УДК 681.3

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ, ВОЗМУЩАЕМЫХ ОГРАНИЧЕННЫМИ ШУМАМИ

В.А.Тимофеев (к.т.н.), Е.Г.Кочуев, Е.В.Тимофеева, И.В.Гурина

Введение.

Одной из фундаментальных задач теории управления является проблема идентификации – определения или оценивания параметров системы в различные моменты времени. Качество решения задачи идентификации существенно зависит от объема априорной информации о свойствах исследуемого объекта и действующих сигналов и помех. Большинство существующих методов идентификации предполагает наличие такой информации в виде известной плотности распределения помех либо информации о принадлежности неизвестной плотности какому-либо классу распределений. Эта информация позволяет однозначно выбрать критерий идентификации и применить для поиска его экстремума хорошо разработанные методы.

Однако зачастую сведения о статистических свойствах сигналов и помех отсутствуют, а исследователь обладает информацией лишь об их уровнях. Исследованию такого случая и посвящена данная работа.

Постановка задачи.

Рассмотрим динамический объект, описываемый авторегрессионной (ARX) моделью

$$y_t = a_1 y_{t-1} + \ldots + a_n y_{t-n} + b_0 u_1 + b_1 u_{t-1} + \ldots + b_m u_{t-m} + \xi_t \quad , \tag{1}$$

где y_i, u_i, ξ_i - выходной, входной сигналы и помеха в момент времени i соответственно, причем

$$|\xi_i| \le \delta_i \ , \quad i = 1,2,\ldots,t \quad . \tag{2}$$

Данное уравнение может быть преобразовано к виду

$$y_t = \Theta^T x_t + \xi_t , \tag{3}$$

где $\Theta = (a_1, a_2, \ldots, a_n, b_0, b_1, \ldots, b_m)^T$ - вектор параметров; $x_t = (y_{t-1}, \ldots, y_{t-n}, u_t, u_{t-1}, \ldots, u_{t-m})^T$ - вектор обобщенных входов.

С учетом (2) уравнение (3) может быть переписано в виде пары неравенств

$$y_t - \delta_t \le \Theta^T x_t \le y_t + \delta_t , \tag{4}$$

задающих границы области D, внутри которой должны лежать искомые параметры Θ. Отметим, что неравенства (4) задают гиперплоскости в пространстве Θ , ограничивающие область принадлежности Θ. Последовательность наблюдений $y_1, y_2, \ldots, y_k$ порождает k пар гиперплоскостей, «высекающих» в пространстве некоторую область D_k, являющуюся областью оценок и представляющую из себя политоп [1]. Каждое новое наблюдение изменяет эту область, относительно которой можно заметить, что все точки, принадлежащие этой области, равноправны в том смысле, что среди них нельзя выделить наилучшую оценку. Поэтому для удобства используется некий «центр» области [1,2].

Очевидно, что чем больше объем полученного политопа, тем меньше уровень неопределенности Θ. Из (3) и (4) видно, что вид и размер политопа зависит от выбора вектора обобщенных входов x_t. При использовании в качестве метрики в пространстве параметров Θ евклидового расстояния, наилучший выбор x_t связан с максимизацией $\|x_t\|$, что обеспечивает максимальное стягивание границ политопа [3]. Таким образом, проблема выбора последовательности векторов x_t состоит в минимизации после k шагов размера области D_k .

Получение алгоритма оценивания.

Формально это можно представить следующим образом. Так как объект описывается уравнением (3), а помеха удовлетворяет условию (2), то вектор искомых параметров удовлетворяет всем неравенствам

$$\left(y_t - \Theta^T x_t\right)^2 \le \delta_t^2. \tag{5}$$

Поэтому в качестве оценок параметров могут быть использованы только те, которые принадлежат множеству

$$M_t\left(\hat{\Theta}\right) = \left\{\hat{\Theta} : \left(y_t - \hat{\Theta}^T x_t\right)^2 \le \delta_t^2, \hat{\Theta} \in R^{n+m+1}\right\}, \tag{6}$$

которое с геометрической точки зрения представляет собой монотонную невозрастающую последовательность выпуклых политопов D_t:

$$M_t = \bigcap_{k=1}^{t} D_k = M_{t-1} \cap D_t; \tag{7}$$

$$D_t = \left\{\hat{\Theta} : \left|y_t - \hat{\Theta}^T x_t\right| \le \delta_t\right\}. \tag{8}$$

Вычисление оценок $\hat{\Theta}_t \in M_t\left(\hat{\Theta}\right)$ представляет собой сложную задачу, решение которой может быть существенно упрощено путем построения некоторого множества, ограничивающего $M_t\left(\hat{\Theta}\right)$. Эти ограничения могут задаваться либо в форме параллелепипедов [1,2], либо в форме эллипсоидов [3,4], центр которых совпадает с Θ.

