УДК 537.874.4

В.А. ПЕТРОВ, канд. физ.-мат. наук, В.М. КАРТАШОВ, канд. техн. наук

АНАЛИЗ СТРУКТУРНО-ФИЗИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАССЕЯНИЯ ВОЛН В ТУРБУЛЕНТНОЙ АТМОСФЕРЕ

В системах дистанционного зондирования атмосферы (звуковыми или радиоволнами) рассеяние волн в турбулентной среде происходит за короткое время, в течение которого неоднородность среды можно считать стационарной. Усредненные по множеству реализаций характеристики рассеивающего объема среды и рассеянного сигнала достаточно подробно изучены [1,2]. Анализ эквивалентной структуры одной реализации случайной неоднородности позволяет получить дополнительные сведения о структуре среды и динамике процесов в рассеивающем объеме.

Пусть стационарная неоднородная среда характеризуется параметром $\varepsilon_1(\vec{r})=\varepsilon_0+\varepsilon_2(\vec{r})$, где $\vec{r}$ - радиус-вектор точки с координатами x, y, z, $|\vec{r}|=\left(x^2+y^2+z^2\right)^{\frac{1}{2}}$. Область среды, в которой происходит рассеяние, ограничена объемом $V(\vec{r})$, причем $V(\vec{r})=1$ внутри объема и $V(\vec{r})=0$ за его пределами. Обозначим $V(\vec{r})\cdot\varepsilon_2(\vec{r})=\varepsilon(\vec{r})$ и будем считать, что рассеяние обусловлено флуктуациями $\varepsilon(\vec{r})$, причем $|\varepsilon(\vec{r})| << \varepsilon_0$, где ε_0 - среднее по ансамблю реализаций. Полагаем, что для любой реализации справедливо соотношение

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\iint|\varepsilon(x,y,z)|^2\, dxdydz=E<\infty. \tag{1}$$

При условии (1) существует трехмерное преобразование Фурье $G(\vec{k})=G(k_x,k_y,k_z)$ функции $\varepsilon(x,y,z)$. Здесь $\vec{k}$ - волновой вектор, $|k|=(k_x^2+k_y^2+k_z^2)^{\frac{1}{2}}$.

Как показано в работе [3], учитывая селективность взаимодействия монохроматической волны со средой, можно условно выделить в спектре $G(\vec{k})$ область W составляющих, участвующих в рассеянии. Если вектор рассеяния $\vec{B}$ направлен вдоль оси k_x, то область W ограничена значениями пространственных частот в интервале $(-\infty<k_y<\infty,\ -\infty<k_z<\infty,\ b-\beta\le k_x\le b+\beta)$, где $b=|\vec{B}|$, $\beta=\Delta k_x/2$, $\vec{B}=\vec{a}_s-\vec{a}_0$, $\vec{a}_s$ и $\vec{a}_0$ - волновые векторы рассеянной и основной (падающей) волны, Δk_x- полоса селектируемых частот и $\Delta k_x << b$. Полагая равными нулю все составляющие $G(\vec{k})$, не участвующие в рассеянии, обратным преобразованием Фурье получим эквивалентную структуру рассеивающего объема среды:

$$\varepsilon_s(\vec{r})=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int G(b,k_y,k_z)e^{2\pi j(k_y y+k_z z)}dk_y dk_z\left[\int\limits_{b-\beta}^{b+\beta}e^{2\pi jk_x x}dk_x+\int\limits_{-b-\beta}^{-b+\beta}e^{2\pi jk_x x}dk_x\right]. \tag{2}$$

Интегрирование в (2) выполняется по двум областям, содержащим комплексно-сопряженные значения $G(\vec{k})$ и $G^*(\vec{k})$ в предположении, что в пределах полосы Δk_x значения $G(\vec{k})$ не зависят от k_x.

Из выражения (2) следует $\varepsilon_s(\vec{r})=f(x)\cdot f(y,z)$, где

$$f(x)=\frac{2}{\pi x}\sin(\pi\Delta k_x x)\cos(2\pi bx)=F(x)\cos(2\pi bx),\qquad f(y,z)=\varepsilon_g(b,y,z)=|\varepsilon_g(b,y,z)|\exp\{j\psi_g(y,z)\}.$$

Функция $f(x)$ описывает линейную решетку, т.е. квазипериодическую структуру с периодом $1/b$ и огибающей $F(x)$, скорость изменения которой связана с Δk_x. В свою очередь, Δk_x по порядку величины соизмерима с $1/L$, где L - размер области $V(\vec{r})$ в направлении вектора $\vec{B}$.

Комплексная функция $f(y,z)$ определяет амплитуду $|\varepsilon_g|$ и начальную фазу ψ_g колебаний в каждой элементарной решетке, имеющей координаты y и z при заданном $b=|\vec{B}|$.

