

**ЭВ
&
ЭС**

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ И ЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ

2 - 3'2008

www.radiotec.ru/

т. 13

В НОМЕРЕ :

***Методы краевых волн в задачах рассеяния
на телах с импедансной поверхностью***

***Нелинейные макромасштабные неоднородности
в области F2 ионосферы Земли***

и др.



Тел./факс: (495) 625-9241
E-mail: info@radiotec.ru
[Http://www.radiotec.ru/](http://www.radiotec.ru/)

ПОДПИСНОЙ ИНДЕКС 71961 В КАТАЛОГЕ АГЕНТСТВА "РОСПЕЧАТЬ": ГАЗЕТЫ И ЖУРНАЛЫ

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

НОВЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

Моделирование возбуждения гармоническими источниками незамкнутых конических поверхностей.

Дорошенко В. А., Кравченко В. Ф. 4 (47)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Полное решение задачи синтеза дискретных фазокодированных сигналов с одноуровневой циклической автокорреляционной функцией.

Леухин А. Н. 48 (55)

Метод краевых волн в задачах рассеяния на телах с импедансной поверхностью.

Олюнин Н. Н. 56 (61)

Нелинейные макромасштабные неоднородности в области F2 ионосферы Земли.

Дзвонковская А. Л., Калинин Ю. К., Кузнецов В. А., Сергеев Н. П., Васькин А. А. 62 (68)

Численное исследование характеристик коррелятора с временным интегрированием в реальном времени на базе волноводного акустооптического чипа.

Масальский Н. В. 69 (73)

Моделирование электромагнитного рассеяния на трехмерном магнитодиэлектрическом теле при наличии вблизи него тонких проводников

Дмитренко А. Г., Келлер Ю. А. 74 (81)

ПРОБЛЕМЫ КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Возможности регионального мониторинга ионосферы на базе радиозатменного зондирования с использованием высокоорбитальных навигационных спутниковых систем.

Захаров В. И., Кунитсын В. Е. 82 (89)

ВОПРОСЫ МЕТРОЛОГИИ

Исследование диэлектрических свойств жидких кристаллов в миллиметровом диапазоне волн.

Мериакри В. В., Никитин И. П., Си-Линг Пан, Ру-Пин Пан, Пархоменко М. П., Чиграй Е. Е. 90 (93)

NEW MATHEMATICAL METHODS

Modelling of Harmonic Source Excitation of Unclosed Conical Surfaces.

V.A. Doroshenko, V.F. Kravchenko

MATHEMATICAL MODELING OF PHYSICAL PROCESSES

Full Decision of Discrete Phase Coded Signals Syntheses Problem with Single-Level Cyclic Autocorrelation Function

A.N. Leukhin

Method of Edge Waves in Problems of Scattering by Impedance Bodies.

N. N. Olyunin

Nonlinear Macroscale Irregularities in the F2-Layer of the Earth Ionosphere.

A.L. Dzvонkovskaya, Yu. K. Kalinin, V. A. Kuznetsov, N. P. Sergeenkov, A. A. Vas'kin

Numerical Analysis of a Real Time Time-Integrated Correlator Performances on the Based of the Waveguide Acoustooptical Chip.

N.V. Masalsky

Simulation of Electromagnetic Scattering by a Three-dimensional Magnetodielectric Body in the Presence of Near Placed Thin Wires.

A. G. Dmitrenko, Yu. A. Keller

PROBLEMS OF SPACE RESEARCHES

The Possibilities of Ionosphere Regional Monitoring Based on Radio Occultation Sounding with the use of High Orbits Navigation Satellite Systems.

V. I Zakharov, V.E. Kunitsyn

PROBLEMS OF METROLOGY

The Investigation of Dielectric Properties of Liquid Crystals in Millimeter Waveband.

V. V. Meriakri, I. P. Nikitin, Si-Ling Pan, Ru-Pin Pan, M. P. Parkhomenko, Ye. Ye. Chigrai

Новые математические методы

УДК 621.396.963

Моделирование возбуждения гармоническими источниками незамкнутых конических поверхностей

В. А. Дорошенко, В. Ф. Кравченко

Предложено математическое моделирование задачи возбуждения гармоническими сосредоточенными источниками сложной открытой биконической поверхности с прорезанными вдоль образующих периодическими щелями и внутренним сплошным экраном; решена соответствующая модельная задача методом, основанным на применении интегральных преобразований Конторовича – Лебедева, и методом полуобращения; показано, что исходная электродинамическая задача эквивалентна системе сумматорных уравнений относительно независимых от волнового параметра коэффициентов Фурье составляющих электромагнитного поля; получены аналитические и численные решения задачи и изучено влияние продольных щелей на основные электродинамические характеристики незамкнутой конической структуры.

Введение. Задачи дифракции электромагнитных волн на идеально проводящих изотропных цилиндрах, сферах, клиньях, конусах относятся к классическим задачам теории дифракции [1,2]. На базе таких структур создаются конфигурации, используемые в современных радиофизических и радиотехнических системах [3,4], электронных приборах, а также при разрешении проблем электромагнитной совместимости [5]. Наличие на поверхности экранов неоднородностей в виде щелей, отверстий существенно влияют на их электродинамические характеристики и значительно расширяют рамки применимости таких структур [6,7].

Конические и биконические структуры с продольными щелями, важными частными случаями которых являются плоский угловой сектор [8-12], незамкнутый конус, расположенный на плоскости, конические и биконические решетки [13] представляют собой модели широкополосных и сверхширокополосных антенн и отражателей [4,7,14,15], сеточных и защитных экранов [5,16], биконических линий [6,13,17]. Сложность решения краевых электродинамических для таких структур обусловлена тем, что они являются трехмерными с поверхностными сингулярностями в виде вершин и ребер. Предельным случаем конуса с периодическими продольными щелями является полупрозрачный конус, способный пропускать и отражать падающее на него поле, а также конус из узких проводников, который может служить моделью проволочной конической антенны. В [6] рассмотрена задача возбуждения радиально проводящего конуса (модели проволочной антенны) и на базе полученного решения изучены его возможности формирования поля в пространстве. Однако эта модель не позволяет учесть ни число проводников, ни их размеры. Аналитическое решение задачи возбуждения конической поверхности, состоящей из большого числа периодических узких (по сравнению с периодом) проводников и на которой выполнены заданные усредненные граничные условия, найдено в [18]. Предположение о большом числе проводников и их узости значительно ограничивает физический анализ и рамки использования полученных результатов.

Ц е л ь р а б о т ы – исследование задачи возбуждения конических структур, имеющих неоднородности в виде периодических продольных щелей, а также изучение влияния их размеров на электродинамические характеристики незамкнутых конусов и биконусов. Анализ аналитического решения этой краевой задачи позволит качественно изучить, в частности, модовую структуру рассеянного конусом поля, а численное решение дает возможность проанализировать количественно пространственное распределение электромагнитного поля.

1. Постановка задачи. Сведение электродинамической задачи к системе линейных алгебраических уравнений 2-го рода (СЛАУ-2).

1.1. Интегральные представления для потенциалов Дебая. Рассмотрим задачу рассеяния поля точечного источника (диполя) на неограниченной тонкой идеально проводящей круговой конической структуре Σ (зависимость поля от времени взята в виде $e^{i\zeta\omega t}$, $\zeta = \pm 1$). Коническая поверхность, помещенная в однородную и изотропную среду с проницаемостями ϵ , μ , состоит из круговых конусов с общей осью и вершиной (центр поверхности Σ) в точке O , один из которых является сплошным, а два других Σ_1 , Σ_2 с периодически прорезанными вдоль образующих N_2 и

N_3 щелями соответственно ($\Sigma = \bigcup_{j=1}^3 \Sigma_j$) (рис.1.1).

Обозначим через $2\gamma_j$ угол раствора конуса Σ_j ($j=1,2,3$), d_2 и d_3 – ширину щелей соответственно конусов Σ_2 и Σ_3 , $l_2 = 2\pi/N_2$ и $l_3 = 2\pi/N_3$ – их периоды. Ширина щелей и период – величины двугранных углов, которые образованы плоскостями, проведенными через ось структуры и ребра конических лент (секторов). Поскольку круговой конус является координатной поверхностью сферической системы координат, для удобства введем сферическую систему координат r, θ, φ с началом в центре структуры. В сферической системе координат каждый из конусов Σ_j определяется уравнением $\theta = \gamma_j$. В общей постановке считаем, что оси щелей конусов Σ_2 и Σ_3 не совпадают, а плоскость $\varphi = 0$ проходит через ось одной из щелей конуса Σ_2 .

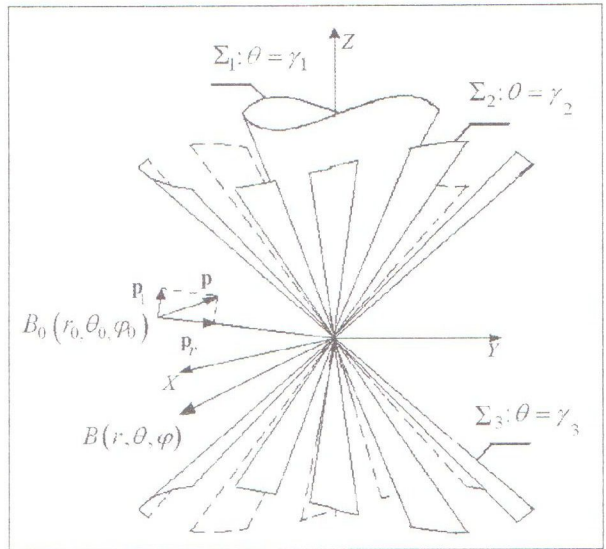


Рис.1. Геометрия задачи

Базовой для задачи возбуждения конической структуры помещенным в точке $B(\mathbf{r}_0)$ диполем с моментом \mathbf{P} произвольной ориентации является задача о возбуждении этой структуры радиальным диполем с моментом $\mathbf{P}_r^{(\chi)}(\mathbf{r}) = M_r^{(\chi)} \mathbf{e}_r \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$, где $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ – дельта-функция. Электромагнитное поле $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ в присутствии конической поверхности и источника представим в таком виде:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_1(\mathbf{r}), \tag{1.1}$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) + \mathbf{H}_1(\mathbf{r}). \tag{1.2}$$

Здесь $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}_0(\mathbf{r})$ – поле источника; $\mathbf{E}_1(\mathbf{r})$, $\mathbf{H}_1(\mathbf{r})$ – поле, обусловленное присутствием конической структуры (рассеянное поле).

Искомое поле \mathbf{E} , \mathbf{H} удовлетворяет вне конической структуры и источника уравнениям Максвелла, краевому условию на поверхности конической поверхности

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E}|_{\Sigma} = 0, \tag{1.3}$$

условию на бесконечности и условию конечности энергии. Электродинамическая задача в такой постановке имеет единственное решение [1,2]. Для удобства решения краевой задачи в сферической системе координат введем электрический $v^{(1)}(\mathbf{r})$ и магнитный $v^{(2)}(\mathbf{r})$ потенциалы Дебая, через которые составляющие электромагнитного поля выражаются по следующим формулам:

поле E – типа ($\chi=1$)

$$E_r = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) (rv^{(1)}), H_r = 0, E_{\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (rv^{(1)}), H_{\theta} = \frac{q}{w \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} v^{(1)},$$

$$E_{\varphi} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} (rv^{(1)}), H_{\varphi} = -\frac{q}{w} \frac{\partial}{\partial \theta} v^{(1)};$$

$$\tag{1.4}$$

поле H – типа ($\chi = 2$)

$$E_r = 0, H_r = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) (r v^{(2)}), E_\theta = -\frac{q w}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} v^{(2)}, H_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r v^{(2)}),$$

$$E_\varphi = q w \frac{\partial}{\partial \theta} v^{(2)}, H_\varphi = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} (r v^{(2)}). \quad (1.5)$$

Здесь $q = i \zeta k$, $k = \omega \sqrt{\varepsilon \mu}$ – волновое число; $w = \sqrt{\mu / \varepsilon}$ – волновое сопротивление среды.

В соответствии с (1.1), (1.2) запишем потенциал $v^{(\chi)}(\mathbf{r})$ для полного поля в виде

$$v^{(\chi)}(\mathbf{r}) = v_0^{(\chi)}(\mathbf{r}) + v_1^{(\chi)}(\mathbf{r}),$$

где $v_0^{(\chi)}(\mathbf{r}) = \frac{\hat{p}_\chi}{r_0} \frac{e^{-qR}}{4\pi R}$ – потенциал поля источника, $\hat{p}_\chi = \frac{M_r^{(\chi)}}{\varepsilon^{2-\chi} \mu^{\chi-1}}$; $v_1^{(\chi)}(\mathbf{r})$ – потенциал, соответствующий рассеянному полю.

Для упрощения решения рассматриваемой краевой задачи считаем, что $N_2 = N_3 = N$, и тогда $l_2 = l_3 = l$, $l = 2\pi / N$. Неизвестный потенциал $v_1^{(\chi)}(\mathbf{r})$ ищем с помощью интегрального преобразования Контрорвича – Лебедева [19]:

$$v_1^{(\chi)} = \frac{\hat{p}_\chi}{2\pi^2 r_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m e^{-im\varphi_0} \times \int_0^{\pi} \tau \theta \pi \tau \frac{\Gamma(1/2 - m + i\tau)}{\Gamma(1/2 + m + i\tau)} \hat{h}_{m,\tau}^{(\chi),p} \frac{K_{i\tau}(qr_0)}{\sqrt{r_0}} \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} \hat{U}_{m,i\tau}^{(\chi)}(\theta, \varphi) d\tau, \quad (1.6)$$

$$\hat{h}_{m,\tau}^{(\chi),p}(\gamma_p, \theta_0) = \eta(2, 5 - p) \eta[(-1)^p (\theta_0 - \gamma_2)] \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} U_{m,\tau}^{(0)}(\theta, \theta_0) + \eta(p - 2, 5) \eta(\theta_0 - \gamma_p) \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_p^{\chi-1}} U_{m,\tau}^{(0)}(\theta, \theta_0),$$

$$\gamma_p < \theta_0 < \gamma_{p-1} \eta(2, 5 - p) + \pi \eta(p - 2, 5), \quad p = 1, 2, 3,$$

$$U_{m,i\tau}^{(0)}(\theta, \theta_0) = \begin{cases} P_{-1/2-i\tau}^m(\cos \theta) P_{-1/2-i\tau}^m(-\cos \theta_0), & \theta < \theta_0, \\ P_{-1/2-i\tau}^m(-\cos \theta) P_{-1/2-i\tau}^m(\cos \theta_0), & \theta_0 < \theta, \end{cases}$$

$$\hat{U}_{m,i\tau}^{(\chi)} = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\hat{\alpha}_{m,n}^{(\chi)} P_{-1/2-i\tau}^{m-nN}(\cos \theta) + \hat{\zeta}_{m,n}^{(\chi)} P_{-1/2-i\tau}^{m-nN}(-\cos \theta)] e^{i(m+nN)\varphi}, & \gamma_1 < \theta < \gamma_2, \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [\hat{\beta}_{m,n}^{(\chi)} P_{-1/2-i\tau}^{m-nN}(\cos \theta) + \hat{\xi}_{m,n}^{(\chi)} P_{-1/2-i\tau}^{m-nN}(-\cos \theta)] e^{i(m-nN)\varphi}, & \gamma_2 < \theta < \gamma_3 \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{\eta}_{m,n}^{(\chi)} P_{-1/2-i\tau}^{m-nN}(-\cos \theta) e^{i(m+nN)\varphi}, & \gamma_3 < \theta < \pi, \end{cases}$$

где $K_{i\tau}(z)$ – функция Макдональда; $P_{-1/2+i\tau}^m(\cos \theta)$ – присоединенная функция Лежандра 1-го рода; $\eta(y)$ – функция Хевисайда; $\hat{\alpha}_{m,n}^{(\chi)}$, $\hat{\zeta}_{m,n}^{(\chi)}$, $\hat{\beta}_{m,n}^{(\chi)}$, $\hat{\xi}_{m,n}^{(\chi)}$, $\hat{\eta}_{m,n}^{(\chi)}$ – неизвестные коэффициенты.

В результате использования краевого условия на поверхности сложной конической поверхности (1.3), а также непрерывности поля в щелях конусов Σ_2 и Σ_3 , получаем выражения коэффициентов $\hat{\zeta}_{m,n}^{(\chi)}$, $\hat{\beta}_{m,n}^{(\chi)}$, $\hat{\xi}_{m,n}^{(\chi)}$ через коэффициенты $\hat{\alpha}_{m,n}^{(\chi)}$, $\hat{\eta}_{m,n}^{(\chi)}$:

$$\hat{\zeta}_{m,n}^{(\chi)} = \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_1^{\chi-1}} \frac{P_{-1/2-i\tau}^{m-nN}(\cos \gamma_1)}{d\gamma_1^{\chi-1}} \left\{ \frac{\delta_n^0}{\frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_1^{\chi-1}} P_{-1/2-i\tau}^{m-nN}(-\cos \gamma_2)} - \hat{\alpha}_{m,n}^{(\chi)} \right\}, \quad \delta_n^m = \begin{cases} 1, & n = m, \\ 0, & n \neq m, \end{cases} \quad (1.7)$$

$$\hat{\beta}_{m,n}^{(\lambda)} = - \frac{\hat{C}_{it}^{(\lambda),m+nN}(\gamma_2, \gamma_3)}{\left[1 - \hat{C}_{it}^{(\lambda),m+nN}(\gamma_2, \gamma_3)\right] \frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_1^{\lambda-1}} P_{-1/2+it}^{m+nN}(\cos \gamma_2)} \times \left\{ \hat{\alpha}_{m,n}^{(\lambda)} \left[1 - \hat{C}_{it}^{(\lambda),m+nN}(\gamma_1, \gamma_2)\right] \frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_2^{\lambda-1}} P_{1/2+it}^{m-nN}(\cos \gamma_2) - \right. \\ \left. - \hat{\eta}_{m,n}^{(\lambda)} \frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_1^{\lambda-1}} P_{-1/2-it}^{m+nN}(-\cos \gamma_2) + \hat{C}_{it}^{(\lambda),m-nN}(\gamma_1, \gamma_2) \delta_n^0 \right\}, \quad (1.8)$$

$$\hat{z}_{m,n}^{(\lambda)} = - \frac{\hat{C}_{it}^{(\lambda),m+nN}(\gamma_2, \gamma_3)}{\left[1 - \hat{C}_{it}^{(\lambda),m+nN}(\gamma_2, \gamma_3)\right] \frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_1^{\lambda-1}} P_{-1/2+it}^{m-nN}(-\cos \gamma_3)} \times \left\{ \hat{\alpha}_{m,n}^{(\lambda)} \left[1 - \hat{C}_{it}^{(\lambda),m+nN}(\gamma_1, \gamma_2)\right] \frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_2^{\lambda-1}} P_{-1/2+it}^{m-nN}(\cos \gamma_3) - \right. \\ \left. - \hat{\eta}_{m,n}^{(\lambda)} \frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_1^{\lambda-1}} P_{-1/2-it}^{m+nN}(-\cos \gamma_3) + \hat{C}_{it}^{(\lambda),m-nN}(\gamma_1, \gamma_2) \frac{\frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_1^{\lambda-1}} P_{1/2+it}^{m-nN}(\cos \gamma_3)}{\frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_1^{\lambda-1}} P_{1/2+it}^{m+nN}(\cos \gamma_2)} \delta_n^0 \right\}, \quad (1.9)$$

$$C_{it}^{(\lambda),m+nN}(\gamma_k, \gamma_j) = \frac{\frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_k^{\lambda-1}} P_{-1/2-it}^{m-nN}(\cos \gamma_k)}{\frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_k^{\lambda-1}} P_{1/2+it}^{m-nN}(-\cos \gamma_k)} \frac{\frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_j^{\lambda-1}} P_{-1/2+it}^{m-nN}(-\cos \gamma_j)}{\frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_j^{\lambda-1}} P_{-1/2+it}^{m-nN}(\cos \gamma_j)}, \quad (1.10)$$

а для $\hat{\alpha}_{m,n}^{(\lambda)}$ и $\hat{\eta}_{m,n}^{(\lambda)}$ две связанные системы функциональных уравнений следующего вида:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \hat{z}_{m,n}^{(\lambda),j} e^{inN\varphi} = \hat{f}_{p,it}^{(\lambda),m}(j) e^{im_0N\varphi}, \text{ ленты } \Sigma_j, j=2,3, \quad (1.11)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} [N(n+\nu)]^{\tilde{\rho}(\lambda)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{n,j}^{(\lambda)}) \left\{ \tilde{f}_{it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(j) \hat{z}_{m,n}^{(\lambda),2} - \tilde{T}_{it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(j) \hat{z}_{m,n}^{(\lambda),3} \right\} e^{inN\varphi} = \\ = - [N(m_0 + \nu)]^{\tilde{\rho}(\lambda)} \frac{|m_0|}{m_0} (1 - \varepsilon_{m_0,j}^{(\lambda)}) \tilde{M}_{p,it}^{(\lambda),m}(j) e^{im_0N\varphi}, \text{ щели } \Sigma_j, \quad (1.12)$$

$$\hat{z}_{m,n}^{(\lambda),j} = \delta_j^2 \hat{\alpha}_{m,n}^{(\lambda)} \left[1 - \hat{C}_{it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(\gamma_1, \gamma_2)\right] \frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_2^{\lambda-1}} P_{1/2+it}^{(n+\nu)N}(\cos \gamma_2) + \delta_j^3 \hat{\eta}_{m,n}^{(\lambda)} \frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_3^{\lambda-1}} P_{-1/2+it}^{(n+\nu)N}(-\cos \gamma_3),$$

$$\hat{f}_{p,it}^{(\lambda),m}(j) = \hat{g}_{p,it}^{(\lambda),m}(\gamma_j) - \delta_j^2 \hat{h}_{it}^{(\lambda),m}(\pi - \gamma_2, \pi - \gamma_1) \hat{g}_{p,it}^{(\lambda),m}(\gamma_1),$$

$$\tilde{T}_{it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(j) = \left[1 - \hat{C}_{it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(\gamma_1, \gamma_2)\right] \left[\hat{h}_{it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(\gamma_2, \gamma_3)\right]^{3-j},$$

$$\tilde{f}_{it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(j) = \left[1 - \hat{C}_{it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(\gamma_1, \gamma_3)\right]^{3-j} \left[\hat{h}_{it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(\pi - \gamma_3, \pi - \gamma_2)\right]^{j-2},$$

$$[N(n+\nu)]^{\tilde{\rho}(\lambda)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{n,j}^{(\lambda)}) = \frac{(-1)^{(n+\nu)N} \chi^{-1} ch\pi\tau \Gamma(1/2 + i\tau + (n+\nu)N)}{\pi (\sin \gamma_j)^{1-\tilde{\rho}(\lambda)} \Gamma(1/2 + i\tau - (n+\nu)N)} \times$$

$$\times \frac{1}{\frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_j^{\lambda-1}} P_{-1/2-it}^{(n+\nu)N}(\cos \gamma_j)} \frac{1}{\frac{d^{\lambda-1}}{d\gamma_j^{\lambda-1}} P_{1/2+it}^{(n+\nu)N}(-\cos \gamma_j)} \frac{1}{1 - \hat{C}_{it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(\gamma_1, \gamma_2) 1 - \hat{C}_{it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(\gamma_2, \gamma_3)},$$

$$\tilde{M}_{p,it}^{(\lambda),m}(j) = \hat{g}_{p,it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(\gamma_1) \hat{h}_{it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(\pi - \gamma_j, \pi - \gamma_1) \times \left[\hat{C}_{it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(\gamma_2, \gamma_3)\right]^{3-j} \left[1 - \hat{C}_{it}^{(\lambda),(n+\nu)N}(\gamma_1, \gamma_2)\right],$$

$$\tilde{\rho}(\lambda) = (-1)^{\lambda-1},$$

(1.7)

$$\hat{h}_{it}^{(\chi),m}(x,y) = \frac{d^{\chi-1}}{dx^{\chi-1}} P_{-1/2+it}^m(\cos x) \frac{d^{\chi-1}}{dy^{\chi-1}} P_{-1/2+it}^m(\cos y), \quad \hat{g}_{p,it}^{(\chi),m}(\theta) = \frac{1}{\hat{b}_{m\tau}^{(\chi),p}(\gamma_p, \theta_0)} \frac{d^{\chi-1}}{d\theta^{\chi-1}} U_{m\tau}^{(0)}(\theta, \theta_0).$$

Здесь $\frac{m}{N} = m_0 + \nu$, m_0 – ближайшее целое число к $\frac{m}{N}$, $-1/2 \leq \nu < 1/2$.

Таким образом, исходная электродинамическая задача сведена к решению систем функциональных (парных сумматорных) уравнений (1.11), (1.12) для коэффициентов $\hat{\alpha}_{m,n}^{(\chi)}$ и $\hat{\eta}_{m,n}^{(\chi)}$, через которые выражается (в силу соотношений (1.7)-(1.10)) искомая функция $\hat{U}_{m,it}^{(\chi)}$ (1.9), вид которой в области $\gamma_2 < \theta < \gamma_3$ приведен ниже:

$$\begin{aligned} \hat{U}_{m,it}^{(\chi)} = & - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\hat{C}_{it}^{(\chi),m+nN}(\gamma_2, \gamma_3)}{1 - \hat{C}_{it}^{(\chi),m+nN}(\gamma_2, \gamma_3)} \times \\ & \times \left\{ \left[1 - \hat{C}_{it}^{(\chi),m+nN}(\gamma_1, \gamma_2) \right] \frac{\hat{B}_{it}^{(\chi),m-nN}(\theta, \gamma_3)}{\frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_3^{\chi-1}} P_{-1/2+it}^{m-nN}(-\cos \gamma_3)} \hat{\alpha}_{m,n}^{(\chi)} - \frac{\hat{B}_{it}^{(\chi),m+nN}(\theta, \gamma_2)}{\frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} P_{-1/2+it}^{m+nN}(\cos \gamma_2)} \hat{\eta}_{m,n}^{(\chi)} \right\} e^{i(m+nN)\varphi} - \\ & \frac{\hat{g}_{p,it}^{(\chi),m}(\gamma_1)}{1 - \hat{C}_{it}^{(\chi),m}(\gamma_2, \gamma_3)} \frac{\hat{B}_{it}^{(\chi),m}(\theta, \gamma_3)}{\frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_1^{\chi-1}} P_{-1/2+it}^{m-nN}(-\cos \gamma_1) \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_3^{\chi-1}} P_{-1/2-it}^{m+nN}(\cos \gamma_3)} e^{im\varphi}, \\ \hat{B}_{it}^{(\chi),M}(x,y) = & P_{-1/2+it}^M(\cos x) \frac{d^{\chi-1}}{dy^{\chi-1}} P_{-1/2-it}^M(-\cos y) - P_{-1/2+it}^M(-\cos x) \frac{d^{\chi-1}}{dy^{\chi-1}} P_{-1/2+it}^M(\cos y). \end{aligned}$$

Требование выполнимости условия конечности энергии накладывает ограничение на принадлежность неизвестных коэффициентов $\hat{z}_{m,n}^{(\chi),j}$ гильбертову пространству ℓ^2 бесконечных последовательностей со скалярным произведением $X \cdot Y = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (1+|n|)^{\beta(\chi)} X_n \bar{Y}_n$, где черта над символом означает сопряжение,

причем $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (1+|n|)^{\beta(\chi)} |\hat{z}_{m,n}^{(\chi),j}|^2 < +\infty$.

1.2. Регуляризация парных сумматорных уравнений в случае возбуждения магнитным радиальным диполем незамкнутого конуса с вставкой в виде сплошного экрана. Приведем алгоритм сведения парных сумматорных уравнений (1.11), (1.12) к виду, удобному для применения процедуры регуляризации, при возбуждении магнитным радиальным диполем ($\chi = 2$) незамкнутого конуса с вставкой. В этом случае (1.11), (1.12) записываются в виде

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \hat{y}_{m,n}^{(2)} e^{inN\varphi} = e^{im_0N\varphi}, \quad \frac{\pi d_2}{l} < |N\varphi| \leq \pi, \quad (1.13)$$

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{n,2}^{(2)}) \hat{y}_{m,n}^{(2)} e^{inN\varphi} = \frac{1}{N(m_0+\nu)} \frac{|m_0|}{m_0} (1 - \varepsilon_{m_0,2}^{(2)}) \hat{C}_{it}^{(2),m}(\gamma_1, \gamma_2) e^{im_0N\varphi}, \quad |N\varphi| < \frac{\pi d_2}{l}. \quad (1.14)$$

Введем коэффициенты

$$y_{m,n}^{(2)} = \hat{y}_{m,n}^{(2)} - \delta_n^{m_0}, \quad (1.15)$$

через которые коэффициенты $\hat{\beta}_{m,n}^{(2)}$, $\hat{\xi}_{m,n}^{(2)}$, $\hat{\eta}_{m,n}^{(2)}$ в представлении для функции $\hat{U}_{m\tau}^{(\chi)}(\theta, \varphi)$ (1.6) определяются по формулам

$$A_{n,n}^{(2)} = \frac{y_n^{(2)}}{[1 - \hat{C}_{ir}^{(2),(n+v)N}(\gamma_1, \gamma_2)]} + \frac{\delta_n^{m_0}}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+ir}^{(n+v)N}(\cos \gamma_2)},$$

$$A_{n,n}^{(2)} = \frac{y_n^{(2)} \hat{C}_{ir}^{(2),(n-v)N}(\gamma_1, \gamma_2)}{[1 - \hat{C}_{ir}^{(2),(n-v)N}(\gamma_1, \gamma_2)] \frac{d}{d\gamma_2} P_{1/2,ir}^{(n-v)N}(-\cos \gamma_2)},$$

$$\eta_{n,n}^{(2)} = \frac{y_n^{(2)} + \delta_n^{m_0}}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+ir}^{(n+v)N}(-\cos \gamma_2)}.$$

Продифференцируем уравнение (1.14) по φ и добавим дополнительное условие при $N\varphi = 0$. В результате преобразования (1.13), (1.14) получаем парные сумматорные уравнения для коэффициентов $y_{m,n}^{(2)}$ (1.15) вида ($\psi = N\varphi$)

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} y_{m,n}^{(2)} e^{in\psi} = 0, \quad \frac{\pi d_2}{l} < |\psi| \leq \pi, \quad (1.16)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{n,2}^{(2)}) y_{m,n}^{(2)} e^{in\psi} = -\frac{|m_0|}{m_0} (1 - \varepsilon_{m_0,2}^{(2)}) [1 - \hat{C}_{ir}^{(2),(m_0+v)N}(\gamma_1, \gamma_2)] e^{im_0\psi}, \quad |\psi| < \frac{\pi d_2}{l} \quad (1.17)$$

с дополнительным условием

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{N(n+v)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{n,2}^{(2)}) y_{m,n}^{(2)} = -\frac{1}{N(m_0+v)} \frac{|m_0|}{m_0} (1 - \varepsilon_{m_0,2}^{(2)}) [1 - \hat{C}_{ir}^{(2),(m_0+v)N}(\gamma_1, \gamma_2)], (\psi = 0). \quad (1.18)$$

Вид уравнений (1.16), (1.17) сходен с видом функциональных уравнений задач дифракции волн на различных идеально проводящих ленточных решетках, цилиндрических незамкнутых экранах [20-21], сферических сегментах [23]. Особенность перечисленных задач заключается в том, что они являются координатными, а соответствующие им парные сумматорные уравнения определены, в основном, на дугах единичной окружности.

