

УДК 654.16:621.391.82

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАДИОКАНАЛА ДЛЯ MIMO-СИСТЕМ



[Ю.Ю. Коляденко](#),

[А.В. Коляденко](#)

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

*Розроблено математичну модель каналу для MIMO технології, що враховує структурні властивості прийомної антени, напрямки приходу сигналів по основному і по відбитим променям.*

*A mathematical model for the channel MIMO technology, which takes into account the structural properties of the receiving antenna, the direction of arrival of signals in the main and reflected rays.*

*Разработана математическая модель канала для MIMO технологии, учитывающая структурные свойства приемной антенны, направления прихода сигналов по основному и по отраженным лучам.*

## Введение

Одной из основных задач при построении современных цифровых сетей связи является создание высокоскоростных каналов. Решение этой задачи для беспроводных систем связи наталкивается на ряд трудностей, так как в радиодиапазоне всегда существует дефицит выделяемой полосы частот и ограничения на увеличение излучаемой мощности.

Одним из перспективных направлений по созданию высокоскоростных каналов в беспроводных телекоммуникационных системах является использование систем со многими входами и выходами MIMO (Multiple Input Multiple Output). Современные системы связи MIMO имеют довольно высокие технические характеристики: скорость передачи данных может достигать нескольких сот Мбит/с; вероятность битовой ошибки до  $10^{-5}$ . Важным преимуществом является также то, что в отличие от систем SISO (Single Input Single Output) системы MIMO обеспечивают, в два и более раз, экономию частотного ресурса за счет использования нескольких пространственных каналов в одном и том же диапазоне частот.

Вместе с тем в линиях связи с системами MIMO имеет место целый ряд специфических характеристик. Так, в этих линиях прохождение радиосигнала зависит в значительной мере от группировки объектов, расположенных между передающими и приемными антеннами. При изменении пространственного расположения объектов в пространстве между передающими и приемными антеннами и/или в случае мобильных абонентов механизм многолучевого распространения сигнала усложняется. С увеличением скоростей объектов по отношению к антенным структурам указанный механизм еще больше усложняется и, соответственно, усложняется задача разделения каналов на приеме в системах MIMO. Кроме этого, в системах MIMO антенны, обслуживающие отдельные пространственные каналы, в практических реализациях должны иметь приемлемые габариты и разнесение, а это в свою очередь усложняет решение задачи разделения каналов на приемной стороне.

В любых теоретических исследованиях методов передачи информации по таким специфическим каналам ключевым является вопрос о математической модели канала. Такие экспериментальные исследования свойств каналов были также проведены. Для теории информации, как науки о телекоммуникациях, сегодня оказывается важным то, что фундаментальные положения К. Шеннона о пропускной способности канала оказались применимыми к новым моделям каналов. Более того, по признанию многих авторов многообещающие результаты анализа пропускной способности новых моделей каналов стали стимулом поиска конструктивных методов пространственно-временного кодирования (ПВК) для передачи информации по этим каналам. Матрица коэффициентов передачи канала является основной характеристикой канала ММО. В основном модели матрицы канала предполагают, что все каналы между передающими и приемными антеннами представляют собой независимые релеевские комплексные коэффициенты передачи. Однако такое предположение не позволяет учитывать структуру приемной антенной системы, антенные элементы которой находятся в определенной пространственной ориентации, а также отражения сигналов от определенных препятствий (зданий, сооружений и т.п.), которые имеют свое местоположение. Таким образом, разработка математической модели канала для ММО технологии, учитывающей структурные свойства приемной антенны, направления прихода сигналов по основному и по отраженным лучам является актуальной научной задачей.

## **I. Обзор систем радиодоступа ММО**

Необходимость повышения скорости передачи информации в системах связи существовала всегда. Однако несмотря на растущий спрос на высокоскоростное обслуживание, сделать это, особенно в беспроводных системах подвижной связи, достаточно сложно. Сейчас эти системы обеспечивают скорости до 50 Мбит/с, и наметилась тенденция по ее увеличению. Но даже увеличение скорости передачи информации до 100 Мбит/с оказывается недостаточным. Речь может идти о нескольких сотнях мегабит в секунду. При использовании традиционных технологий передачи и приема сигналов такое увеличение скорости передачи данных может потребовать чрезмерно высокой излучаемой мощности или слишком большой полосы частот, что не всегда выполнимо. Кроме того, расширение спектра сигнала, как правило, влечет за собой переход на более высокие несущие частоты. На высоких частотах в отсутствие прямой видимости для таких систем связи может существенно снизиться дальность связи. Поэтому для достижения высоких скоростей передачи необходимо развитие новых телекоммуникационных технологий.

Теоретические исследования и полученные практические результаты последних лет показали очень высокую эффективность использования в системах связи многоантенных передающих и приемных структур, когда между передатчиком и приемником устанавливается несколько пространственных каналов со многими входами и выходами [1-3]. Такие системы называют системами ММО. В системах ММО каждая из антенн имеет свою отдельную нагрузку в отличие от антенных решеток,

нагруженных на одну общую нагрузку. Естественно, каждый из антенных элементов ММО может представлять собой отдельную антенную решетку, нагруженную на свою  $i$ -ю нагрузку, что встречается достаточно редко. Число антенн на входе и выходе радиоканала может быть равно или больше числа рабочих пространственных каналов. В системах ММО формируется соответствующее обстановке и параметрам антенных структур число собственных пространственных каналов, но не больше, чем  $\min\{N_t, N_r\}$ , где  $N_t$  и  $N_r$  числа соответственно передающих и приемных антенн. В худшем случае система вырождается из многоканальной в одноканальную.

Улучшение характеристик систем связи ММО достигается благодаря тому, что каналы ММО могут обеспечить существенный энергетический выигрыш, связанный с разнесением на передаче, приеме или одновременно на передаче и приеме.

Пространственно-временные коды разделяют на два класса: ортогональные и неортогональные. Среди ортогональных кодов следует выделить код Аламоути. Среди неортогональных – код V-Blast [4, 5].

### Пространственно-временное блочное кодирование

Пространственно-временное блочное кодирование или STBC (Space-Time Block Coding) – это наиболее простая техника, использующая разнесение передающих антенн. Ее применение не предполагает знания характеристик радиоканала при передаче и не требует сложных алгоритмов обработки сигналов при приеме. Недостаток техники STBC в том, что она обеспечивает не столь высокую скорость передачи информации, как другие способы пространственного кодирования.

В случае, когда имеется две излучающие антенны и одна приемная информационные символы передаются и принимаются парами (блоком из двух символов). Во время первого символьного интервала, составляющего половину длительности блока, первый символ  $x_1$  в модуляторе преобразуется в сигнал  $u_1(t)$ , который поступает на первую антенну, а второй символ  $x_2$  в модуляторе преобразуется в сигнал  $u_2(t)$ , который поступает на вторую антенну. Во время второго символьного интервала на первую антенну подается сигнал  $-u_2^*(t)$  (знаком \* обозначен комплексно сопряженный сигнал), а на вторую антенну поступает сигнал  $u_1^*(t)$ .