Таким образом, эквивалентная структура рассеивающего объема турбулентной среды представляет собой совокупность линейных решеток со случайными амплитудами и начальными фазами, зависящими только от структуры реальной среды. Поскольку $\Delta k_x << b$, каждую из линейных решеток можно рассматривать как выборку узкополосного случайного процесса $\varepsilon_{si}(x)$.

Радиус поперечной корреляции решеток ρ_k в плоскости y,z можно найти по эффективной ширине спектра в плоскости k_y, k_z, причем порядок ρ_k можно оценить исходя из общих свойств трехмерной спектральной плотности.

Обозначим $\Phi(\vec{k}) = <G(\vec{k})\cdot G^*(\vec{k})>$, где знак $<\cdot>$ означает статистическое усреднение. По теореме Парсеваля

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\iint \Phi(\vec{k})dk_x dk_y dk_z = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\iint <\varepsilon^2(x,y,z)> dxdydz = E < \infty. \tag{3}$$

Будем считать, что поле $\varepsilon(x,y,z)$ статистически изотропно. Тогда совокупность значений $\Phi(\vec{k})$ образует в пространстве волновых векторов $\vec{k}$ сферическое поле, т.е. $\Phi(\vec{k})$ остается постоянной на сфере радиуса $|\vec{k}|$.

В сферических координатах

$$2\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta \int\limits_0^{\infty} \Phi(k,\theta,\varphi)k^2 dk = E. \tag{4}$$

Для сходимости несобственного интеграла в (4) необходимо, чтобы спектральная плотность $\Phi(k,\theta,\varphi)$ при $k\to\infty$ убывала быстрее, чем k^{-3}.

Применительно к турбулентной атмосфере $\Phi(k)$ при $k>0$ аппроксимируют функцией $\Phi(k)=Ak^{-n}$, где A – постоянная, $n=11/3\approx 3{,}66$.

Эффективную ширину спектра Δ в сечении (b,k_y,k_z) найдем из уравнения

$$\pi\Delta^2\cdot\Phi(b,0) = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\infty} \Phi(b,\chi,\varphi)\chi d\chi, \tag{5}$$

где $\pi\Delta^2$ - площадь основания цилиндра высотой $\Phi(b,0)$; χ,φ - полярные координаты в плоскости сечения; $\chi=(k_y^2+k_z^2)^{\frac{1}{2}}$, $\Phi(b,0)$ - спектральная плотность на оси k_x при $k_x=b$.

Используя аппроксимацию $\Phi(k)=Ak^{-n}, (n>3)$ запишем уравнение (5):

$$\pi\Delta^2\cdot Ab^{-n} = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\infty} A(b^2+\chi^2)^{-\frac{n}{2}}\chi d\chi, \tag{6}$$

откуда

$$\Delta = b\left(\frac{2}{n-2}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{7}$$

Интервал поперечной корреляции линейных решеток

$$/0\,2\rho_k \approx \frac{1}{\Delta} = \left(\frac{n-2}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{b} = \left(\frac{n-2}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\lambda_0}{2}, \tag{8}$$

где λ_0 - длина акустической или электромагнитной волны.

Таким образом, ρ_k зависит от скорости убывания спектральной плотности и при $n \approx 4$ радиус корреляции $\rho_k \approx \lambda_0/4$.

Если характерный размер области $V(\vec{r})$ в плоскости (y,z) равен L_1, то можно оценить максимальное число N некоррелированных решеток в объеме $V(\vec{r})$: $N \approx (L_1/2\rho_k)^2$.

Очевидно, в конкретной реализации турбулентной среды линейные решетки могут образовывать упорядоченные структуры большего поперечного размера, чем $2\rho_k$, но вероятность таких образований быстро падает с ростом поперечного размера.

Таким образом, при обратном рассеянии $(\varphi \approx \pi)$ рассеивающий объем можно рассматривать как совокупность «блестящих точек» со случайными параметрами. Модель радиолокационной цели в виде конечного числа блестящих точек подробно изучена [4]. Некоторые результаты исследования этой модели можно, таким образом, распространить и на "гладкие" неоднородные среды, если известны статистические характеристики линейных решеток. Нужно, однако, иметь в виду и существенные различия моделей. Во-первых, линейные решетки нельзя считать изотропными излучателями. Во-вторых, при углах рассеяния $\varphi < \pi$ линейные решетки "видны" под углами $(\pi-\varphi)/2$, и "блестящие точки" становятся "блестящими линиями", параллельными вектору рассеяния. Наконец, величину парциального (рассеянного одной решеткой) сигнала, как показано ниже, нельзя однозначно связать со структурными параметрами линейной решетки.