Рассматриваемая коническая структура совпадает с координатной поверхностью сферической системы координат r, θ, φ , а парные сумматорные уравнения (1.16), (1.17) с тригонометрическими функциями также записаны для дуги единичной окружности.

Таким образом, для решения парных сумматорных уравнений (1.16), (1.17) с дополнительным условием (1.18) может быть использована процедура регуляризации матричного уравнения 1-го рода

$$AY = B, \quad (1.19)$$

приведенная, например, в [24]. Суть этой процедуры заключается в представлении матричного оператора A (1.19) в виде суммы оператора A_0 , имеющего ограниченный оператор A_0^{-1} , и вполне непрерывного оператора A_1 в гильбертовом пространстве решений ℓ^2 :

$$A = A_0 + A_1, \quad (1.20)$$

где A_0 – главная часть; A_1 – регулярная часть.

Вид каждого из операторов A, A_0, A_1 определяется парными сумматорными уравнениями в каждом конкретном случае. В задачах дифракции волн на ленточных решетках, незамкнутых цилиндрических и сферических экранах спектральным параметром является частотный параметр (частота) и оператор A зависит от волнового числа k , но при $k = 0$ $A = A_0$, и A_0 отвечает электростатической части оператора A [24]. Этот факт явился одним из основных при построении спектральной теории для открытых структур вышеперечисленных типов [24,25].

Под спектром (пространственным спектром) краевой задачи в конической области будем понимать множество простых полюсов (кратных нет) подынтегральной функции в интегральном представлении (1.6) для потенциала Дебая или составляющих электромагнитного поля после перехода в этом представ-

лении к интегрированию по мнимой оси. Спектр в таких задачах является дискретным, а в случае идеально проводящей поверхности – также и действительным. Множество спектральных значений определяют множество мод рассеянного конической поверхностью поля. Характерной особенностью задач рассеяния волн на неограниченных сплошных идеально проводящих конических поверхностях является независимость собственных значений (спектра) краевой (граничной) задачи от частотного параметра [26-29]. Спектр краевой электродинамической задачи, в частности, определяется типом источника падающего (первичного) поля) и может зависеть от геометрических размеров рассеивающего тела и других параметров задачи (поверхностный импеданс, частотный параметр и др.) [30,31]. Спектр граничной задачи для одиночного неограниченного идеально проводящего бесконечно тонкого сплошного конуса $\Sigma: \theta = \gamma$ представляет собой множество корней уравнения [26,27,29,33] $\frac{d^{\chi-1}}{d\gamma^{\chi-1}} P_{\xi}^m(\pm \cos \gamma) = 0, \chi = 1, 2;$

$\xi = \xi(m, \gamma), m \in \mathbb{Z}$. Отсюда следует, что спектральным параметром такой граничной задачи является угол полуоткрыва сплошного конуса γ . Спектр краевой электродинамической задачи для неограниченного идеально проводящего бесконечно тонкого сплошного кругового биконуса, состоящего из конусов $\hat{\Sigma}_1: \theta = \hat{\gamma}_1$ и $\hat{\Sigma}_2: \theta = \hat{\gamma}_2$, определяется множеством корней уравнения [28,34]

$$\frac{d^{\chi-1}}{d\hat{\gamma}_1^{\chi-1}} P_{\varpi}^m(\cos \hat{\gamma}_1) P_{\varpi}^m(-\cos \hat{\gamma}_2) - \frac{d^{\chi-1}}{d\hat{\gamma}_2^{\chi-1}} P_{\varpi}^m(-\cos \hat{\gamma}_1) P_{\varpi}^m(\cos \hat{\gamma}_2) = 0, \varpi = \varpi(\hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2).$$

В этом случае спектральными параметрами являются углы полуоткрыва $\hat{\gamma}_1, \hat{\gamma}_2$ конусов $\hat{\Sigma}_1$ и $\hat{\Sigma}_2$. Анализ сумматорных уравнений (1.16), (1.17) показал, что матричный оператор A зависит от углов полуоткрыва сплошного конуса γ_1 и конуса с продольными щелями γ_2 . Представляя матричный оператор A в виде (1.20) и преобразовывая при этом уравнения (1.16) и (1.17), записываем их в виде, удобном для применения процедуры регуляризации:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} y_{m,n}^{(2)} e^{in\psi} = 0, \frac{\pi d_2}{l} < |\psi| \leq \pi, \quad (1.21)$$

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{|n|}{n} y_{m,n}^{(2)} e^{im\psi} = f_{it}^{*(2)}(\psi), |\psi| < \frac{\pi d_2}{l}, \quad (1.22)$$

где $f_{it}^{*(2)}(\psi) = -\frac{|m_0|}{m_0} (1 - \varepsilon_{m_0,2}^{(2)}) \left[1 - \hat{C}_{it}^{(2), (m_0-\nu)N}(\gamma_1, \gamma_2) \right] e^{im_0\psi} + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{|n|}{n} \varepsilon_{n,2}^{(2)} y_{m,n}^{(2)} e^{im\psi}.$

Система (1.21), (1.22) соответствует результату разбисния матричного оператора A , где A_0 не зависит от угловых параметров γ_1 и γ_2 . Парные сумматорные уравнения (1.21), (1.22) с дополнительным условием (1.18) имеют вид для формального применения метода задачи Римана – Гильберта, разновидности метода полуобращения [20,21], вследствие чего получаем систему линейных алгебраических уравнений 2-го рода (СЛАУ-2) для неизвестных коэффициентов $\left\{ y_{m,n}^{(2)} \right\}_{n=-\infty}^{+\infty} : Y = A^* Y + B^*$. Аналогичная процедура регуляризация (1.13), (1.14) проводится и для $\chi = 1$.

1.3. Приближенные решения СЛАУ-2 в частных случаях конической структуры. В результате регуляризации (1.13), (1.14) получаем СЛАУ-2 для $y_{m,n}^{(\chi)}$ фредгольмовского типа:

$$y_{m,n}^{(\chi)} = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} A_{ns}^* y_{m,s}^{(\chi)} + B_n^{*(m_0)}, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (1.23)$$

где $y_{m,n}^{(\chi)} = \delta_{\chi}^1 (-1)^{n-m_0} \frac{n+\nu}{m_0+\nu} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{n,2}^{(1)}) \left[\hat{y}_{m,n}^{(1)} - \hat{C}_{it}^{(\chi), (n-\nu)N}(\gamma_1, \gamma_2) \delta_n^{m_0} \right] + \delta_{\chi}^2 \left[\hat{y}_{m,n}^{(2)} - \delta_n^{m_0} \right];$

$$A_{ns}^* = \frac{1}{M_n^{\nu}(-u^{(\chi)})} \left[\frac{|s|}{s} \delta_{s,2}^{(\chi)} T_{n,s}(u^{(\chi)}) + \delta_s^0 P_n(u^{(\chi)}) \right]; B_n^{*(m_0)} = -\frac{1}{M_n^{\nu}(-u^{(\chi)})} \hat{f}_{it}^{(\chi), (m_0+\nu)N}(\gamma_1, \gamma_2) T_{n,m_0}(u^{(\chi)});$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_n(u) &= \frac{P_n(u) - P_{n-1}(u)}{P_n(u) + P_{n-1}(u)} \delta_n^0 + 1; \quad u^{(\chi)} = \cos \frac{\chi l - d_2}{l} \pi; \quad T_{np}(u) = \begin{cases} V^p(u), n=0, \\ V_{n-1}^{p-1}(u), n \neq 0; \end{cases} \quad \delta_{n,\kappa}^{(\chi)} = \varepsilon_{n,\kappa}^{(\chi)} \left(-\frac{1}{1 - \varepsilon_{n,\kappa}^{(\chi)}} \right)^{2-\chi}; \\
 \hat{C}_{ir}^{(\chi)(m_0)}(\gamma_1, \gamma_2) &= (-1)^\chi \left[\frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{n,2}^{(\chi)}) \right]^{\chi-1} \left[1 - \hat{C}_{ir}^{(\chi)(m_0)}(\gamma_1, \gamma_2) \right]; \quad V_{n-1}^{m-1}(u) = \frac{n}{2(n-m)} [P_{n-1}(u)P_m(u) - P_n(u)P_{m-1}(u)]; \\
 V^p(u) &= \frac{1}{p+v} \{P_p(u) + M_0^v(-u)V_{p-1}^{-1}(u)\}; \quad V_{n-1}^{-1}(u) = \frac{1}{2} [P_{n-1}(u) - P_n(u)]; \quad P_n(u) - \text{полиномы Лежандра.}
 \end{aligned}$$

Матричный оператор СЛАУ-2 (1.23) является вполне непрерывным в пространстве ℓ^2 , а в частных случаях узких щелей ($d_2/l \ll 1$), узких лент ($(l-d_2)/l \ll 1$), полупрозрачного конуса ($N \gg 1$, $(l-d_2)/l \ll 1$) также и сжимающим по норме этого пространства. Поэтому при решении СЛАУ-2 (1.23) можно использовать метод редукции для произвольных параметров задачи, а в упомянутых выше частных случаях структуры также метод последовательных приближений, что позволяет получить аналитическое решение задачи, основой для которого является первое приближение для искомых коэффициентов $y_{m,n}^{(\chi)}$:

$$\begin{aligned}
 \hat{y}_{m,n}^{(\chi)} &= \frac{1}{1 - \frac{|n|}{n} \delta_{n,2}^{(\chi)} V_{n-1}^{n-1}(u^{(\chi)})} \left\{ \hat{J}_{ir}^{(\chi)(m_0+v)N} [V_{n-1}^{m_0-1}(u^{(\chi)}) + \hat{\theta}_n^{(m_0),\chi}(u^{(\chi)})] + \right. \\
 &\quad \left. + \hat{y}_{m,0}^{(\chi)} [P_n(u^{(\chi)}) + \delta_{0,2}^{(\chi)} V_{n-1}^{-1}(u^{(\chi)}) + \hat{\theta}_n^{(\chi)}(u^{(\chi)})] \right\}, \quad n \neq 0, \tag{1.24}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{y}_{m,0}^{(\chi)} &= \frac{\hat{J}_{ir}^{(\chi)(m_0+v)N} \left\{ V^{m_0}(u^{(\chi)}) + \sum_{p=0} \hat{R}_{p,2}^*(u^{(\chi)}) [V_{p-1}^{m_0-1}(u^{(\chi)}) + \hat{\theta}_p^{(m_0),\chi}(u^{(\chi)})] \right\}}{B_0^v(-u^{(\chi)}) - \frac{\delta_{0,2}^{(\chi)}}{v} - \sum_{p=0} \hat{R}_{p,2}^*(u^{(\chi)}) [P_p(u^{(\chi)}) + \delta_{0,2}^{(\chi)} V_{p-1}^{-1}(u^{(\chi)}) + \hat{\theta}_p^{(\chi)}(u^{(\chi)})]}, \tag{1.25}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{R}_{n,2}^*(u) &= \frac{\frac{|n|}{n} \delta_{n,2}^{(\chi)}}{1 - \frac{|n|}{n} \delta_{n,2}^{(\chi)} V_{n-1}^{n-1}(u)}, \\
 \hat{\theta}_n^{(m_0),\chi}(u) &= \sum_{s=0, s \neq n} \hat{R}_s^*(u) V_{s-1}^{m_0-1}(u) V_{n-1}^{s-1}(u), \tag{1.26}
 \end{aligned}$$

$$\hat{\theta}_n^{(\chi)}(u) = \sum_{s=0, s \neq n} \hat{R}_s^*(u) [P_s(u) + \delta_{0,2}^{(\chi)} V_{s-1}^{-1}(u)] V_{n-1}^{s-1}(u), \quad n \neq 0. \tag{1.27}$$

Используя оценки для функций $V_{n-1}^{m_0-1}(u)$ [20,21], получаем оценки для $\hat{\theta}_n^{(m_0),\chi}(u)$ (1.26) и $\hat{\theta}_n^{(\chi)}(u)$ (1.27):

$$\left| \hat{\theta}_n^{(m_0),\chi}(u) \right| < \frac{\varpi^*}{1 - \varpi^*} \left[\frac{1-u}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1-u} \ln(1 + |m_0|) \right], \quad m_0 \neq 0, \tag{1.28}$$

$$\left| \hat{\theta}_n^{(0),\chi}(u) \right| < \frac{\varpi^*}{1 - \varpi^*} \sqrt{1-u}, \tag{1.29}$$

$$\left| \hat{\theta}_n^{(\chi)}(u) \right| < \frac{\varpi^*}{1 - \varpi^*} \left(1 + \left| \delta_{0,2}^{(\chi)} \right| \sqrt{1-u} \right), \tag{1.30}$$

$$\varpi^* = \max_p \sum_{n=0} \left| \hat{R}_{n,2}^*(u) V_{p-1}^{n-1}(u) \right|, \quad \varpi^* < \text{const} \frac{\sqrt{1-u^2}}{N^2} \sin^2 \gamma_2. \tag{1.31}$$

Таким образом, с помощью интегрального преобразования Конторовича – Лебедева и метода обращения задача возбуждения электрическим или магнитным радиальным диполем конуса с продоль-

ными щелями и внутренней вставкой в виде сплошного конуса сведена к решению системы линейных алгебраических уравнений 2-го рода (1.23) относительно коэффициентов Фурье составляющих электромагнитного поля. Эквивалентность исходной граничной электродинамической задачи СЛАУ-2 следует из свойств интегрального преобразования Конторовича – Лебедева, тождественных алгебраических преобразований и сути метода задачи Римана – Гильберта.

2. Аналитические решения для полупрозрачной конической поверхности и в случае узких щелей.

2.1. Поле радиального диполя в присутствии полупрозрачного конуса, содержащего сплошной конической экран. Рассмотрим коническую поверхность Σ , представляющую собой конус Σ_2 с продольными

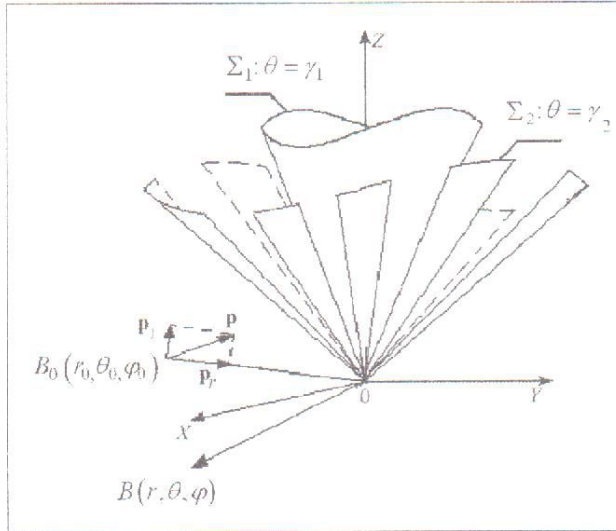


Рис.2.1. Конус с продольными щелями и вставкой

щелями и вставкой в виде сплошного конуса Σ_1 (рис.2.1). Полупрозрачный конус является частным случаем конуса с продольными щелями, имеющего большое число щелей ($N \gg 1$), угловая ширина которых либо сравнима с периодом ($(1 - d_2/l) \ll 1, \chi = 1$), либо мала по сравнению с ним ($d_2/l \ll 1, \chi = 2$) и определяется существованием предела

$$W_\chi = \lim_{N \rightarrow +\infty} \left[-\frac{1}{N} \ln \sin \left(\frac{\pi}{2} (\chi - d_2/l) \right) \right] > 0. \quad (2.1)$$

Такая структура обладает способностью частично пропускать и частично отражать падающее поле в зависимости от параметра заполнения W_χ .

В предельном случае полупрозрачного конуса Σ_2 (2.1) с учетом (1.24) – (1.31) решение СЛАУ-2 (1.23) имеет вид ($m_0 = 0, m = N\nu$)

$$\hat{y}_{m,n}^{(\chi)} = \frac{1 + 2^{3-\chi} W_\chi^{\hat{\rho}(\chi)} m^{\hat{\rho}(\chi)} \frac{|m|}{m} (1 - \epsilon_{m,2}^{(\chi)}) \hat{C}_{ir}^{(\chi),m}(\gamma_1, \gamma_2)}{1 + 2^{3-\chi} W_\chi^{\hat{\rho}(\chi)} m^{\hat{\rho}(\chi)} \frac{|m|}{m} (1 - \epsilon_{m,2}^{(\chi)})}. \quad (2.2)$$

Из (2.2) следует, что все коэффициенты Фурье $y_n^{(2)}$ не зависят от номера n . Это объясняется спецификой полупрозрачного конуса: поверхностные свойства такой структуры однородны относительно азимутального угла φ . Ниже приводится представление для потенциала Дебая $v_1^{(\chi)}$ (1.6):

$$v_1^{(\chi)}(\mathbf{r}) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \tau \operatorname{sh} \pi \tau \hat{v}_1^{(\chi)} \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad \gamma_2 < \theta_0 < \pi, \quad \gamma_2 < \theta < \pi, \quad (2.3)$$

$$\hat{v}_1^{(\chi)} = - \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau}^{(\chi)} \hat{y}_{m,n}^{(\chi)} \frac{d\gamma_2^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} P_{1/2+i\tau}^m(\cos \gamma_2)}{d\gamma_2^{\chi-1}} \times P_{1/2+i\tau}^m(-\cos \theta_0) P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos \theta) e^{im\varphi}, \quad (2.4)$$

где $a_{m\tau}^{(\chi)} = \hat{\rho}_\chi a_{m\tau}$.

Аналогичное выражение для $v_1^{(\chi)}$ имеет место и в области между конусами: $\gamma_1 < \theta < \gamma_2$.

На поверхности полупрозрачного конуса выполняются следующие граничные условия Σ_2 для потенциала $v^{(\chi)}(\mathbf{r})$ и составляющих электромагнитного поля:

при $\chi = 1$

$$\left[v^{(0)} \right]_{\Sigma_2} = 0, \tag{2.5}$$

$$v^{(0)} \Big|_{\Sigma_2} - W_1 \sin \gamma_2 \left[\frac{\partial}{\partial \theta} v^{(1)} \right]_{\Sigma_2} = 0, \tag{2.6}$$

$$\left[\frac{\partial^{\chi-1} g}{\partial \theta^{\chi-1}} \right]_{\Sigma_2} = \frac{\partial^{\chi-1} g}{\partial \theta^{\chi-1}} \Big|_{\Sigma_2^+} - \frac{\partial^{\chi-1} g}{\partial \theta^{\chi-1}} \Big|_{\Sigma_2^-}; \Sigma_2: \theta = \gamma_2 \pm 0;$$

$$\left[E_r \right]_{\Sigma_2} = 0; \tag{2.7}$$

$$\frac{-q}{w W_1 \sin \gamma_2} E_r \Big|_{\Sigma} = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) (r \tilde{H}_\varphi), \tag{2.8}$$

$$\text{или} \frac{-q}{w W_1 \sin \gamma_2} E_r \Big|_{\Sigma} = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) (r j_r).$$

Здесь $\tilde{H}_\varphi = \left[\tilde{H}_\varphi \right]_{\Sigma_2}$; j_r – радиальная составляющая плотности поверхностного тока, наведенного на поверхности полупрозрачного конуса Σ_2 ;

при $\chi = 2$

$$\left[\frac{\partial}{\partial \theta} v^{(2)} \right]_{\Sigma_2} = 0, \tag{2.9}$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} v^{(2)} \Big|_{\Sigma_2} - \frac{1}{4W_2 \sin \gamma_2} \left[v^{(2)} \right]_{\Sigma_2} = 0; \tag{2.10}$$

$$\left[E_\varphi \right]_{\Sigma_2} = 0, \tag{2.11}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) (r E_\varphi) \Big|_{\Sigma_2} = \frac{-wq}{4W_2 \sin \gamma_2} \tilde{H}_r, \tag{2.12}$$

или

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} - q^2 \right) (r E_\varphi) \Big|_{\Sigma_2} = \frac{-wq}{4W_2 \sin \gamma_2} j_\varphi,$$

где j_φ – азимутальная составляющая плотности поверхностного тока, наведенного на поверхности полупрозрачного конуса Σ_2 .

Граничные условия типа (2.5)-(2.12) относятся к классу усредненных граничных условий (УГРУ) [16,31], которые могут использоваться как эквивалентные граничные условия для решения электродинамических граничных задач для сеточных структур. Полупрозрачный конус можно рассматривать как конечную сеточную структуру [16], состоящую из большого числа проводников ($\chi = 1$), или густую шелевую структуру.

В [16] приведены эквивалентные граничные условия преимущественно для плоских сетчатых структур и в некоторых случаях неплоской поверхности, кривизна которой превышает длину волны и не имеет угловых точек и ребер.

Полупрозрачный конус представляет собой нерегулярную (расширяющуюся) структуру с угловой точкой (вершиной), на поверхности которого выполняются усредненные граничные (краевые) условия (2.5)-(2.12). В частном случае разворота конуса в плоскость ($\gamma_2 = \pi/2$) получается модель сетки с расширяющимися из фиксированной точки проводниками. Для такой сетки в [16] приведены УГРУ, вид которых совпадает с видом УГРУ (2.5) – (2.12) при $\gamma_2 = \pi/2$.

Таким образом, полученные усредненные граничные условия (2.5)-(2.12) могут быть использованы для решения электродинамических задач для сеток с конической геометрией и параметрами вида (2.1) без привлечения сложного математического аппарата.

Для изучения рассеянного поля исследуем структуру потенциала $u_1^{(\chi)}(\mathbf{r})$ (2.3). Функция $\hat{u}_1^{(\chi)}$ (2.4) в представлении для $u_1^{(\chi)}(\mathbf{r})$ содержит множитель $\hat{y}_{m,n}^{(\chi)} \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} P_{-1/2-ir}^m(\cos\gamma_2)$, зависящий от параметра за-

полнения (прозрачности) W_χ . Переходя в выражениях (2.3), (2.4) к пределу при $W_1 \rightarrow 0$ ($\chi=1$) или $W_2 \rightarrow +\infty$ ($\chi=2$), что соответствует превращению полупрозрачного конуса Σ_2 в идеально проводящий сплошной конус. При $\lim_{W_\chi^{(\chi)} \rightarrow 0} \hat{y}_{m,n}^{(\chi)}(W_\chi, \gamma_1, \gamma_2) = 0$ получаем интегральное представление для потенциала

$u_1^{(\chi)}(\mathbf{r})$ в случае сплошного конуса Σ_2 [27, 35]:

$$u_{\text{спл}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r}) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \tau \text{sh}\pi\tau \hat{u}_{\text{спл}\Sigma_2}^{(\chi)} \frac{K_{ir}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad \gamma_2 < \theta_0 < \pi, \quad \gamma_2 < \theta < \pi, \quad (2.13)$$

$$\hat{u}_{\text{спл}\Sigma_2}^{(\chi)} = - \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau}^{(\chi)} \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} P_{-1/2-ir}^m(\cos\gamma_2) P_{-1/2+ir}^m(-\cos\theta_0) P_{-1/2-ir}^m(-\cos\theta) e^{im\varphi}. \quad (2.14)$$

При исчезновении сплошного конического экрана Σ_1 ($\gamma_1 \rightarrow 0$) рассматриваемая коническая поверхность Σ превращается в одиночный полупрозрачный конус Σ_2 . Коэффициенты $x_{m,n}^{(\chi)}$ для одиночного конуса, являющиеся решением (1.11), (1.12), определяются так:

$$x_{m,n}^{(\chi)} = \frac{1}{1 + 2^{3-\chi} W_\chi^{\beta(\chi)} m^{\beta(\chi)} \frac{|m|}{m} (1 - \varepsilon_{m,2}^{(\chi)})}. \quad (2.15)$$

Потенциал Дебая $v^{(\chi)}(\mathbf{r})$ преобразуется в потенциал $v_{\text{н.пр.}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r})$, соответствующий полному полю в случае одиночного полупрозрачного конуса Σ_2

$$v_{\text{н.пр.}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r}) = v_{\text{спл}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r}) + f_{\text{н.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)}(\mathbf{r}), \quad \gamma_2 < \theta_0 < \pi, \quad \gamma_2 < \theta < \pi, \quad (2.16)$$

$$v_{\text{спл}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r}) = v_0^{(\chi)}(\mathbf{r}) + v_{\text{спл}\Sigma_2}^{(\chi)}(\mathbf{r}),$$

а слагаемое $f_{\text{н.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)}(\mathbf{r})$ в (2.16) обусловлено наличием неоднородностей в виде щелей на поверхности полупрозрачного конуса Σ_2 , где

$$f_{\text{н.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)}(\mathbf{r}) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \tau \text{sh}\pi\tau \hat{f}_{\text{н.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)} \frac{K_{ir}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad (2.17)$$

$$\hat{f}_{\text{н.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau}^{(\chi)} \hat{f}_{m\tau, \text{н.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)} \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} P_{-1/2+ir}^m(\cos\gamma_2) P_{-1/2+ir}^m(-\cos\theta_0) P_{-1/2-ir}^m(-\cos\theta) e^{im\varphi},$$

$$\hat{f}_{m\tau, \text{н.пр.}\Sigma_2}^{*(\chi)} = (2W_\chi)^{2-\chi} \frac{(A_{ir}^{(\chi),m})^{\chi-1}}{A_{ir}^{(\chi),m} + 2W_\chi},$$

$$A_{\mu}^{(1),m} = (-1)^m \frac{\pi}{ch\pi\tau} \frac{\Gamma(1/2 + i\tau - m)}{\Gamma(1/2 + i\tau + m)} P_{-1/2 - i\tau}^m(\cos \gamma_2) P_{-1/2 + i\tau}^m(-\cos \gamma_2), \quad (2.18)$$

$$A_{\mu}^{(2),m} = \frac{(-1)^{m-1} ch\pi\tau \Gamma(1/2 + i\tau + m)}{\pi \sin^2 \gamma_2 \Gamma(1/2 + i\tau - m)} \frac{1}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{1/2 - i\tau}^m(\cos \gamma_2) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2 + i\tau}^m(-\cos \gamma_2)}. \quad (2.19)$$

Функция $f_{\text{п.пр}\Sigma_2}^{*(z)}(\mathbf{r})$ (2.17) отвечает добавочным слагаемым в представлении (1.4), (1.5) к составленному электромагнитного поля, рассеянным сплошным идеально проводящим конусом Σ_2 (при отсутствии щелей).