Сигналы, которые поступят на вход приемника в первый и второй символьные интервалы, обозначим через  $z_1(t)$  и  $z_2(t)$ . Они определяются выражениями:

$$\begin{cases} z_1(t) = h_1 u_1(t) + h_2 u_2(t); \\ z_2(t) = -h_1 u_2^*(t) + h_2 u_1^*(t), \end{cases} \quad (1)$$

где  $h_1$  и  $h_2$  – комплексные коэффициенты передачи канала. Значения  $h_1$  и  $h_2$  соответствуют отношению комплексной амплитуды напряжения на выходе приемной антенны к комплексной амплитуде сигнала на входе первой (второй) передающей антенны. Для простоты мы полагаем, что рассматривается узкополосный канал, и зависимость федингов от частоты можно не учитывать.

Из сигналов  $z_1(t)$  и  $z_2(t)$ , принятых в первый и второй символьные интервалы, составим следующие две линейные комбинации:

$$\begin{cases} \hat{u}_1(t) = h_1^* z_1(t) + h_2 z_2^*(t); \\ \hat{u}_2(t) = h_2^* z_1(t) - h_1 z_2^*(t). \end{cases} \quad (2)$$

Подстановка выражений (1) в (2) приводит к следующему виду:

$$\begin{cases} \hat{u}_1(t) = (|h_1|^2 + |h_2|^2) \cdot u_1(t); \\ \hat{u}_2(t) = (|h_1|^2 + |h_2|^2) \cdot u_2(t). \end{cases} \quad (3)$$

где  $|\bullet|$  - модуль числа.

Выражение (3) показывает, что комбинируя принятые сигналы в соответствии с выражением (2), можно получить сигналы, которые отличаются от переданных сигналов  $u_1(t)$  и  $u_2(t)$  только действительным множителем. Рассмотренный выше алгоритм пространственно-временного кодирования является ортогональным алгоритмом Аламоути [4, 6].

Процесс передачи и приема сигналов при пространственно-временном блочном кодировании схематично показан на рис. 1 [4].

В соответствии со схемой (рис. 1) символы от источника сообщения (ИС) поступают на модулятор (М) и пространственно-временной кодер (ПВК). Различные комбинации входных сигналов излучаются передающими антеннами. На приемной стороне принятые сигналы подаются на вход матричного преобразователя (МП), на который также поступает информация о комплексных федингах канала. На выходе матричного преобразователя наблюдаются переданные сигналы, которые в демодуляторе преобразуются в символы.

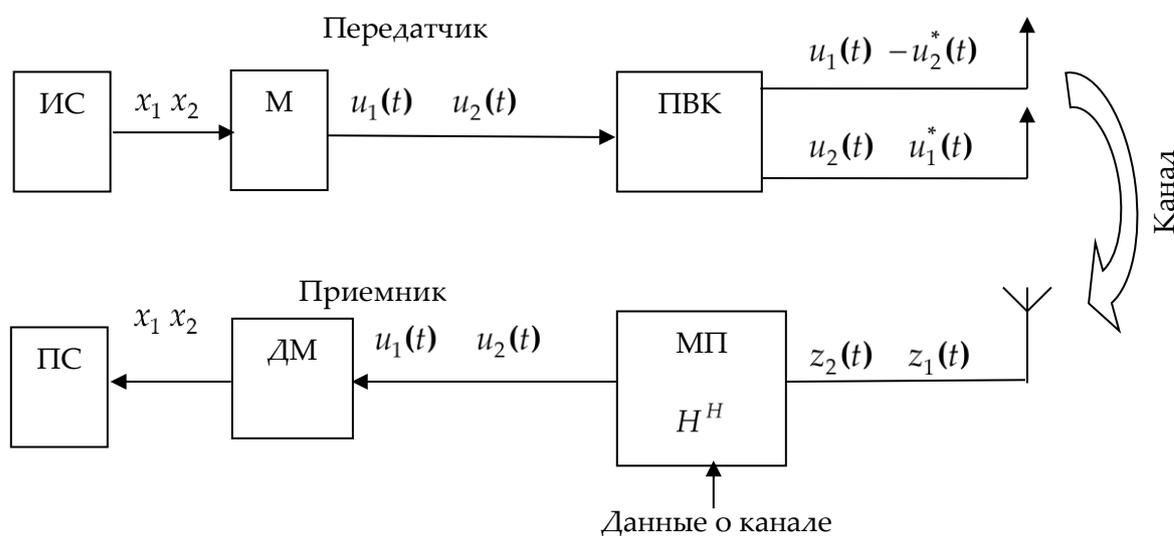


Рис.1. Преобразование сигналов при пространственно-временном кодировании

Схема STBC, приведенная на рис. 1, сохраняется и тогда, когда число передающих антенн больше двух. В этом случае длина блока увеличивается, и процедура комбинирования символов блока усложняется. Запишем соотношения (1) – (3) в

матричной форме. Введя векторы  $\vec{u}(t)$  и  $\vec{z}(t)$  переданных и принятых сигналов, запишем (1) в виде

$$\vec{z}(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix} = \mathbf{H} \vec{u}(t), \quad (4)$$

где  $\mathbf{H}$  - матрица, состоящая из комплексных коэффициентов канала, а также из величин, отличающихся от них комплексным сопряжением и знаком. Можно заметить, что введенная матрица  $\mathbf{H}$  обладает следующим свойством:

$$\mathbf{H}^H \mathbf{H} = (|h_1|^2 + |h_2|^2) I = |h| I, \quad (5)$$

где  $(\bullet)^H$  обозначает эрмитово сопряжение (комплексное сопряжение и транспонирование),  $I$  – единичная матрица,  $|h|$  – сумма квадратов модулей всех федингов радиоканала.

Получение оценки вектора переданных сигналов определяется выражением

$$\hat{\vec{u}}(t) = \mathbf{H}^H \vec{z}(t). \quad (6)$$

Равенство (6) представляет матричную форму записи выражения (3).

Степень выигрыша многоантенной STBC-системы по сравнению с одноантенной системой связи определяется выражением

$$\hat{\vec{u}}(t) = \vec{u}(t) \sum_{n=1}^{N_t} |h_n|^2. \quad (7)$$

Выражение (7) показывает, что мощность сигнала на выходе системы пространственно-временного кодирования равна сумме мощностей, поступающих в приемник от всех передающих антенн. Достоинство рассмотренной системы пространственно-временного блочного кодирования в том, что он достигается без усложнения приемного блока.

### Многоантенные системы с несколькими пространственными каналами

В многоантенных системах с несколькими пространственными каналами полагается, что число передающих антенн не больше числа приемных ( $N_t \leq N_r$ ). В этом случае можно получить скорости передачи информации, близкие к предельным без адаптации, т.е. если параметры канала известны в передатчике.

В MIMO-системе связи с  $N_t$  передающими и  $N_r$  приемными антеннами при  $N_t \leq N_r$  входной поток данных делится на  $N_t$  подпотоков.

Последовательно-параллельный демультимплексор (рис.2) выполняет это разделение. Каждый подпоток после кодирования и модуляции излучается отдельной антенной. Все  $N_t$  подпотоков излучаются одновременно в одной и той же полосе частот. Для всех подпотоков могут использоваться идентичные коды и модуляторы.