Введем эффективную длину l решетки

$$l = \frac{1}{F_m(x)} \int_{x_1}^{x_2} F(x)dx = \frac{1}{F_m(x)} \int_{x_1}^{x_2} \frac{2}{\pi x} \sin(\pi x \Delta k_x)dx, \tag{9}$$

где $F(x)$- огибающая решетки, $F_m(x)$ значение $F(x)$ в максимуме; x_1 и x_2- координаты ближайших минимумов $F(x)$.

Из (9) следует,

$$l = \frac{2Si(\pi)}{\pi \Delta k_x} \approx 1{,}178 \frac{1}{\Delta k_x}, \tag{10}$$

где $Si(\cdot)$- интегральный синус.

Если амплитуда U_i парциального рассеянного сигнала пропорциональна величине колебаний параметра среды ε_{gi}, то можно записать

$$U_i = \mu U_0 \varepsilon_{gi} l_i = \mu U_0 \varepsilon_g (y_i, z_i) l_i, \tag{11}$$

где $\mu \ll 1$, $\mu\varepsilon_{gi}$ - коэффициент отражения единицы эффективной длины i-той решетки; U_0- амплитуда падающей волны; ε_{gi}- случайная величина, средний квадрат которой пропорционален Δk_x. Действительно,

$$< \varepsilon_g^2 > = \int\int_{-\infty}^{\infty} \int_{b-\beta}^{b+\beta} \Phi(k_x, k_y, k_z) dk_x dk_y dk_z. \tag{12}$$

Поскольку $\beta = \Delta k_x / 2 \ll b$, можно в первом приближении считать, что в пределах полосы частот Δk_x спектральная плотность не зависит от k_x.

Тогда из (12) получается

$$< \varepsilon_g^2 > = \int\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(b, k_y, k_z) dk_y dk_z \int_{b-\beta}^{b+\beta} dk_x = E_b \Delta k_x, \tag{13}$$

где E_b - суммарная «энергия» пространственных гармоник в сечении $k_x = b$ при $\Delta k_x = 1$.

Выражение (11) можно записать с учетом (10) и (13):

$$U_i = C_i U_0 (\Delta k_x)^{-\frac{1}{2}}, \quad C_i << 1, \tag{14}$$

где C_i - коэффициент пропорциональности. Из (14) видим, что в среднем амплитуда парциального сигнала U_i тем больше, чем уже полоса Δk_x. В этом проявляется селективность взаимодействия падающей волны с турбулентной средой. Основной вклад в величину рассеянного сигнала вносят решетки с максимальной эффективной длиной l.

Однако, для любого фиксированного значения U_i, как видно из (11), имеет место неопределенность, которую можно выразить соотношением

$$\varepsilon_{gi} l_i = const, \tag{15}$$

причем ε_{gi} - случайная величина, распределение вероятностей которой, с учетом (9), соответствует распределению максимумов огибающей узкополосного случайного процесса [5]. Поэтому всегда существует конечная вероятность присутствия в рассеивающем объеме среды эквивалентных структур в виде относительно коротких решеток с большими значениями $|\varepsilon_{gi}|$, а границы области селектируемых пространственных гармоник Δk_x оказываются нечеткими. Последнее существенно при моделировании рассеивающей среды и анализе динамики неоднородности.

Таким образом, анализ рассеяния монохроматических волн одной реализацией неоднородной среды в ограниченном объеме $V(x, y, z)$ естественным образом приводит к эквивалентной структуре среды в виде совокупности линейных решеток. Структура эквивалентных пространственных образований в плоскости перпендикулярной вектору рассеяния при $\varphi \approx \pi$ определяется только характеристиками среды. При углах рассеяния $\varphi \approx \pi$ совокупность линейных решеток проявляет себя аналогично набору “блестящих точек” с соответствующими параметрами.

Соотношение неопределенности (15) дает основание считать, что в эквивалентной структуре реальной неоднородности присутствуют линейные решетки с разной эффективной длиной.

Возможность раздельного наблюдения локальных областей интенсивного рассеяния определяется только угловой разрешающей способностью приемного устройства.

Список литературы: **1.** *Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.* Введение в статистическую радиофизику. Ч.2. М.: Наука, 1978. 436 с. **2.** *Татарский В.И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с. **3.** *Петров В.А., Цветкова В.С.* Физические модели обратного рассеяния волн в турбулентной атмосфере // Радиотехника. 1991. Вып.97. С. 37-44. **4.** *Островитянов Р.В., Басалов Ф.А.* Статистическая теория радиолокации протяженных цепей. М.: Радио и связь, 1982. 232 с. **5.** *Тихонов В.И.* Выбросы случайных процессов. М.: Наука, 1970. 392 с.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 15.03.2000