Потенциал для полупрозрачного конуса с внутренней вставкой можно записать в виде

$$U_{\Sigma}^{(z)}(\mathbf{r}) = U_{\text{п.пр}\Sigma_2}^{(z)}(\mathbf{r}) + f_{\Sigma_1, \Sigma_2}^{***(z)}(\mathbf{r}) \quad \Sigma_2, \gamma_2 < \theta_0 < \pi, \gamma_2 < \theta < \pi, \quad (2.20)$$

где $U_{\text{п.пр}\Sigma_2}^{(z)}(\mathbf{r})$ – потенциал Дебая для одиночного полупрозрачного конуса, а $f_{\Sigma_1, \Sigma_2}^{***(z)}(\mathbf{r})$ характеризует поправку к рассеянному одиночным полупрозрачным конусом полю за счет присутствия внутреннего сплошного экрана Σ_1 :

$$f_{\Sigma_1, \Sigma_2}^{*(z)}(\mathbf{r}) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{+\infty} \tau sh\pi\tau \hat{f}_{\Sigma_1, \Sigma_2}^{***(z)} \frac{K_{i\tau}(qr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad (2.21)$$

$$\hat{f}_{\Sigma_1, \Sigma_2}^{***(z)} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{m\tau}^{(z)} \hat{f}_{m\tau, \Sigma_1, \Sigma_2}^{***(z)} \varpi_{m\tau}^{(z)} P_{-1/2 - i\tau}^m(-\cos \theta) e^{im\varphi}, \quad (2.22)$$

$$\varpi_{m\tau}^{(z)} = \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} P_{-1/2 - i\tau}^m(\cos \gamma_2) \frac{d^{\chi-1}}{d\gamma_2^{\chi-1}} P_{-1/2 + i\tau}^m(-\cos \theta_0),$$

$$\hat{f}_{m\tau, \Sigma_1, \Sigma_2}^{***(z)} = \frac{2 \cdot 4^{1-\chi} W_{\chi}^{\rho(z)} m^{\rho(z)} \frac{|m|}{m} (1 - \varepsilon_{m,2}^{(z)}) [1 - \hat{C}_{i\tau}^{(z),m}(\gamma_1, \gamma_2)]}{1 + 2 \cdot 4^{1-\chi} W_{\chi}^{\rho(z)} m^{\rho(z)} \frac{|m|}{m} (1 - \varepsilon_{m,2}^{(z)}) [1 - \hat{C}_{i\tau}^{(z),m}(\gamma_1, \gamma_2)]} \times \frac{2 \cdot 4^{1-\chi} W_{\chi}^{\rho(z)} m^{\rho(z)} \frac{|m|}{m} (1 - \varepsilon_{m,2}^{(z)})}{1 + 2 \cdot 4^{1-\chi} W_{\chi}^{\rho(z)} m^{\rho(z)} \frac{|m|}{m} (1 - \varepsilon_{m,2}^{(z)})}. \quad (2.23)$$

Таким образом, на основании представлений (2.21), (2.22) заключаем, что в структуре рассеянного конической поверхностью $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ поля, кроме слагаемого для рассеянного одиночным полупрозрачным конусом поля, присутствует слагаемое, соответствующее полю, прошедшему через полупрозрачный конус Σ_2 и отраженному от сплошного экрана Σ_1 . При исчезновении сплошного внутреннего экрана $\Sigma_1 (\gamma_1 \rightarrow 0)$ в структуре поля, как это следует из (2.20)-(2.23), исчезает и последнее слагаемое. В этом предельном случае (в соответствии с (2.23)) потенциал Дебая $U_{\Sigma}^{(z)}(\mathbf{r})$ превращается в потенциал $U_{\text{п.пр}\Sigma_2}^{(z)}(\mathbf{r})$ (2.16) для одиночного полупрозрачного конуса, рассматриваемые свойства которого рассмотрим отдельно.

Одиночный полупрозрачный конус. В случае одиночного полупрозрачного конуса Σ_2 структура рассеянного полупрозрачным конусом Σ_2 поля такова, что в ней, согласно (2.16), помимо слагаемого, соответствующего рассеянному сплошной идеально проводящей конической поверхностью поля присутствует слагаемое, обусловленное наличием неоднородностей в виде продольных щелей. Спектр краевой электродинамической задачи в этом случае определяется множеством полюсов подынтегральной функции в (2.17), являющихся корнями уравнения

$$A_{\mu}^{(z),m} + 2W_{\chi} = 0 \quad (2.24)$$

после перехода к интегрированию по мнимой оси ($\hat{\mu} = i\tau$) и замыканию контура интегрирования в правой полуплоскости комплексного переменного интегрирования $\hat{\mu}$. Корни уравнения (2.24), в соответствии с (2.18), (2.19), зависят от типа возбуждения, который определяется параметром χ , углом полураскрыва

конуса γ_2 , параметром заполнения W_γ и номером $m \in Z$. По спектру краевой задачи находятся соответствующие моды (волны), которые присутствуют в структуре рассеянного поля. Наименьшее значение в спектре краевой задачи для сплошного конуса определяет поведение поля у его вершины [6,26,27,33]. Исследуем спектр для рассматриваемых типов возбуждения полупрозрачного конуса. Для наглядности и удобства проведения исследований предположим, что источник расположен на оси полупрозрачного конуса ($\theta_0 = \pi, m = 0$).

В случае электрического радиального диполя ($\chi = 1$) спектр определяется корнями уравнения

$$\pi P_{-1/2+\tilde{\mu}}(\cos \gamma) P_{-1/2-\tilde{\mu}}(-\cos \gamma) + 2W_1 \cos \pi \tilde{\mu} = 0. \quad (2.25)$$

При малых значениях параметра W_1 ($W_1 \ll 1$), поверхностные свойства полупрозрачного конуса незначительно отличаются от поверхностных свойств идеально проводящего конуса, а корни уравнения (2.25)

$$\mu_s^- = \alpha_s^- - \frac{2W_1 \cos \pi \alpha_s^-}{\pi \frac{d}{d\tilde{\mu}} [P_{-1/2+\tilde{\mu}}(\cos \gamma_2) P_{-1/2-\tilde{\mu}}(-\cos \gamma_2)] \Big|_{\tilde{\mu}=\alpha_s^-}} + O(W_1^2), \quad (2.26)$$

$$P_{-1/2+\alpha_s^-}(\cos \gamma_2) = 0, \quad P_{-1/2-\alpha_s^-}(-\cos \gamma_2) = 0, \quad s = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.27)$$

находятся вблизи корней $P_{-1/2+\tilde{\mu}}(\pm \cos \gamma) = 0$, которые определяют спектр для сплошного идеально проводящего конуса [26,27].

Таким образом, спектр собственных значений в случае малых W_1 представляет собой возмущенный спектр собственных значений краевой задачи Дирихле для сплошного конуса (2.27). Наименьшее собственное значение из спектра характеризует поведение поля у вершины полупрозрачного конуса. Вблизи вершины компоненты электрического поля ведут себя как $(qr)^{-3/2+\mu_0^-}$, а магнитного – как $(qr)^{-1/2-\mu_0^-}$, где

$$\mu_0^- = \alpha_0^- - W_1 G^{**} + O(W_1^2); \quad (2.28)$$

$$G^{**} = \frac{\cos \pi \alpha_0^-}{\pi P_{-1/2+\alpha_0^-}(\cos \gamma_2) \frac{d}{d\tilde{\mu}} [P_{-1/2+\tilde{\mu}}(-\cos \gamma_2)] \Big|_{\tilde{\mu}=\alpha_0^-}}.$$

Принимая во внимание поведение функции Лежандра $P_{-1/2-\tilde{\mu}}(-\cos \gamma_2)$ в окрестности своего первого корня α_0^- [36] и, предполагая $\gamma_2 \leq \pi/2$ (при этом $1/2 < \alpha_0^- \leq 3/2$), приходим к выводу, что $G^{**} > 0$. Тогда из (2.28) следует, что при достаточно малом параметре W_1 ($W_1 \ll 1$) имеем $\mu_0^- < \alpha_0^-$. Поскольку поведение электрического поля вблизи острия сплошного конуса определяется слагаемым порядка $(qr)^{-3/2+\alpha_0^-}$, а магнитного $(qr)^{1/2-\mu_0^-}$, то из вышесказанного заключаем, что особенность поля у вершины полупрозрачного конуса при $W_1 \ll 1$ больше, чем у сплошного.

В случае полупрозрачного конуса ($W_1 \gg 1$) корни (2.25) имеют вид [37]

$$\tilde{\mu}_s = 1/2 + s + \frac{1}{2W_1} [P_s(\cos \gamma_2)]^2 + O(W_1^{-2}), \quad s = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (2.29)$$

$$\tilde{\mu}_0 = 1/2 + \frac{1}{2W_1} + O(W_1^{-2}). \quad (2.30)$$

Из представления (2.29), (2.30) с учетом свойств полиномов Лежандра [36,38], можно заключить, что поля в окрестности вершины ведут себя так:

$$|\mathbf{E}| \sim |qr|^{-1+1/2W_1}, \quad |\mathbf{H}| \sim |qr|^{1/2W_1}. \quad (2.31)$$

Отсюда следует, что особенность поля вблизи острия такого типа полупрозрачного конуса слабо зависит от угла раствора конуса γ_2 . Выражение для составляющей $E_{1\theta}$ рассеянного поля в случае полупрозрачного конуса ($W_1 \gg 1$) и зависимости поля от времени в виде $e^{i\omega t}$ ($q = ik$) приводится ниже:

$$E_{\nu} = \frac{ikp_1}{4W_1} \left(\frac{kr_0}{2}\right)^{-3/2-\tilde{\mu}_0} \frac{\sin kr_0}{r_0} \frac{e^{ikr}}{r} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} -$$

$$-\frac{\pi \tilde{\mu}_1}{\pi_0 \sqrt{r_0}} \sum_{n=1}^{\infty} \left[1 - \left(\frac{kr_0}{2}\right)^{\tilde{\mu}_n - (1/2+n)} \right] c_n^* J_{1/2-n}(kr_0) \frac{d}{dr} \left[\sqrt{r} H_{1/2-n}^{(2)}(kr) \right] P_n^{-1}(\cos \theta) +$$

$$+\frac{p_1}{2W_1} \frac{\pi i}{\pi_0 \sqrt{r_0}} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{kr_0}{2}\right)^{\tilde{\mu}_n - (1/2+n)} (-1)^n [P_n(\cos \gamma_2)]^2 \frac{\partial}{\partial r} \left[\sqrt{r} M_n^{-1} \right] + O(W_1^{-2}), \quad r > r_0, \quad 0 < \theta < \gamma_2, \quad (2.32)$$

$$c_n^* = (-1)^n (1/2+n)n(n+1),$$

$$M_n^{-1} = \hat{Z}_n^{-1} + 2n(n+1) J_{1/2-n}(kr_0) H_{1/2-n}^{(2)}(kr) \frac{P_n^{-1}(\cos \theta)}{P_n(\cos \gamma)} \times$$

$$\times \left\{ \frac{d}{d\tilde{\mu}} P_{\frac{1}{2}-\tilde{\mu}}(\cos \gamma) \Big|_{\tilde{\mu}=1/2-n} + (-1)^n \frac{d}{d\tilde{\mu}} P_{1/2+\tilde{\mu}}(-\cos \gamma) \Big|_{\tilde{\mu}=1/2-n} \right\},$$

$$\hat{Z}_n^{-1} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} \left(\frac{kr_0}{2}\right)^{1/2+n-2m} \frac{d}{d\tilde{\mu}} \left\{ \tilde{\mu}(\tilde{\mu}^2 - 1/4) H_{\tilde{\mu}}^{(2)}(kr) \frac{P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \theta)}{\Gamma(\tilde{\mu} + m + 1)} \right\} \Big|_{\tilde{\mu}=1/2+n}$$

Аналогичное представление имеет место и для $\gamma_2 < \theta < \pi$. Остальные составляющие электромагнитного поля записываются подобно (2.32) и определяются бесконечным набором мод, являющимися членами ряда. С практической точки зрения, интерес представляет способ возбуждения, когда источник расположен вблизи вершины конуса ($kr_0 \ll 1$) [6,26,39,40]. В случае близкого расположения источника к вершине конуса в (2.32) преобладает слагаемое

$$E_{\nu}^* = \frac{ikp_1}{4W_1} \left(\frac{kr_0}{2}\right)^{-3/2-\tilde{\mu}_0} \frac{\sin kr_0}{r_0} \frac{e^{-ikr}}{r} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}, \quad (2.33)$$

которое и является приближением для $E_{1\theta}$ в этом режиме при $r > r_0, 0 < \theta < \gamma_2$. Правая часть в (2.33) представляет собой сферическую ТЕМ-волну, соответствующую спектральному значению $\tilde{\mu}_0$ (2.30) и распространяющуюся от вершины конуса. Поле этой волны определяет поведение электромагнитного поля вблизи вершины конуса. В структуре поля для сплошного идеально проводящего конуса такой волны нет и ее существование обусловлено поверхностными свойствами полупрозрачного конуса. Вдоль оси конуса ($\theta = 0$) поле отсутствует, а вблизи поверхности конуса ($\theta = \gamma_2$) достигает своего наибольшего значения. Если источник располагается в точках $kr_0 = n\pi, n \in \mathbb{N}$, то поле волны пренебрежимо мало и ее вклад в полное поле незначителен. При возбуждении полупрозрачного конуса электрическим радиальным диполем на его поверхности наводятся радиальные токи (токи, имеющие только радиальную составляющую). В случае полупрозрачного конуса, когда $W_1 \gg 1$, его поверхность состоит из очень большого числа тонких и узких прямолинейных проводников, в связи с чем такая поверхность может считаться приближением радиально проводящей поверхности [6,34,41]. Однако главное отличие полупрозрачного конуса от радиально проводящего состоит в том, что поверхностные свойства полупрозрачного конуса задаются параметром заполнения W_1 , который и определяет степень отражения от конуса и прохождение поля через его поверхность, в то время как для радиально проводящих конусов аналогичные параметры не вводятся [6]. О возможности существования ТЕМ-волн в структуре рассеянного подобной конической поверхностью поля упоминается в [6,7,13].

Выражение для радиальной составляющей вектора Умова–Пойтинга в случае близкого расположения источника к вершине имеет вид ($W_1 \gg 1$)

$$S_r = \frac{\beta}{W_1^2 r^2} \operatorname{tg}^2 \frac{\theta}{2}, \quad r > r_0, \quad 0 < \theta < \gamma_2, \quad (2.34)$$

где β – известный коэффициент.

Из (2.34) видно, что максимум потока энергии направлен вдоль конической поверхности. Это вполне согласуется с результатами для радиально проводящего конуса [6,34].

Для произвольных значений параметра заполнения W_1 анализ спектра граничной задачи проведен на основе численного решения (2.19). Спектральные значения $\tilde{\mu}$ зависят от угла γ_2 и параметра W_1 . Изменению параметра W_1 в пределах от нуля до больших значений соответствует изменению поверхностных свойств полупрозрачного конуса от свойств, близких к свойствам идеально проводящего конуса, до свойств густой сетки, слабо отражающей падающее на нее поле. На рис.2.2 приведена зависимость спектрального значения μ_0 от угла раскрыва конуса γ_2 при различных значениях параметра заполнения W_1 .

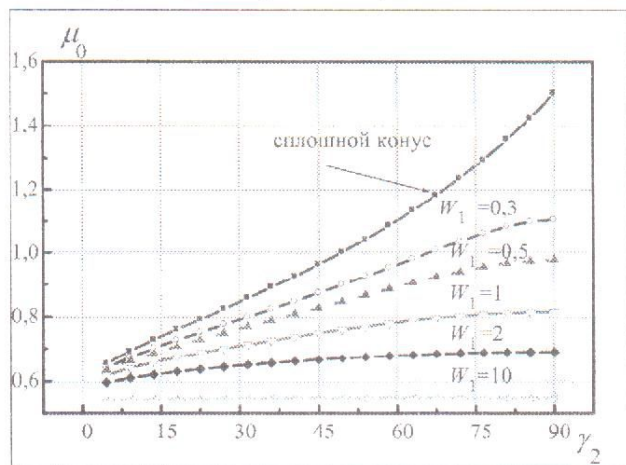


Рис.2.2. Поведение спектрального параметра μ_0 в зависимости от угла полуоткрыва конуса γ_2 для различных параметров заполнения W_1 (для сравнения приведена кривая для сплошного конуса, т.е. $W_1 = 0$)

Кривые зависимости собственных значений $\mu_0, \mu_1, \mu_2, \mu_3$ от параметра W_1 при фиксированных значениях угла γ_2 приведены на рис.2.3. Вид кривых свидетельствует о том, что функция $\mu_0(\gamma_2, W_1)$ при фиксированных значениях параметра W_1 является неубывающей и для W_1 , превышающих 10, имеет значения мало отличимые от 0,5. Это подтверждается асимптотикой для μ_0 при больших W_1 (2.36), в которой зависимость от угла γ_2 учитывается только в $O(W_1^{-2})$.

Из рис.2.2. видно, что при увеличении параметра W_1 интервалы, на которых μ_0 как функция угла γ_2 слабо меняется, расширяются. Так, при $W_1 = 1$ значения μ_0 мало отличаются от 0,8 на интервале $\gamma_2 \in (75^\circ, 90^\circ)$, а для $W_1 = 2$ значения μ_0 находятся вблизи 0,7 на интервале $\gamma_2 \in (65^\circ, 90^\circ)$.

Кривые зависимостей собственных значений $\mu_0, \mu_1, \mu_2, \mu_3$ от параметра W_1 при фиксированных значениях угла γ_2 приведены на рис.2.3.

Анализ этих зависимостей, а также асимптотических разложений (2.26), (2.29) показал, что спектр краевой задачи представляет собой монотонно возрастающую последовательность собственных значений $\{\mu_n\}_{n=0}^{+\infty}$, наименьшим из которых является μ_0 . Все они положительны и больше 0,5. Величины соседних собственных значений при одних и тех же углах γ_2 и параметрах W_1 отличаются приблизительно на единицу. Каждый из μ_n при фиксированных γ_2 представляет собой монотонно убывающую функцию параметра W_1 . Интерес представляет изучение характера изменения в зависимости от γ_2 и W_1 наименьшего значения из спектра μ_0 , определяющего поведение поля у вершины конической поверхности ($qr \ll 1$) [42] и его приближение в случае близкого расположения источника к вершине ($qr_0 \ll 1$). Из изложенного выше следует, что при фиксированном параметре прозрачности W_1 большему углу γ_2 соответствует и большая величина μ_0 . С увеличением параметра W_1 наблюдается убывание μ_0 по закону для W_1 , близкому к обратно пропорциональному. Для параметра прозрачности W_1 , превышающего 4, для нахождения величины μ_0 представляется возможным пользоваться приближением (2.29).

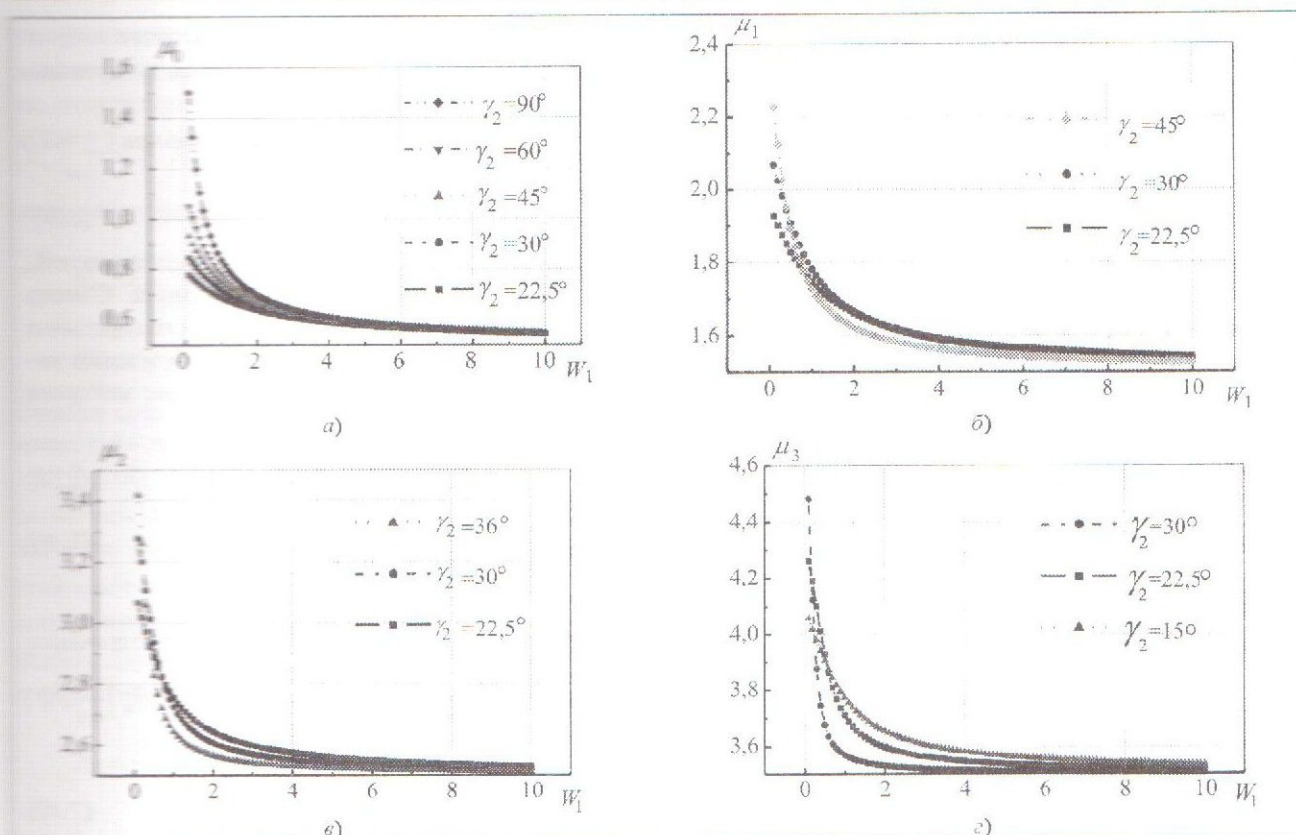


Рис. 2.3. Спектр собственных значений в зависимости от параметра заполнения W_1 для различных углов раскрытия γ_2 «полупрозрачного» конуса: а - μ_0 ; б - μ_1 ; в - μ_2 ; г - μ_3

Следует отметить, что в случае возбуждения конической структуры электрическим радиальным диполем вблизи вершины конуса ($qr \ll 1$) составляющие поля E - типа ведут себя так:

$$E_r, E_\theta, E_\varphi \sim (qr)^{3/2 + \mu_{\min}^{оп.р.д.}}, \tag{2.35}$$

$$H_r, H_\theta, H_\varphi \sim (qr)^{-1/2 - \mu_{\min}^{оп.р.д.}}, \tag{2.36}$$

где $\mu_{\min}^{оп.р.д.}$ - наименьшее собственное значение спектра красной задачи.

Поле в окрестности острия ведет себя следующим образом:

$$|\mathbf{E}| \sim (kr)^{-1-\alpha}, \quad |\mathbf{H}| \sim (kr)^\alpha, \quad \alpha = -\frac{1}{2} + \min(\mu_n).$$

Отсюда следует, что особенность поля у вершины полупрозрачного конуса сильнее, чем у сплошного [33]. Зависимость параметра α от W_1 и γ_2 представлена на рис. 2.4.

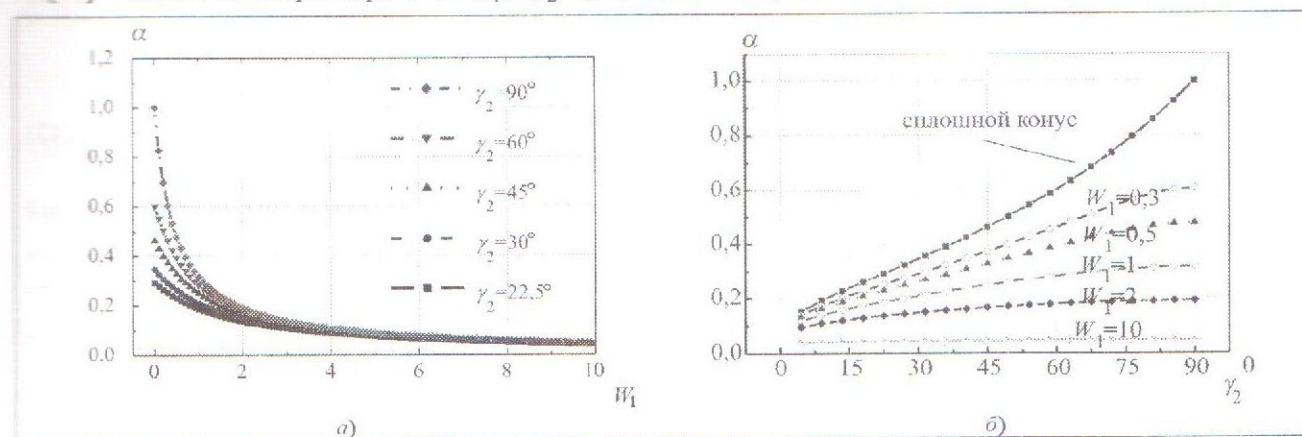


Рис. 2.4. Зависимость параметра α от параметра заполнения W_1 (а) и от угла полуоткрытия «полупрозрачного» конуса γ_2 (б)

Отсюда видно, что особенность поля вблизи вершины конуса слабо зависит от угла раствора конуса γ_2 при больших значениях W_1 . С уменьшением параметра заполнения W_1 особенность поля у вершины полупрозрачного конуса приближается к такой, как у сплошного конуса.

В случае возбуждения одиночного полупрозрачного конуса магнитным радиальным диполем ($\chi = 2$) спектр краевой задачи представляет собой множество корней уравнения

$$\cos \pi \bar{\mu} + 2W_2 \pi \sin^2 \gamma_2 (\bar{\mu}^2 - \frac{1}{4})^2 P_{-1/2+\bar{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2) P_{-1/2+\bar{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) = 0. \quad (2.37)$$

Проведем аналитическое исследование спектра (корней уравнения (2.37)) и некоторых особенностей, возникающих в этом случае при рассеянии электромагнитных волн на полупрозрачном конусе. Спектр краевой задачи определяет волны в структуре рассеянного конусом поля, а наименьшее спектральное значение характеризует поведение электромагнитного поля у вершины конуса. В случае возбуждения конуса магнитным радиальным диполем рассеянное поле является полем H -типа, составляющие которого вблизи вершины ($qr \ll 1$) ведут себя следующим образом:

$$E_r, E_\theta, E_\varphi \sim (qr)^{-1/2+\bar{\mu}_{\min}^{\text{мп.р.д}}}, \quad (2.38)$$

$$H_r, H_\theta, H_\varphi \sim (qr)^{-3/2+\bar{\mu}_{\min}^{\text{мп.р.д}}}, \quad (2.39)$$

где $\bar{\mu}_{\min}^{\text{мп.р.д}}$ – наименьшее спектральное значение граничной задачи.

При больших значениях параметра заполнения (2.7) $W_2 (W_2 \sin^2 \gamma_2 \gg 1)$ свойства полупрозрачного конуса близки к свойствам сплошного идеально проводящего конуса, а спектр краевой задачи $\{\bar{\eta}_n^\pm\}_{n=1}^{+\infty}$, ξ , определяемый как

$$\bar{\eta}_n^\pm = \alpha_n^{1\pm} - \frac{1}{2\pi W_2 \sin^2 \gamma_2 (\bar{\mu}^2 - \frac{1}{4})^2} \frac{\cos \pi \alpha_n^{1\pm}}{\frac{d}{d\bar{\mu}} \left[P_{1/2+\bar{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2) P_{-1/2+\bar{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) \right]_{\bar{\mu}=\alpha_n^{1\pm}}} + O(W_2^{-2}), \quad (2.40)$$

$$\xi = \frac{1}{2} + \frac{1}{2W_2 \sin^2 \gamma_2} + O(W_2^{-2}), \quad (2.41)$$

$$P_{-1/2-\alpha_n^{1-}}^{-1}(\cos \gamma_2) = 0, \quad P_{-1/2+\alpha_n^{1+}}^{-1}(-\cos \gamma_2) = 0,$$

представляет собой возмущенный неоднородностями в виде щелей спектр краевой задачи для сплошного конуса $\{\alpha_m^{1\pm}\}_{m=1}^{+\infty}$, $1/2$. Каждому спектральному значению соответствует слагаемое (мода) в представлении для потенциала Дебая, через который находятся составляющие поля (1.1), (1.2), (1.4), (1.5). В случае сплошного конуса собственному значению $\bar{\mu} = 1/2$ в представлении для потенциала соответствует мода вида (временная зависимость взята в виде $e^{i\omega t}$, $q = ik$)

$$D_{1/2}^* = I_{1/2}^* \frac{\sin kr}{r} \quad (2.42)$$

или

$$D_e^* = L_e^* \frac{e^{-ikr}}{r}, \quad (2.43)$$

где множители $I_{1/2}^*$ и L_e^* не зависят от пространственных координат θ и φ . При подстановке выражений для потенциалов Дебая в представления для составляющих поля (1.1), (1.4) слагаемые (2.42) и (2.43) вносят нулевой вклад в поле и поэтому интерес не представляют. Остальные спектральные значения $\{\alpha_m^{1\pm}\}_{m=1}^{+\infty}$ порождают ненулевые моды в представлении для составляющих поля. При переходе от идеально проводящего к полупрозрачному конусу, поверхностные свойства которого характеризуются параметром заполнения W_2 , спектр краевой задачи для идеально проводящего конуса возмущается и уже зависит от W_2 (2.40), (2.41). Спектральное значение ξ (2.41) для полупрозрачного конуса представляет собой

на конуса
вершины
м ($\chi = 2$)

(2.37) ... значения при $W_2 \sin^2 \gamma_2 \gg 1$. В соответствии с (2.38), (2.39) получаем

$$E_r, E_\theta, E_\varphi \sim (qr) \frac{1}{2W_2 \sin^2 \gamma} O(W_2^{-2}), \quad (2.44)$$

$$H_r, H_\theta, H_\varphi \sim (qr)^{-1} \frac{1}{2W_2 \sin^2 \gamma} O(W_2^{-2}). \quad (2.45)$$

енностей,
е. Спектр
кстральное
дения ко-
которого

(2.38) Отсюда следует, что по мере приближения к вершине электрическое поле убывает (2.44), в то время как магнитное поле неограниченно возрастает (2.45).

