

ОЦІНКА РИЗИКУ ЗАБРУДНЕННЯ ВОДНИХ ОБ'ЄКТІВ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Лучанінов К.Ю.

E-mail: olha.kuryzheva@nure.ua

Науковий керівник – к.ф.-м.н., Жила О.В.

Харківський національний університет радіоелектроніки
м. Харків, Україна

The paper considers the topical problem of monitoring the environmental surface waters safety in conditions of uncertainty regarding the emission source power. The model is based on the fundamental solution of the advection-diffusion equation, where the source power is represented as a random variable with a normal distribution. The computational algorithm implemented in the Maple package allows not only to predict the average concentration of a substance, but also to calculate the probability of exceeding the maximum permissible limits.

Екологічна безпека в Україні є вкрай важливою та актуальною темою у сучасному суспільстві, де екологічні виклики погіршуються загальною антропогенною діяльністю людей, промисловістю та наслідками воєнних дій [1]. Екологічна безпека означає, насамперед, захист навколишнього середовища від шкідливих дій, забезпечуючи стійкий розвиток та здоров'я населення. Математичне та імітаційне моделювання допомагає аналізувати ці проблеми аналітично та візуально, прогнозуючи можливі ризики та пропонуючи рішення. До основних проблем можна віднести наступні: забруднення атмосферного повітря, поверхневих та підземних вод, деградація ґрунтів та утилізація відходів, наслідки воєнних дій, різноманітні регіональні проблеми тощо.

Розглянемо класичну задачу математичного моделювання рівняння адвекції-дифузії у поєднанні з методом Монте-Карло для моніторингу та оцінки ризику забруднення водоєм. Об'єктом дослідження є процес поширення забруднюючої речовини в одновимірному водному потоці. Проблематика поставленої задачі полягає у тому, що у реальних умовах потужність джерела викиду S не є сталою величиною через технічні або природні фактори. Мета дослідження полягає у розрахунку ймовірності того, що в заданій точці спостереження x у певний момент часу t концентрація забруднення перевищить гранично допустиму норму th , враховуючи випадковий характер джерела.

Для опису процесу використовується фундаментальне рішення рівняння адвекції-дифузії. Концентрація C у точці x у момент часу t визначається як

$$C(x,t) = \frac{S}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{(x-vt)^2}{4Dt}\right), \quad (1)$$

де S – потужність джерела (випадкова величина); D – коефіцієнт дифузії; v – швидкість течії; x – відстань від джерела до датчика; t – час спостереження.

Оскільки потужність джерела S є невизначеною, то моделювання відбувається через випадкову величину з нормальним розподілом

$$S \sim N(\mu_s, \sigma_s), \quad (2)$$

де $\mu_s = 0.5$, $\sigma_s = 1.0$.

Алгоритм дослідження полягає у генерації $N = 5000$ випадкових значень потужності джерела S . Для кожного значення обчислюється концентрація C_i за фізичною моделлю. Формується статистичний аналіз масиву результатів $[C_1, C_2, \dots, C_n]$ та визначається ймовірність перевищення за формулою

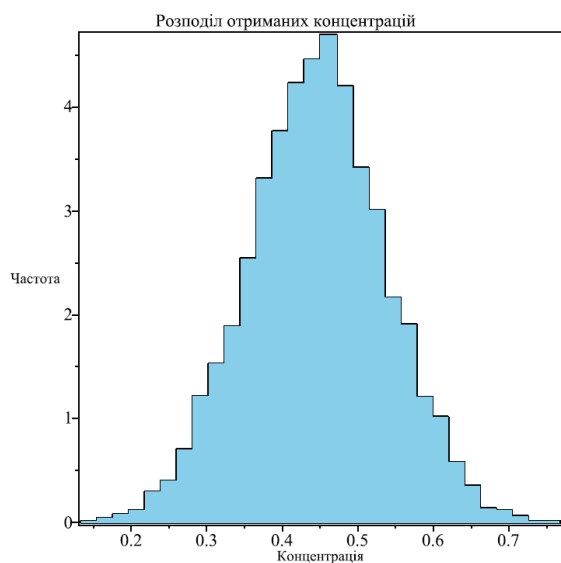
$$P(C > th) = \frac{N_{ex}}{N}. \quad (3)$$

Обчислювальний алгоритм реалізовано у програмному пакеті символьних обчислень Maple і в ході обчислень отримано важливі результати. Графіки, показані на рис.1 дають змогу зробити прогноз ризику.