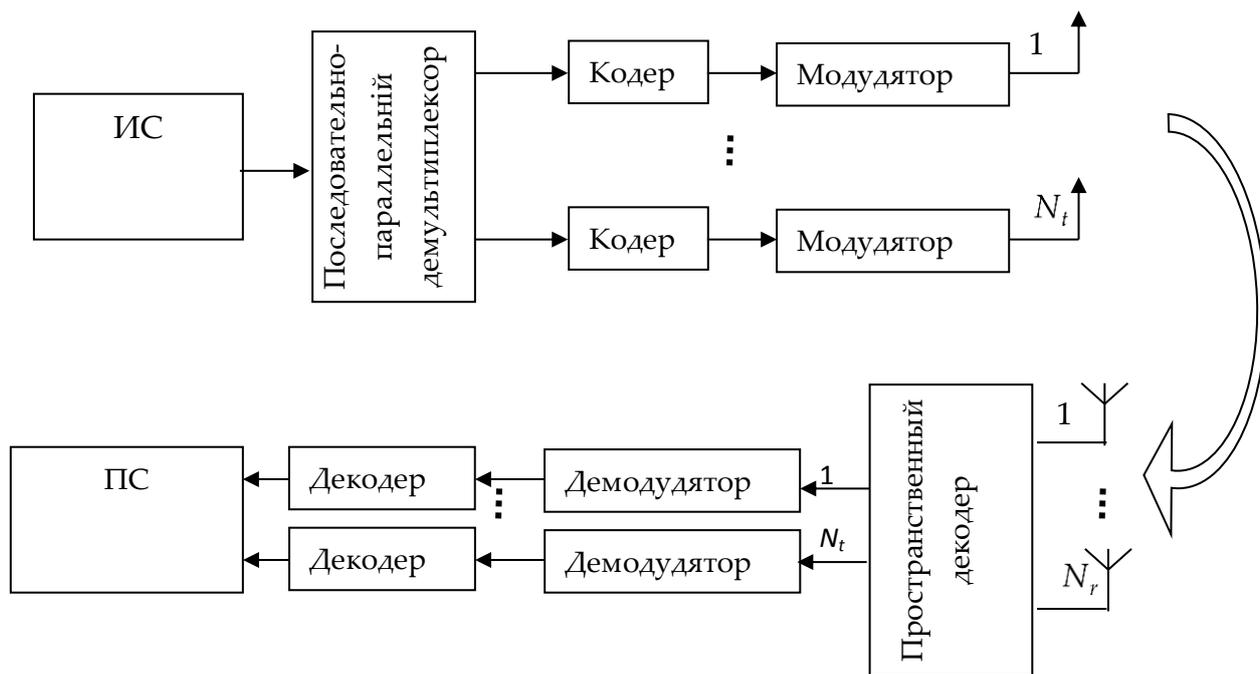


Рис. 2. Структурная схема ММО-системы связи

Излученные  $N_t$  потоков создают сигналы в каждой из  $N_r$  приемных антенн. То есть сигнал в каждой приемной антенне — это смесь  $N_t$  излученных сигналов, умноженных на комплексные передаточные функции от соответствующих передающих антенн к рассматриваемой приемной антенне. Иначе говоря, вектор принятых сигналов  $\vec{z}(t)$  представляет произведение матрицы канала  $\mathbf{H}$  на вектор излученных сигналов  $\vec{u}(t)$

$$\vec{z}(t) = \mathbf{H}\vec{u}(t) + \vec{\xi}(t), \quad (8)$$

где  $\vec{\xi}(t)$  —  $N_r$ - мерный вектор шума.

Далее в приемнике решается задача разделения и оценки излученных  $N_t$  сигналов. Для этого нужно решить систему из  $N_r$  уравнений с  $N_t$  неизвестными. Организованная таким образом ММО-система связи обеспечивает передачу информации по  $N_t$  пространственным каналам. Причем все каналы работают в одной и той же полосе частот и разделяются только за счет пространственного разнесения излучающих и приемных антенн.

Возможность одновременной передачи информации по нескольким пространственным каналам объясняет высокую спектральную эффективность многоантенных систем и пристальное внимание к ним со стороны разработчиков высокоскоростных систем радиосвязи.

Для оценки принимаемых символов на приемной стороне используется алгоритм BLAST.

В BLAST-алгоритме детектирование  $N_t$  переданных сигналов (оценка вектора  $\vec{u}(t)$ ) выполняется за  $N_t$  итераций. Порядок, в котором извлекаются сигналы (компоненты вектора  $\vec{u}(t)$ ), существенно влияет на характеристики системы. На каждой итерации выполняются три шага.

Шаг 1. Подсчет оценки вектора  $\hat{\vec{u}}(t)$  с использованием MMSE-фильтра

$$\hat{\vec{u}}(t) = \mathbf{G}^H \vec{r}(t). \quad (9)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{H}[\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \alpha \mathbf{I}_{N_t \times N_t}]^{-1} = \mathbf{H}\mathbf{Q}, \quad (10)$$

где  $\alpha$  – действительный параметр регуляризации:

$$\alpha = N_t \frac{\sigma_n^2}{P} = \frac{N_t}{h^2}. \quad (11)$$

Шаг 2. Оценка того символа  $x_{p1}$  вектора  $\vec{u}(t)$ , для которого значение  $h^2$  является наибольшим. Номер этого элемента определяется номером наименьшего диагонального элемента матрицы  $\mathbf{Q}$  (1.10) при использовании MMSE-фильтра. Обозначим этот номер  $p1$  и найдем оценку символа  $x_{p1}$

$$\hat{x}_{p1}(t) = \mathbf{Pr} \left[ \hat{u}_{p1}(t) \right]. \quad (12)$$

В (12) через  $\mathbf{Pr}[\bullet]$  обозначена операция выбора сигнала, который наиболее близок к  $x$ , в используемой сигнально-кодовой конструкции.

Шаг 3. Модификация вектора  $\vec{z}(t)$  и матрицы канала  $\mathbf{H}$ . Из вектора удаляется результат воздействия символа  $x_{p1}$ :

$$\vec{z}_2(t) = \vec{z}(t) - \hat{u}_{p1}(t) \mathbf{H}^{(p1)}, \quad (13)$$

где  $\mathbf{H}^{(p1)}$  столбец с номером  $p1$  матрицы  $\mathbf{H}$ .

Матрица канала  $\mathbf{H}$  модифицируется удалением из нее столбца с номером  $p1$ .

Шаги 1–3 повторяются  $N_t$  раз и вычисляются компоненты  $p2, p3, \dots, pN_t$ .

Результатами вычислений являются оценки символов:

$$\left[ \hat{x}_{p1}, \hat{x}_{p2}, \dots, \hat{x}_{pN_t} \right]^T, \quad (14)$$

где  $[\bullet]$  - операция транспонирования.

Теоретической основой MIMO-технологии является теория пространственно-временной обработки сигналов, которая описывает методы оптимального приема сигналов с учетом пространственно-поляризационной, пространственно-временной структуры сигналов.

