину неполноценного приоритета можно с помощью факторного анализа [18].

Теория планирования экспериментов [19] и факторный анализ, особенно если априори известны некоторые характеристики критерия, позволяют получить достоверные оценки глобальных свойств поверхности отклика.

Пусть параметры x_i изменяются в заданных пределах:

$$x_{i(\min)} \leqslant x_i \leqslant x_{i(\max)} \quad (i = 1, \ldots, m). \tag{II.3.4}$$

Будем называть $x_{i(\min)}$ — нижним, $x_{i(\max)}$ — верхним, а

$$x_{i\,(\text{ср})} = x_{i0} = \frac{x_{i(\max)} - x_{i(\min)}}{2} \tag{II.3.5}$$

нулевым уровнем варьирования.

Полный факторный эксперимент состоит в постановке экспериментов во всех возможных комбинациях уровней, что соответствует прове-

дению 2^m вычислений критерия качества, где m — размерность пространства варьируемых параметров. При больших m, пользуясь матрицей планирования, проводят обычно дробный факторный эксперимент, в котором количество вычислений критерия качества — $l \ll 2^m$. Матрицей планирования называется таблица условий проведения всех опытов в соответствии с выбранным планом [19].

Если первое «приближение» критерия качества ограничить линейными членами разложения

$$Q(x) = b_1x_1 + b_2x_2 + \ldots + b_mx_m, \qquad \text{(II.3.6)}$$

то оценка приоритетов сведется к вычислению коэффициентов регрессии

$$b_i = \frac{\sum_{j=1}^{l} Q_j x_{ij}}{\sum_{j=1}^{l} x_{ij}^2} = \frac{\sum_{j=1}^{l} Q_j x_{ij}}{l}, \qquad \text{(II.3.7)}$$

где Q_j — значение критерия качества в j-м эксперименте;

x_{ij} — значение i-го фактора в j-м эксперименте.

Так как факторы принимают только два значения параметров: $+1$ или -1, что соответствует верхнему и нижнему уровню, то сумма квадратов значений данного фактора равна числу опытов l. Ясно, что (II.3.6) очень грубо отражает действительный характер поверхности отклика $Q=Q(x)$, однако качественно хорошо выявляет глобальные свойства поверхности отклика.

Для проверки и уточнения полученных по (II.3.7) приоритетов используем оценки дисперсий вокруг номинальных значений x пространства варьируемых параметров, которые выбираются равномерно распределенными на множестве допустимых вариаций X. Дисперсия вычисляется по формуле

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{q} (Q_{ji} - \bar{Q}_i)^2}{q-1}, \qquad \text{(II.3.8)}$$

где σ_i^2 — дисперсия влияния i-го фактора; $\bar{Q}_i = Q(\bar{x}_i)$ — значение критерия качества при номинальной величине i-го фактора; $Q_{ij} = Q(\bar{x}_i + \Delta x_{ij})$ — значение критерия качества при j-м изменении i-го фактора; q — количество изменений i-го фактора.

Можно взять несколько номинальных точек, например k, и получить среднюю оценку глобального влияния i-го фактора как эмпирическое среднее отдельных влияний:

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k} \sigma_{ij}^2 = \frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k}\left(\frac{1}{N-1}\sum_{l=1}^{N}\Delta Q_{ij}^l\right). \qquad \text{(II.3.9)}$$

Согласуем частные оценки глобального влияния (II.3.7) и (II.3.8) параметром $\alpha(\alpha>0)$. Получим общую оценку глобального влияния i-го фактора на критерий качества

$$\sigma_{i\text{общ}}^2 = b_i^2 + \alpha\hat{\sigma}_i^2, \quad i = 1, \ldots, m. \qquad \text{(II.3.10)}$$

Вероятность варьирования i-го фактора на основании формирования оценки глобального влияния фактора на критерий в соответствии