(2.39) Волна, отвечающая спектральному значению ξ , является сферической ТЕМ-волной и по своим свойствам сходна с ТЕМ-волной в случае возбуждения электрическим радиальным диполем полупрозрачного конуса ($W_1 \gg 1$). Это объясняется принципом двойственности в электродинамике [1,30], имеющей место при дифракции на взаимно дополняющихся экранах. В случае близкого расположения источника к вершине конуса ($kr_0 \ll 1$) поле ТЕМ-волны определяет рассеянное полупрозрачным конусом поле (одномодовый режим), которое мало на его оси. Радиальная составляющая вектора Умова – Пойтинга этой волны имеет вид

озрачного
 $\tilde{H}_n^{\pm} \}_{n=1}^{+\infty}, \xi,$

$$S_r = \frac{p_2^2 |k|^4 \tilde{\beta} \operatorname{tg}^4 \frac{\gamma_2}{2}}{W_2^2 \sin^4 \gamma_2 r^2} \operatorname{ctg}^2 \frac{\theta}{2} [1 + O(W_2^{-2})], \quad r > r_0, \quad \gamma_2 < \theta < \pi, \quad (2.46)$$

(2.40) где $\tilde{\beta}$ – известный коэффициент.

(2.41) Аналогичное представление имеет место и для $0 < \theta < \gamma_2$. Из (2.46) следует, что в этом случае полупрозрачного конуса ($W_2 \sin^2 \gamma_2 \gg 1$) и одномодовом режиме ($kr_0 \ll 1$) максимум потока энергии направлен вдоль поверхности $\theta = \gamma_2$.

сплошного
еавлении
е. В случае
твует мода

При малых W_2 (полупрозрачный конус представляет собой густую коническую сетку), $W_2 \ll 1$, корни уравнения с малой правой частью

$$\frac{\cos \pi \tilde{\mu}}{\pi \sin^2 \gamma (\tilde{\mu}^2 - \frac{1}{4})^2} \frac{1}{P_{-1/2-\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2) P_{-1/2-\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2)} = -2W_2, \quad (2.47)$$

которое получается из (2.37), находятся вблизи корней $\cos \pi \mu_n = 0$: $\mu_n = 1/2 + n$, $n = 1, 2, \dots$, и имеют вид

$$\tilde{\mu}_n = \frac{1}{2} + n - 2W_2 \sin^2 \gamma_2 \cdot n^2 (n+1)^2 [P_n^{-1}(\cos \gamma_2)]^2 + O(W_2^2). \quad (2.48)$$

(2.42) В этом случае полупрозрачного конуса поведение рассеянного поля вблизи острия ($qr \ll 1$) определяется наименьшим корнем уравнения (2.47) $\tilde{\mu}_1$ (2.48):

$$\tilde{\mu}_1 = \frac{3}{2} - 2W_2 \sin^2 \gamma_2 + O(W_2^2), \quad (2.49)$$

(2.43) причем

$$E_r, E_\theta, E_\varphi \sim (qr)^{1-2W_2 \sin^4 \gamma_2}, \quad (2.50)$$

выражений
(2.43) вно-
е значения

$$H_r, H_\theta, H_\varphi \sim (qr)^{-2W_2 \sin^4 \gamma_2}. \quad (2.51)$$

е от идеаль-
ея параметр-
уже зависит
вляет собой

Отсюда следует, что магнитное поле имеет слабую особенность, а электрическое поле ограничено.

Принимая во внимание отсутствия особенности поля у вершины сплошного идеально проводящего конуса в случае возбуждения его магнитным радиальным диполем [6,33], заключаем, что изменение поверхностных свойств конуса влечет за собой и изменение поведения поля у вершины, которое зависит также и от угла раскрыва конуса. Как видно из (2.44), (2.45), (2.50), (2.51), с увеличением угла раскрыва

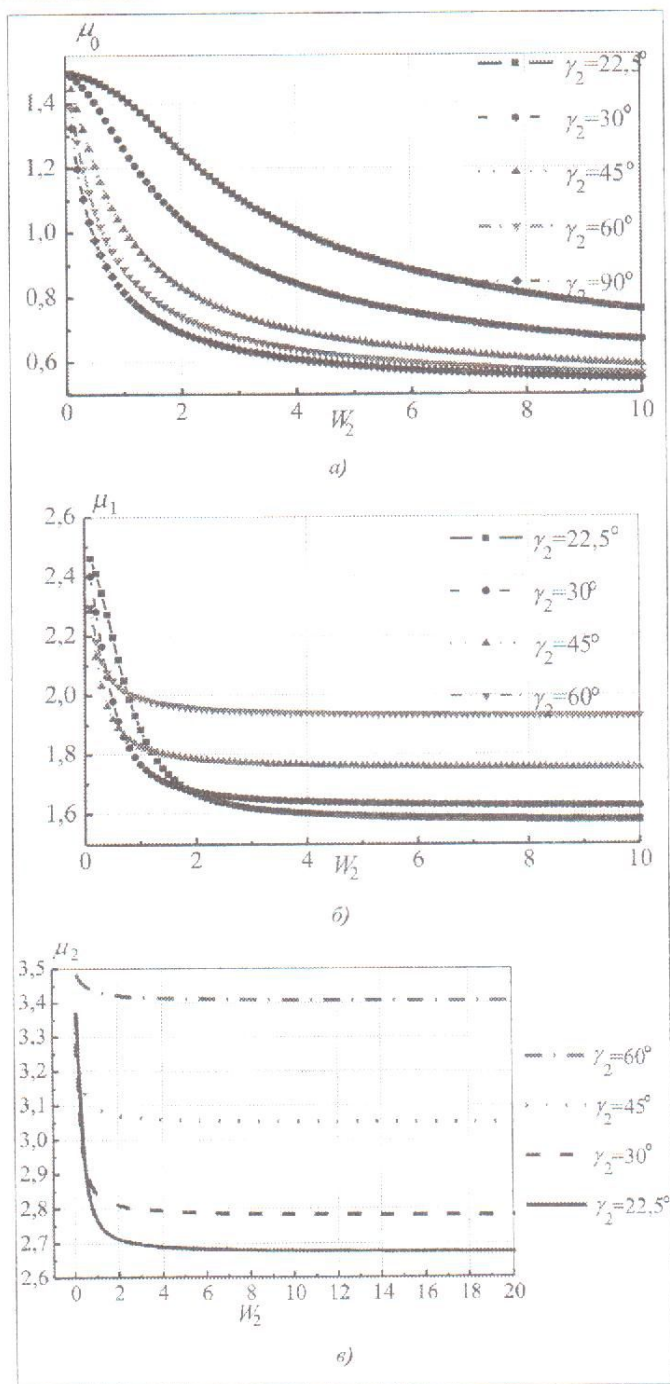


Рис. 2.5. Спектр собственных значений в зависимости от параметра заполнения W для различных углов раскрытия γ_2 полупрозрачного конуса

На рис.2.6 даны зависимости от угла раскрытия γ_2 и параметра W_2 полупрозрачного конуса значения α , характеризующего поведение поля у вершины полупрозрачного конуса. Имеющаяся особенность магнитного поля вблизи вершины (2.53) с ростом W_2 (при фиксированном значении γ_2 , рис.2.6, а) и расширением конуса (при фиксированном W_2 , рис.2.6, б) усиливается. Электрическое поле у вершины полупрозрачного конуса особенности не имеет (2.52) и убывает по мере приближения к ней. Однако степень убывания зависит от изменения γ_2 и W_2 .

конуса особенность поля вблизи вершины растет и достигает наибольшего значения при $\gamma_2 = \pi/2$. В случае разворота полупрозрачного конуса в плоскость ($\gamma_2 = \pi/2$) последняя представляет собой плоскую структуру, поверхностные свойства которой определяются параметром W_χ . Особенность плоской полупрозрачной структуры заключается в том, что она имеет особую точку при $r=0$ (начало координат), из которой выходят проводники (плоские нерегулярные ленты). В результате сравнения (2.45) и (2.51) приходим к выводу, что поле у вершины в случае $W_2 \sin^2 \gamma_2 \gg 1$ имеет более сильную особенность по сравнению со случаем, когда $W_2 \ll 1$. На рис. 2.5 приведены зависимости спектральных значений от параметра W_2 для различных углов раствора конуса γ_2 . Функции $\mu_n(W_2)$ являются монотонно убывающими функциями параметра W_2 при фиксированных углах γ_2 . Уменьшение параметра W_2 приводит к приближению μ_n к значениям для сплошного конуса. С увеличением номера n и ростом W_2 кривые $\mu_n(W_2)$ превращаются в прямые, параллельные оси изменения параметра W_2 . Это согласуется с асимптотическим поведением μ_n при $W_2 \sin^2 \gamma_2 \gg 1$ (2.41) и $W_2 \ll 1$ (2.49).

Интерес представляет поведение наименьшего значения μ_0 , характеризующего поле у вершины полупрозрачного конуса, определяющего пространственное распределение поля в случае близкого расположения источника к вершине ($qr_0 \ll 1$). Из рис.2.5, а видно, что при $W_2 > 8$ значения для μ_0 мало отличаются от 0,5. Следовательно, приближением для μ_0 (2.41) можно пользоваться при $W_2 > 8$.

В соответствии с (2.38), (2.39) составляющие электромагнитного поле у вершины полупрозрачного конуса в рассматриваемом случае ведут себя следующим образом:

$$E_r, E_\theta, E_\varphi \sim (qr)^\alpha, \quad (2.52)$$

$$H_r, H_\theta, H_\varphi \sim (qr)^{-1+\alpha}. \quad (2.53)$$

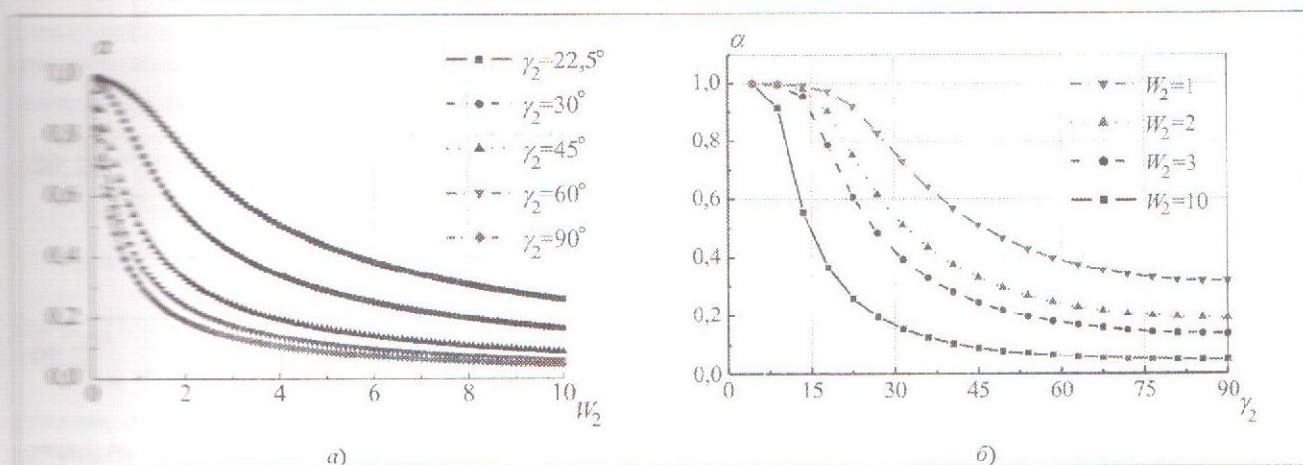


Рис. 2.6. Зависимость параметра α от параметра заполнения W_2 (а) и от угла полупрозрачного конуса γ_2^0 (б)

Полупрозрачный конус с внутренним экраном. Наличие сплошного конического экрана Σ_1 внутри конуса Σ_2 влияет на спектр граничной задачи и рассеянное поле. В случае осесимметричного возбуждения электрическим радиальным диполем ($\chi = 1, \theta_0 = \pi$) полупрозрачного конуса Σ_2 с внутренней вставкой Σ_1 одна из составляющих полного электрического поля имеет вид ($q = ik$)

$$E_\theta = \frac{\bar{a}_1^*}{rr_0\sqrt{rr_0}} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\bar{\mu}_p^* [(\bar{\mu}_p^*)^2 - 1/4]}{\cos^2 \pi \bar{\mu}_p^*} J_{\bar{\mu}_p^*}(kr_0) \frac{d}{dr} (\sqrt{r} H_{\bar{\mu}_p^*}^{(2)}(kr)) \times$$

$$\times \frac{\Delta_{\bar{\mu}_p^*}^{(1),0}(\gamma_1, \gamma_2)}{d\bar{\mu}} \hat{R}_{\bar{\mu}} \Big|_{\bar{\mu}=\bar{\mu}_p^*} P_{-1/2-\bar{\mu}_p^*}^{-1}(-\cos \gamma_2) P_{-1/2+\bar{\mu}_p^*}^{-1}(\cos \theta) + \frac{\bar{b}_1^* W_1}{rr_0\sqrt{rr_0}} \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{\bar{\mu}_p^* [(\bar{\mu}_p^*)^2 - 1/4]}{\cos \pi \bar{\mu}_p^*} \times$$

$$\times J_{\bar{\mu}_p^*}(kr_0) \frac{d}{dr} [\sqrt{r} H_{\bar{\mu}_p^*}^{(2)}(kr)] \frac{1}{d\bar{\mu}} \hat{R}_{\bar{\mu}} \Big|_{\bar{\mu}=\bar{\mu}_p^*} P_{-1/2+\bar{\mu}_p^*}^{-1}(\cos \gamma_1) P_{-1/2+\bar{\mu}_p^*}^{-1}(-\cos \theta),$$

$$\gamma_1 < \theta < \gamma_2, \quad r_0 < r, \tag{2.54}$$

где \bar{a}_1^*, \bar{b}_1^* — известные коэффициенты; $\hat{R}_{\bar{\mu}_p^*} = 0$; $\hat{R}_{\bar{\mu}} = 2W_1 P_{-1/2+\bar{\mu}}(-\cos \gamma_1) - \frac{\pi}{\cos \pi \bar{\mu}} P_{-1/2+\bar{\mu}}(-\cos \gamma_2) \Delta_{\bar{\mu}}^{(1),0}(\gamma_1, \gamma_2)$,

$$\Delta_{\bar{\mu}}^{(1),0}(\gamma_1, \gamma_2) = P_{-1/2+\bar{\mu}}(\cos \gamma_1) P_{-1/2+\bar{\mu}}(-\cos \gamma_2) - P_{-1/2-\bar{\mu}}(-\cos \gamma_1) P_{-1/2+\bar{\mu}}(\cos \gamma_2).$$

Суммирование в представлении (2.54) проводится по индексу спектральных значений краевой задачи для полупрозрачного конуса с внутренним сплошным экраном. Составляющая электрического поля (2.54) определяется бесконечным набором волн, поля которых не зависят от азимутальной координаты φ .

Формальный переход в (2.54) к пределу при $\gamma_1 \rightarrow 0$ приводит к представлению для E_θ в случае одиночного полупрозрачного конуса Σ_2 .

Спектр собственных значений краевой задачи в данном случае $\{\bar{\mu}_p^*\}_{p=1}^{+\infty}$ определяется корнями уравнения

$$2W_1 P_{-1/2+\bar{\mu}}(-\cos \gamma_1) - \frac{\pi}{\cos \pi \bar{\mu}} P_{-1/2+\bar{\mu}}(-\cos \gamma_2) \Delta_{\bar{\mu}}^{(1),0}(\gamma_1, \gamma_2) = 0. \tag{2.55}$$

(2.53) Исследуем эти корни аналитически в некоторых частных случаях.

С л у ч а й 1. Пусть $W_1 \ll 1$. Тогда

$$\frac{\pi}{\cos \pi \bar{\mu}} \frac{P_{-1/2+\bar{\mu}}(-\cos \gamma_2)}{P_{-1/2+\bar{\mu}}(-\cos \gamma_1)} [P_{-1/2+\bar{\mu}}(-\cos \gamma_1) P_{-1/2+\bar{\mu}}(\cos \gamma_2) - P_{-1/2+\bar{\mu}}(\cos \gamma_1) P_{-1/2+\bar{\mu}}(-\cos \gamma_2)] = -2W_1. \tag{2.56}$$

Отсюда следует, что корни уравнения с малой правой частью находятся вблизи корней $P_{-1/2+\bar{\mu}}(-\cos \gamma_2) = 0$ и

$$\frac{\pi}{\cos \pi \bar{\mu}} [P_{-1/2+\bar{\mu}}(-\cos \gamma_1) P_{-1/2+\bar{\mu}}(\cos \gamma_2) - P_{-1/2-\bar{\mu}}(\cos \gamma_1) P_{-1/2-\bar{\mu}}(-\cos \gamma_2)] = 0. \tag{2.57}$$

Результаты численного анализа корней (2.57) приведены в [28].

Таким образом, спектр $\{\hat{\mu}_p^*\}_{p=1}^{\infty}$ состоит из двух подмножеств корней уравнения (2.57):

$$\hat{\mu}_s^{(1)} = \alpha_s^- - \frac{2W_1 \cos \pi \alpha_s^-}{\pi P_{-1/2-\alpha_s^-}(\cos \gamma_2) \frac{d}{d\hat{\mu}} P_{-1/2, \hat{\mu}}(-\cos \gamma_2) \Big|_{\hat{\mu}=\alpha_s^-}} + O(W_1^2), \quad (2.58)$$

$$P_{-1/2-\alpha_s^-}(-\cos \gamma_2) = 0, \quad s = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

$$\hat{\mu}_n^{(1)} = \beta_n^R - \frac{2W_1 \cos \pi \beta_n^R P_{-1/2+\beta_n^R}(-\cos \gamma_1)}{\pi P_{1/2-\beta_n^R}(-\cos \gamma_2) \frac{d}{d\hat{\mu}} \Delta_{\hat{\mu}}^{(1),0}(\gamma_1, \gamma_2) \Big|_{\hat{\mu}=\beta_n^R}} + O(W_1^2), \quad \Delta_{\beta_n^R}^{(1),0}(\gamma_1, \gamma_2) = 0. \quad (2.59)$$

Главный член асимптотического разложения (2.58) совпадает с главным членом асимптотического разложения для μ_s^- (2.26) в случае одиночного полупрозрачного конуса. Влияние внутреннего экрана в (2.58) учитывается в членах более высокого порядка малости по сравнению с W_1 и является относительно незначительным. Это находит объяснение в том, что в случае малых W_1 ($W_1 \ll 1$) полупрозрачный конус по своим свойствам близок к сплошному идеально проводящему конусу. Спектральные значения $\hat{\mu}_s^{(1)}$ (2.58) незначительно отличаются от спектральных значений α_s^- краевой задачи для сплошного идеально проводящего конуса [27], а величины $\hat{\mu}_n^{(1)}$ (2.59) – от спектральных значений β_n^R красной задачи для сплошного идеально проводящего биконуса [6,34]. В предельном случае, когда внутренний сплошной экран исчезает ($\gamma_1 \rightarrow 0$), значения, определенные в (2.58) и (2.59), превращаются в спектральные значения для одиночного полупрозрачного конуса (2.26).

С л у ч а й 2. Пусть $W_1 \gg 1$. При этом спектр граничной задачи определяется корнями уравнения с малой правой частью:

$$\frac{\cos \pi \hat{\mu}}{\pi [P_{1/2, \hat{\mu}}(-\cos \gamma_1) P_{-1/2+\hat{\mu}}(\cos \gamma_2) - P_{-1/2+\hat{\mu}}(\cos \gamma_1) P_{1/2-\hat{\mu}}(-\cos \gamma_2)]} \times \frac{P_{1/2, \hat{\mu}}(-\cos \gamma_1)}{P_{-1/2+\hat{\mu}}(-\cos \gamma_2)} = -\frac{1}{2W_1}, \quad (2.60)$$

которые имеют вид

$$\hat{\mu}_s^- = \hat{\beta}_s^- + \frac{1}{2W_1} \cdot \frac{\pi P_{1/2, \hat{\beta}_s^-}(\cos \gamma_1) [P_{-1/2-\hat{\beta}_s^-}(-\cos \gamma_2)]^2}{\cos \pi \hat{\beta}_s^- \frac{d}{d\hat{\mu}} P_{-1/2, \hat{\mu}}(-\cos \gamma_1) \Big|_{\hat{\mu}=\hat{\beta}_s^-}} + O(W_1^{-2}), \quad (2.61)$$

$$P_{-1/2-\hat{\beta}_s^-}(-\cos \gamma_1) = 0, \quad s = 0, 1, 2, \dots$$

При $W_1 \rightarrow +\infty$, что соответствует исчезновению конуса Σ_2 , собственные значения (2.61) превращаются в собственные значения красной задачи для сплошного конуса $\Sigma_1: \theta = \gamma_1$ [6,33,34]. Сравнив спектры для одиночного полупрозрачного конуса (2.29) и полупрозрачного конуса с внутренней вставкой (2.61), заключаем, что наличие сплошного идеально проводящего конуса Σ_1 существенно изменяет спектр рассматриваемой граничной задачи. Как видно из (2.61), в спектре отсутствует значение (2.30), соответствующее ТЕМ-волне, присутствующей в структуре поля, рассеянного одиночным полупрозрачным конусом. Следовательно, присутствие внутреннего сплошного экрана изменяет структуру рассеянного поля – в ней отсутствует ТЕМ-волна.

Используя асимптотику $\hat{\beta}_s^-$ при малых углах γ_1 ($\gamma_1 \ll 1$) [43], находим приближение для $\hat{\mu}_s^-$ (2.61) в случае узкого внутреннего экрана Σ_1 :

$$\hat{\mu}_s^- \approx \frac{1}{2} + s + \frac{1}{2 \ln(2/\gamma_1)} + \frac{1}{2W_1} [P_s(-\cos \gamma_2)]^2. \quad (2.62)$$

В предельном случае отсутствия внутреннего экрана ($\gamma_1 \rightarrow 0$) множество значений (2.62) совпадает со спектром граничной задачи для одиночного полупрозрачного конуса (2.29) в случае $W_1 \gg 1$ и в структуре рассеянного поля появляется ТЕМ-волна, соответствующая спектральному значению $\hat{\mu}_0$ (2.29). Зна

спектр собственных значений задачи, нетрудно определить характер поведения поля у вершины полупрозрачного конуса с внутренней вставкой ($qr \ll 1$). Волна, соответствующая наименьшему спектральному значению, характеризует поле при $qr \ll 1$. При этом

$$(2.58) \quad E_r, E_\varphi, E_z \sim (qr)^{-1-\alpha}, \quad (2.63)$$

$$H_r, H_\varphi, H_z \sim (qr)^\alpha, \quad (2.64)$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} + \frac{\tilde{\mu}_{\min}^{(1) \pm}}{2}, \quad (2.65)$$

где $\tilde{\mu}_{\min}^{(1) \pm}$ – наименьшее собственное значение спектра граничной задачи.

При $W_1 \ll 1$ наименьшим спектральным значением является $\tilde{\mu}_0^{(1) \pm}$ (2.58), из чего следует, что присутствие внутреннего сплошного идеально проводящего экрана слабо влияет на поведение поля у вершины рассматриваемой конической поверхности. В случае $W_1 \gg 1$ электрическое поле вблизи вершины конической поверхности ведет себя как $(qr)^{-3/2-\tilde{\mu}_0^-}$, где $\tilde{\mu}_0^-$ – наименьшее значение спектра (2.61). Учитывая факт, что при $0 < \gamma_1 < \pi/2$ $\hat{\beta}_0^-(\gamma_1) < 3/2$ и

$$\frac{\pi P_{-1/2-\beta}(\cos \gamma_1) [P_{-1/2+\beta}(-\cos \gamma_2)]^2}{\cos \pi \beta \frac{d}{d\mu} P_{-1/2+\beta}(-\cos \gamma_1)} \Big|_{\mu = \hat{\beta}_0^-} > 0,$$

заключаем, что наличие полупрозрачного конуса ослабляет особенность поля у вершины сплошного конуса. Таким образом, вблизи вершины ($qr \ll 1$) конической поверхности $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ в этом случае ($W_1 \gg 1$) электрическое поле имеет более слабую особенность по сравнению с особенностью у вершины сплошной конической поверхности при отсутствии полупрозрачного конуса. В соответствии с (2.64), (2.65) магнитное поле убывает до нуля по мере приближении точки наблюдения к вершине конической поверхности.

Аналитическое исследование корней уравнения (2.56) в частных случаях $W_1 \ll 1$ и $W_1 \gg 1$ позволило качественно оценить влияние внутреннего экрана на спектр граничной задачи и поведение поля вблизи вершины. Проследить за изменениями спектральных значений в зависимости от угловых размеров конусов Σ_1, Σ_2 и параметра заполнения W_1 представляется возможным только с помощью численного решения уравнения (2.56).

На рис. 2.7 приведены зависимости спектральных значений $\tilde{\mu}_0, \tilde{\mu}_1$ от углов γ_1, γ_2 и параметра W_1 . Для сравнения дана кривая зависимости для $\tilde{\mu}_0, \tilde{\mu}_1$ в случае одиночного полупрозрачного конуса (без внутреннего экрана). Из рис. 2.7 видно, что характер изменения $\tilde{\mu}_0$ и $\tilde{\mu}_1$ в зависимости от W_1 и γ_1 один и тот же. Отличие только в значениях этих параметров. Наличие сплошного экрана приводит к увеличению спектральных значений, кривые которых становятся пологими и приобретают линейный характер.

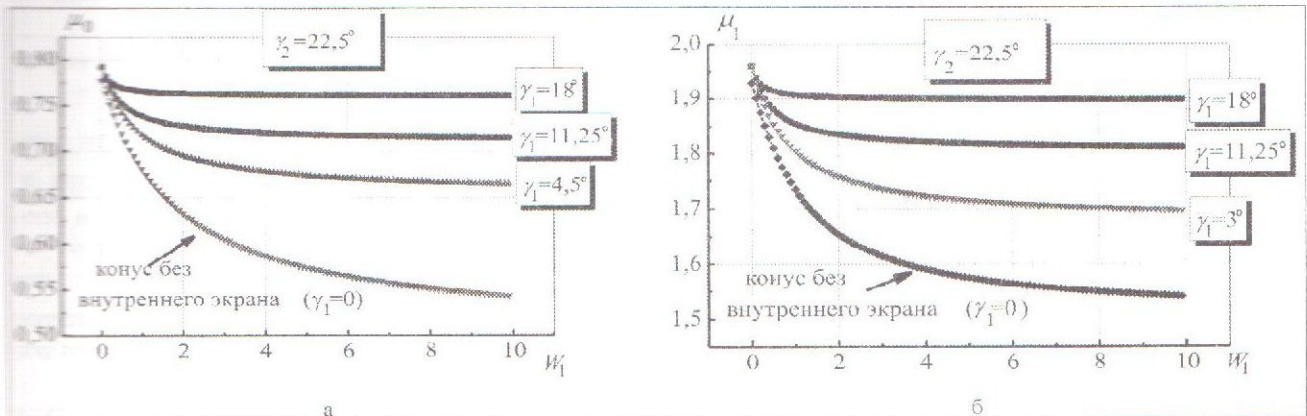


Рис. 2.7. Изменение спектральных значений в зависимости от параметра заполнения W_1 для различных углов раскрытия γ_2 полупрозрачного конуса; а – μ_0 ; б – μ_1

На рис.2.8 приведены зависимости параметра α , характеризующего поле у вершины полупрозрачного конуса с внутренним сплошным экраном (2.63), (2.64), от углов полураскрыва конусов Σ_1 и Σ_2 и параметра W_1 . Как следует из вышеприведенных аналитических результатов при изучении поля у вершины рассматриваемой конической структуры, а также из анализа кривых на рис.2.8, а, наличие сплошного экрана внутри полупрозрачного конуса, находящегося в поле электрического радиального диполя, приводит к ослаблению особенности поля вблизи вершины. Расширение внутреннего сплошного конуса Σ_1 при фиксированном значении параметра W_1 способствует ослаблению электрического поля (рис.2.8, б). Расширение полупрозрачного конуса Σ_2 при фиксированном угле полураскрыва конуса Σ_1 приводит также к ослаблению особенности у электрического поля (α является неубывающей функцией угла γ_2 и линейной, за исключением $W_1 < 0,5$) (рис. 2.8, в).

