УДК 621.396

В. Н. МАНЖОС, д-р техн. наук, *В. Н. КОКИН*, канд. техн. наук,
А. А. АГАДЖАНОВ, *А. А. АДАМОВИЧ*

АСИМПТОТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ ПОЛЕЗНЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ НЕГАУССОВЫХ ПОМЕХ

С целью упрощения синтезируемых устройств обработки сигналов на фоне помех последние в большинстве случаев полагают гауссовыми. В то же время реальные помехи радиотехническим средствам обработки во многих случаях могут заметно отличаться от гауссовых, причем неизвестным образом. Для повышения эффективности обработки сигналов в этих условиях возникает задача непараметрического оценивания неизвестных законов распределения помех. В общем случае решение указанной задачи является чрезвычайно сложным. Поэтому в процессе такого решения используется ряд упрощающих условий, которые могут иметь место на практике. Главные из них: стационарность колебаний помехи на интервале оценивания закона ее распределения, а также независимость соседних дискрет помехи во времени. Перечисленные условия позволяют сравнительно просто находить необходимую при синтезе устройств оптимальной обработки многомерную плотность вероятности помехи на основе получения предварительной оценки только одномерного закона ее распределения:

$$p(y_1,\ y_2,\ \ldots, y_N) = \prod_{i=1}^{N} p(y_i). \qquad (1)$$

Известно [1—3], что конструктивным при обработке сигналов на фоне негауссовых помех является ассимптотически оптимальный обнаружитель (АОО). Достаточная статистика последнего, например, для частного случая обнаружения сигнала со всеми известными параметрами имеет вид

$$\ln l = \sum_{i=1}^{N} s_i \varphi(y_i), \qquad (2)$$

где характеристика нелинейного безынерционного элемента (НБЭ) $\varphi(y)$ определяется эквивалентными соотношениями

$$\varphi(y) = -d \ln p(y)/dy = -\frac{dp(y)/dy}{p(y)} = -\frac{d^2F(y)/dy^2}{dF(y)/dy}. \qquad (3)$$

Здесь l — отношение правдоподобия, s — ожидаемый (опорный) сигнал, $y=s+n$ — аддитивная смесь полезного сигнала и помехи, N — количество дискрет выборки полезного сигнала и помехи, $p(y)$, $F(y)$ — плотность и функция распределения помеховых колебаний. При синтезе АОО полагалось отношение сигнал-помеха $q \ll 1$, $N \to \infty$.

Согласно (2) при синтезе АОО необходимо найти оценку характеристики НБЭ $\hat{\varphi}(y)$ на основе ограниченной выборки из M дискрет колебания помехи. Такую оценку согласно (3) можно получить либо на основе однократного дифференцирования плотности вероятности $p(y)$, либо с помощью двухкратного дифференцирования функции распределения $F(y)$. С этой целью в устройстве обработки необходимо получить соответствующие оценки $\hat{p}(y)$ или $\hat{F}(y)$. На практике предпочтительно получение оценки $\hat{\varphi}(y)$ на основе однократного дифференцирования оценки $\hat{p}(y)$. Это объясняется тем, что оценки $\hat{p}(y)$, $\hat{F}(y)$, полученные на основе выборки конечного объема, являются «зашумленными». В этом случае получение качественной оценки $\hat{\varphi}(y)$ на основе двухкратного дифференцирования $\hat{F}(y)$ сопряжено с относительно большими вычислительными затратами.

В литературе известны методы получения оценок плотности вероятности $\hat{p}(y)$ случайных величин по выборкам конечного размера, например, методы получения ядерных оценок $\hat{p}(y)$ [4; 5]. В то же время вопросы непосредственного использования этих оценок для синтеза алгоритмов АОО и, в частности, для получения на их основе оценок характеристик НБЭ $\hat{\varphi}(y) = -\frac{d\hat{p}(y)/dy}{\hat{p}(y)}$ оказались малоисследованными.

Рассматривается возможность использования ядерных оценок $\hat{p}(y)$ для получения оценок характеристик НБЭ $\hat{\varphi}(y)$, а также определяется необходимый размер выборки, при котором энергетические потери полезного сигнала в АОО относительно небольшие.

В качестве исходной применяется ядерная оценка Розенблата — Парзена:

$$\hat{p}(y) = \frac{1}{Mh}\sum_{i=1}^{M} K\left(\frac{y-y_i}{h}\right), \tag{4}$$

где y_i — элементы входной выборки, $i = \overline{1, M}$; h — весовой коэффициент; $K(z)$ — ядро. Среди ряда известных в литературе видов ядер используем, так называемую, оптимальную форму ядра [6]

$$K(z) = \begin{cases} \frac{3}{4\sqrt{5}}\left(1 - \frac{z^2}{5}\right), & |z| < \sqrt{5}; \\ 0, & |z| > \sqrt{5}. \end{cases} \tag{5}$$

Особенность ядерной оценки $\hat{p}(y)$ на основе ядра (5) — практическая независимость точности от вида оцениваемой плотности вероятности. Весовой коэффициент h, определяющий ширину окна ядра $K(z_i) = k\left(\frac{y-y_i}{h}\right)$, в принципе зависит от априорно неизвестной функции плотности. Однако на практике величину h можно приближенно находить по соотношению $h(M) = \sqrt{\sigma^2}/M^{0,2}$, где σ^2 — дисперсия случайной величины.