с (II.3.10) примет следующий вид:

$$p_i^{(1)} = \frac{\sigma_{i\,\text{общ}}}{\sum_{i=1}^{m} \sigma_{i\,\text{общ}}}, \quad i = 1, \ldots, m. \tag{II.3.11}$$

Определение $p_i^{(2)}$

При определении p_i^n -вероятности варьирования i-го фактора в (II.3.1) мы ввели параметр «памяти» ω_i^n, изменяющийся на n-м шаге оптимизации. Он позволяет формировать вероятности $p_i^{(2)n} = p_i^{(2)}(\omega^n)$, зависящие от успеха при варьировании i-й координаты на n-м шаге. При успешном варьировании по данной переменной вероятность последующего варьирования этой переменной должна повышаться. Поэтому $p^2(\omega)$ выбирается монотонно неубывающей функцией. Примером зависимости $p^2 = p^2(\omega)$ может служить следующее выражение [14]:

$$p^2(\omega) = \begin{cases} c_1 & \text{при } \omega \leqslant -1 + 2c_1, \\ \frac{1}{2}(1-\omega) & \text{при } 2c_1 - 1 < \omega < 1 - 2c_1, \\ 1 - c_1 & \text{при } \omega \geqslant 1 - 2c_1, \end{cases} \tag{II.3.12}$$

где постоянная $0 < c_1 < \frac{1}{m}$ введена для того, чтобы случайный поиск не вырождался в детерминированный поиск по одной координате.

Рекуррентное вычисление параметра памяти на каждом n-м шаге проводится по формуле

$$\omega_i^{n+1} = \omega_i^n = \delta \operatorname{sign} \Delta Q_i^n, \tag{II.3.13}$$

где ΔQ_i^n — приращение критерия качества на n-м шаге при варьировании i-й координаты; δ — «шаг по памяти»; $\delta > 0$ — величина, определяющая скорость обучения (чем больше δ, тем быстрее обучается система поиска).

При удачных вариациях по i-му фактору (при минимизации, когда $\Delta Q_i < 0$) параметр памяти ω, определенный по формуле (II.3.13), увеличивается и вероятность варьирования i-го фактора, как следует из (II.3.12), возрастает. Тем самым осуществляется процесс обучения покоординатному спуску.

Здесь учитывается скорее качественная, чем количественная сторона выборки приоритетов. Алгоритм, определяемый формулами (II.3.12) и (II.3.13), известен как обобщенный алгоритм покоординатного обучения Буша—Мостеллера—Растригина [13, 14]. Но в нем не учитывается величина приращения критерия качества.

Рассмотрим вопрос о выборе «шага по памяти» — δ, который зависит от корреляционных свойств поверхности отклика, обусловленности локальных минимумов [23] и т. д.

Пусть T_0 — среднее количество экспериментов для достоверной оценки параметров. Тогда δ можно оценивать следующим образом:

$$\delta \sim \frac{1}{T_0}. \tag{II.3.14}$$

Определение $p_i^{(3)}$

Величину приращения функционала качества будем учитывать, исходя из введенного понятия о полноценных приоритетах, т. е. вероятности $p_i^{(3)}$ варьирования i-й координаты будем перестраивать на основании усреднения удачных приращений критерия качества (при минимизации соответствует случаю, когда $\Delta Q_i<0$). Обозначим полноценные приоритеты для задачи минимизации критерия так:

$$\Delta Q_i^* = \begin{cases} |\Delta Q_i| & \text{при } \Delta Q_i < 0, \\ 0 & \text{при } \Delta Q_i \geqslant 0, \end{cases} \qquad \text{(II.3.15)}$$

где ΔQ_i — приращение критерия качества при вариации i-го фактора. Пусть $\Delta Q_j^{*n}=0$, когда j-й фактор на n-м шаге не варьируется. Тогда полная величина удачных приращений критерия качества на n-м шаге по g-му фактору примет вид

$$\overline{\Delta Q}_g^{*n} = \sum_{l=1}^{n} \Delta Q_g^{*l} \qquad g = 1, \ldots, m. \qquad \text{(II.3.16)}$$