Особенностью таких радиосистем является тот факт, что выигрыш в повышении скорости передачи информации обеспечивается только в условиях многолучевого канала, для моделирования которого используются разнообразные по форме и содержанию математические модели. В основном модели канала предполагают, что все  $N_t \times N_r$  каналов между  $N_t$  передающими и  $N_r$  приемными антеннами представляют независимые релейевские фединги. То есть комплексный коэффициент передачи из любой передающей антенны в любую приемную — это комплексная случайная величина. Однако такое предположение не позволяет учитывать структуру приемной антенной системы, антенные элементы которой находятся в определенной пространственной ориентации, а также отражения сигналов от определенных препятствий (зданий, сооружений и т.п.), которые имеют свое местоположение. Таким образом, целью данной работы является разработка математической модели канала для ММО-технологии, учитывающей структурные свойства приемной антенны, направления прихода сигналов по основному и по отраженным лучам.

## II. Разработка математической модели канала ММО

### Статистические характеристики канала ММО

В каналах радиосвязи таких систем действует комплекс помех и искажений. В первую очередь необходимо учитывать влияние многолучевости, причиной которой является наличие отражений на трассе распространения радиоволн. В диапазоне коротких волн действуют многократные отражения от неоднородностей ионосферы. В диапазонах метровых (дециметровых) волн сказываются отражения от зданий, неровностей рельефа (при организации связи на открытой местности), отражения от стен и конструкций (при связи внутри зданий).

Основная идея технологии ММО иллюстрируется на рис. 3. Передающая часть системы содержит  $N_t$  передатчиков с передающими антеннами, тогда как приемная часть содержит  $N_r$  приемников и приемных антенн. Считается, что замирания порождаются рассеивающей средой  $\mathbf{H}$  распространения радиосигнала. На рисунке стрелками показано, что сигнал любого из передатчиков может достигать входа любого из приемников, претерпевая замирания.

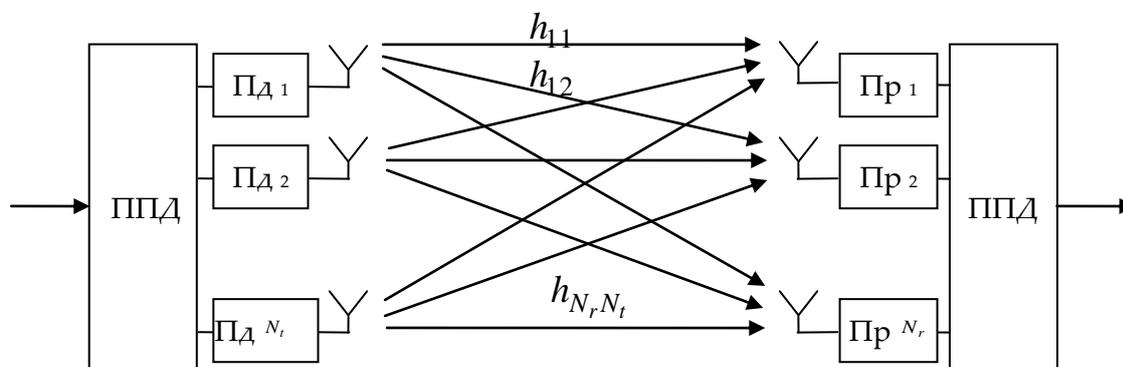


Рис. 3. Структурная схема ММО

### Матрица коэффициентов передачи канала

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & \dots & h_{1N_t} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & \dots & h_{2N_t} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & \dots & h_{3N_t} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ h_{N_r,1} & h_{N_r,2} & h_{N_r,3} & \dots & h_{N_r,N_t} \end{pmatrix} \quad (15)$$

является основной характеристикой канала ММО. Анализ систем ПВК в литературе [7] основан на априорном предположении, что такой канал квазистационарен. Анализу статистических характеристик многолучевых каналов мобильной связи посвящен раздел монографии [8], где утверждается, что снижение отношения сигнал/шум в диапазоне 1 – 2 ГГц, обусловленное замираниями, описывается моделью Рэля. Длительное время динамические свойства («быстрая» нестационарность) замираний для мобильных абонентов «гипнотизировали» исследователей систем ПВК. Достаточно скоро пришло осознание того, что имеются все основания для фиксированных служб считать канал типа ММО квазистационарным, в котором передающая и приемная стороны неподвижны и условия распространения радиоволн с течением времени остаются приблизительно постоянными или не меняются вообще. В большинстве публикаций [4 – 7] предполагается, что коэффициенты передачи  $h_{ij}$ , входящие в состав матрицы канала (15), неизменны на протяжении нескольких интервалов длительности сигналов. В то же время, эти коэффициенты изменяются случайным образом при изменении фиксированных диспозиций передающих и приемных антенн. Предполагается также, что статистика этих изменений подчиняется Рэлевскому либо обобщенному Рэлевскому распределению. В подавляющем большинстве работ по методам ПВК в каналах ММО непременным условием теоретического анализа является квазистационарность канала.

Также необходимо отметить, что каждый коэффициент  $h_{ij}$ , входящий в состав матрицы канала (15), может состоять из нескольких лучей (рис. 4).

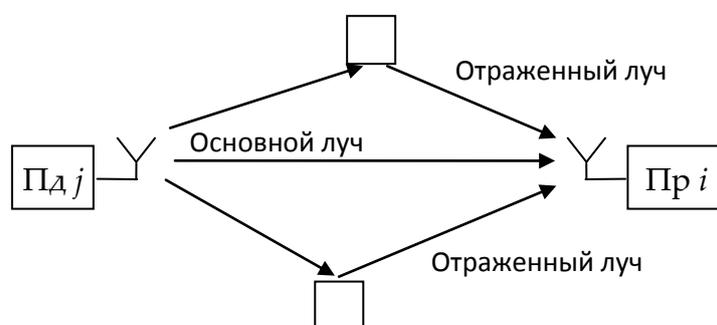


Рис. 4. Многолучевая картина распространения радиосигнала

Кроме того, коэффициенты передачи не являются независимыми. Это объясняется тем, что приемная антенная система имеет определенную конфигурацию. Для этого рассмотрим прием сигнала  $N$ -элементной антенной решеткой (АР).

### Прием гармонического сигнала с плоским волновым фронтом

Предположим, что  $N$  элементов АР распределены вдоль оси  $x$ , как это показано на рис. 5.

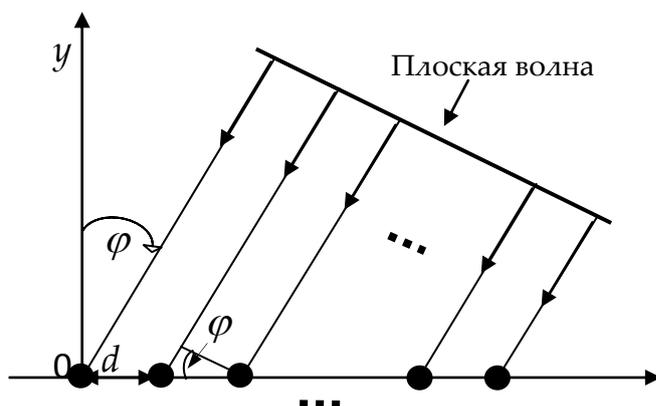


Рис. 5. Геометрия  $N$ -элементной линейной эквидистантной АР и плоской падающей волны

Начало координат выбрано в точке расположения крайнего левого элемента решетки с номером 1. Межэлементное расстояние обозначено буквой  $d$ .

Предположим, что плоская монохроматическая волна единичной амплитуды падает на АР под углом  $\varphi$  по отношению к оси  $y$ . Волна возбуждает гармоническое электрическое колебание в каждом элементе АР. Без ограничения общности начало отсчета времени можно выбрать так, что при  $t = 0$  фаза колебания равна нулю в первом элементе решетки.