Используя (4), (5), находим оценку $\hat{\varphi}(y)$ согласно (3). С учетом обозначения $z_i=(y-y_i)/h$ найдем предварительно производную $\frac{d\hat{p}(y)}{dy}=$ $=\frac{d}{dz_i}\frac{dz_i}{dy}\hat{p}(y)=\frac{1}{Mh^2}\sum_{i=1}^{M}\frac{d}{dz_i}K(z_i)$, или после подстановки $K(z_i)$ согласно (5)

$$\frac{d\hat{p}(y)}{dy}=-\frac{3}{Mh^2 10\sqrt{5}}\sum_{i=1}^{M}z_i. \tag{6}$$

Используя далее $\hat{p}(y)$ (4), получаем оценку

$$\hat{\varphi}(y)=\frac{2}{5h}\sum_{i=1}^{M}z_i\Big/\sum_{i=1}^{M}(1-z_i^2/5). \tag{7}$$

Оценку $\hat{\varphi}(y)$ сравниваем с соответствующей оценкой $\hat{\varphi}_0(y)$, которой отвечает выборка бесконечного размера ($M\to\infty$). В качестве исходного для расчета $\varphi_0(y)$ рассмотрим нормированный ($\sigma^2=1$) обобщенный гауссовый закон с плотностью

$$p(y)=\frac{b\sqrt{\mu}}{2\Gamma(1/b)}\exp\left[-|y|^b\mu^{b/2}\right], \tag{8}$$

где $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция, $\mu=\Gamma(3/b)/\Gamma(1/b)$, b — параметр распределения. При значении параметра $b=2$ (8) описывает гауссовское распределение помехи, при $b>2$ распределение (8) приближается к прямоугольному, соответствующему, например, внешней помехе типа ограниченного («подрезанного») шума и, наконец, при $b<2$ распределение (1) обостряется, а на его краях появляются «хвосты», что соответствует помехе импульсного типа.

В соответствии с (8) оценка $\hat{\varphi}_0(y)=-d\ln p(y)/dy$ имеет вид

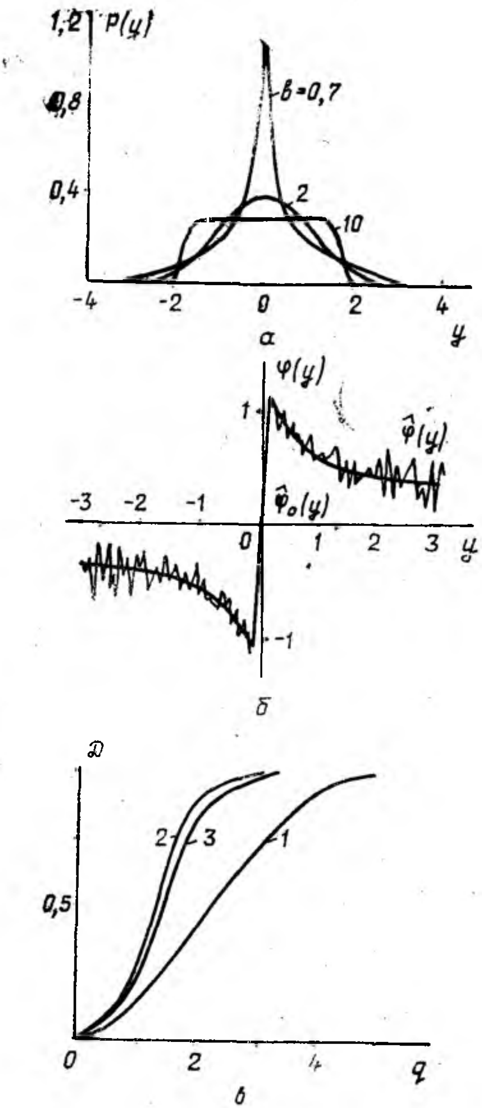
$$\hat{\varphi}_0(y)=b\mu^{b/2}y\,|y|^{b-2}. \tag{9}$$

На рисунке, поз. *а* показаны распределения (8) для значений параметра $b=0{,}7$, 2, 10; поз. *б* — оценки характеристик НБЭ $\hat{\varphi}_0(y)$ (9) и $\hat{\varphi}(y)$ (7) для параметра $b=0{,}7$. Оценка рассчитывалась по выборке размера $M=10^4$, сформированной в соответствии с плотностью вероятности (8).