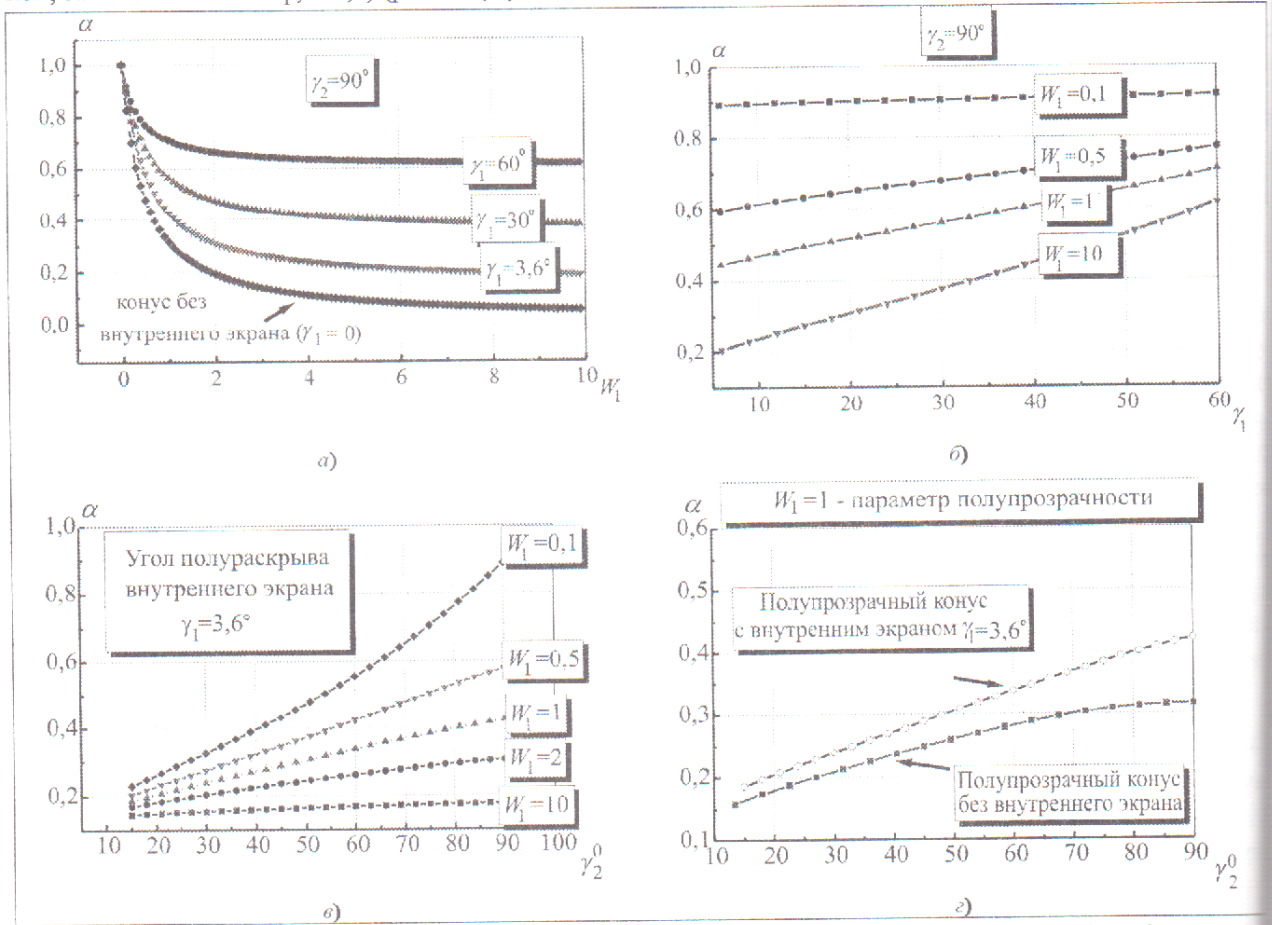


Рис. 2.8. Зависимость α от параметра заполнения W_1 (а), от угла полураскрыва внутреннего экрана $\gamma_1^0, \gamma_2^0 = 90^0$ (б), от угла полураскрыва полупрозрачного конуса $\gamma_2^0, \gamma_1^0 = 3,6^0$ (в) и (г)

Из рис.2.8, г можно судить о степени влияния угла внутреннего конуса Σ_1 на параметр α при фиксированном значении W_1 . При наличии внутреннего конуса ($\gamma_1 = 3,6^0$) характер изменения параметра α является почти линейным. Магнитное поле у вершины рассматриваемой конической поверхности особенности не имеет и убывает по мере приближения к вершине. Однако степень убывания зависит от углов γ_1, γ_2 и параметра W_1 . Из проведенного анализа поведения функции $\alpha = \alpha(\gamma_1, \gamma_2, W_1)$ следует, что магнитное поле в случае полупрозрачного конуса с вставкой в виде сплошного конуса убывает быстрее по мере приближения к вершине, чем в случае одиночного полупрозрачного конуса при облучении полем магнитного радиального диполя.

В случае ассимметричного возбуждения магнитным радиальным диполем полупрозрачного конуса с внутренней вставкой в виде сплошного идеально проводящего конуса магнитный потенциал Дебая (1.6) приобретает вид ($\theta_0 = \pi, \gamma_2 < \theta < \pi$)

$$u_1^{(2)} = \frac{1}{2r^2 \sin^2 \gamma_2} \int_0^{\pi} r \operatorname{sh} \pi \tau \frac{K_{it}(qr) K_{it}(qr_0)}{\sqrt{r} \sqrt{r_0}} \frac{P_{-1/2-it}^{-1}(\cos \gamma_1)}{\tilde{T}_{it}} P_{-1/2+it}(-\cos \theta) d\tau +$$

$$\frac{2W_2}{r^2} \int_0^{\pi} r \operatorname{sh} \pi \tau \frac{K_{it}(qr) K_{it}(qr_0)}{\sqrt{r} \sqrt{r_0}} \frac{\Delta_{it}^{(2),0}}{\tilde{T}_{it}} P_{1/2+it}^{-1}(\cos \gamma_2) P_{-1/2-it}(-\cos \theta) d\tau, \quad (2.66)$$

$$\Delta_{it}^{(2),0} = \frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2-it}(\cos \gamma_1) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+it}(-\cos \gamma_2) - \frac{d}{d\gamma_1} P_{-1/2+it}(-\cos \gamma_1) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2-it}(\cos \gamma_2),$$

$\tilde{T}_{it} = \frac{\operatorname{ch} \pi \tau}{\sin^2 \gamma_2} P_{-1/2-it}^{-1}(-\cos \gamma_1) + 2W_2 P_{-1/2-it}^{-1}(-\cos \gamma_2) \Delta_{it}^{(2),0}$; \tilde{b} – известный коэффициент. После введения но-

вой переменной интегрирования $\xi = it$ в интеграле (2.66) (переход к интегрированию по мнимой оси) и использования основной теоремы о вычетах [44] получаем представления для $u_1^{(2)}$ в виде ряда по полюдам подынтегральной функции. Этот ряд быстро сходится в случаях, когда или точка наблюдения ($qr \ll 1$), или источник ($qr_0 \ll 1$) находятся вблизи общей вершины конусов (начала координат). Для наблюдения поля в волновой зоне (области пространства, где рассеянное поле представляется только в виде медленной сферической волны, $qr \gg 1$) целесообразно воспользоваться интегральным представлением (2.66) из-за медленной сходимости ряда в этой области.

Спектр граничной задачи определяется корнями уравнения

$$\frac{\cos \pi \xi}{r \sin^2 \gamma_2} P_{-1/2-\xi}^{-1}(-\cos \gamma_1) + 2W_2 P_{1/2-\xi}^{-1}(-\cos \gamma_1) \Delta_{\xi}^{(2),0} = 0. \quad (2.67)$$

Анализ уравнения (2.67) показал, что одним из его корней является значение $\xi = 1/2$. Его присутствие в спектре граничной задачи обусловлено наличием сплошного конуса Σ_1 . Волна, соответствующая этому значению, не вносит вклад в рассеянное поле и в дальнейшем $\xi = 1/2$ рассматриваться не будет.

Исследуем спектр при $W_2 \ll 1$ и при $W_2 \sin^2 \gamma_2 \gg 1$.

Пусть $W_2 \ll 1$. В этом случае спектр определяется корнями уравнения с малой правой частью

$$\frac{1}{r \sin^2 \gamma_2} \frac{P_{-1/2-\xi}^{-1}(-\cos \gamma_1)}{P_{-1/2+\xi}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \frac{\cos \pi \xi}{(\xi^2 - 1/4)^2 \tilde{\nabla}_{\xi}} = 2W_2, \quad (2.68)$$

$$\tilde{\nabla}_{\xi} = P_{-1/2-\xi}^{-1}(\cos \gamma_1) P_{-1/2-\xi}^{-1}(-\cos \gamma_2) - P_{-1/2+\xi}^{-1}(-\cos \gamma_1) P_{-1/2+\xi}^{-1}(\cos \gamma_2).$$

Корни уравнения (2.68) находятся вблизи нулей функции $P_{-1/2+\xi}^{-1}(-\cos \gamma_1)$ и имеют вид

$$\xi_p^* = \beta_p^* + 2\pi W_2 \sin^2 \gamma_2 \left. \frac{(\xi^2 - 1/4)^2 \tilde{\nabla}_{\xi} P_{-1/2+\xi}^{-1}(-\cos \gamma_2)}{\cos \pi \xi \frac{d}{d\xi} P_{-1/2-\xi}^{-1}(-\cos \gamma_1)} \right|_{\xi=\beta_p^*} + O(W_2^2), \quad p=1,2,3,\dots, \quad (2.69)$$

$$P_{-1/2-\beta_p^*}^{-1}(-\cos \gamma_1) = 0. \quad (2.70)$$

Переходя к пределу в (2.69) при $W_2 \rightarrow 0$, получаем спектр краевой задачи для сплошного конуса Σ_1 , который состоит из корней (2.70) и значения $\xi = 1/2$ [26].

Пусть $W_2 \sin^2 \gamma_2 \gg 1$. Спектр краевой задачи состоит из значений

$$\xi_p^* = \tilde{\xi}_p^* + \frac{1}{2W_2 \sin^2 \gamma_2} \frac{\cos \pi \tilde{\xi}}{(\tilde{\xi}^2 - 1/4)^2 \frac{d}{d\tilde{\xi}} \tilde{\nabla}_{\tilde{\xi}}} \left. \frac{P_{-1/2+\tilde{\xi}}^{-1}(-\cos \gamma_1)}{P_{-1/2+\tilde{\xi}}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \right|_{\tilde{\xi}=\tilde{\xi}_p^*} + O(W_2^{-2}), \quad (2.71)$$

$$\xi_j = \alpha_j^1 + \frac{1}{2W_2 \sin^2 \gamma_2} \frac{\cos \pi \tilde{\xi}}{(\tilde{\xi}^2 - 1/4)^2 \frac{d}{d\tilde{\xi}} \tilde{\nabla}_{\tilde{\xi}}} \left. \frac{P_{-1/2+\tilde{\xi}}^{-1}(-\cos \gamma_1)}{\frac{d}{d\tilde{\xi}} P_{-1/2-\tilde{\xi}}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \right|_{\tilde{\xi}=\alpha_j^1} + O(W_2^{-2}), \quad j=0,1,2,\dots, \quad (2.72)$$

$$\xi_0^{**} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8W_2 \cos^4(\gamma_2/2) [\operatorname{tg}^2(\gamma_2/2) - \operatorname{tg}^2(\gamma_1/2)]} + O(W_2^{-2}), \quad (2.73)$$

которые являются корнями уравнения с малой правой частью

$$\pi \frac{P_{-1/2+\xi}^{-1}(-\cos \gamma_2) (\xi^2 - 1/4)^2 \hat{\nabla}_{\xi}}{P_{-1/2+\xi}^{-1}(-\cos \gamma_1) \cos \pi \xi} = \frac{1}{2W_2 \sin^2 \gamma_2}, \quad (2.74)$$

где $\frac{\hat{\nabla}_{\xi}}{\cos \pi \xi} \Big|_{\xi=\xi_p^*} = 0$; $P_{-1/2-\alpha_n}^{-1}(-\cos \gamma_2) = 0$.

Значения ξ_p^* , ξ_j , ξ_0^{**} представляют возмущенные спектры сплошного биконуса и сплошного одиночного конуса соответственно [6,26,27]. Из (2.71)-(2.73) следует, что спектр краевой задачи для такого типа поверхности зависит от углов раствора конусов, а также параметра заполнения W_2 . Представление $\nu_1^{(2)}$ в виде ряда – это разложение $\nu_1^{(2)}$ в ряд по вычтам в корнях ξ_p^* , ξ_j , ξ_0^{**} , наименьший из которых – ξ_0^{**} соответствует волне низшего типа. Аналогичное разложение потенциала Дебая рассеянного поля в ряд по вычтам в значениях ξ_p^* , α_j^+ , $1/2$ имеет место и в случае сплошных идеально проводящих конусов и биконусов. Однако слагаемое, соответствующее значению $\xi = 1/2$, как это было отмечено выше, вклад в поле не вносит и интереса не представляет. Если на поверхности сплошного идеально проводящего конуса прорезаны продольные щели или поверхностные свойства конуса меняются по некоторому закону, то значение $\xi = 1/2$ возмущается. При возбуждении одиночного полупрозрачного конуса Σ_2 или конической поверхности Σ , содержащей полупрозрачный конус с параметром заполнения $W_2 (W_2 \sin^2 \gamma_2 \gg 1)$, поле волны, отвечающее этому возмущенному значению, уже вносит ненулевой вклад в рассеянное поверхностью поле.

Свойства этой волны такие же, как и в случае возбуждения одиночного полупрозрачного конуса электрическим ($W_1 \gg 1$) или магнитным ($W_2 \sin^2 \gamma_2 \gg 1$) радиальными диполями. О возможности существования такой волны в структуре поля в случае радиально проводящих биконусов указывается в [6,7,13]. Волна низшего типа определяет поведение поля вблизи вершины конуса ($qr \ll 1$). Вблизи вершины сплошного одиночного конуса поле особенности не имеет (убывает по мере приближения к острию). Наличие неоднородностей на поверхности конуса влияет на поведение поля у его вершины. Так вблизи вершины одиночного полупрозрачного конуса $\Sigma_2 (W_2 \sin^2 \gamma_2 \gg 1)$ магнитное поле имеет особенность порядка $(qr)^{-1-\alpha}$ (2.70), где $\alpha = -\frac{1}{2} + \xi$, а электрическое поле убывает при приближении к вершине (2.63). Значению ξ (2.41) соответствует волна низшего типа в структуре рассеянного поля одиночным полупрозрачным конусом Σ_2 .

Наличие сплошного конического экрана Σ_1 внутри полупрозрачного конуса Σ_2 влияет на спектр и структуру рассеянного поля. Однако, в отличие от случая возбуждения электрическим радиальным диполем полупрозрачного конуса с внутренней вставкой в виде сплошного конуса, в структуре рассеянного поля в данном случае присутствует ТЕМ-волна. Поведение составляющих электромагнитного поля вблизи вершины конуса $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ характеризуется полем ТЕМ-волны, соответствующей спектральному значению ξ_0^{**} (2.73):

$$E_r, E_\theta, E_\varphi \sim (qr) \frac{1}{8W_2 \cos^4(\gamma_2/2) [\operatorname{tg}^2(\gamma_2/2) - \operatorname{tg}^2(\gamma_1/2)]} + O(W_2^{-2}), \quad (2.75)$$

$$H_r, H_\theta, H_\varphi \sim (qr)^{-1} \frac{1}{8W_2 \cos^4(\gamma_2/2) [\operatorname{tg}^2(\gamma_2/2) - \operatorname{tg}^2(\gamma_1/2)]} + O(W_2^{-2}). \quad (2.76)$$

Сравнивая значения ξ_0^{**} (2.73) с ξ (2.41) и принимая во внимание (2.44), (2.45) и (2.75), (2.76), а также неравенство

$$(2.73) \quad \frac{1}{\sin^2 \gamma_2} < \frac{1}{4 \cos^4(\gamma_2/2) [\operatorname{tg}^2(\gamma_2/2) - \operatorname{tg}^2(\gamma_1/2)]}, \quad \gamma_1 < \gamma_2 < \pi,$$

показывает, что наличие сплошного экрана Σ_1 ослабляет особенность у вершины полупрозрачного конуса Σ_2 . В случаях малых значений W_1 и $\frac{1}{W_2 \sin^2 \gamma_2}$ удобнее пользоваться асимптотическими решениями

(2.74) уравнений с малыми правыми частями (2.68), (2.74), поскольку не всегда удается получить численное решение для малых параметров задачи. Численное решение уравнения (2.67) дает возможность количественно проанализировать зависимость спектральных значений красной задачи для полупрозрачного конуса с внутренним сплошным экраном ($\chi = 2$) от углов раскрыва конусов Σ_1, Σ_2 и параметра W_2 .

На рис. 2.9 приведены графики зависимостей собственных значений μ_0 и μ_1 от угла сплошного конуса γ_2 и параметра W_2 . Анализ этих зависимостей показал, что для вычисления μ_0 при $W_2 > 10$, а для μ_1 при $W_2 > 2$ можно пользоваться асимптотическим решением уравнения (2.74) с малой правой частью. Значения параметра $W_2 > 10$, определяют поверхностные свойства полупрозрачного конуса, вдоль которого может распространяться TEM-волна. В случае близкого расположения источника к вершине конуса ($qr \ll 1$) поле этой волны является доминирующим и определяет пространственное распределение поля (вплоть до TEM-волны) и его поведение у вершины конической структуры ($qr \ll 1$).

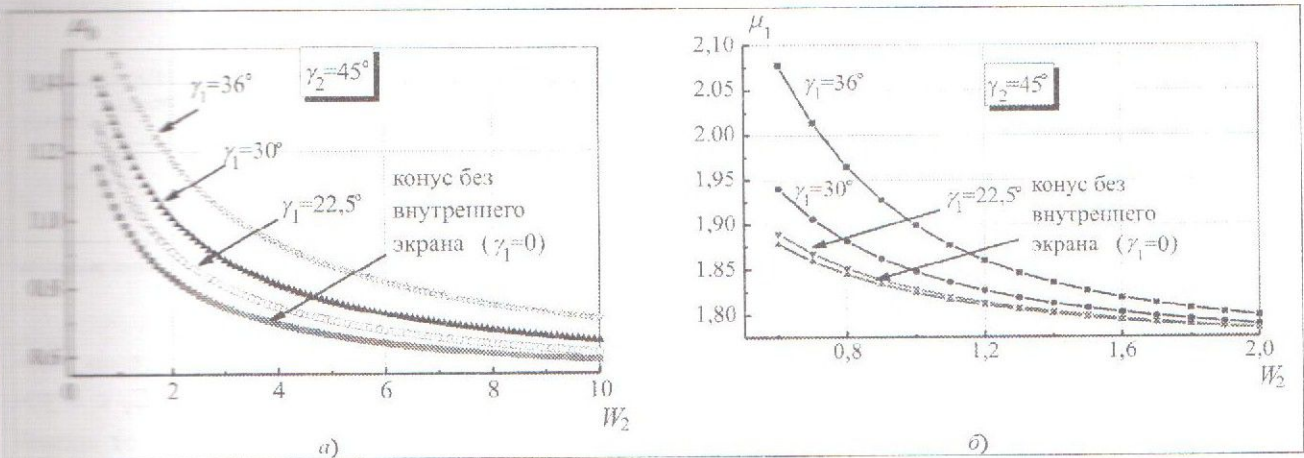


Рис. 2.9. Изменение спектральных значений в зависимости от параметра заполнения W_2 для различных углов полуоткрытия внутреннего конического экрана γ_1 полупрозрачного конуса: а) μ_0 ; б) μ_1 .

В рассматриваемом случае конической структуры, которая находится в поле магнитного радиально-го диполя, на рис.2.10 приведены графики, иллюстрирующие зависимость параметра α , определяющего распределение поля у вершины (2.52), (2.53), от углов полуоткрытия конусов Σ_1, Σ_2 и от W_2 .

Как и в случае возбуждения электрическим радиальным диполем полупрозрачного конуса с внутренним сплошным экраном в виде идеально проводящего конуса, наличие сплошного конуса приводит к ослаблению особенности поля вблизи вершины (рис.2.10, а). Для значений параметра $W_2 > 3$, на поведение поля очень слабо влияет угол полуоткрытия внутреннего сплошного экрана, а при $W_2 > 10$ перестает влиять также и параметр W_2 , характеризующий поверхностные свойства полупрозрачного конуса (рис.2.10, б). Это находит объяснение в том, что в случае полупрозрачного конуса (модель густой конической сетки) с вполне определенными свойствами (например, $W_2 \sin^2 \gamma_2 > 10$) вдоль его поверхности может

(2.75) распространяться волна низшего типа (TEM-волна), на поле которой практически не оказывает влияние присутствие вставки в виде идеально проводящего конуса. Изменение поверхностных свойств полупро-

(2.76)зрачного конуса (например, уменьшение W_2) приводит к преобладанию других типов волн и исчезновению TEM-волны, вследствие чего на поведение поля вблизи вершины начинает оказывать влияние внут-

(2.76), а так-

решений сплошной экран (рис.2.10, в и г).

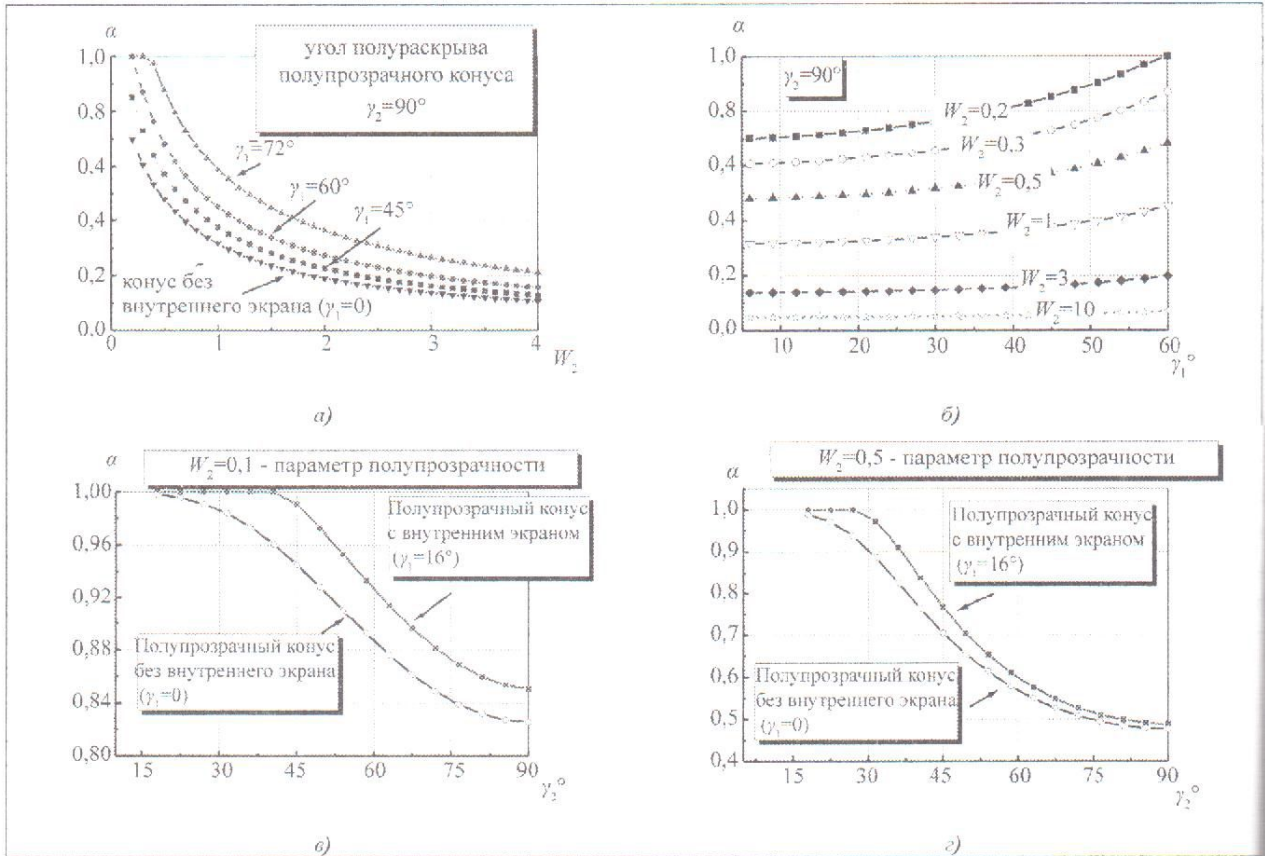


Рис. 2.10. Зависимость параметра α от параметра W_2 (а), от угла полуоткрыва внутреннего экрана γ_1 (б), от угла полуоткрыва «полупрозрачного» конуса γ_2 (в) и (г)

2.2. *Приближенное решение в случае узких щелей.* В случае осесимметричного возбуждения магнитным радиальным диполем ($\theta_0 = \pi$) конической поверхности, состоящей из конуса Σ_2 с N узкими щелями ($d_2/l \ll 1, 1-u_2 \ll 1$) и конической вставкой Σ_1 потенциал Дебая вдали от щелей имеет вид

$$\begin{aligned}
 U_1^{(2), \text{бкн}} &= U_{\text{сплн}}^{(2)} + \frac{1}{-\frac{1}{N} \ln \left(\frac{1-u_2}{2} \right)} \int_0^\infty a_{ir}^{*(2)} \frac{K_{ir}(qr)}{\sqrt{r}} \frac{\tilde{F}_{ir}^*}{\Delta_{ir}^{(2), \text{бкн}}} \tilde{A}_{ir}^{*(2)} (1 - \hat{C}_{ir}^{(2)}) P_{-1/2-ir}(-\cos \theta) d\tau + \\
 &+ \frac{1}{-\frac{1}{N} \ln \left(\frac{1-u_2}{2} \right)} \int_0^\infty a_{ir}^{*(2)} \frac{K_{ir}(qr)}{\sqrt{r}} \frac{\tilde{F}_{ir}^*}{\Delta_{ir}^{(2), \text{бкн}}} \tilde{A}_{ir}^{*(2)} (1 - \hat{C}_{ir}^{(2)}) \times \\
 &\times \sum_{n=0}^\infty \frac{1}{1 - \frac{|n|}{n} \tilde{e}_{n,2}^{(2)} V_{n-1}^{n-1}(u_2)} \frac{P_{-1/2+ir}^{nN}(-\cos \theta)}{d\gamma_2} e^{inN\varphi} d\tau + O(1-u_2), \quad \gamma_2 < \theta < \pi, \tag{2.7} \\
 \Delta_{ir}^{(2), \text{бкн}} &= \tilde{F}_{ir}^* + \frac{1}{-\frac{1}{N} \ln \left(\frac{1-u_2}{2} \right)}, \\
 a_{ir}^{*(2)} &= \frac{\hat{p}_2}{2\pi^2 r_0} \tau \text{th} \pi \tau \frac{K_{ir}(qr_0)}{\sqrt{r_0}} \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+ir}(\cos \gamma_2)}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+ir}(-\cos \gamma_2)},
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\hat{C}_{ir}^{(2)}} = \frac{1}{N \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{|p|} \hat{\epsilon}_{p,2}^{(2)}}, \quad \hat{A}_{ir}^{*(2)} = A_{ir}^{(2),0} \frac{1}{1 - \hat{C}_{ir}^{(2)}(\gamma_1, \gamma_2)},$$

$$\hat{C}_{ir}^{(2)} = \frac{d\tau}{\pi \sin^2 \gamma_2} \frac{1}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2-ir}(\cos \gamma_2) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+ir}(-\cos \gamma_2)},$$

Аналитическое выражение для $u_1^{(2)}$ имеет место и в области $\gamma_1 < \theta < \gamma_2$. Первое слагаемое в представлении (2.77) соответствует потенциалу Дебая для сплошного конуса Σ_2 [27]:

$$u_{\text{сплн}}^{(2)} = \int_0^{\pi} \hat{A}_{ir}^{*(2)} \frac{K_{ir}(qr)}{\sqrt{r}} P_{-1/2-ir}(-\cos \theta) d\tau. \quad (2.78)$$

Второе слагаемое отвечает нулевой гармонике ряда Фурье $u_1^{(2)}$ по азимутальному углу φ и учитывает наличие щелей и вставки. Устремляя ширину щелей к нулю ($d_2/l \rightarrow 0$) в выражении (2.77), приходим к представлению для потенциала Дебая $u_{\text{сплн}}^{(2)}$ (2.78) в случае возбуждения магнитным радиальным диполем сплошного идеально проводящего конуса [27]. Учитывая, что $\lim_{\gamma_1 \rightarrow 0} \hat{C}_{ir}^{(2)}(\gamma_1, \gamma_2) = 0$, в предельном случае исчезновения внутреннего экрана ($\gamma_1 \rightarrow 0$) получаем представление для $u_1^{(2),\text{кн}}$ в случае одиночного конуса Σ_2 с N узкими щелями вдали от них:

$$u_1^{(2),\text{кн}} = u_{\text{сплн}}^{(2)} + \frac{1}{-N \ln \left(\frac{1-u_2}{2} \right)} \int_0^{\infty} \hat{A}_{ir}^{*(2)} \frac{K_{ir}(qr)}{\sqrt{r}} \frac{F_{ir}^*}{\Delta_{ir}^{(2),\text{кн}}} A_{ir}^{(2),0} P_{-1/2+ir}(-\cos \theta) d\tau + \frac{1}{-N \ln \left(\frac{1-u_2}{2} \right)} \times$$

$$\int_0^{\pi} \frac{K_{ir}(qr)}{\sqrt{r}} \frac{F_{ir}^*}{\Delta_{ir}^{(2),\text{кн}}} A_{ir}^{(2),0} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{1 - \frac{|n|}{n} \hat{\epsilon}_{n,2}^{(2)} V_{n-1}^{n-1}(u_2)} \frac{P_{-1/2+ir}^{nN}(-\cos \theta)}{d\gamma_2} e^{inN\varphi} d\tau + O(1-u_2), \quad \gamma_2 < \theta < \pi, \quad (2.79)$$

$$u_2^{(2),\text{кн}} = F_{ir}^* + \frac{1}{-N \ln \left(\frac{1-u_2}{2} \right)}, \quad F_{ir}^* = \frac{1}{A_{ir}^{(2),0} - \frac{1}{N} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{|p|} \hat{\epsilon}_{p,2}^{(2)}}.$$

Изучим влияние узких щелей и внутреннего сплошного экрана на рассеянное конической поверхностью поле. Результаты сравнения выражений (2.77) и (2.78) показали, что присутствие внутреннего экрана слабо влияет на рассеянное поле.