Таким образом, сигнал, принятый первым элементом, можно представить в виде:

$$s_1(t) = \exp(j\omega_0 t), \quad (16)$$

где  $j$  – мнимая единица,  $\omega_0 = 2\pi f_0$  – циклическая частота, а  $f_0$  – частота колебания, выраженная в герцах.

Колебание во втором элементе АР опережает колебание в первом элементе на время  $\tau$ , которое легко определить, используя рис. 5. Из геометрических соображений следует, что

$$\tau = \frac{d \sin \varphi}{c}, \quad (17)$$

где  $c$  – скорость распространения электромагнитных волн, которую принимают равной скорости света, так как не рассматривается влияние среды.

За время  $\tau$  фаза колебания второго элемента АР увеличивается на величину  $\omega_0\tau$  по отношению к фазе колебания в первом элементе. Поэтому сигнал, принятый вторым элементом, можно записать в виде:

$$s_2(t) = \exp(j\omega_0(t + \tau)) = \exp(j2\pi f_0\tau) \exp(j\omega_0 t). \quad (18)$$

Подставляя (17) в (18) и учитывая, что длина волны  $\lambda = \frac{c}{f_0}$ , находим колебание, возбуждаемое волной во втором элементе, в следующем виде:

$$s_2(t) = \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi\right) \exp(j\omega_0 t). \quad (19)$$

Выражение (19) легко получить также, применяя в качестве исходной формулу:

$$s(t, r) = \exp j(\omega_0 t - kr), \quad (20)$$

описывающую распространение плоской волны, где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число,  $r$  – расстояние, пробегаемое волной.

Из рис. 5 видно, что расстояние, которое волна проходит до второго элемента меньше, чем расстояние, которое она проходит до первого элемента, на величину  $d \sin \varphi$ . Эта разница в расстояниях называется обычно разностью хода волны. Разность фаз колебаний, получающаяся из-за разности хода волны, определяется умножением разности хода на волновое число, как показывает выражение (19). Таким образом, мы находим, что разность фаз равна  $\frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi$ , что соответствует выражению (18).

Теперь легко видеть, что колебания, возбуждаемые волной в разных элементах АР, отличаются только разностью фаз  $\Delta_n$ , которая зависит от номера элемента  $n$  следующим образом:

$$\Delta_n = \frac{2\pi}{\lambda} (n-1) d \sin \varphi, \quad n = 1, \dots, N. \quad (21)$$

Обобщая (18) с помощью (21), получим выражение, описывающее колебания во всех элементах АР, в следующем виде:

$$s_n(t) = \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda} (n-1) d \sin \varphi\right) \exp(j\omega_0 t), \quad n = 1, \dots, N. \quad (22)$$

Второй множитель в этом выражении зависит только от частоты колебаний. Он одинаков для всех элементов АР и поэтому не несет информации о геометрии АР и направлении прихода волны. Во многих задачах этот множитель опускают из рассмотрения.

Первый множитель называют комплексной амплитудой сигнала. Именно он имеет существенное значение в задачах, связанных с пространственно-временной обработкой сигнала.

Обозначим комплексную амплитуду как  $S_n$ . Тогда выражение (22) принимает вид:

$$s_n(t) = S_n \exp(j\omega_0 t), \quad n=1, \dots, N. \quad (23)$$

Антенная решетка представляет собой многоканальную систему, так как волна возбуждает одновременно  $N$  колебаний различной амплитуды. Математика дает нам возможность описать единообразно всю совокупность сигналов (23), если ввести вектор комплексных амплитуд  $\vec{S}$  и вектор сигналов  $\vec{s}(t)$  следующим образом:

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ S_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda}d \sin \varphi\right) \\ \cdot \\ \cdot \\ \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda}(N-1)d \sin \varphi\right) \end{pmatrix};$$

$$\vec{s}(t) = \begin{pmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \cdot \\ \cdot \\ s_N(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ S_N \end{pmatrix} \exp(j\omega_0 t) = \vec{S} \exp(j\omega_0 t). \quad (24)$$

### Разработка математической модели канала ММО

Общей моделью радиоканала является многолучевая модель: поле в точке приема представляет собой сумму сигналов с разными амплитудами и случайными фазами. Основными моделями для описания многолучевого канала являются модели каналов со случайной структурой (канал с дискретной многолучевостью; канал с замираниями, селективными по частоте; канал с разнесенным приемом; канал со случайной фазой; канал с селективными замираниями). Модель многолучевого канала достаточно наглядно представлена в виде модели канала с дискретной многолучевостью [4]. Принимаемый сигнал на входе  $r$ -го антенного элемента может быть представлен в виде:

$$z_r(t) = \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^{N_l} [h_{c ln} u_x(t - (n-1)T - \tau_l) + h_{s ln} u_x(t - (n-1)T - \tau_l) + \xi(t)], \quad 0 < t < \infty, \quad (25)$$

где  $h_{c ln}$ ,  $h_{s ln}$  – соответствующие случайные синфазная и квадратурная составляющие коэффициента передачи в  $l$ -м луче с  $n$ -го передающего антенного элемента,  $L$  – общее число лучей в канале,  $\tau_l$  – время запаздывания сигнала в  $l$ -м луче,  $u_x$  – известные реализации сигналов на приеме,  $x = (0, 1, \dots, M-1)$  – последовательность информационных символов,  $M$  – число позиций манипуляции,  $T$  – длительность передаваемых элементов сигнала,  $\xi(t)$  – случайная аддитивная помеха типа БГШ.

Будем полагать, что длина трассы распространения сигнала, как правило, во много раз больше длины волны несущей радиосигнала. Это дает возможность не учитывать конфигурацию передающей антенной системы. То есть можно считать, что все сигналы передаются из одной точки пространства. Кроме того, с учетом линейности модели (25), а также конфигурации приемной антенной решетки комплексный коэффициент передачи матрицы  $\mathbf{H}$  между  $r$ -й приемной и  $n$ -й передающей антеннами можно представить в виде:

$$h_{rn} = \sum_{l=1}^L (1 + \alpha A_{ul}) \exp\left(j\pi \frac{d}{\lambda} (r-1)(\varphi_{cl} + \beta \varphi_{\phi l})\right), \quad (26)$$

где  $\varphi_{cl} = \sin\left(\frac{Q_l}{180}\pi\right)$ ,  $Q_l$  – угол прихода сигнала  $l$  луча в градусах,  $A_{ul} = \sqrt{y_1^2 + y_2^2}$  – случайная амплитуда сигнала  $l$  луча,  $\varphi_{\phi l} = \arctan \frac{y_1}{y_2}$  – случайная фаза сигнала  $l$  луча,  $y_1$  и  $y_2$  – случайные величины, распределенные по гауссовскому закону,  $\alpha$  и  $\beta$  – весовые коэффициенты, которые позволяют учитывать свойства пространственной корреляции сигналов в элементах приемной антенной решетки.

