УДК 621.396

А. А. ЗАМУЛА, канд. техн. наук

АНСАМБЛЕВЫЕ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИГНАЛОВ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО ТИПА

Один из путей повышения эффективности радиоканалов является создание частотной избыточности с применением фазоманипулированных широкополосных сигналов (ФМШПС). При этом к манипулирующим (расширяющим спектр) сигналам предъявляется ряд требований. Они должны обладать хорошими автокорреляционными свойствами, иметь относительно равномерный спектр, допустимый уровень максимальных пиков взаимокорреляционных функций, иметь большой объем, существовать для большого числа значений длительностей. Подходя с этих позиций к различным системам сигналов, можно выделить, как наиболее отвечающие перечисленным требованиям, M-последовательности, последовательности с трехуровневой функцией взаимной корреляции. Вместе с тем M-последовательности обладают малым объемом, определяемым из соотношения $M=\varphi(L)/m$ (1), где $\varphi(\cdot)$ — функция Эйлера; L — число элементов последовательности; m — степень примитивного полинома, в соответствии с которым построен линейный рекуррентный регистр сдвига — формирователь M-последовательности.

Кроме того, M — последовательности существуют лишь для значений L, определяемых из условия $L=2^m-1$. (2).

В настоящее время возрастает интерес к нелинейным сигналам характеристического типа (НСХТ). Теоретические основы построения таких сигналов изложены в [1].

В статье приводятся исследования ансамблевых, статистических и спектральных свойств НСХТ. Анализ ансамблевых свойств НСХТ может быть проведен на основе использования разностных множеств. Множество коэффициентов разностного множества $T_k=\{t\}$ (наибольший общий делитель t и L равен 1) разбивается на $\varphi(L)/n$ не пересекающихся классов, каждый из которых содержит n коэффициентов (n — степень расширения поля $GF(p^n)$). При этом для каждого коэффициента $t_{k,i}$ ($k=2, 3, \ldots \varphi(L)/n$, $i=0, 1, 2, \ldots n-1$) может быть найден такой коэффициент $t_l \in T_l$, что $t_{k,i}+t,l,u \equiv 0 \pmod L$. Классы T_k, T_l являются инверсно-изоморфными. Взяв по одному коэффициенту из каждого неинверсно-изоморфного класса, получим множество T неинверсно-изоморфных коэффициентов, производящим к $\varphi(L)/2n$ неинверсно-изоморфным разностным множествам сбалансированным на два уровня. Таким образом, объем системы, составленной из НСХТ, составляет $M=\varphi(L)/n$. (3). Природа изоморфизмов связана с использованием для построения разностных множеств различных первообразных элементов поля $GF(P)$ или различных первообразных непри водимых над полем $GF(P)$ полиномов степени n, которые существуют для чисел вида [2, 4] P; $P^n (n>1)$ [2]; НСХТ могут быть построены для значений L, определяемых из условий $L=Lx=P_n-1$, $L=Lx+2=P^n-1$ **(4)**, где $x=1, 2, \ldots, P$ — характеристика поля $GF(P)$ (простое число), n — степень расширения поля $GF(P)$.

Таблица 1

ΔL	Число значений L		Объем системы	
	НСХТ	M-последовательностей	НСХТ	M-последовательностей
$0-10^2$	30	6	456	8
$0-10^3$	186	9	29291	54
$0-10^4$	1269	13	2152943	602

В табл. 1 (в соответствии с (1)—(4)) приведены значения L, для которых могут быть построены НСХТ в простых $(n=1)$ и расширенных $(n>1)$ полях Галуа, значения объема системы для случаев простого и расширенного поля Галуа и соответствующие характеристики для M-последовательностей.

Анализ данных табл. 1 показывает, что объем системы, составленной из НСХТ в интервале длительностей $\Delta L=8-10^5$, более, чем на три порядка превышает объем системы, составленной из M-последовательностей. Согласно таблице, НСХТ могут быть построены для более, чем на два порядка большего числа значений L, по сравнению с M-последовательностями.