Для качественного анализа исследуем структуру поля в случае одиночного конуса с узкими продольными щелями. С этой целью найдем спектр граничной задачи для конуса с узкими щелями, который определяется полюсами подынтегральной функции в (2.79) после перехода к интегрированию по мнимой оси ($\tilde{\mu} = ir$). В этом случае спектр граничной задачи представляет собой множество корней уравнений с левыми правыми частями:

$$\frac{\pi \sin^2 \gamma_2}{\cos \pi \tilde{\mu}} (\tilde{\mu}^2 - 1/4)^2 P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2) P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) = \frac{1}{N \ln \frac{1-u_2}{2}}, \quad (2.80)$$

$$\frac{n \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-nN}(\cos \gamma_2) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-nN}(-\cos \gamma_2)}{\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-nN}(\cos \gamma_2) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-nN}(-\cos \gamma_2) + nN \frac{(-1)^{nN} \cos \pi \tilde{\mu} \Gamma(1/2 + \tilde{\mu} - nN)}{\pi \sin^2 \gamma_2 \Gamma(1/2 + \tilde{\mu} + nN)}} = \frac{1-u_2}{2}, \quad (2.81)$$

которые все находятся вблизи корней

$$\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\mu}^s(\pm \cos \gamma_2) = 0, \quad s \geq 0, \quad \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\mu}(\cos \gamma_2) = -(\tilde{\mu}^2 - 1/4) P_{-1/2-\mu}^{-1}(\cos \gamma_2).$$

Приведем вид корней уравнения (2.81):

$$\tilde{\mu}_n^{1-} = \alpha_n^{1-} + \frac{1}{\sin^2 \gamma_2 \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2}} \frac{\cos \pi \tilde{\mu}}{\pi(\tilde{\mu}^2 - 1/4) P_{-1/2+\tilde{\mu}}(\cos \gamma_2) \frac{d}{d\tilde{\mu}} P_{-1/2-\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \Big|_{\mu=\alpha_n^{1-}} + O(\ln^{-2}(1-u_2)), \quad (2.82)$$

$$\tilde{\mu}_n^{1+} = \alpha_n^{1+} + \frac{1}{\sin^2 \gamma_2 \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2}} \frac{\cos \pi \tilde{\mu}}{\pi(\tilde{\mu}^2 - 1/4) P_{-1/2-\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) \frac{d}{d\tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}(\cos \gamma_2)} \Big|_{\mu=\alpha_n^{1+}} + O(\ln^{-2}(1-u_2)), \quad (2.83)$$

$$\zeta_1^{\text{Кл}^*} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sin^2 \gamma_2 \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2}} + O(\ln^{-2}(1-u_2)), \quad (2.84)$$

$$P_{-1/2-\alpha_n^{1-}}^{-1}(\cos \gamma_2) = 0, \quad P_{-1/2-\alpha_n^{1-}}^{-1}(-\cos \gamma_2) = 0.$$

Выше было отмечено, что спектр собственных значений второй краевой задачи для потенциала $u_{\text{спл}}^{(2)}$ в случае осесимметричного возбуждения магнитным радиальным диполем ($\theta_0 = \pi$) сплошного конуса состоит из корней $\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\mu}(\pm \cos \gamma_2) = 0$. Выражение для $u_{\text{спл}}^{(2)}$, отвечающего полному полю, запишем в виде ряда (временная зависимость взята в виде $e^{i\omega t}$) [27]:

$$u_{\text{спл}}^{(2)} = \frac{b_{\text{спл}}^{(2)} \sin(kr_<) e^{-ikr_>}}{\cos^2 \frac{\gamma_2}{2} kr_0^2 r} + \frac{b_{\text{спл}}^{(2)*}}{r_0 \sqrt{rr_0}} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha_n^{1-}}{\cos \pi \alpha_n^{1-}} J_{\alpha_n^{1-}}(kr_<) H_{\alpha_n^{1-}}^{(2)}(kr_>) \times$$

$$\times \frac{P_{-1/2-\alpha_n^{1-}}^{-1}(\cos \gamma_2)}{\frac{d}{d\gamma} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) \Big|_{\tilde{\mu}=\alpha_n^{1-}}} P_{-1/2+\alpha_n^{1-}}^{-1}(-\cos \theta), \quad \gamma_2 < \theta < \pi, \quad (2.85)$$

$$\sin(kr_>) e^{-ikr_>} = \begin{cases} \sin kre^{-ikr_0}, & r < r_0, \\ e^{-ikr} \sin kr_0, & r > r_0, \end{cases}$$

где $b_{\text{спл}}^{(2)}$ и $b_{\text{спл}}^{(2)*}$ – известные коэффициенты.

Подставляя (2.85) в представления для составляющих поля (1.5), нетрудно убедиться, что слагаемое $\frac{b_{\text{спл}}^{(2)} \sin(kr_<)}{\cos^2 \frac{\gamma_2}{2} kr_0^2 r} e^{-ikr_>}$, соответствующее собственному значению $\tilde{\mu} = 1/2$, вклад в поле не дает. Наличие узких щелей приводит к возмущению спектра для сплошного конуса и, в частности, значения $\tilde{\mu} = 1/2$ (2.82)-(2.84). Вследствие этого в структуре поля, рассеянного конусом с узкими щелями, появляется вклад на, соответствующая спектральному значению $\zeta_1^{\text{Кл}^*}$ (2.84). Ниже приводится представление для одной составляющих полного поля:

$$\frac{1}{\cos \pi \alpha_m^{1-}} \left[\frac{(\alpha_m^{1-})^2 - 1/4}{\alpha_m^{1-}} \right] J_{\alpha_m^{1-}}(kr_0) \frac{d}{dr} \left(\sqrt{r} H_{\alpha_m^{1-}}^{(2)}(kr) \right) \frac{P_{-1/2-\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2)}{\frac{d}{d\tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \Bigg|_{\tilde{\mu}=\alpha_m^{1-}} \times$$

$$u_2)), (2.85) \quad \frac{b_{\zeta_1^{*kn}} \operatorname{tg} \frac{\gamma_2}{2}}{2 \sin^2 \gamma_2} \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2} \left(\frac{kr_0}{2} \right)^{-3/2-\zeta_1^{*kn}} \frac{\sin kr_0}{r_0} h_2^{\zeta_1^{*kn}}(\theta, \varphi) \frac{e^{-ikr}}{r} +$$

$$u_2)), (2.86) \quad \frac{1}{\sin^2 \gamma_2} \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2} \frac{b_1^{*2}}{r r_0 \sqrt{r_0}} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{kr_0}{2} \right)^{\tilde{\mu}_m^{1-} - \alpha_m^{1-}} \frac{\tilde{\mu} J_{\tilde{\mu}}(kr_0)}{\left[\frac{d}{d\tilde{\mu}} P_{-1/2-\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) \right]^2} \right\} \times$$

$$(2.87) \quad \frac{d}{dr} \left[\sqrt{r} H_{\alpha_m^{1-}}^{(2)}(kr) \right] P_{-1/2-\alpha_m^{1-}}^{-1}(-\cos \theta) f_{\alpha_m^{1-}}^{*(n-1)} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos nN\varphi \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{kr_0}{2} \right)^{\tilde{\mu}_m^{1-} - \alpha_m^{1-}} \times$$

$$u_2)), (2.86) \quad \left. \frac{\tilde{\mu} \frac{d}{dr} \left[\sqrt{r} H_{\tilde{\mu}}^{(2)}(kr) \right]}{\frac{d}{d\tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \frac{d}{d\theta} P_{-1/2-\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \theta)}{\frac{d}{d\tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2)} \right\} + O(\ln^2(1-u_2)), \quad r_0 < r, \gamma_2 < \theta < \pi,$$

$$u_2)), (2.86) \quad C_1 + 2 \frac{\sin \gamma_2}{\sin \theta} \frac{C_N (\cos N\varphi - C_N)}{1 - 2C_N \cos N\varphi + C_N^2}; \quad C_N = \left(\frac{\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}}{\operatorname{ctg} \frac{\gamma_2}{2}} \right)^N; \quad f_{\alpha_m^{1-}}^{*(n-1)} - \text{известные функции.}$$

$$(2.85) \quad \text{Слагаемое} \quad \frac{b_{\zeta_1^{*kn}} \operatorname{tg} \frac{\gamma_2}{2}}{2 \sin^2 \gamma_2} \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2} \left(\frac{kr_0}{2} \right)^{-3/2-\zeta_1^{*kn}} \frac{\sin kr_0}{r_0} h_2^{\zeta_1^{*kn}}(\theta, \varphi) \frac{e^{-ikr}}{r} \text{ в формуле (2.86) соответствует}$$

экстремальному значению ζ_1^{*kn} и представляет собой при $r_0 < r$ распространяющуюся от вершины конуса лучевую волну, а в области $r < r_0$ стоячую волну (2.85). Слагаемые, соответствующие собственным значениям, расположенным вблизи корней

$$\frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2-\tilde{\mu}}^{-1}(\pm \cos \gamma_2) = 0, \quad nN \geq 1, \quad \text{и} \quad \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2-\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2) = 0, \quad (2.87)$$

слагаемое имеет порядок $O(\ln^2(1-u_2))$ или более высокий и поэтому в представлениях (2.86) отсутствуют, так как последние определены с точностью до такого же порядка. Таким образом, учитываемые члены в разложении (2.86) соответствуют собственным значениям ζ_1^{*kn} (2.84) и $\tilde{\mu}_n^{1-}$ (2.82).

Поведение магнитного поля вблизи острия ($kr \ll 1$) сплошного конуса при возбуждении магнитным радиальным диполем характеризуется слагаемым $(kr)^{3/2+\beta(\gamma)}$, где $\beta(\gamma) = \min \beta_n > 3/2$. Отсюда следует, что в любом случае поле вблизи острия особенности не имеет. Наличие щелей вносит возмущение в спектр сплошного конуса и в структуре рассеянного поля конуса со щелями, помимо слагаемого, соответствующего рассеянному полю сплошного конуса, появляются слагаемые, обусловленные присутствием щелей. При этом возму-

шенное собственное значение $\mu = 1/2$ уже вносит вклад в рассеянное поле, вследствие чего вблизи вершины конуса с узкими щелями появляется особенность у электромагнитного поля порядка $(kr)^{-3/2} \varepsilon_1^{\text{кин}}$.

Наличие сплошного конического экрана внутри конуса с узкими щелями приводит, в частности, и к изменению спектра краевой задачи. В этом случае спектр задачи определяется множеством корней следующих уравнений с малыми правыми частями:

$$\frac{(\tilde{\mu}^2 - 1/4)^2 \tilde{V}_{\tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2)}{P_{1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_1) \frac{\cos \pi \tilde{\mu}}{\pi \sin^2 \gamma_2} \tilde{\mu}^2 - 1/4 + \frac{1}{N} (\tilde{\mu}^2 - 1/4) \tilde{V}_{\tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{|p|} \varepsilon_{p,2}^{(2)}} = -\frac{1}{N \ln \frac{1-u_2}{2}}, \quad (2.88)$$

$$\frac{1}{|n| \varepsilon_{n,2}^{(2)}} = \frac{1-u_2}{2}, \quad \tilde{V}_{\tilde{\mu}} = P_{-1/2-\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_1) P_{-1/2-\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_2) - P_{1/2-\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_1) P_{-1/2-\tilde{\mu}}^{-1}(\cos \gamma_2),$$

причем их корни имеют вид

$$\tilde{\mu}_s^* = \tilde{\varepsilon}_s - \frac{1}{\sin^2 \gamma_2 \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2}} \frac{d}{d\tilde{\mu}} \tilde{V}_{\tilde{\mu}} P_{-1/2-\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_1) \Big|_{\tilde{\mu}=\tilde{\varepsilon}_s} + O(\ln^{-2}(1-u_2)), \quad (2.89)$$

$$\tilde{\mu}_s^* = \alpha_s^1 - \frac{1}{\sin^2 \gamma_2 \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2}} \frac{d}{d\tilde{\mu}} \tilde{V}_{\tilde{\mu}} P_{-1/2+\tilde{\mu}}^{-1}(-\cos \gamma_1) \Big|_{\tilde{\mu}=\alpha_s^1} + O(\ln^{-2}(1-u_2)), \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_1^{\text{кин}*} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2} \sin^2 \gamma_2} \frac{1}{\left[1 - \frac{\text{tg}^2(\gamma_1/2)}{\text{tg}^2(\gamma_2/2)} \right]} + O(N^{-2} \ln^{-2}(1-u_2)), \quad (2.9)$$

$$\tilde{V}_{\tilde{\mu}} = \frac{\cos \pi \tilde{\mu}}{\pi (\tilde{\mu}^2 - 1/4)^2}.$$

В частном случае одиночного конуса $\Sigma_2 (\gamma_1 \rightarrow 0)$ уравнение (2.88) превращается в (2.80). Анализ спектра (2.89) – (2.91) краевой задачи для случая конуса с узкими щелями и вставкой в виде сплошного конического экрана показал, что в структуре рассеянного поля присутствует волна, по своим свойствам сходная с волной в структуре поля, рассеянного одиночным конусом с узкими щелями. Эти волны (ТЕ₁-волны) имеют одну и ту же природу и обусловлены наличием узких щелей на поверхности конуса Σ_2 . В области $r < r_0$ эти волны близки к стоячим волнам, а в области $r > r_0$ – к распространяющимся вдоль щелей ТЕМ-волнам. Характерным является и то, что поля этих волн определяют поведение рассеянного поля вблизи вершины конической поверхности ($qr \ll 1$). При этом электрическое поле у вершины ограничено, а магнитное поле имеет особенность порядка $(qr)^{-1-\beta}$, где

$$\beta = \frac{B}{\left(-\frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2} \right) \sin^2 \gamma_2} + O(N^{-2} \ln^{-2}(1-u_2)), \quad (2.92)$$

$$B = \begin{cases} 1, & \Sigma = \Sigma_2, \\ \frac{1}{\left[1 - \frac{\text{tg}^2(\gamma_1/2)}{\text{tg}^2(\gamma_2/2)} \right]}, & \Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2. \end{cases}$$

Принимая во внимание выражение для β (2.92), заключаем, что наличие сплошного конического экрана Σ_1 внутри конуса с узкими щелями $\Sigma_2 (\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2)$ ослабляет имеющуюся особенность поля в вершине одиночного конуса с узкими щелями ($\Sigma = \Sigma_2$). С увеличением числа щелей особенность уменьшается, а наибольшая особенность наблюдается в случае конуса с одной щелью. Поля этих волн в случае расположения источника в точках $kr_0 = \tilde{m}\pi$, $\tilde{m} \in \mathbb{N}$ пренебрежительно малы, а в случае близкого расположения источника к вершине конической поверхности ($qr_0 \ll 1$) являются преобладающими в рассе

визуально, что позволяет ограничиться их (одномодовым) приближением. Приведем представление для функции $H_{\theta,1}$ в этом приближении

$$H_{\theta,1} \approx \frac{1}{\sin^2 \gamma \frac{1}{N} \ln \frac{1-u_2}{2}} \bar{A}_1 \left(\frac{qr_0}{2} \right)^{-1+\beta} \frac{\text{sh}qr_0}{r_0} F^*(\theta, \varphi) \frac{e^{-qr}}{r}, \quad (2.93)$$

$$F^*(\theta, \varphi) = \frac{\sin \gamma_2}{\sin \theta} \left\{ -1 + \text{Re} \left[\frac{1 + c_N e^{iN\varphi}}{\sqrt{c_N^2 e^{2iN\varphi} - 2c_N e^{iN\varphi} \cos \delta + 1}} \right] \right\}, \quad \gamma_2 < \theta < \pi, \quad (2.94)$$

$$c_N = \left(\frac{qr_0}{2} \right)^N; \quad \delta = \frac{\pi d_2}{l}; \quad \bar{A}_1 - \text{известный коэффициент.}$$

Асимптотическое приближение имеет место и для $\gamma_1 < \theta < \gamma_2$. Следует отметить, что наличие множителя e^{-qr} обусловлено не асимптотическим поведением решения при $qr \gg 1$, а за счет функции Макдональда $K_{1/2}(qr)$. В одномодовом приближении изучено пространственное распределение поля вблизи кромок щелей (ребер конических лент). Вблизи кромок щелей перпендикулярные составляющие поля имеют известную корневую особенность по углам θ и φ , а параллельные составляющие ограничены [1]. Наличие сплошного экрана Σ_1 внутри Σ_2 (как следует из приближения для $H_{\theta,1}^*$) практически не влияет на распределение поля в пространстве в учитываемых для этого приближения пределах. Распределение поля ТЕМ-волн в азимутальной плоскости при разных углах θ в слуховой щели ($N=1, d_2=1^\circ$) и угла полуоткрытия $\gamma_2 = \pi/8$ даны на рис. 2.11, а, б, из чего заключаем, что в одномодовом приближении ($qr_0 \ll 1$) поле распространяющихся ТЕМ-волн сосредоточено вблизи кромок щелей, а сами ТЕМ-волны обладают свойствами щелевых волн. Диаграммы пространственного распределения ТЕМ-волн в азимутальной плоскости в зависимости от числа узких щелей N приведены на рис. 2.11, где видно, что они имеют N -лепестковый характер и с увеличением числа щелей приближаются к виду для сплошного идеально проводящего конуса в случае его осесимметричного возбуждения.

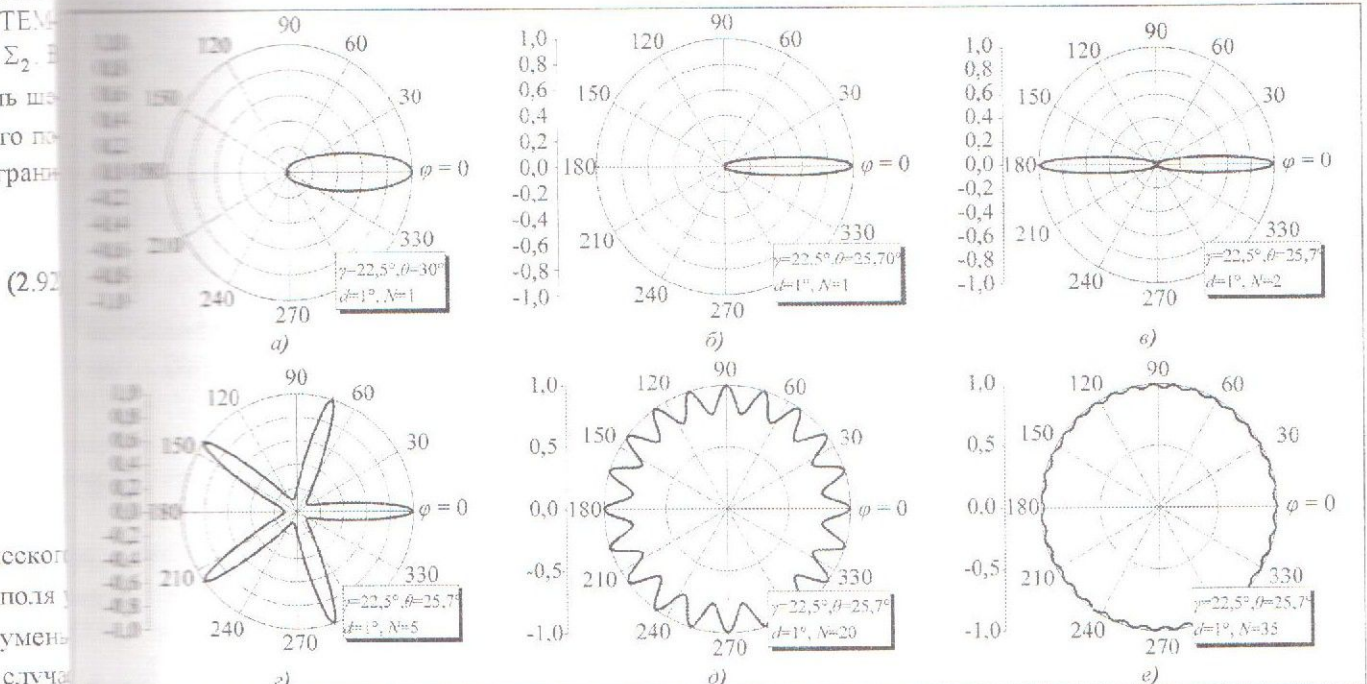


Рис. 2.11. Нормированное пространственное распределение поля в одномодовом приближении для конуса с N узкими щелями: а $\gamma = 22,5^\circ, \theta = 30^\circ, d = 1^\circ, N = 1$; б $\gamma = 22,5^\circ, \theta = 25,70^\circ, d = 1^\circ, N = 1$; в $\gamma = 22,5^\circ, \theta = 25,7^\circ, d = 1^\circ, N = 2$; г $\gamma = 22,5^\circ, \theta = 25,7^\circ, d = 1^\circ, N = 5$; д $\gamma = 22,5^\circ, \theta = 25,7^\circ, d = 1^\circ, N = 20$; е $\gamma = 22,5^\circ, \theta = 25,7^\circ, d = 1^\circ, N = 35$

3. Численный анализ электродинамических характеристик незамкнутой конической структуры. Рассмотрим случай структуры, когда внутри конуса с одной щелью Σ_2 находится сплошной конус Σ_1 . Для численного анализа рассеивающих свойств этой структуры в случае осесимметричного возбуждения магнитным радиальным диполем ($N=1$, $\theta_0 = \pi$, $m = m_0 = 0$, $\chi = 2$) выпишем СЛАУ-2 (1.23) для коэффициентов $\hat{y}_{m,n}^{(2)}$ (1.15) (далее $\hat{y}_{m,n}^{(2)} = \hat{y}_n^{(2)}$), являющихся решением (1.13), (1.14):

$$\hat{y}_0^{(2)} \left\{ -\bar{A}_{ir}^{*(2)} + \ln \frac{1-u_2}{2} \right\} + \sum_{p=1}^{\infty} \hat{y}_p^{(2)} \frac{\hat{\varepsilon}_{p,2}^{(2)}}{p} [P_p(u_2) + P_{-p}(u_2)] = \ln \frac{1-u_2}{2} - \bar{A}_{ir}^{*(2)} \hat{C}_{ir}^{(2)}, \quad (3.1)$$

$$\hat{y}_0^{(2)} [P_n(u_2) + P_{-n}(u_2)] + 2 \sum_{p=1}^{\infty} \hat{y}_p^{(2)} \frac{\hat{\varepsilon}_{p,2}^{(2)}}{p} [V_{n-1}^p(u_2) + V_{n-1}^{p-1}(u_2)] - 2\hat{y}_n^{(2)} = P_n(u_2) + P_{-n}(u_2), \quad n \neq 0. \quad (3.2)$$

Здесь $u_2 = \cos \frac{\pi d_2}{l}$; $P_n(u)$ – функция Лежандра.

Для вычисления значений функций $V_{n-1}^{m-1}(u)$ используются представления для них в следующем виде [20,21]:

$$V_{n-1}^{m-1}(u) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sum_{p=0}^m \bar{\rho}_{m-p}(u) P_{p-n}(u), & n \geq 1, \\ \frac{1}{2} [P_{-n}(u) - P_n(u)], & n = 0, \\ \frac{1}{2} \sum_{p=0}^{-m} \bar{\rho}_{-m-p}(u) P_{p-n}(u), & n \leq 0, \end{cases}$$

где $\bar{\rho}_0 = 1$; $\bar{\rho}_1(u) = -u$; $\bar{\rho}_n(u) = P_n(u) - 2uP_{n-1}(u) + P_{n-2}(u)$, $n \geq 2$.

3.1. Возбуждение конуса с продольной щелью магнитным радиальным диполем. В этом частном случае конической поверхности искомую функцию $\hat{U}_{ir}^{(2)}$ представим в таком виде ($N=1$, $\theta_0 = \pi$, $m = m_0 = 0$, $\chi = 2$):

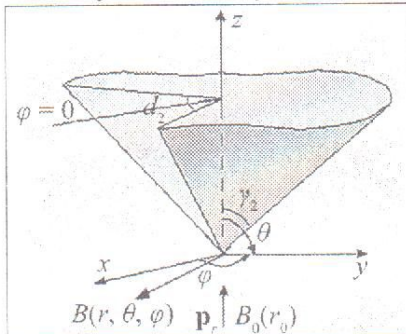


Рис. 3.1. Конус с одной продольной щелью d_2 (γ_2 – угол полураскрыва конуса, источник поля помещен в точку B_0 на ось конуса)

$$\hat{U}_{ir}^{(2)} = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n^{(2)} \frac{P_{-1/2-ir}^n(\cos \theta)}{d^{\chi-1}} e^{in\varphi}, & 0 < \theta < \gamma_2, \\ \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n^{(2)} \frac{P_{-1/2+ir}^n(\cos \gamma_2)}{d\gamma_2^{\chi-1}} e^{in\varphi}, & \gamma_2 < \theta < \pi. \end{cases}$$

Система линейных уравнений (3.1), (3.2) для коэффициентов Фурье $x_{m,n}^{(2)}$ в случае осесимметричного возбуждения одиночного конуса с продольной щелью (рис.3.1) имеет вид

$$x_0^{(2)} \left\{ -\bar{A}_{ir}^{(2),0} + \ln \frac{1-u_2}{2} \right\} + \sum_{p=1}^{\infty} x_p^{(2)} \frac{\hat{\varepsilon}_p^{(2)}}{p} [P_p(u_2) + P_{-p}(u_2)] = \ln \frac{1-u_2}{2}, \quad (3.3)$$

$$x_0^{(2)} [P_n(u_2) + P_{-n}(u_2)] + 2 \sum_{p=1}^{\infty} x_p^{(2)} \frac{\hat{\varepsilon}_p^{(2)}}{p} [V_{n-1}^p(u_2) + V_{n-1}^{p-1}(u_2)] - 2x_n^{(2)} = P_n(u_2) + P_{-n}(u_2), \quad n \neq 0. \quad (3.4)$$

Найдем численное решение СЛАУ-2 (3.3), (3.4) методом редукции (усечения). В качестве критерия сходимости решения, полученного в результате применения этого метода, к точному решению (3.3), (3.4) удобно использовать число обусловленности системы [45]: $\nu_A = \|\bar{A}\| \cdot \|\bar{A}^{-1}\|$, где \bar{A} – матрица системы.

На рис. 3.2 приведены зависимости числа обусловленности ν_A СЛАУ-2 (3.3), (3.4) от ширины щели d_2 при различных фиксированных значениях τ (параметр усечения) в интегральном представлении для поперечного Дабля (1.6). Видно, что ν_A не превышает значения 100. Этот факт свидетельствует о хорошей обусловленности системы (3.3), (3.4). Для величины параметра τ , не превышающей 3 функция $\tau(d_2)$ является строго убывающей (рис.3.2, а). С увеличением величины параметра τ ($\tau \geq 5$) характер зависимости несколько меняется и во всем рассматриваемом диапазоне изменения ширины щели функция $\nu_A(d_2)$ является кусочно-монотонной (рис.3.2, б), причем для $d_2 \in (0^\circ, 30^\circ)$ функция представляет собой убывающую функцию. С увеличением τ (например, для $\tau \geq 10$ и $d_2 \in (70^\circ, 330^\circ)$) наблюдается рост функции $\nu_A(d_2)$ по закону, близкому к линейному. Учитывая экспоненциальное убывание подинтегральной функции в (1.6) по τ , такое поведение $\nu_A(d_2)$ мало влияет на сходимость решения усеченной СЛАУ-2 к точному решению.

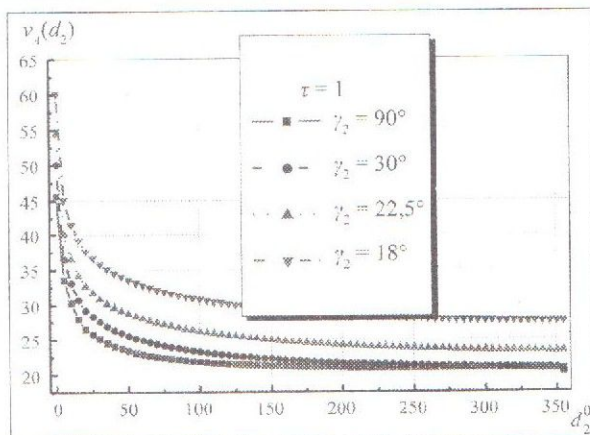


Рис. 3.3. Зависимость числа обусловленности ν_A от ширины щели d_2 при разных значениях угла γ_2 , $\tau = 1$

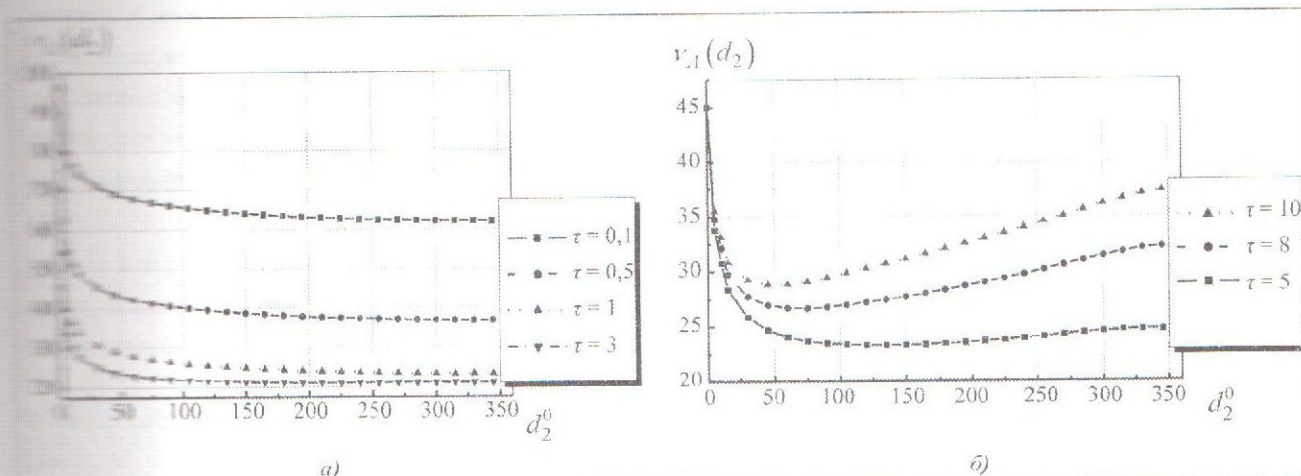


Рис. 3.2. Число обусловленности ν_A СЛАУ-2 в зависимости от ширины щели d_2 при $\gamma_2 = \pi/8$ и разных значениях параметра усечения τ : а - $\tau = 0,1; 0,5; 1; 3$; б - $\tau = 10; 8; 5$

На рис. 3.3 даны зависимости числа обусловленности $\nu_A = \nu_A(d_2)$ при различных фиксированных значениях угла γ_2 . Из графиков $\nu_A = \nu_A(d_2)$ можно заключить, что при сужении конуса число обусловленности растет. Математически это объясняется асимптотическим поведением коэффициентов СЛАУ-2 (3.3), (3.4) при малых γ_2 за счет матричных коэффициентов $\tilde{\epsilon}_p^{(2)}$. Иногда в подобных ситуациях для нахождения решения при малых параметрах задачи целесообразно использовать асимптотики соответствующих функций и получать асимптотическое разложение решения по этому малому параметру.