Тогда сигнал на входе приемной антенной решетки будет определен выражением (8). Данная модель позволяет учитывать конфигурацию приемной антенной решетки, многолучевость и координаты расположения препятствий на пути распространения сигнала в виде углов прихода по основному и отраженным лучам. Варьируя коэффициентами  $\alpha$  и  $\beta$ , можно моделировать как полностью коррелированные каналы при  $\alpha = 0$  и  $\beta = 0$ , так и некоррелированные.

### III. Анализ эффективности пространственно-временного кодирования

#### Анализ статистических характеристик канала MIMO

В качестве статистических характеристик канала MIMO используем гистограммы плотности распределения модуля и фазы комплексного коэффициента передачи  $h_{rn}$ , а также функцию пространственной корреляции  $R(\tau_{ij})$  между  $i$ -м и  $j$ -м приемными антенными элементами. Анализ проводился в среде Matlab. Для набора статистики с использованием выражения (26) строилась матрица канала  $\mathbf{H}$  размерностью  $400 \times 200$ . Расстояние между приемными антеннами принято равным половине длине волны  $d = 0,5\lambda$ .

На рис. 6,а представлена гистограмма плотности распределения модуля комплексного коэффициента передачи. Как видно из данного графика, плотность распределения модуля комплексного коэффициента передачи может быть аппроксимирована законом Рэлея.

На рис. 6,б представлена гистограмма плотности распределения фазы комплексного коэффициента передачи.

Как видно из данного графика фаза комплексного коэффициента передачи распределена равномерно в интервале от  $-\pi$  до  $\pi$ .

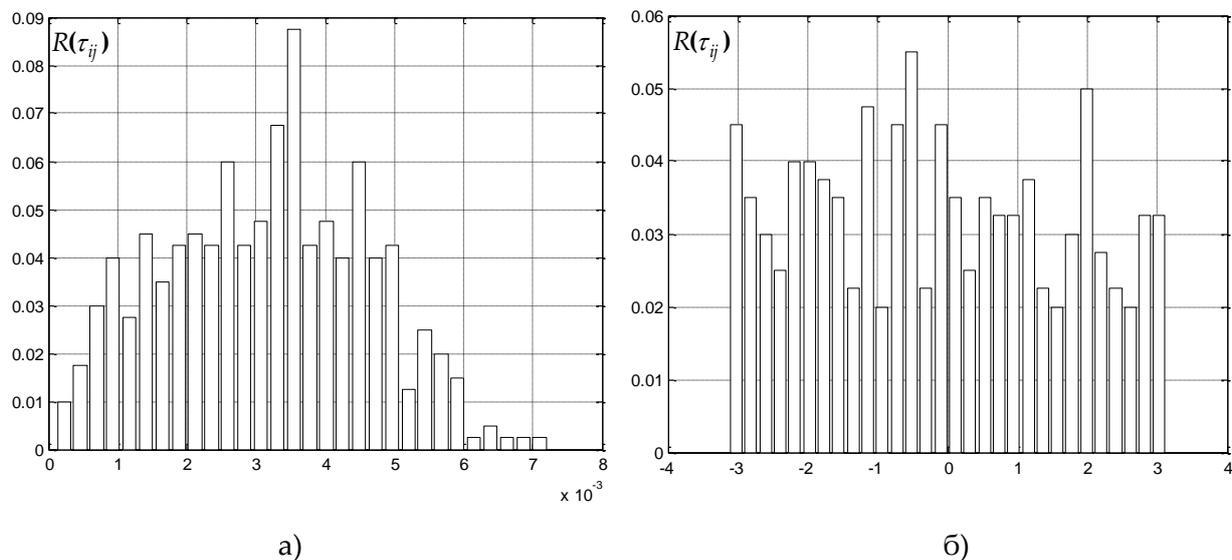


Рис. 6. Гистограмма плотности распределения модуля а) и фазы б) комплексного коэффициента передачи

Проведен анализ пространственной корреляции между приемными антенными элементами. Построены зависимости  $R(\tau_{ij})$  функции пространственной корреляции от номера антенного элемента при  $\alpha = \beta = 1$  (случай слабо коррелированного канала).

На рис. 7 представлены зависимости  $R(\tau_{ij})$  функции пространственной корреляции модуля и фазы комплексного коэффициента от номера антенного элемента при  $\alpha = \beta = 1$ .

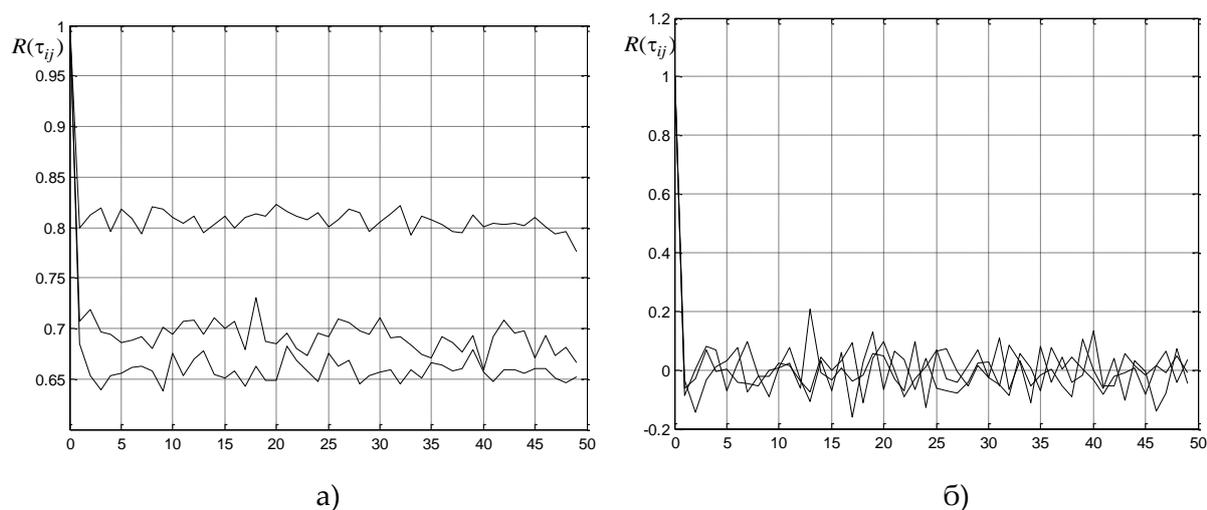


Рис. 7. Функция пространственной корреляции модуля а) и фазы б) комплексного коэффициента передачи при  $\alpha = \beta = 1$

Верхняя кривая на рис. 7,а соответствует случаю двухлучевого распространения; средняя кривая – при наличии 50 лучей в канале; нижняя кривая соответствует наличию 100 лучей в канале. Как видно из данных графиков, пространственная корреляция между модулями коэффициентов передачи  $R(\tau_{ij}) = 1$  при  $\tau_{ij} = 0$ , при увеличении  $\tau_{ij}$  – резко снижается, но не стремится к нулю. Кроме того, пространственная корреляция уменьшается при увеличении количества лучей.

Три кривые (рис.7,б) соответствуют случаю двухлучевого распространения при наличии 50 лучей в канале и при наличии 100 лучей в канале. Как видно из данных графиков, пространственная корреляция между фазами коэффициентов передачи  $R(\tau_{ij}) = 1$  при  $\tau_{ij} = 0$ , и при  $\tau_{ij} \neq 0$   $R(\tau_{ij}) = 0$ . Что говорит о некоррелированности фаз. Кроме того, пространственная корреляция не зависит от количества лучей

Проведен анализ пространственной корреляции между сигналами в приемных антенных элементах при  $\alpha = \beta = 0,001$  (случай коррелированного канала).