С учетом условия нормировки вероятность варьирования i-го фактора на n-м шаге, формируемая на основании величины удачного приращения, будет определяться выражением

$$p_i^{(3)n} = \frac{\overline{\Delta Q_i^{*n}}}{\sum_{g=1}^{m} \overline{\Delta Q_g^{*n}}} \qquad i = 1, \ldots, m, \qquad \text{(II.3.17)}$$

где m — размерность пространства варьируемых факторов. В таком случае вклады начальных и последних приращений функционала берутся с одинаковыми весами в процессе принятия решения о формировании вероятностей. Факт «старения» информации не учитывается [38]. Чтобы вес приращения в определении вероятностей уменьшался, будем умножать предыдущую полную величину удачных приращений (II.3.16) на каждом n-м шаге оптимизации на коэффициент старения информации $\theta<1$, т. е.

$$\overline{\Delta Q}_g^{*n}(Q) = \Delta Q_g^{*n} + Q\overline{\Delta Q}^{*n}(Q) \qquad n=1,2,\ldots \qquad \text{(II.3.18)}$$

В этом случае информация каждого i-го фактора «стареет» за k предыдущих шагов оптимизации в

$$\theta^k = e^{k \ln \theta}$$

раз, причем по экспоненте. Постоянная времени старения равна

$$T_{ст} = -\frac{1}{\ln \theta}$$

и зависит от размерности пространства варьируемых параметров

$$T_{ст} = T_0 m, \qquad \text{(II.3.19)}$$

где T_0 — среднее количество экспериментов для достоверной оценки параметров.

Из этих выражений определяется коэффициент «старения» информации

$$\theta = e^{-\frac{1}{T_0 m}}. \qquad (II.3.20)$$

Используя (II.3.18), вероятность варьирования i-го фактора на n-м шаге запишем так:

$$p_i^{(3)n}(\theta) = \frac{\overline{\Delta Q_i^{*n}}(\theta)}{\sum_{g=1}^{m} \overline{\Delta Q_g^{*}}(\theta)} \quad i = 1, \ldots, m, \qquad (II.3.21)$$

После того, как определены вероятности $p_i^{(1)}$, $p_i^{(2)n}$, $p_i^{(3)n}$, вероятность p_i^{n+1} варьирования i-й координаты на $(n+1)$-м шаге с учетом формулы (II.3.3) будет задаваться следующим образом:

$$p_i^{n+1} = \gamma_1 p_i^{(1)} + \gamma_2 p_i^{(2)n} + \gamma_3 p_i^{(3)n}, \qquad (II.3.22)$$

$$i = \overline{1, m};\ n = 1, 2, \ldots;\ \sum_{i=1}^{3} \gamma_i = 1.$$

где $p_i^{(1)}$ — вероятность, формируемая в начале процесса покоординатной оптимизации на основании оценки глобальных свойств поверхности отклика критерия качества; $p_i^{(2)n}$ — вероятность, получаемая на основании достоверности улучшения критерия качества; $p_i^{(3)n}$ — вероятность, основанная на учете величины удачного изменения критерия качества.

Вероятности $p_i^{(1)}$ в процессе поиска можно поэтапно перестраивать через определенное количество шагов. Это повысит их достоверность, что приведет к увеличению скорости сходимости процесса оптимизации. Чтобы поиск по одной координате не вырождался, положим, что вероятность варьирования любой координаты не может быть меньше положительного наперед заданного числа $c_2 (0 < c_2 < \frac{1}{m})$, т. е.

$$p_i^{n+1} > c_2 \quad i = 1, \ldots, m.$$

Поэтому для всех вероятностей p_i^{n+1}, полученных на $(n+1)$ шаге из выражения (II.3.22) и принимающих значения $p_i^{n+1} < c_2$, производится корректировка по формуле (II.3.23) до выполнения условия $p_i^{n+1} \geqslant c_2$ для всех $i = 1, \ldots, m$. Так как обучение $p^{(3)n}$ происходит гораздо медленнее $p^{(2)n}$, то коэффициенты влияния γ_j $(j = 1, 2, 3)$ зададим переменными с учетом постоянной времени старения информации (II.3.19).