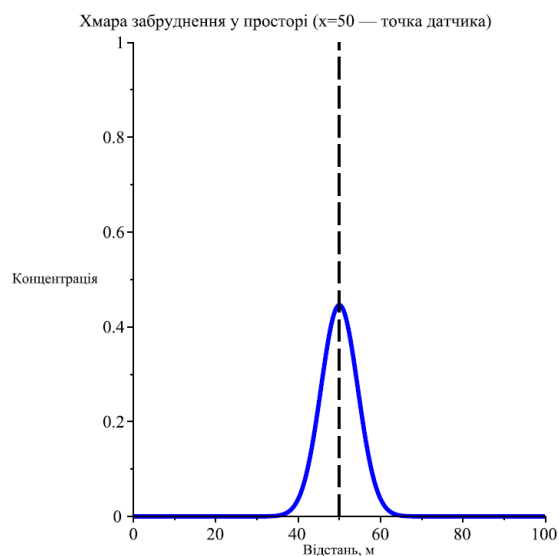
Графік профілю концентрації (а) підтверджує, що через 100 секунд центр плями забруднення досягає точки $x = 50$ м. Це критичний момент замірів, оскільки саме зараз ризик перевищення норми є максимальним. Гістограма розподілу концентрацій показує розкид значень навколо середнього. При встановленому порозі 0.3 одиниць, значна частина випробувань потрапляє у зону ризику. Це є важливим моментом дослідження, оскільки якщо просто порахувати середнє значення, то загалом це є «нормою». Але гістограма показує, що у 20% випадків через випадковість джерела концентрація може стрибнути до 0.6 мг/л. Це дозволяє проєктувати системи очищення із «запасом міцності», а не просто на середній показник.

Графік (б) демонструє фізику процесу адвекції-дифузії у конкретний момент часу $t = 100$ і показує форму «хмари» забруднення вздовж річки. Пік графіка знаходиться на відмітці 50 м, тобто, у місці, де за розрахунками має бути центр плями.

Тобто, графік наочно демонструє одночасно два процеси: течія водного об'єкту змістила пляму на відстань у 50 м і пляма не залишається вузькою лінією, змінюючи свою форму. Чим більше коефіцієнт D , тим нижчою і ширшою буде ширина плями. Дослідження цього процесу дає змогу визначити зону ураження водного об'єкту. Це критично для евакуації або перекриття водозаборів.



а)



б)

Рис.1. Гістограма розподілу концентрацій за результатами методу Монте-Карло (а) та просторовий профіль забруднення (б)

За результатами дослідження доведено ефективність використання методу Монте-Карло [2] для аналізу класичних моделей переносу мас. Встановлено, що максимальний ризик екологічного ураження спостерігається у момент проходження центру плями забруднення через точку моніторингу. Вперше запропоновано алгоритм оцінки екологічної безпеки водних об'єктів, який базується на розрахунку функції ймовірності в умовах нормального розподілу потужності джерела. Дістало подальший розвиток застосування програми Maple для вирішення прикладних задач екологічного моніторингу.

Список використаних джерел:

1. Ляшенко І.М., Коробова М.В., Горіцина І.А. Моделювання економічних, екологічних і соціальних процесів: навчальний посібник.// ВПЦ "Київський університет", 2010, 320 с.
2. Петрович А.О., Жила О.В. Застосування методу Монте-Карло для оцінювання запасів води у водоймах із нерівним дном під час посухи. // Матеріали 29-го Міжнародного молодіжного форуму "Радіоелектроніка та молодь у ХХІ столітті", Харків, 2025, с. 135-137.