С расширением конуса число обусловленности уменьшается и для плоского сектора ($\gamma_2 = \pi/2$, $d_2 > 180^\circ$) оно почти не изменяется и едва превышает значение 20. Для иллюстрации скорости сходимости были проведены расчеты зависимости величины относительной ошибки усечения СЛАУ-2 (3.3), (3.4) по норме пространства l_2 как функции порядка усечения системы L по формуле

$$\epsilon(L) = \frac{\|X_L - X_{L+1}\|_{l_2}}{\|X_L\|_{l_2}}, \text{ где } X_L = \{x_n^{(2),L}\}; x_n^{(2),L} - \text{неизвестные коэффициенты системы (3.3), (3.4), порядок усечения которой равен } L.$$

На рис. 3.4 приведены графики относительной ошибки усечения в зависимости от различных значений ширины щели d_2 .

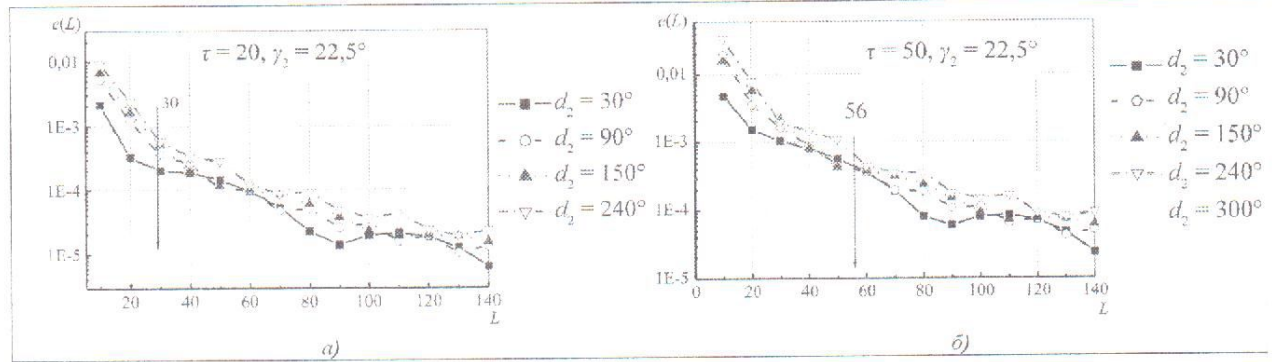


Рис. 3.4. Относительная ошибка вычисления неизвестных коэффициентов Фурье $x_n^{(2)}$ от параметра усечения L бесконечной СЛАУ-2 для различных значений ширины щели d_2 и параметра интегрирования τ : а – $\tau = 20$; б – $\tau = 50$; $\gamma_2 = 22,5^\circ$

Изменение ширины щели d_2 существенно не влияет на ошибку усечения, в то время как переменная интегрирования τ вносит заметные изменения. Следует отметить, что для переменной интегрирования $\tau = 20$ достаточно взять 30 уравнений в СЛАУ-2 (3.3), (3.4). Это позволит получить решение с относительной погрешностью $e(L) \leq 10^{-3}$ (рис. 3.4, а). Такая же погрешность для $\tau = 50$ получается, если взять 56 уравнений в СЛАУ-2. Следует также отметить, что подынтегральная функция в (1.6) для составляющих дифрагированного поля экспоненциально убывает по τ как $e^{-\tau(\theta - 2\gamma)}$, что позволяет при численном интегрировании получить результат с заданной точностью 10^{-5} . При этом переменная интегрирования не превышает значения 50, т.е. $\tau \leq 50$. При вычислении неизвестных коэффициентов $x_n^{(2)}$ СЛАУ-2 (3.3) (3.4) также необходимо учитывать зависимость ошибки округления $e(L)$ от угла полуоткрыва конуса γ_2 . С ростом γ_2 , так же как и с ростом переменной интегрирования τ следует брать все большее число уравнений в СЛАУ-2 для достижения требуемой точности. Система (3.3), (3.4) имеет единственное решение, которое находим методом редукции.

В силу того, что коэффициенты $x_n^{(2)}$ являются коэффициентами Фурье составляющих рассеянного поля, а их модули определяют энергию поля, исследуем их зависимость от параметров задачи. В случае осесимметричного возбуждения магнитным диполем искомые коэффициенты $x_n^{(2)}$ являются четными по индексу n , что следует из вида самой системы функциональных уравнений (1.11), (1.12) и четности коэффициентов $\varepsilon_n^{(2)}$ в рассматриваемом случае. Это свойство упрощает нахождение решения СЛАУ-2 и потенциалы Дебая для дифрагированного поля.

На рис. 3.5 приведены зависимости $|x_0^{(2)}|, |x_1^{(2)}|, |x_2^{(2)}|, |x_3^{(2)}|$ от ширины щели d_2 при фиксированных значениях углов полуоткрыва конуса γ_2 ($\tau = 1$). Значения $|x_0^{(2)}|, |x_1^{(2)}|, |x_2^{(2)}|, |x_3^{(2)}|$ существенно зависят от ширины щели и угла γ_2 . Как видно из рис.3.5, а $|x_0^{(2)}(d_2)|$ монотонно убывает от 1 до 0, причем меньшему значению угла γ_2 соответствует более пологая кривая.

Кривые изменения $|x_0^{(2)}|$ от угла γ_2 при различных фиксированных значениях ширины щели даны на рис. 3.6. Заметим, что с уменьшением угла γ_2 также уменьшается и величина $|x_0^{(2)}|$, что согласуется аналитическим решением в случае в предельных случаях узкой щели и конической ленты [37].

Таким образом, в случае возбуждения магнитным радиальным диполем конуса с продольной щелью получено численное решение (3.3), (3.4), достоверность которого подтверждается соответствием с аналитическим решением СЛАУ-2 в частных случаях узких щелей и узких лент [37,46].

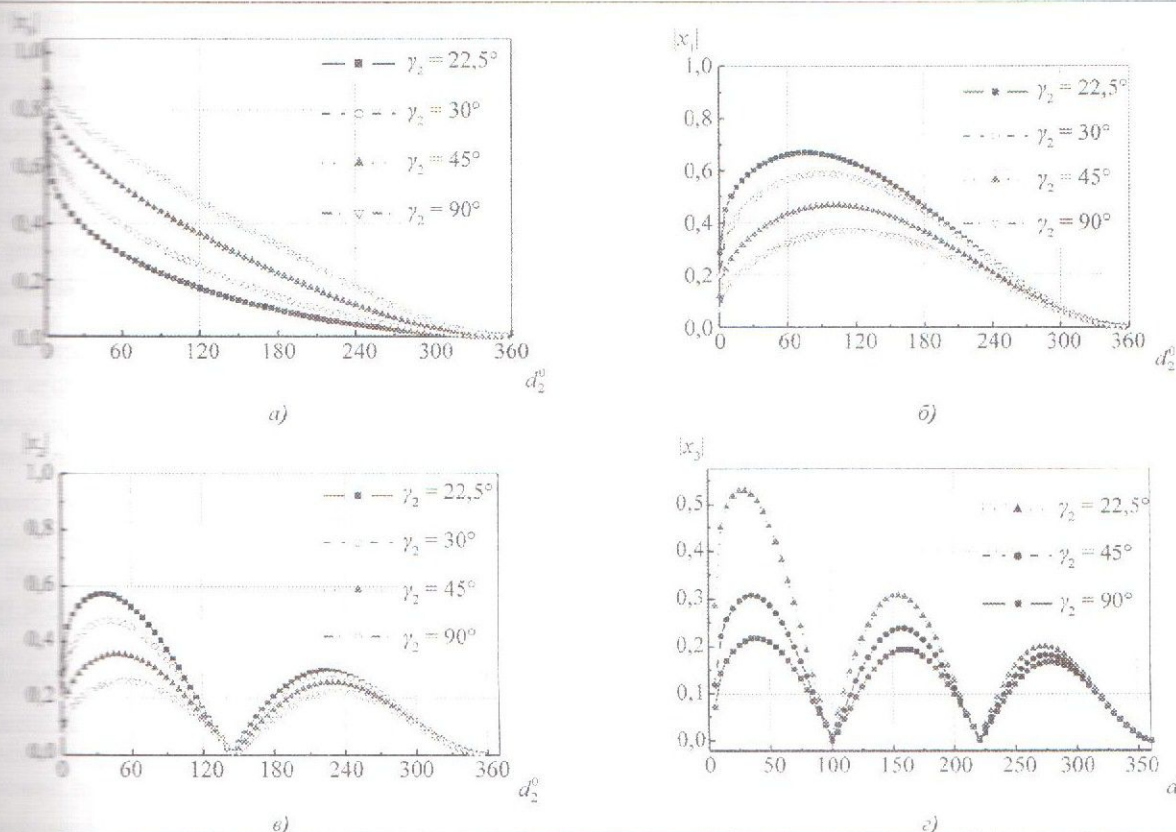


Рис. 3.5. Зависимость коэффициентов $|x_n|$: а - $n=0$; б - $n=1$; в - $n=2$; г - $n=3$ от ширины щели d_2 при $\tau=1$

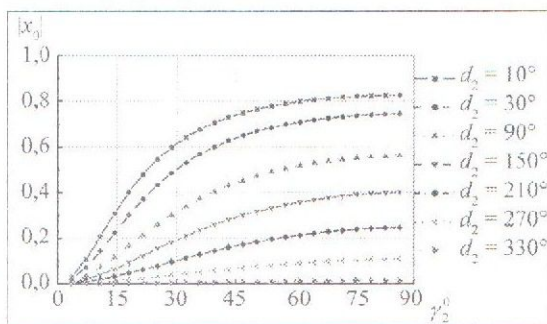


Рис. 3.6. Зависимость коэффициента $|x_0^{(2)}|$ от угла полураскрытия конуса γ_2 при $\tau=1$

их значе-
- $d_2 = 30^\circ$
- $d_2 = 90^\circ$
- $d_2 = 150^\circ$
- $d_2 = 240^\circ$
- $d_2 = 300^\circ$
беспопечной
переменная
приворачивания
е с относи-
если взять
составляю-
численном
приворачивания на
[АУ-2 (3.3)
ыва конуса
тышес числе
енное реше-
рассеянного
чи. В случае
четными па
четности ко-
АУ-2 и по-
ксированно
венно завися
причем мень
щели даны н
согласуется
7].
ольной щели
ствием с асим

Как и в случае полупрозрачного конуса потенциал Дебая, а также составляющие электромагнитного поля в соответствии с (1.5) после перехода к интегрированию по мнимой оси можно представить в виде ряда вычетов в изолированных особых точках подынтегральной функции. В рассматриваемом случае изолированными особыми точками являются простые полюсы подынтегральной функции. После соответствующих преобразований приходим к выводу, что полюсами являются корни знаменателя функции $D_{\mu}^{(2)}(d_2, \gamma_2)$ (после переход к интегрированию по мнимой оси: $\lambda = i\tau$) в представлении (1.6), а вычисление последних сводится к нахождению корней знаменателей коэффициентов $x_n^{(2)}$. В результате получаем представление для потенциала (1.6) и составляющих поля в виде ряда по комбинациям функций Бесселя с аргументами по радиальной координате, функций Лежандра от угла θ и зависящих от азимутального угла с некоторыми коэффициентами. Суммирование проводится по вычетам корней знаменателей $x_n^{(2)}$, которые называем спектральными значениями, а их совокупность – спектром рассматриваемой краевой электродинамической задачи или краевой задачи Неймана для магнитного потенциала Дебая.

Для нахождения полюсов $x_n^{(2)}$ удобно воспользоваться методом Крамера для решения СЛАУ-2 (3.3), (3.4) и представить решение системы в следующем виде: $x_n^{(2)} = D_{\mu, n}^{(2)} / D_{\mu}^{(2)}$, где $D_{\mu}^{(2)}$ – определитель матрицы в СЛАУ-2 (3.3), (3.4). Следовательно, нахождение спектральных значений сводится к решению уравнения $D_{\mu}^{(2)} = D_{\mu}^{(2)}(d_2, \gamma_2, N) = 0$.

Спектр определяет моды волн, которые существуют в задачах рассеяния в присутствии данной структуры при соответствующем типе источника. Наименьшее собственное значение спектра определяет поведение поля вблизи вершины незамкнутой конической структуры.

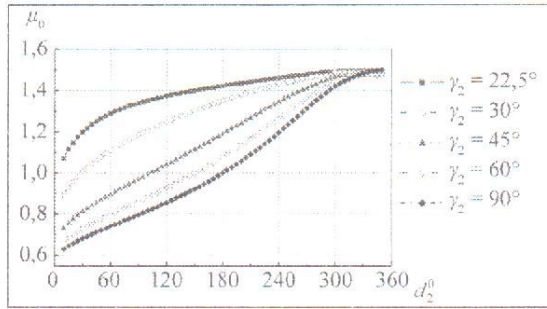


Рис. 3.7. Зависимость спектрального значения μ_0 от ширины щели d_2 для различных углов полуоткрыва конуса γ_2

На рис. 3.7 приведены кривые зависимости наименьшего собственного значения μ_0 от ширины щели при различных значениях угла γ_2 . Из графиков видно, что функция $\mu_0 = \mu_0(d_2)$ является монотонно возрастающей. Однако с расширением конуса (увеличением угла γ_2) кривые приближаются к оси изменения ширины щели. Наименьшее значение μ_0 определяет низшую моду в структуре поля и определяет поведение поля у вершины незамкнутого конуса в случае возбуждения его магнитным радиальным диполем. В случае близкого расположения источника к вершине ($qr_0 \ll 1$) в структуре поля пре-

обладает поле волны низшего типа. В результате получаем одномодовое приближение. При неограниченном сужении щели значения μ_0 приближаются к значению $\tilde{\mu} = 1/2$, в окрестности которого находится собственное значение $\zeta_1^{KH^a}$ (2.84), соответствующее ТЕМ-волне в случае возбуждения конуса с узкими щелями. В случае узких щелей целесообразно рассматривать асимптотическое решение, которое способствует качественному изучению структуры поля. В соответствии с (2.52), (2.53) электрическое поле не имеет особенностей у вершины и убывает по мере приближения к ней, а магнитное имеет сильную особенность, обусловленную наличием щели ($\alpha = -1/2 + \mu_0$).

На рис. 3.8 даны кривые изменения параметра α в соответствии с изменением угловых размеров конуса с продольной щелью.

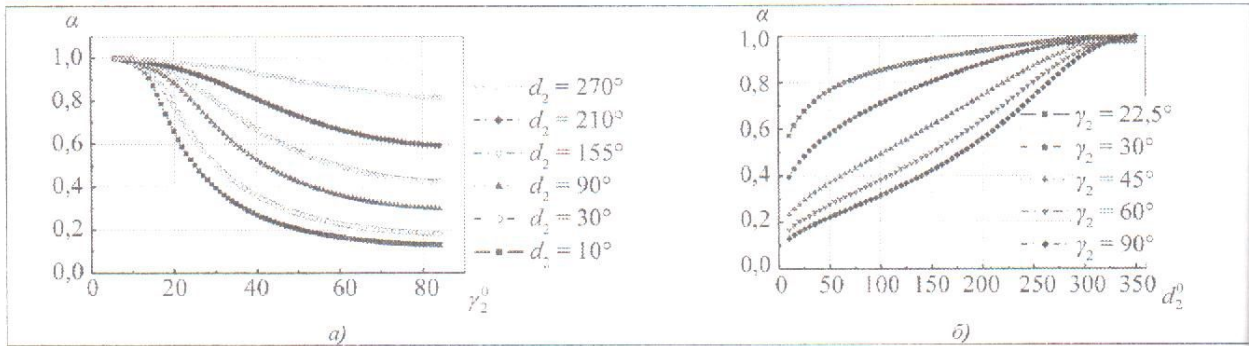


Рис. 3.8. Графики изменения параметра α , определяющего поведения поля у вершины конуса с продольной щелью: а) изменение параметра α в соответствии с изменением угла γ_2 при фиксированной ширине щели; б) – зависимость параметра α от ширины щели d_2 при различных значениях угла γ_2

Анализ зависимости параметра α показал, что с расширением щели увеличение угла открыва конуса оказывает незначительное влияние на поведение поля у вершины (рис.3.8, а). При ширине щели, превышающей 300^0 , значения параметра α мало меняется и близко к единице, что свидетельствует о слабой особенности поля у вершины (рис.3.8, б). Это подтверждается также асимптотическим представлением для параметра α в случае узких конических лент [37,46].

В случае осесимметричного возбуждения магнитным радиальным полем сплошного конуса на его поверхности наводится ток, имеющий только азимутальную составляющую. Появление продольной щели на его поверхности приводит к появлению и радиальной составляющей тока. Радиальная составляющая плотности поверхностного тока

$$\mathbf{j} = \left[\mathbf{n} \left(\mathbf{H} \Big|_{\theta=\gamma_2+0} - \mathbf{H} \Big|_{\theta=\gamma_2-0} \right) \right] \tag{3.1}$$

определяется выражением

$$j_r = -\frac{\pi i}{rr_0 \sqrt{rr_0}} \int_0^{\infty} \tau \text{th} \pi \tau e^{\pi \tau} \left[H_{ic}^{(2)}(-iqr)(0,5 - i\tau) - iqr H_{i-1}^{(2)}(-iqr) \right] \times \\ \times H_{ic}^{(2)}(-iqr_0) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2-i\tau}(\cos \gamma_2) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_n^{(2)}) x_n^{(2)}(\tau) e^{in\varphi} d\tau,$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_n^{(2)}) x_n^{(2)} e^{in\varphi} = (x_0^{(2)} - 1) \left\{ \frac{2i \frac{|\varphi|}{\varphi} \cos \frac{\varphi}{2}}{\sqrt{2(u_2 - \cos \varphi)}} - \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|n|}{n} \varepsilon_n^{(2)} [P_n(u_2) + P_{n-1}(u_2)] e^{in\varphi} \right\} +$$

$$+ \frac{2i \frac{|\varphi|}{\varphi}}{\sqrt{2(u_2 - \cos \varphi)}} \left\{ \cos \frac{\varphi}{2} \sum_{p=1}^{\infty} x_p^{(2)} \varepsilon_p^{(2)} \cos p\varphi + (1 + u_2) \sum_{p=1}^{\infty} x_p^{(2)} \varepsilon_p^{(2)} \cos(p - 1/2)\varphi + \right.$$

$$\left. + \sum_{p=1}^{\infty} x_p^{(2)} \varepsilon_p^{(2)} \sum_{\kappa=2}^p \tilde{\rho}_{\kappa}(u_2) \cos(p - \kappa + 1/2)\varphi \right\} + 2i \sum_{p=1}^{\infty} x_p^{(2)} \varepsilon_p^{(2)} \sin p\varphi +$$

$$- 2i \sum_{p=1}^{\infty} x_p^{(2)} \varepsilon_p^{(2)} \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n^{(2)} [V_{n-1}^{p-1}(u_2) - V_{n-1}^{p-1}(u_2)] \sin n\varphi, \quad d_2/2 < |\varphi| \leq \pi. \quad (3.6)$$

Из представления (3.5), (3.6) следует, что радиальная составляющая плотности поверхностного тока (параллельная кромке щели) по азимутальной переменной имеет известную корневую особенность вблизи ребра, что вполне согласуется с основными положениями теории дифракции [1,2]. Радиальная составляющая плотности поверхностного тока определяется в соответствии с формулой (3.5) скачком азимутальной составляющей магнитного поля. Последняя имеет особенность как по азимутальной координате вблизи кромки щели (эта составляющая параллельна кромке щели), так и по радиальной координате у вершины конуса ($qr \ll 1$) в соответствии с (2.53). Следовательно, радиальная составляющая плотности поверхностного тока у вершины имеет двойную особенность по переменной φ (корневая особенность) и по радиальной переменной порядка $(qr)^{-1-\alpha}$, где зависимость параметра α от угловых размеров конуса была представлена на рис.3.8.

На рис. 3.9 приведено распределение модуля плотности радиальной составляющей поверхностного тока в зависимости от азимутального угла при фиксированных угле полураскрыва конуса γ_2 и ширине щели d_2 . При фиксировании расположения источника ($|qr_0| = 1$) и различных значениях $|qr|$ по мере приближения к кромке щели модуль плотности радиальной составляющей тока имеет большие значения, которые соответствуют меньшим значениям $|qr|$ (рис. 3.9, а). Если фиксировать точки на поверхности конуса по φ при $|qr| = 1$ и приближать источник к вершине, то в этих точках наблюдается возрастание модуля плотности радиальной составляющей тока в соответствии с кривыми рис.3.9, б.

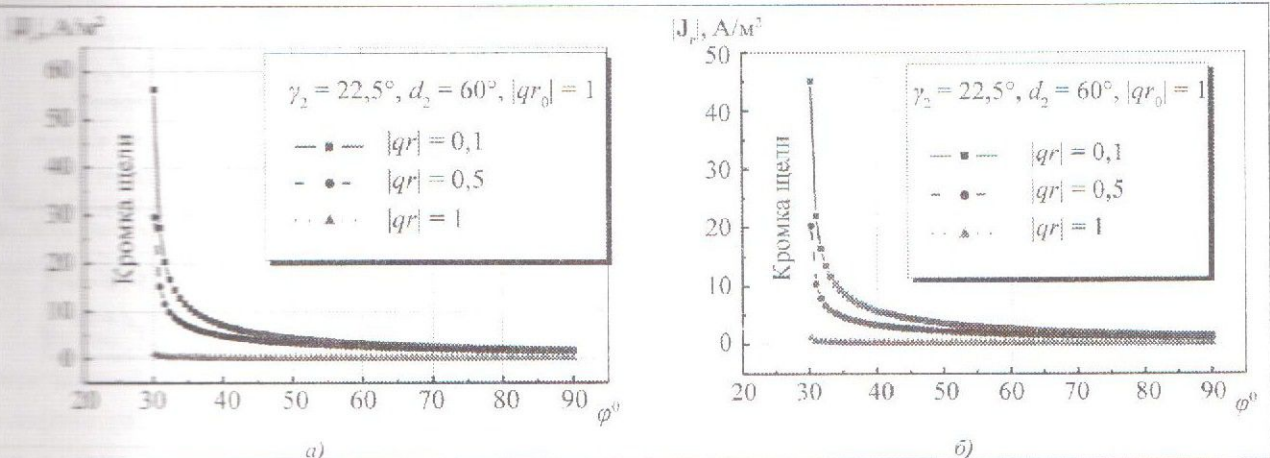


Рис. 3.9 Модуль плотности распределения поверхностного тока J_r : а – кривые представлены для разных значений qr ; б – кривые представлены для разных значений qr_0

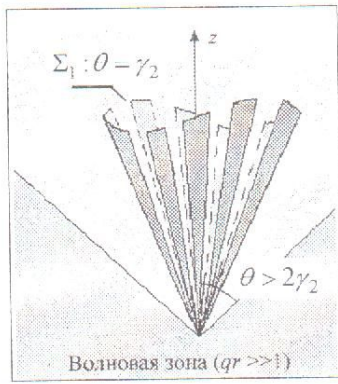


Рис. 3.10. Волновая зона в случае осесимметричного возбуждения

В волновой зоне (области пространства уходящих и отраженных от вершины конуса с продольной щелью сферических волн), которая определяется условиями $\theta > 2\gamma_2$ и $qr \gg 1$ (рис.3.10) пространственное распределение магнитного поля определяется формулами

$$\vec{H}_\theta = \frac{e^{-qr}}{r} \vec{F}_\theta(\theta, \varphi, \gamma_2, d_2), \quad \vec{H}_\varphi = \frac{e^{-qr}}{r} \vec{F}_\varphi(\theta, \varphi, \gamma_2, d_2),$$

$$\vec{F}_\theta(\theta, \varphi, \gamma_2, d_2) = \vec{A} \int_0^{+\infty} \tau \text{th} \pi \tau K_{it}(qr_0) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+it}(\cos \gamma_2) \times \left(2 \sum_{n=1}^{+\infty} x_n^{(2)}(\tau) \frac{d}{d\theta} \frac{P_{-1/2-it}(-\cos \theta)}{P_{-1/2+it}(-\cos \gamma_2)} \cos n\varphi + x_0^{(2)}(\tau) \frac{P_{-1/2+it}(-\cos \theta)}{P_{-1/2+it}(-\cos \gamma_2)} \right) d\tau, \quad (3.7)$$

$$\vec{F}_\varphi(\theta, \varphi, \gamma, d) = \vec{B} \frac{1}{\sin \theta} \int_0^{+\infty} \tau \text{th} \pi \tau K_{it}(qr_0) \frac{d}{d\gamma_2} P_{-1/2+it}(\cos \gamma_2) \sum_{n=1}^{+\infty} x_n^{(2)}(\tau) \frac{P_{-1/2-it}(-\cos \theta)}{P_{-1/2+it}(-\cos \gamma_2)} n \sin n\varphi d\tau. \quad (3.8)$$

В представлениях (3.7), (3.8) \vec{A} и \vec{B} – известные коэффициенты. При зависимости от времени в виде $e^{-i\omega t}$ параметр $q = -ik$ ($\text{Im} k \leq 0$), а для временной зависимости $e^{i\omega t} - q = ik$ ($\text{Im} k \geq 0$).

На рис.3.11 приведены диаграммы нормированного распределения поля в азимутальной плоскости (перпендикулярной оси конуса) для конуса с одной щелью ($N=1, \theta_0 = \pi, kr_0 = 1, \gamma_2 = 22,5^\circ, \theta = 60^\circ$) в волновой зоне. Поскольку плоскость $\varphi = 0^\circ$ проходит через ось щели, на рис. 3.11 луч $\varphi = 0^\circ$ является биссектрисой угла, определяющего ширину щели d . Для ширины щели, меньшей 30° , влияние щели мало. С расширением щели наблюдается «высвечивание» из щели, причем максимум приходится на ее середину. Дальнейшее увеличение ширины щели приводит к заметному изменению формы диаграммы с локализацией максимума в направлении $\varphi = 180^\circ$ (середина конической ленты), вследствие чего форма диаграммы приближается к форме диаграммы одиночного протяженного рассеивателя, ось которого смещена относительно оси OZ на угол $\theta = 22,5^\circ$.

На рис. 3.12 дана диаграмма пространственного распределения поля в азимутальной плоскости в случае возбуждения конуса с продольной щелью магнитным радиальным диполем, смещенным с оси структуры на 5° ($N=1, \theta_0 = 175^\circ, kr_0 = 1, \gamma_2 = 22,5^\circ, \theta = 60^\circ$) в волновой зоне. Для сравнения приведена диаграмма в случае осесимметричного возбуждения. Незначительное смещение источника с оси конуса приводит к заметному изменению формы диаграммы с расширением в сторону расположения источника.

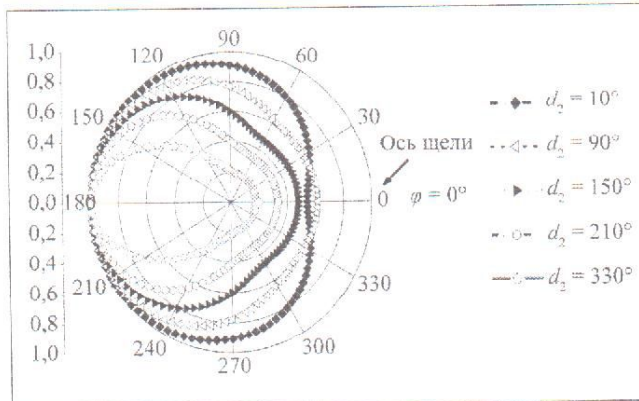


Рис. 3.11. Диаграммы нормированного распределения поля в азимутальной плоскости волновой зоны в зависимости от ширины щели d_2 ($N=1, \theta_0 = 180^\circ, kr_0 = 1, \gamma_2 = 22,5^\circ, \theta = 60^\circ$)

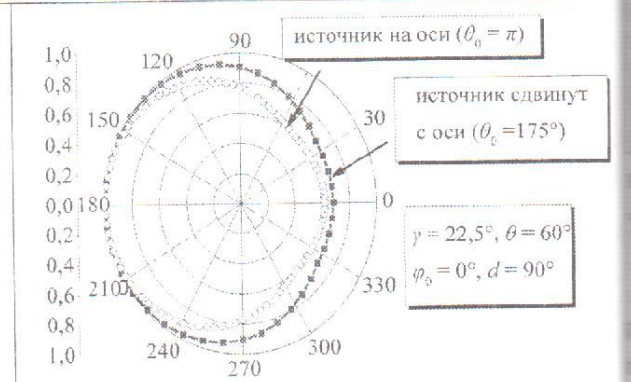


Рис. 3.12. Диаграмма нормированного распределения поля в азимутальной плоскости волновой зоны в зависимости от ширины щели d_2 ($N=1, \theta_0 = 175^\circ, kr_0 = 1, \gamma_2 = 22,5^\circ, \theta = 60^\circ$)

3.2 Влияние вставки в виде сплошного экрана на электродинамические характеристики конуса с продольной щелью. Решение СЛАУ-2 (3.1), (3.2) для случая возбуждения конической структуры, состоящей из сплошного и незамкнутого двух коаксиальных конусов (рис. 3.13), проводится по той же схеме, что и для одиночного конуса с продольной щелью.