Эффективность АОО применительно к двум оценкам $\hat{\varphi}_0(y)$ и $\hat{\varphi}(y)$ определялась на основе достаточной статистики (2) с помощью математического моделирования на ЭВМ соответствующих кривых обнаружения. Указанные кривые рассчитывались для трех характерных случаев.

1. Обнаружение полезного сигнала гауссовским обнаружителем (оптимальным для гауссовской помехи) на фоне негауссовых помех.

2. Обнаружение полезного сигнала АОО на фоне негауссовых помех с использованием оценки $\hat{\varphi}_0(y)$ согласно (9).



3. Обнаружение полезного сигнала АОО на фоне негауссовых помех с использованием оценки $\hat{\varphi}(y)$ согласно (7). При этом длина обучающей выборки для построения оценки $\hat{\varphi}(y)$ составляла $M = 10^4$ отсчетов.

Расчет кривых обнаружения для перечисленных случаев был проведен для выборки размера $N=500$ для одинаковой дисперсии помехи $\sigma^2 = 1$ и условной вероятности ложной тревоги $F_{лт} = 10^{-2}$. В качестве помехи использовались независимые отсчеты случайной величины, распределенной по закону (8) с параметром $b=0{,}7$. Результаты расчета кривых обнаружения представлены на рисунке, поз. *в* кривыми *1*, *2*, *3* соответственно.

На основе моделирования и кривых обнаружения (рисунок, поз. *в*) можно сделать выводы. Если число дискрет выборки $N > 200$, ход кривых обнаружения применительно к гауссовскому обнаружителю (кривая *1*) практически не зависит от закона распределения помехи при ее постоянной мощности.

При обработке сигналов с помощью АОО на фоне негауссовых помех кривые обнаружения (кривые *2*, *3*) заметно смещаются влево по отношению к гауссовскому обнаружителю (кривая *1*), что соответствует энергетическому выигрышу первого обнаружителя по отношению ко второму. Так, для случая выбранной помехи с параметром $b=0{,}7$ и вероятности правильного обнаружения $D=0{,}9$ выигрыш составляет примерно $\mu = 20 \lg\ (3{,}7/2{,}0) = 5{,}34$ дБ.

Использование экспериментальной характеристики НБЭ $\hat{\varphi}(y)$ вместо теоретической $\hat{\varphi}_0(y)$ с числом дискрет выборки $N>200$ приводит к незначительному энергетическому проигрышу в полезном сигнале. Так, для $D=0{,}9$ он составляет около 1,2 дБ, выигрыш

АОО при негауссовой помехе по отношению к гауссовому обнаружителю не менее 4 дБ.

Таким образом, при воздействии на АОО помехи с гауссовским распределением последний обеспечивает эффективность обнаружения не хуже, чем гауссовский обнаружитель. При негауссовской помехе АОО обеспечивает энергетический выигрыш по сравнению с гауссовским. Выигрыш увеличивается по мере расхождения закона распределения негауссовской помехи по сравнению с гауссовской.

Учитывая, таким образом, относительную простоту алгоритма вычисления характеристики НБЭ $\hat{\varphi}(y)$ (7), можно сделать вывод о целесообразности его практического использования в условиях воздействия помех с неизвестным законом распределения.

Список литературы: 1. *Ширман Я. Д., Манжос В. Н.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М., 1981. С. 416. 2. *Теория обнаружения сигналов* / Под ред. П. А. Бакута. М., 1984. С. 440. 3. *Левин Б. Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. 3-е изд. М., 1989. 656 с. 4. *Дуда Р., Харт П.* Распознавание образов и анализ сцен: Пер. с англ. М., 1976. 511 с. 5. *Шалыгин А. С., Палагин Ю. И.* Прикладные методы статистического моделирования. Л., 1986. С. 320. 6. *Епачечников В. А.* Непараметрическая оценка многомерной плотности вероятностей // Теория вероятностей и ее применения. 1969. Т. 14, вып. 1. С. 156—160.

Поступила в редколлегию 20.07.90

УДК 621.396.662

П. С. СМОРОДОВ, канд. техн. наук

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ РЕКУРРЕНТНЫЙ ПОИСК СЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ

Известен ряд задач, например, задача измерения больших расстояний, когда требуемая база используемых сложных сигналов должна быть очень большой (порядка 10 000 и более) при сравнительно малой полосе частот, занимаемой сигналом и при больших отношениях сигнал-шум в полосе сигнала [1]. В таких задачах устройства циклического и параллельно-последовательного поиска сложных сигналов оказываются уже малоэффективными. Лучшие результаты могут быть получены при использовании методов поиска, предполагающих посимвольный прием сложного сигнала.

Использование схем посимвольного приема в устройствах поиска отрицательно влияет на помехоустойчивость и положительно — на быстроту получения оценок. Поэтому основной задачей оптимизации структуры и параметров устройств, использующих методы посимвольного приема, является обеспечение минимального времени поиска при заданной вероятности успеха и определение границ, в которых еще возможно уменьшать время поиска за счет учета структурных особенностей сложных сигналов по