Информация стареет по экспоненте, поэтому

$$\gamma_3(n) = \gamma_{30}\left(1 - e^{-\frac{n}{T_{ст}}}\right),$$

где γ_{30} — коэффициент влияния вероятности $p_i^{(3)}$ на формирование полной вероятности p_i без учета старения информации.

Определение варьируемого фактора по полученным вероятностям на ЭЦВМ. Для факторов, которые не варьировались на n-м шаге $(j \neq i)$, вероятности варьирования на $n+1$ шаге перестраиваются с уче-

том условий нормировки по полученным из (II.3.22) значениям:

$$p_j^{n+1} = p_j^n + \frac{p_i^n - p_i^{n+1}}{m-1}, \quad j \neq i,\ i = \overline{1, m}. \tag{II.3.23}$$

Очевидно, что в этом случае из (II.3.22) и (II.3.23) следует $\sum_{j=1}^{m} p_j^{n+1} = 1$. Как известно [37], на вычислительных машинах легко моделируется случайная величина ξ, равномерно распределенная на интервале [0, 1]. Зная ее, нетрудно установить, что i-й фактор варьируется с вероятностью p_i^n. Для этого достаточно промоделировать число ξ, равномерно распределенное на интервале [0, 1] и найти i, удовлетворяющее неравенству

$$\sum_{j=1}^{i-1} p_j^n < \xi \leqslant \sum_{j=1}^{i} p_j^n. \tag{II.3.24}$$

Легко убедиться, что вероятность полученного i, указывающего, какой фактор необходимо варьировать, будет равна требуемой величине p_i^n.

Нетрудно заметить, что предложенный алгоритм покоординатного обучения является автоматом с целесообразным поведением.

Рассмотрим простейший вариант стохастического автомата с переменной структурой [16, 31, 32]. Это «автомат-строка», представляющий собой набор из m чисел

$$p_i\ (i = 1, \ldots, m), \quad p_i > 0, \ \sum_{i=1}^{m} p_i = 1.$$

Он имеет m действий f_i, причем действие выбирается в каждый момент случайно с вероятностью p_i. Под состоянием «автомата-строки» в момент t понимается набор вероятностей действия $p_i(t)$. Смена состояний подчиняется следующим правилам: если «автомат-строка» в момент времени t выполнял действие $f_i(t)$ и оштрафован в момент времени $t+1$, то вероятность p_i уменьшается (увеличивается в случае выигрыша) и, соответственно, увеличиваются для сохранения нормировки остальные вероятности. Так, в [34—36] предлагается изменять вероятности по квадратичному закону. Если $f(t) = f_i$, то

$$p_i(t+1) = \begin{cases} p_i^2(t) & \text{, если проигрыш,} \\ 1 - \sum_{j \neq i} p_j^2(t) & \text{, если выигрыш.} \end{cases} \tag{II.3.25}$$

Для $j \neq i$

$$p_j(t+1) = \begin{cases} p_j(t) + \dfrac{p_i(t) - p_i^2(t)}{m-1}, & \text{если проигрыш,} \\ p_i^2(t), & \text{если выигрыш.} \end{cases} \tag{II.3.26}$$

В [33] определены условия, которым должны отвечать правила изменения вероятностей p_i для того, чтобы «автомат-строка» обладал оптимальным поведением в стационарных случайных средах.