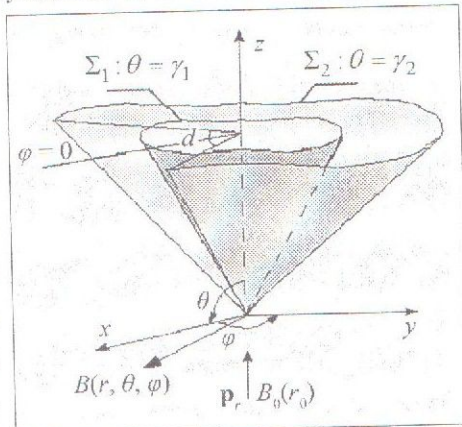


Рис. 3.13. Геометрия задачи: коническая структура Σ состоит из двух конусов (Σ_1 – внутренний экран с углом полуоткрытия γ_1 ; Σ_2 – незамкнутый конус с продольной щелью и углом γ_2); источник поля помещен в точке B_0 на ось конуса; точка B – точка наблюдения

На рис. 3.14 приведены зависимости $|x_n^{(2)}|, n=0,1$ от величины ширины щели d_2 и различных фиксированных углов раствора сплошного конуса $\theta = \gamma_1$ ($\gamma_2 = \pi/8, N=1, \theta_0 = 180^\circ$). Коэффициент $|x_n^{(2)}|$ связан с отражением поля от поверхности рассматриваемой структуры и в предельном случае отсутствия щели ($d_2 = 0^0$) равен единице (сплошной конус $\theta = \gamma_2$). При увеличении ширины щели сначала наблюдается убывание $|x_0^{(2)}|$ до нуля (минимума), а затем его рост (рис.3.14, а). Уменьшение угла раствора сплошного конуса $\theta = \gamma_1$ приводит к смещению минимума $|x_0^{(2)}|$ в сторону увеличения ширины щели d_2 . В случае узкого сплошного конуса ($\gamma_1 \ll 1$) кривая зависимости $|x_0^{(2)}|$ от d_2 мало чем отличается от кривой $|x_0^{(2)}|$ для одиночного конуса с продольной щелью (рис.3.14, а). Остальные коэффициенты связаны с прохождением поля через щель в пространство между конусами Σ_1 и Σ_2 и убывают с уменьшением ширины щели и конической ленты. Кривая зависимости $|x_1^{(2)}|$ от ширины щели приведена на рис. 3.14, б. При увеличении ширины щели наблюдается монотонное возрастание $|x_1^{(2)}|$, а затем убывание до нуля. Причем в окрестности $d_2 = 70^0$ $|x_1^{(2)}|$ достигает своего наибольшего значения во всем промежутке изменения ширины щели.

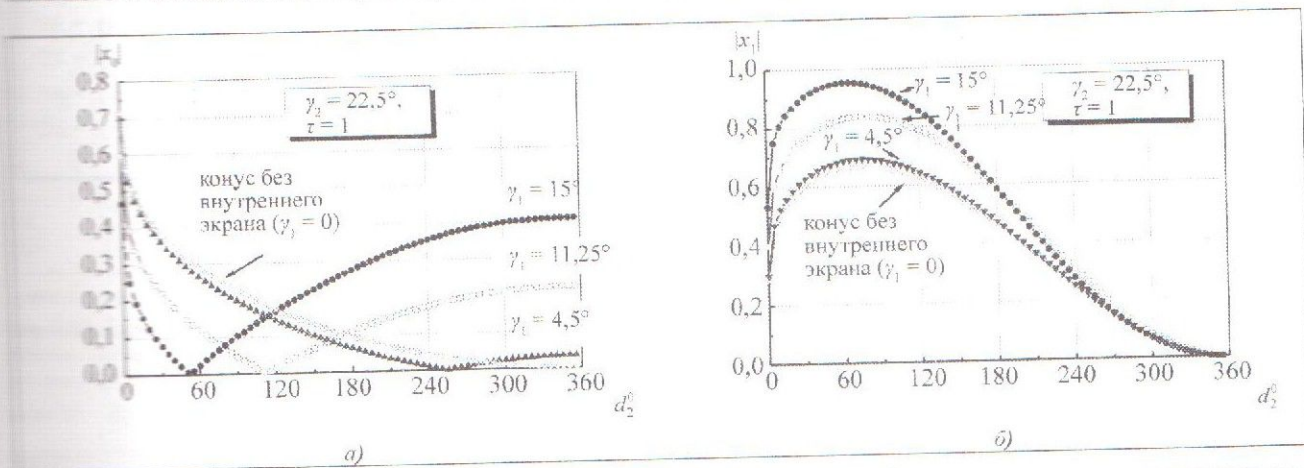


Рис. 3.14. Зависимость коэффициентов $|x_n^{(2)}|$ от ширины щели d_2 при $\tau=1, \gamma_2 = 22,5^\circ$; кривые приведены для нескольких значений угла полуоткрытия внутреннего конуса γ_1 : а – $n=0$; б – $n=1$

На рис. 3.15 приведены кривые изменения спектрального значения μ_0 в зависимости от угловой ширины щели d_2 и различных фиксированных значений углов γ_1 и γ_2 . Сравнения кривых для спектрального параметра μ_0 показали, что наличие сплошного экрана Σ_1 несущественно влияет на характер изменения μ_0 (рис. 3.15, а), что обусловлено типом источника. Характер зависимостей на рис. 3.15, а по виду близок к линейному. Наличие узкого внутреннего конуса не вносит изменения в поведение μ_0 (рис. 3.15, б). Отсюда следует, что присутствие сплошного экрана внутри конуса с продольной щелью слабо сказывается

ся, в частности, на структуру дифрагированного поля. Анализ графиков для μ_0 показал, что в случае рассматриваемой коаксиальной конической поверхности в структуре дифрагированного поля присутствует ТЕМ-волна, что также подтверждается аналитическими результатами, полученными для конуса с продольной узкой щелью и внутренним сплошным экраном (2.91).

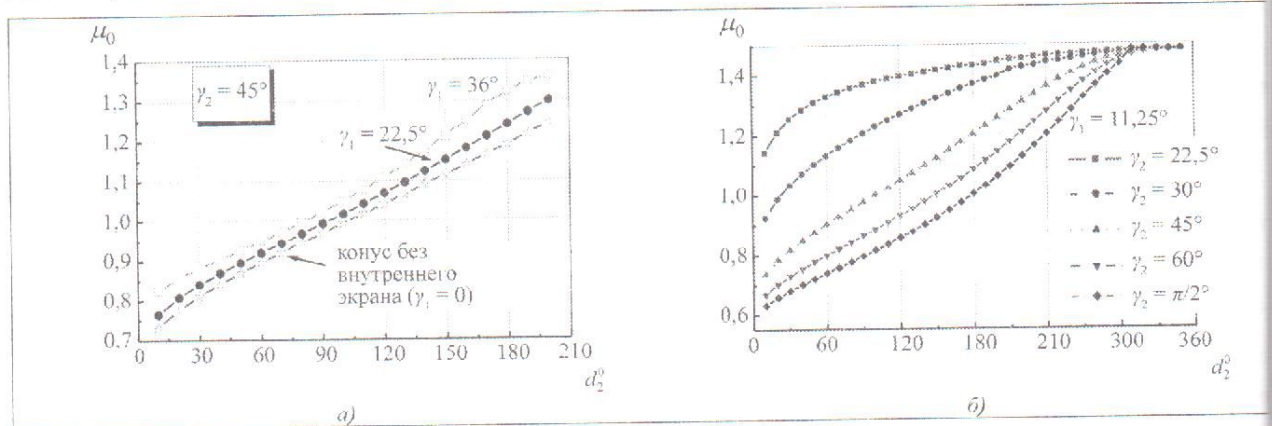


Рис. 3.15. Изменение спектрального значения μ_0 в зависимости от ширины щели d_2 для различных углов полуоткрыва конусов γ_1 и γ_2 : а – кривые $\mu_0 = \mu_0(d_2)$ при изменении γ_1 и $\gamma_2 = 45^\circ$; б – кривые $\mu_0 = \mu_0(d_2)$ при изменении γ_2 и $\gamma_1 = 11,25^\circ$

Сравнение кривых для параметра α , определяющего поведение поля у вершины одиночного конуса с продольной щелью на рис. 3.8 с графиками для этого параметра на рис. 3.16, но в случае незамкнутого конуса с внутренним сплошным экраном, показал, что наличие сплошного конуса внутри сплошного слабо влияет на характер поведения поля у вершины конической структуры.

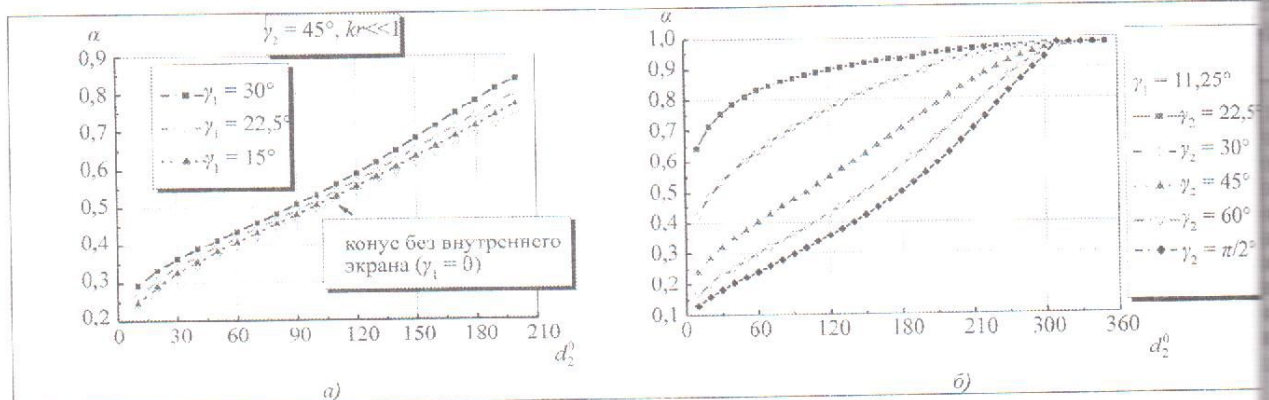


Рис. 3.16. Кривые изменения параметра α , определяющего поведения поля у вершины конуса с продольной щелью: а – изменение параметра α в соответствии с изменением ширины щели d_2 при различных углах γ_1 и $\gamma_2 = 45^\circ$; б – зависимость параметра α от ширины щели d_2 при различных значениях угла γ_2 и $\gamma_1 = 11,25^\circ$

Для анализа поляризации дифрагированного поля используем характеристику [6]

$$Y(\theta, \varphi) = H_\theta / H_\varphi \quad (3.9)$$

в виде

$$Y(\theta, \varphi) = |Y(\theta, \varphi)| e^{i \text{Arg} Y(\theta, \varphi)}. \quad (3.10)$$

В случае возбуждения сплошного конуса магнитным радиальным диполем, расположенным на оси, дифрагированное поле имеет отличную от нуля составляющую магнитного поля H_θ и $H_\varphi = 0$ и является линейно поляризованным. Появление щели приводит к возникновению ненулевой составляющей H_φ в дифрагированном поле, что и вызывает изменение его поляризации.

На рис. 3.17 приведены кривые аргумента и модуля поляризационной характеристики $Y(\theta, \varphi)$ (3.10) в зависимости от изменения азимутальной координаты φ при различных значениях угловой ширины

час рас-
тствует
а с про-

ши щели d_2 и фиксированных значениях углов γ_1 и γ_2 внутреннего и внешнего конусов соответственно. Результаты анализа поляризацонной характеристики показали, что поляризация поля является, преимущественно, эллиптической.

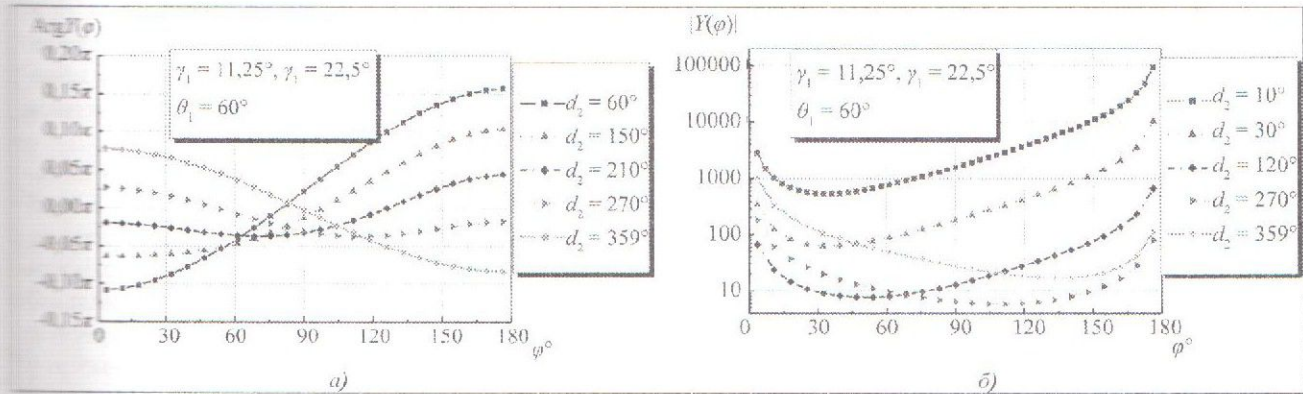


Рис. 3.17. Аргумент $\text{Arg}Y(\theta, \varphi)$ (а) и модуль $|Y(\theta, \varphi)|$ (б) поляризацонной характеристики $Y(\theta, \varphi)$ как функция азимутальной координаты φ поля в случае конуса с продольной щелью и внутренним экраном

ва конусов

го конуса
мкнутого
ного сла-

На рис. 3.18 даны диаграммы нормированного распределения дифрагированного поля в азимутальной плоскости для разных величин ширины щели. Из рис. 3.18, а видно, что наличие сплошного конуса внутри конуса с продольной щелью существенно меняет распределение поля в пространстве по сравнению с распределением в случае одиночного незамкнутого конуса. С увеличением ширины щели наблюдается влияние внутреннего экрана на формирование поля напротив щели. При ширине щели, равной 90° , степень «высвечивания» является наибольшей (рис.3.18, б). По мере расширения щели (уменьшения относительных размеров конической ленты) форма диаграммы непрерывно изменяется, превращаясь в круговую (предельный случай коаксиальной конической структуры $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2$ – сплошной конус Σ_1).

= 11,25°
• -gamma_2 = 22,5°
-gamma_2 = 30°
-gamma_2 = 45°
-gamma_2 = 60°
-gamma_2 = pi/2°

theta_2^0

: a измене-
ть параметр

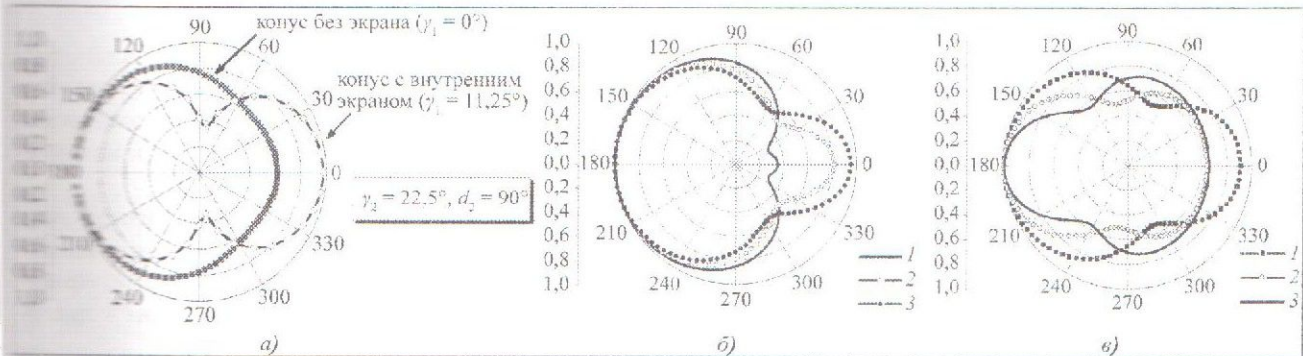


Рис. 3.18. Диаграммы нормированного распределения рассеянного поля в волновой зоне для конуса с продольной щелью и внутренним сплошным экраном: а – сравнение диаграмм в случае одиночного конуса с продольной щелью и незамкнутого конуса с внутренним экраном; б – зависимость диаграмм для конуса с продольной щелью и внутренним экраном от величины ширины щели ($1 - d_2 = 5^\circ, 2 - d_2 = 30^\circ, 3 - d_2 = 60^\circ$); в – зависимость диаграмм для конуса с продольной щелью и внутренним экраном от величины ширины щели ($1 - d_2 = 90^\circ, 2 - d_2 = 180^\circ, 3 - d_2 = 240^\circ$)

(3.9)

(3.10)

ым на осн-
и являетс-

дей H_φ ди-

(θ, φ) (3.9)

овой шири-

Выводение. В результате проведенных исследований задачи возбуждения сложной конической структуры с продольными периодическими щелями доказана эквивалентность исходной краевой электродинамической задачи решению системы линейных алгебраических уравнений 2-го рода фредгольмовского типа относительно коэффициентов Фурье составляющих электромагнитного поля.

Впервые на основе найденного строгого аналитического решения задачи возбуждения электрическим и магнитным радиальным диполем полупрозрачного конуса с внутренним сплошным экраном получены граничные условия на поверхности полупрозрачного конуса, учитывающие ее переменную проницаемость и зависящие от типа источника возбуждения. Выявлен физический эффект, связанный с появлением в структуре поля, рассеянного полупрозрачным конусом, ТЕМ-волн и изучено их влияние на распределение поля в пространстве.

Впервые получено строгое аналитическое решение задачи возбуждения магнитным радиальным диполем конуса с узкими щелями и внутренним сплошным экраном. При этом выявлены особенности и закономерности управления пространственным распределением полями ТЕМ-волн, возникающих при возбуждении сложной конической поверхности с узкими щелями, путем изменения ее геометрических параметров. В случае одномодового приближения, наиболее интересном для практических приложений, приведены простые формулы для пространственного распределения и его диаграммы в зависимости от параметров задачи. Обнаружен физический эффект возникновения особенности у поля вблизи вершины конической поверхности с узкими щелями и внутренним сплошным экраном. Показано, что с увеличением числа щелей особенность поля ослабевает.

Впервые получено численное решение задачи возбуждения конуса с продольной щелью произвольной угловой ширины и сплошной вставкой гармоническим магнитным радиальным диполем. На его основе изучено влияние угловых размеров сложной конической поверхности на спектр краевой задачи, проведен численный анализ распределения плотности поверхностного тока, наведенного на поверхности конуса с продольной щелью; показано, что наличие продольной щели приводит к появлению радиальной составляющей плотности поверхностного тока, которая вблизи ребра (кромки щели) имеет корневую особенность по угловым координатам; по мере приближения к вершине проявляется также особенность у радиальной составляющей плотности поверхностного тока. Для одиночного конуса с продольной щелью получены диаграммы нормированного распределения поля в волновой зоне и проанализировано влияние размеров щели на их форму. В случае осесимметричного возбуждения наличие щели, начиная с угловой ширины, превышающей 45° , существенно влияет на форму диаграммы. По мере расширения щели форма диаграммы непрерывно меняется от кардиоиды ($d \leq 12^\circ$) к эллипсу ($d \geq 340^\circ$). Смещение диполя с оси конуса на незначительный угол ближе к щели в проходящей через ее середину вертикальной плоскости приводит к расширению диаграммы.

Изучено влияние внутреннего сплошного экрана на пространственное распределение поля в волновой зоне в случае осесимметричного возбуждения. Наличие сплошного конуса внутри незамкнутого существенно изменяет распределение поля по сравнению с его распределением в случае одиночного конуса с продольной щелью. С расширением щели наблюдается влияние внутреннего экрана на формирование поля напротив щели. При угловой ширине щели, близкой к 70° , значение нормированного распределения по абсолютной величине является наибольшим.

Исследована структура и поведение поля вблизи сингулярностей поверхности в зависимости от ее геометрических параметров. Показано, что вблизи вершины одиночного незамкнутого конуса (в отличие от сплошного конуса, у вершины которого поле ограничено) электромагнитное поле имеет особенность, которая усиливается с уменьшением ширины щели. Появление внутреннего экрана приводит к незначительному ослаблению особенности поля у вершины.

Показано, что наличие неоднородностей в виде продольных щелей в случае осесимметричного возбуждения изменяет поляризацию рассеянного поля по сравнению с поляризацией поля, рассеянного сплошным конусом. Из анализа приведенных графических зависимостей модуля и аргумента поляризационной характеристики от параметров задачи следует, что наличие продольной щели приводит к преобразованию линейной поляризации (в случае сплошного конуса) в эллиптическую.

Авторы выражают благодарность профессорам Я.С. Шифрину и Ю.В. Ганделю за полезные замечания при обсуждении работы, а также Е.К. Семенову за помощь в численных расчетах.

Литература

1. Хенл Х., Мауэ А., Вестфаль К. Теория дифракции: Пер с нем. / Под ред. Г.Д. Малюжинца. – М.: Мир, 1964.
2. Ваганов Р.Б., Каценельбаум Б.З. Основы теории дифракции. – М.: Наука, 1982.
3. Кобак В.О. Радиолокационные отражатели. – М.: Сов. радио, 1975.
4. Кюн Р. Микроволновые антенны: Пер с нем. / Под ред. М.П. Долуханова. – Л.: Судостроение, 1967.
5. Ямпольский В.Г., Фролов О.П. Антенны и ЭМС. – М.: Радио и связь, 1983.
6. Гошин Г.Г. Граничные задачи электродинамики в конических областях. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1987.
7. Рамзей В. Частотно независимые антенны: Пер с англ. / По ред. А.Ф. Чаплина. – М.: Мир, 1968.
8. Hansen Th. B. Diffraction by a plane angular sector, a new derivation. – IEEE Trans. on Ant. and Propagat, 1990, vol. AP-38, no. 1, pp. 1892-1894.
9. Hansen Th. B. Corner diffraction coefficients for the quarter plane. – IEEE Trans. on Ant. and Propagat, 1991, vol. AP-39, no.7, pp. 976-981.
10. Satterwhite R.S. Diffraction by a quarter plane, the exact solution and some numerical results. – IEEE Trans. on Ant. and Propagat, 1974, vol. AP-22, no.22, pp. 500-503.

- льным ди-
юсти и за-
х при воз-
ских пара-
ений, при-
ги от пара-
ины кони-
сличением
- произволь-
На его ос-
ой задачи
верхности
радиальной
корневую
бенность у
ной щелью
но влияние
я с угловой
цели форма
поля с ос-
и плоскости
- ля в волно-
кнутого с-
ного конуса
рмирования
пределени-
- мости от с-
а (в отличии
особенность
т к незначи-
- ричного воз-
рассеянно-
та поляриза-
диг к преоб-
- лезные зам-
1. *Danzhige J.* Diffraction of electromagnetic wave by a plane angular sector. – Trans. Inst. Electron. and Commun., 1978, B.61, no.11, pp. 977-978.
2. *Salinas J.N., Thiele G.A.* A hybrid UTD-eigenfunction method for scattering by a vertex. – Proceedings of the Int. URSI Electromagn. Waves Symp, 1981, Munich, pp. 235B/1-235B/4.
3. *Шелкунов С., Фриш Г.* Антенны: Пер с англ. / По ред. Л.Д. Бахраха. – М.: Сов. радио, 1955.
4. *Тихоновский В.В.* Аптеши. – М.: Связь, 1966.
5. *Шенберг Г.З., Белоусов С.П., Журбенко Э.М.* и др. Коротковолновые антенны. – М.: Радио и связь, 1985.
6. *Колотарович М.И., Астрахан М.И., Акимов В.П.* и др. Электродинамика сетчатых структур. – М.: Радио и связь, 1987.
7. *Гоним Г.Г.* Возбуждение биконической линии. – Радиотехника и электроника, 1985, т. 30, №1, с. 49-54.
8. *Беленко В.П.* Возбуждение многоконической линии системой δ -генераторов. – Томск: ВИНТИ, 1981, № 607-81, с. 91-101.
9. *Дмитренко В.А., Кравченко В.Ф.* Рассеяние электромагнитных волн незамкнутым круговым конусом. Докл. РАН. – 2000, т.375, №5, с.611-614.
10. *Аврамич З.С., Марченко В.А., Шестопалов В.П.* Дифракция электромагнитных волн на плоских ленточных решетках. – ЖЭТФ, 1962, №4, с.381-394.
11. *Шестопалов В.П.* Метод задачи Римана-Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. – Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1971.
12. *Шестопалов В.П., Литвиненко Л.И., Масалов С.А., Сологуб В.Г.* Дифракция волн на решетках. – Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1973.
13. *Шестопалов В.П.* Сумматорные уравнения в современной теории дифракции. – Киев: Наукова думка, 1983.
14. *Шестопалов В.П., Тучкин Ю.А., Погдинчук А.Е.* и др. Новые методы решения прямых и обратных задач теории дифракции. Аналитическая регуляризация краевых задач электродинамики. – Харьков: Основа, 1997.
15. *Шестопалов В.П., Сиренко Ю.К.* Динамическая теория решеток. – Киев: Наукова думка, 1989.
16. *Кисилый Б.И., Курцияк Д.Б.* Осесимметричные задачи дифракции электромагнитных волн на конических поверхностях. – Киев: Наукова думка, 1995.
17. *Беккер Л., Маркувич Н.* Излучение и рассеяние волн: Пер. с англ. / Под ред. М.Т. Левина. – М.: Мир, 1978, т.1 и 2.
18. *Викова Л.П., Нефедов Е.И.* Волны биконического рупора. – Радиотехника и электроника, 1979, т. 24, №6, с.1017-1026.
19. *Зарин Н.В.* Теория диапазонных слабонаправленных антенн УКВ. – Л.: ЛКВВИА им. А.Ф. Можайского, 1958.
20. *Зайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. – М.: Радио и связь, 1988.
21. *Зайнштейн Н.Н., Каценельбум Б.З., Сивов А.И.* Обобщенный метод собственных колебаний в теории дифракции. – М.: Наука, 1977.
22. *Imai R.D., Van Bladel J.G.* Field singularities at the tip of a metallic cone of arbitrary cross section. – IEEE Trans. Antennas & Propagation, 1986, vol. AP-34, no. 7, pp. 865-870.
23. *Беленко В.П.* Сингулярности поля вблизи вершины конуса. – ТИИЭР, 1983, т. 71, №7, с. 146-147.
24. *Беленко В.П., Гоним Г.Г., Дмитренко А.Г.* и др. Математические методы в граничных задачах электродинамики. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1990.
25. *Левин Н.Н., Колотарович М.И.* О применении формул обращения к решению некоторых задач электродинамики // ЖЭТФ, 1959, т. 9, вып. 6, с.729-741.
26. *Вино Е., Эйде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. – М.: Наука, 1973.
27. *Дмитренко В.А., Кравченко В.Ф.* Возбуждение незамкнутых конических и биконических структур. – Электромагнитные волны в электронных системах, 2003, т. 8, №6, с.4-78.
28. *Левин Н.Н.* Специальные функции и их приложения. – М.: ГИФМЛ, 1963.
29. *Беленко В.П.* Излучение биконуса, возбуждаемого включенной между конусами стороной электродвижущей силой. – Радиотехника и электроника, 1996, т. 41, №6, с. 645-650.
30. *Levine N.A.* A theoretical analysis of semi-infinite conical antennas. – IRE Trans., 1960, vol. AP-8, no. 8, pp. 535-547.
31. *Дмитренко В.А., Кравченко Г.Г.* Возбуждение системы радиальных проводников, расположенных периодически на конической поверхности // Электродинамика и распространение волн. – Томск, 1980, вып.1, с. 3-8.
32. *Levine N.A.* A theoretical analysis of semi-infinite conical antennas. – IRE Trans., 1960, vol. AP-8, no. 8, pp. 535-547.
33. *Левин Н.Н.* Теория сферических и эллипсоидальных функций. – М.: ИЛ, 1952.
34. *Зайнштейн М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973.
35. *Левин Н.С.* Численные методы. – М.: Наука, 1975.
36. *Дмитренко В.А.* Возбуждение модифицированной биконической структуры магнитным радиальным диполем. – Радиотехника: Вестник межвед. научн.-техн. сб., 2001, вып.121, с. 19-26.

Вступило 13 марта 2007 г.

Modelling of Harmonic Source Excitation of Unclosed Conical Surfaces

V.A. Doroshenko, V.F. Kravchenko

7.

ol. AP-38, no.1
ю.7, pp. 976-984
nt. and Propag

Mathematical modeling of harmonic pointed sources excitation problem for a complex open biconical surface with periodical slots those are cut along rulings and an inner isotropic screen is proposed. The solution method of the corresponding model problem is based on using the Kontorovich – Lebedev integral transforms and a semi-inversion method. It is showed that the original electromagnetic problem is equivalent to a system of dual equations with respect to the electromagnetic field components Fourier coefficients those are independent on a wave parameter. Analytical and numerical solutions of the problem are obtained. Longitudinal slots effects on basic electromagnetic characteristics of an unclosed conical structure are studied.