При выборе систем сигналов существенное значение имеет выбор сигналов со статистическими свойствами, близкими к свойствам чисто случайных последовательностей (ЧСП). Такие последовательности содержат оптимальное число блоков [3]: $K_0=L/2$ или $K_0=L/2\pm 1$ **(5)**, причем половина всех блоков имеет длительность один элемент (δ_1), одна четвертая всех блоков — два элемента (δ_2) и т. д. Число символов «0» примерно равно числу символов «1». Если обозначить число блоков одинаковой длины ν через δ_ν, то для последовательности длины L, состоящей из ν блоков, имеют место два равенства

$$L=\sum_{\nu=1}^{\nu_{max}} \nu\delta_\nu \quad (6); \qquad K=\sum_{\nu=1}^{\nu_{max}} \delta_\nu, \qquad (7)$$

где ν_{max} — длина максимального блока. Считая ν_{max} постоянной величиной, усредняя обе части равенства (7), обозначая среднее значение δ_ν через $\bar{\delta}_\nu$, получаем

$$K_0=\sum_{\nu=1}^{\nu_{max}} \bar{\delta}_\nu.$$

Если положительные и отрицательные символы последовательности равновероятны, вероятность появления блока, состоящего из ν

символов равна $P_\nu = 1/2^\nu$ (9). Если последовательность имеет K_0 блоков, то среднее число блоков длиной ν будет

$$\delta_\nu = K_0 \cdot P_\nu = K_0 \cdot 2^{-\nu}. \qquad (10)$$

В табл. 2 приведены значения вероятностей появления блоков различной длины в случайных двоичных последовательностях (взяты выборки из 1000 символов) и НСХТ.

Таблица 2

Длина блока ν	P_ν для случайных последовательностей	P_ν для НСХТ	P_ν, рассчитанные по (9)	Длина блока ν	P_ν для случайных последовательностей	P_ν для НСХТ	P_ν, рассчитанные по (9)
1	0,485	0,490	0,5	7	0,010	0,0135	0,0078
2	0,268	0,269	0,25	8	0,000	0,0039	0,0039
3	0,133	0,130	0,125	9	0,0005	0,000	0,002
4	0,052	0,062	0,0625	10	0,000	00,019	0,001
5	0,027	0,028	0,0312	11	0,0025	0,000	0,0005
6	0,015	0,0147	0,0156				

Из табл. 2 следует, что вероятности появления блоков длины ν близки к вероятностям появления блоков длины ν ЧСП и близки к теоретическим значениям, полученным по (9). НСХТ содержит одинаковое число символов «0» и «1». Это утверждение вытекает из теоретических основ построения НСХТ. Правило построения НСХТ основывается на вычислении двухзначного характера мультипликативной группы поля $GF(P^n)$ [1]:

$$W_i = \psi(\Theta^i + 1), \text{ если } \Theta^i + 1 \equiv 0 \pmod P;$$

$$W_i = 0, \text{ если } \Theta^i + 1 \equiv 0 \pmod P. \qquad (11)$$

где W_i — символы НСХТ, Θ — первообразный элемент поля $GF(P^n)$.

Поскольку Θ — первообразный элемент, степени Θ^i, $i=\overline{0, P^n-2}$ пробегают все P^n-1 ненулевые элементы поля $GF(P^n)$, а элементы Θ^i+1, $i=\overline{0, P^n-2}$ — нулевой и все ненулевые элементы поля $GF(P^n)$, кроме 1, потому что для некоторого i $\Theta^i+1 \equiv 0 \pmod P$ и ни для какого i $\Theta^i+1 \not\equiv \pmod P$, так как $\Theta^i \not\equiv 0 \pmod P$. Учитывается также, что $\psi(1)=1$, легко заключить, что среди P^n-2 ненулевых элементов Θ^i+1 поля $GF(P^n)$ имеется $[1/2(P^n-1)-1]$ элементов, для которых $\psi=1$ и $1/2(P^n-1)$ элементов, для которых $\psi=-1$. Поэтому для правила кодирования (11) число символов последовательности, принимающих значение $+1$, равно

$$\mu^+ = 1/2(P^n-1) - 1 + 1 = 1/2(P^n-1) = 1/2L.$$

Таким образом, на полном периоде НСХТ содержится одинаковое число символов, принимающих значения 1 и 0 ($+1$ и -1).

Многочисленные расчеты, проведенные с использованием ЭВМ, показали, что НСХТ содержат оптимальное число блоков, отвечающее условию (6), а это означает, что такие сигналы обладают малыми боковыми пиками автокорреляционной функции (ФАК). Кроме того, расчеты показали, что НСХТ удовлетворяют условиям (6)—(10). Тогда можно постулировать следующее утверждение: статистические характеристики их авто- и взаимокорреляционных функций будут лучше, чем статистические характеристики полного кода [3], поскольку такие последовательности являются наиболее вероятным представителем случайной последовательности. Подтверждением этому может служить результаты исследований корреляционных спектральных свойств НСХТ.