ВЫВОДЫ

Таким образом, в работе проведена дальнейшая формализация процесса проектирования сложных систем на стадии оптимального синтеза с применением ЭВМ. Освещена проблема учета неопределенностей априорной информации методом рандомизации; сведением к антагони-

стической игре «конструктора» против «природы»; применением адаптивных методов оптимизации. Указаны алгоритмические особенности наиболее известных методов адаптации: стохастической аппроксимации и апостериорного оптимального синтеза. Их общий недостаток — большие вычислительные трудности, и неадекватность многим практическим задачам. В связи с этим предложено два естественных и более эффективных метода адаптивной оптимизации: метод стохастического градиентного поиска с накоплением; метод покоординатного самообучения. Они обобщают известные методы градиентного поиска и метод покоординатного обучения Буша—Мостеллера—Растригина.

Рассмотрен вопрос об объеме выборки для определения градиента в условиях аддитивных помех. Аналогично может быть решен вопрос об объеме выборки и в методе покоординатного обучения при наличии помех.

Метод покоординатного обучения в данном виде учитывает глобальные и локальные свойства функционала качества. Этим повышается помехоустойчивость метода при определении глобального экстремума.

Все алгоритмы доведены до численной реализации на ЭВМ и могут применяться для решения многих оптимизационных задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Месарович. Основания общей теории систем. Сб. «Общая теория систем». Изд-во «Мир», 1966.

2. Исследование по общей теории систем. Сб. под ред. В. Н. Садовского и Э. Г. Юдина. Изд-во «Прогресс», 1969.

3. Системные исследования. Изд-во «Наука», 1969.

4. У. Черчмен, Р. Акоф, Л. Арноф. Введение в исследование операций. Изд-во «Наука», 1968.

5. Д. Н. Хорафас. Системы и моделирование. Изд-во «Мир», 1967.

6. Р. Д. Льюс, Х. Райфа. Игры и решения. ИЛ, 1961.

7. Дж. Хедли. Нелинейное и динамическое программирование. Изд-во «Мир», 1967.

8. К. Дж. Эрроу, Л. Гурвиц, Х. Удзава. Исследования по линейному и нелинейному программированию. ИЛ, 1962.

9. Д. Б. Юдин. Новые подходы к стохастическому программированию. «Экономика и математические методы», т. 4, вып. 6, 1968.

10. Я. З. Цыпкин. Адаптация и обучение в автоматических системах. Изд-во «Наука», 1968.

11. Р. Л. Стратонович. Эффективность методов математической статистики в задачах синтеза алгоритмов восстановления неизвестной функции. «Техническая кибернетика», № 1, 1969.

12. Б. Г. Репин, Г. П. Тартаковский. Адаптация систем приема и обработки информации и теория статистических решений. «Автоматика и телемеханика», № 3, 1968.

13. Р. Буш, Ф. Мостеллер. Стохастические модели обучения. Физматгиз, 1962.

14. Теория и применение случайного поиска. Под общей ред. Л. А. Растригина. Изд-во «Зинатне», Рига, 1969.

15. И. Б. Моцкус. Многоэкстремальные задачи в проектировании. Изд-во «Наука», 1967.

16. Д. А. Поспелов. Вероятностные автоматы. Изд-во «Энергия», 1970.

17. Э. М. Браверман. Методы экстремальной группировки параметров. «Автоматика и телемеханика», № 1, 1970.

18. Д. Лоули, А. Максвелл. Факторный анализ как статистический метод. Изд-во «Мир», 1967.

19. Ю. П. Адлер. Введение в планирование эксперимента. Изд-во «Металлургия», 1969.

20. Г. Шеффе. Дисперсионный анализ. Физматгиз, 1963.

21. И. Ф. Огороднейчук, А. Я. Куземин, В. И. Пономарев, В. И. Мелешко. Оптимизация структур электронных схем с помощью выработки приоритетов. Сб. «Надежность управляющих вычислительных систем». Тезисы докладов II республиканской научно-технической конференции. К., 1970.