На рис.8,а представлены зависимости  $R(\tau_{ij})$  функции пространственной корреляции модуля комплексного коэффициента от номера антенного элемента при  $\alpha = \beta = 0,001$ . Верхняя кривая соответствует случаю двухлучевого распространения; средняя кривая – при наличии 50 лучей в канале; нижняя кривая соответствует наличию 100 лучей в канале. Как видно из данных графиков, пространственная корреляция между модулями коэффициентов передачи  $R(\tau_{ij}) = 1$  при  $\tau_{ij} = 0$ , при увеличении  $\tau_{ij}$  – вначале плавно снижается по экспоненциальному закону, затем функция корреляции приобретает периодический характер. Периодичность особенно заметна при малом количестве лучей.

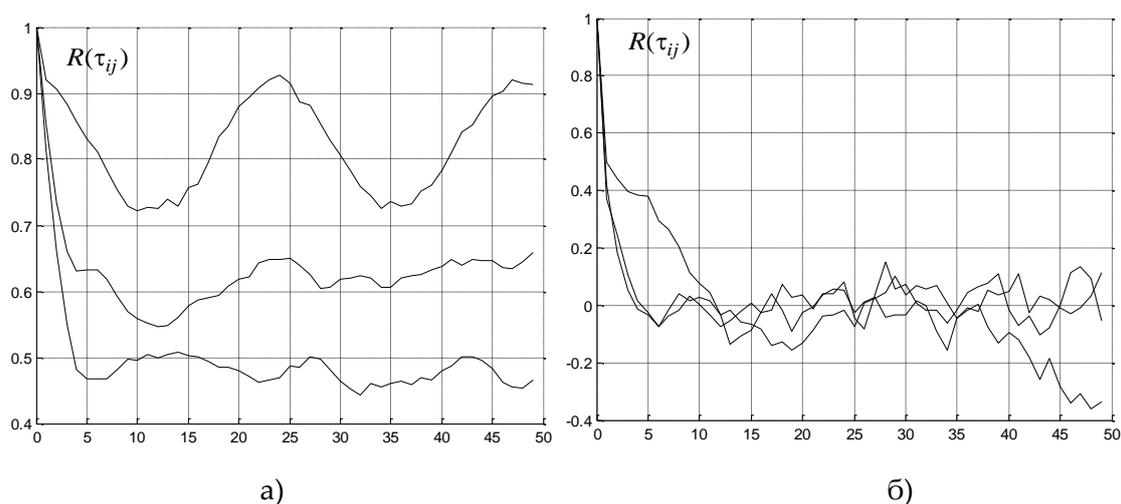


Рис. 8. Функция пространственной корреляции модуля а) и фазы б) комплексного коэффициента передачи при  $\alpha = \beta = 0,001$

На рис.8,б представлены зависимости  $R(\tau_{ij})$  функции пространственной корреляции фазы комплексного коэффициента от номера антенного элемента при  $\alpha = \beta = 0,001$ . Три кривые соответствуют случаю двухлучевого распространения, при

наличии 50 лучей в канале и при наличии 100 лучей в канале. Как видно из данных графиков, пространственная корреляция между фазами коэффициентов передачи  $R(\tau_{ij}) = 1$  при  $\tau_{ij} = 0$ , и при увеличении  $\tau_{ij}$  функция пространственной корреляции  $R(\tau_{ij})$  плавно снижается по экспоненте.

### Анализ эффективности пространственно-временного кодирования

Проведен анализ эффективности пространственно-временного кодирования при слабо коррелированном канале  $\alpha = \beta = 1$  и при наличии корреляции между каналами  $\alpha = \beta = 0,001$ .

Анализ проводился в среде Matlab при следующих исходных данных: количество передающих антенн  $N_t = 2$ , количество приемных антенн  $N_r = 4$ , модуляция КАМ-4, количество передаваемых символов в каждом канале  $n = 1000$ .

На рис. 8,а представлены зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум (ОСШ) в канале при слабокоррелированном канале. Кривая черного цвета построена при наличии одного луча, красная кривая – трех лучей, зеленая кривая – пяти лучей и синяя кривая – семи лучей.

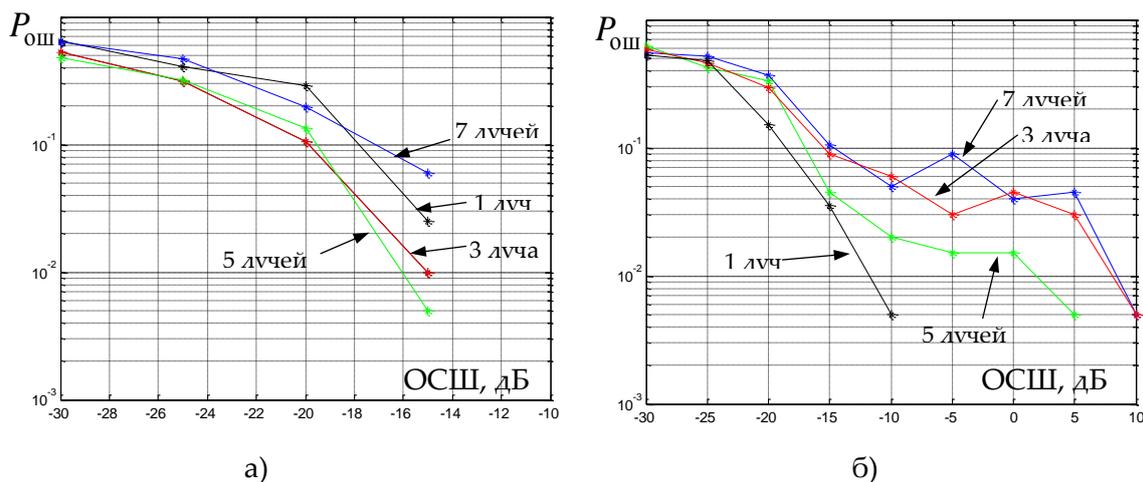


Рис.8. Зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум

На рис.8,б представлены зависимости вероятности битовой ошибки от ОСШ при коррелированном канале. Кривая черного цвета построена при наличии одного луча, красная кривая – трех лучей, зеленая кривая – пяти лучей и синяя кривая – семи лучей.

Как видно из представленных графиков, вероятность битовой ошибки снижается с увеличением ОСШ. Кроме того, вероятность битовой ошибки оказывается больше при коррелированном канале. Однако зависимость вероятности битовой ошибки при увеличении количества лучей из данных графиков не наблюдается.

Поэтому нами были проведены исследования зависимости вероятности битовой ошибки от количества лучей в канале (рис. 9).