Значение максимальных боковых пиков ФАК НСХТ в периодическом режиме для $L=4x+2$ не превышает значения $R_б \leqslant 2$ и, таким образом, отвечают одной из границ плотной упаковки [1]:

$$R_{\max} \geqslant \begin{cases} 0, \text{ если } L \equiv 0 \pmod 4; \\ 1, \text{ если } L \equiv 1 \pmod 4; \\ 2, \text{ если } L \equiv 2 \pmod 4; \\ -1, \text{ если } L \equiv 3 \pmod 4, \end{cases}$$

т. е. НСХТ являются, по минимаксному критерию, оптимальными. Результаты исследований ВКФ НСХТ приведены в [4]. Показано, в частности, что статистические характеристики, значения максимальных боковых пиков ВКФ близки по значениям к соответствующим характеристикам случайных последовательностей, M-последовательностей. Кроме того, найдены пары НСХТ, значения максимальных боковых пиков ВКФ которых меньше, чем у последовательностей с трехуровневыми ВКФ. Известно, чем меньше уровень боковых пиков ФАК, тем более равномерный спектр имеют сигналы [3].

Таблица 3

Характеристики спектра	Длительность НСХТ L				M-последовательности
	16	30	108	256	31
Математическ. ожидание	0,753	0,88	0,94	0,94	0,94
Дисперсия	0,09	0,04	0,01	0,0007	0,0017
Пик-фактор	1,32	1,13	1,06	1,06	1,06

В таблице 3 приведены статистические характеристики амплитудночастотного спектра НСХТ. Анализ данных табл. 3 показывает, что с увеличением числа элементов L, спектр НСХТ становится более равномерным и приближается к характеристикам M-последовательностей.

Таким образом, результаты исследований свойств НСХТ показывают, что последние могут быть использованы в качестве расширяющих спектр в широкополосных системах связи. При этом могут быть улучшены отдельные качественные показатели функционирования радиоканалов.

Список литературы: 1. *Свердлик М. Б.* Оптимальные дискретные сигналы. М., 1975. 200 с. 2 *Абстрактные* алгебраические системы и цифровая обработка сигналов/Л. В. Вариченко, Л. В. Лабунец, М. А. Раков. 1986. 248 с. 3. *Варакин Л. Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. 1985. 384 с. 4. *Горбенко И. Д., Замула А. А., Кулешов В. Л.* Корреляционные свойства систем характеристических дискретных сигналов//Радиотехника. Вып. 85. С. 96—100.

Поступила в редколлегию 27.12.88

УДК 621.372.72

А. М. ТИТАРЕНКО

АНАЛИЗ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Изучение колебательных процессов при параметрическом возбуждении представляет большой интерес для современной электротехники, радиотехники и радиофизики в связи с широким применением нелинейных параметрических систем в устройствах усиления, генерирования, преобразования сигналов, в контрольно-измерительных комплексах.

В работе [1] рассмотрена колебательная система, описываемая уравнением Матье с нелинейной правой частью. При исследовании нелинейных параметрических систем с большой глубиной модуляции энергоемного параметра (индуктивности или емкости) необходимо учитывать большое число гармоник при модуляции параметра, т. е. рассматривать уравнение Хилла с нелинейной правой частью

$$\frac{d^2y}{d\tau^2} + \left[p^2 + \sum_{m=1}^{N}(-1)^m k_m \varepsilon^m \cos(m\tau)\right] y = k\varepsilon y^3. \qquad (1)$$

В уравнении (1) $\tau=\omega_н t$, $\omega_н$ — частота накачки, ε — малый параметр, k — коэффициент, характеризующий степень нелинейности и тип системы, $p=\omega/2\omega_н$ — регулируемая величина, пропорциональная собственной частоте ω, k_m — коэффициенты при гармонических составляющих, N — число (конечное или бесконечное) осциллирующих членов. Частота изменения параметра (например, нелинейной индуктивности или емкости) предполагается постоянной. Переменная y может обозначать, в частности, напряжение на обмотках резонансного контура нелинейной системы.

Будем искать решение уравнения (1) в виде [2]

$$y = a\cos(p\tau - \varphi) + \varepsilon U_1 + \varepsilon^2 U_2 + \varepsilon^3 U_3 + \ldots + \varepsilon^n U_n. \qquad (2)$$