22. Н. П. Бусленко. Моделирование сложных систем. Изд-во «Наука», 1968.
23. Ю. И. Любич, Г. Д. Майстровский. Общая теория релаксационных процессов для выпуклых функционалов. «Успехи математических наук», т. XXV, вып. 1(151,), 1970.
24. Э. М. Браверман, Л. И. Розоноэр. Сходимость случайных процессов в теории обучения машин. «Автоматика и телемеханика», № 1, № 3, 1969.
25. И. П. Девятериков, А. И. Каплинский, Я. З. Цыпкин. О сходимости алгоритмов обучения. «Автоматика и телемеханика», № 10, 1969.
26. Э. М. Вайсборд, Д. Б. Юдин. Многоэкстремальная стохастическая аппроксимация. «Техническая кибернетика», № 5, 1968.
27. Б. Т. Поляк. Метод сопряженных градиентов в задачах на экстремум. Журн. выч. матем. и матем. физ., т. 9, № 4, 1959.
28. Р. Л. Стратонович. Существует ли теория оптимальных адаптивных, самообучающихся и самонастраивающихся систем? «Автоматика и телемеханика», № 1, 1968.
29. Р. Л. Стратонович. Об оптимальных алгоритмах типа стохастической аппроксимации. «Техническая кибернетика», № 1, 1970.
30. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники, т. II. Изд-во «Сов. радио», 1968.
31. В. И. Варшавский, И. П. Воронцова. О поведении стохастических автоматов с переменной структурой. «Автоматика и телемеханика», № 3, 1963.
32. В. И. Варшавский, И. П. Воронцова. Стохастические автоматы с переменной структурой. Сб. «Теория конечных и вероятностных автоматов». Изд-во «Наука», 1965.
33. И. П. Воронцова. Алгоритмы изменения переходных вероятностей стохастических автоматов. Проблемы передачи информации, т. I, вып. 3, 1965.
34. B. Chandrasekaran, D. W. C. Shen. Adaptation of stochastic automata stationary environments. Proc. 1967. Nat. Electronics Conf., vol. 23, pp. 39—44.
35. B. Chandrasekaran. Contributions to the theory of learning automata. Ph. D. dissertation, University of Pensylvania, Philadelphia, May, 1967.
36. B. Chandrasekaran, D. W. Shen. Stochastic automata Games. IEEE Transaction on Systems Science and Cybernetics, vol. SSC-5, No 2, 1969.
37. Д. И. Голенко. Моделирование и статистический анализ псевдо-случайных чисел на ЭВМ. Изд-во «Наука», 1968.
38. А. Н. Ефимов. К вопросу об очереди на телеканал. Проблемы передачи информации, т. III, вып. 1, 1967.

ОБЩАЯ ПРОЦЕДУРА ВЫЧИСЛЕНИЯ ШАГА ОПРОСА НЕПРЕРЫВНОГО СЛУЧАЙНОГО ПАРАМЕТРА ПРИ ОБЕГАЮЩЕМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ КОНТРОЛЕ

А. Д. Болычевцев

Харьков

Постановка задач

Обегающий последовательный контроль непрерывных технологических параметров обычно выступает в двух качественно различных формах, которые условно можно отнести к пассивной и активной формам контроля. Первая из них — это простейшая форма контроля, задача которой своевременно выделить качественно различные состояния контролируемого параметра. Вторая форма приспособлена к нуждам управления, ее цель — своевременно обнаружить признаки контролируемых событий [1], несущих информацию об отклонениях в движении параметра.

Пассивный контроль можно организовать как собственно контроль и как контроль с измерением [2].

Для первого варианта задача ставится так. Известна норма контролируемого параметра $X(t)$, заданная верхним и нижним технологическими уровнями x и x' (рис. 1). Циклически, через некоторые промежутки времени τ_0, именуемые шагом опроса, над параметром $X(t)$ осуществляются контрольные операции, в процессе которых устанавли-