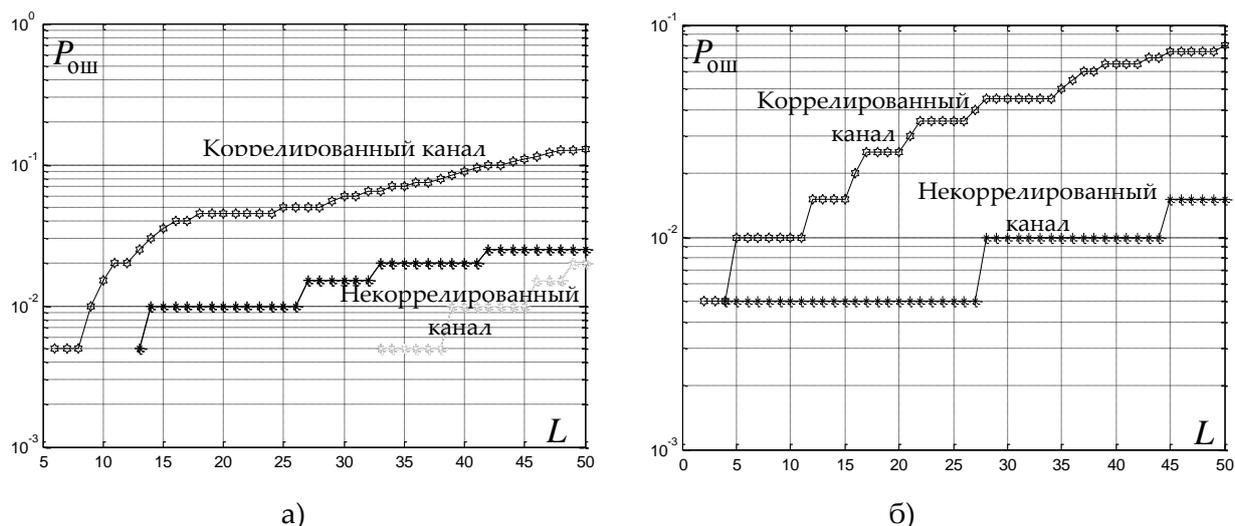


Рис. 9. Зависимости вероятности битовой ошибки от количества лучей в канале

На рис. 9,а представлена зависимость вероятности битовой ошибки от количества лучей для коррелированного канала (верхняя кривая) и для некоррелированного (нижняя кривая) при ОСШ = 0 дБ.

На рис. 9,б представлена зависимость вероятности битовой ошибки от количества лучей для коррелированного канала (верхняя кривая) и для некоррелированного (нижняя кривая) при ОСШ = 10 дБ.

Как показали данные исследования, вероятность битовой ошибки растет с увеличением количества лучей. Кроме того, скорость изменения вероятности битовой ошибки больше для коррелированного канала.

Для исследования эффективности пространственно-временного кодирования были изучены свойства матрицы канала при многолучевом распространении сигнала, а именно рассчитаны числа обусловленности матриц при различном количестве лучей. На рис. 10 представлены зависимости числа обусловленности  $C$  матрицы канала от количества лучей  $L$  на трассе распространения сигнала.

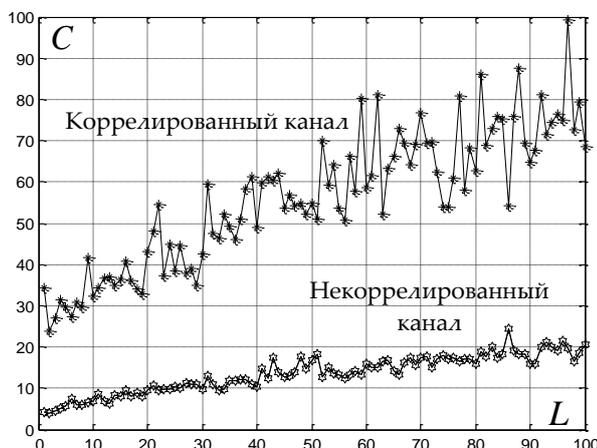


Рис. 10. Зависимости числа обусловленности  $C$  матрицы канала от количества лучей  $L$  на трассе распространения сигнала

Верхняя кривая на рис. 10 соответствует случаю коррелированного канала, а нижняя кривая – некоррелированного канала. Как видно из данных графиков, число обусловленности растет с увеличением количества лучей, что говорит о вырожденности матрицы канала. Особенно вырожденность проявляется при коррелированном канале. Вырожденность матрицы ведет к увеличению вероятности битовой ошибки при пространственно-временном кодировании.

## Выводы

1. В основном модели канала ММО предполагают, что все каналы между передающими и приемными антеннами представляют независимые рэлеевские фединги. То есть комплексный коэффициент передачи из любой передающей антенны в любую приемную – это комплексная случайная величина. Однако такое предположение не позволяет учитывать структуру приемной антенной системы, антенные элементы которой находятся в определенной пространственной ориентации, а также отражения сигналов от определенных препятствий (зданий, сооружений и т.п.), которые имеют свое местоположение.

2. Разработана математическая модель канала для ММО-технологии, учитывающая структурные свойства приемной антенны, направления прихода сигналов по основному и по отраженным лучам.

3. Проведен анализ статистических характеристик канала ММО, построены гистограммы плотности распределения модуля и фазы комплексного коэффициента передачи. Анализ показал, что модуль распределен по закону Рэлея, а фаза по равномерному закону.

4. Проведен анализ эффективности пространственно-временного кодирования. Как показал анализ, вероятность битовой ошибки снижается с увеличением ОСШ. Кроме того, вероятность битовой ошибки оказалась больше при коррелированном канале. Проведены исследования зависимости вероятности битовой ошибки от количества лучей в канале. Как показали данные исследования, вероятность битовой ошибки растет с увеличением количества лучей. Кроме того, скорость изменения вероятности битовой ошибки больше для коррелированного канала.

5. Проведен анализ эффективности пространственно-временного кодирования. Как показал анализ, вероятность битовой ошибки снижается с увеличением ОСШ. Кроме того, вероятность битовой ошибки оказалась больше при коррелированном канале. Проведены исследования зависимости вероятности битовой ошибки от количества лучей в канале. Как показали данные исследования, вероятность битовой ошибки растет с увеличением количества лучей. Кроме того, скорость изменения вероятности битовой ошибки больше для коррелированного канала.

6. Разработанная модель матрицы канала позволит оптимизировать структуру многолучевости и конфигурацию приемной антенной решетки.

### Список литературы:

1. Telatar I. E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels // Eur. Trans. Tel. – 1999. – Vol. 10, N. 6. – P. 585–595.
2. Foschini G. J., Gans M. J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas // Wireless Personal Communications. – 1998. – Vol. 6, N. 3. – P. 311–335.
3. Standard IEEE P802.11n/D11.0. – IEEE, June 2009.
4. Коржик В.И., Финк Л.М., Щелкунов К.Н. Расчет помехоустойчивости систем передачи дискретных сообщений. Справочник. – М.: Радио и связь, 1981. – 232 с.
5. Флакман А.Г. Пространственное разделение пользователей в MIMO-системах, использующих параллельную передачу данных // Изв. вузов. Радиофизика. – 2002. – Т. 45, № 11. – С. 986–997.
6. Парнес М. Адаптивные антенны для системы связи WiMAX // Компоненты и технологии. – 2007. – №4. – С. 156–158.
7. Gesbert D., Shafi M., Shiu D., Smith P., Naguib A. From Theory to Practice: An Overview of MIMO Space – Time Coded Wireless Systems // IEEE Journal on selected areas in communications. – 2003. – Vol. SAC - 21, No.3. – P. 281–302.
8. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1004 с.