Рассмотрим алгоритм идентификации объекта (1), основанный на методе эллипсоидов.

Алгоритм начинается с построения достаточно большого эллипсоида M_0 в пространстве R^{n+m+1} и содержащего все возможные допустимые значения вектора Θ. После получения первого наблюдения y_1 может быть найден эллипсоид, построенный в соответствии с (7) на пересечении M_0 и выпуклого политопа D_1. Для ускорения сходимости алгоритма следует оптимизировать эллипсоид, например, по критерию минимального его объема либо минимального следа.

Обозначим оптимальный эллипсоид как M_1. После получения второго наблюдения y_2 аналогичным образом найдем M_2 и т. д. Таким образом может быть получена последовательность оптимальных эллипсоидов. В произвольный момент времени t эллипсоид определяется выражением (6) или, в более общем случае, выражением

$$M_t = \left\{\hat{\Theta} : \left(\Theta - \hat{\Theta}_t\right)^T P_t^{-1}\left(\Theta - \hat{\Theta}_t\right) \le r_t^2\right\}, \tag{9}$$

где P_t - весовая матрица, определяющая полуоси эллипсоида;

r_t^2 - скалярная величина, рекуррентно вычисляемая по формуле

$$r_t^2 = \left(1+\lambda_t\right)r_{t-1}^2 + \lambda_t\delta_t^2 - \frac{\lambda_t\left(1-\lambda_t\right)e_t^2}{1-\left(1-\gamma_t\right)\lambda_t}, \tag{10}$$

$r_0^2 >> 1;$

$e_t = y_t - \hat{\Theta}_{t-1}^T x_t;$

$\gamma_t = x_t^T P_{t-1} x_t;$

$\lambda_t \in \left(0,1\right].$

Коррекция оценок происходит по формуле

$$\hat{\Theta}_t = \hat{\Theta}_{t-1} + \lambda_t \frac{P_{t-1}x_t}{1-\left(1-\gamma_t\right)\lambda_t} r_t; \tag{11}$$

$$P_t = \frac{1}{1-\lambda_t}\left[P_{t-1} - \lambda_t \frac{P_{t-1}x_t x_t^T P_{t-1}}{1-\left(1-\gamma_t\right)\lambda_t}\right], \tag{12}$$

$P_0 = \alpha I$, I – единичная матрица, $\alpha >> 0$.

Размер оптимального эллипсоида M_t, вычисляемый в соответствии с (7), зависит от коэффициента λ_t. Оптимальное значение λ_t может быть получено путем минимизации по λ_t величины r_t^2 (10).

С другой стороны, имеет смысл осуществлять коррекцию λ_t только в те моменты времени, когда происходит уточнение оценок искомых параметров, т. е. в случаях, когда нарушается условие (5).

С учетом (10) данное условие может быть модифицировано следующим образом:

$$e_t^2 + r_{t-1}^2 \le \delta_t^2 . \qquad (13)$$

Отсюда, если неравенство (13) не выполняется, значения коэффициентов λ_t вычисляются следующим образом:

$$\lambda_t = \min\{\alpha, \beta_t\}, \qquad (14)$$

$$\beta_t = \begin{cases} \alpha \quad \text{при} \quad \Delta_t = 0 \\ \text{или} \quad \left(1 + \Delta_t(\gamma_t - 1)\right) \le 0; \\ \dfrac{1-\Delta_t}{2} \quad \text{при} \quad \gamma_t = 1; \\ \dfrac{1}{1-\gamma_t}\left[1 - \left(\dfrac{\gamma_t}{1+\Delta_t(\gamma_t - 1)}\right)^{\frac{1}{2}}\right] \quad \text{при} \quad 1 + \Delta_t(\gamma_t - 1) > 0; \end{cases} \qquad (15)$$

$$\Delta_t = \frac{\delta_t^2 - r_{t-1}^2}{e_t^2} .$$

Заключение.

Таким образом, алгоритм идентификации описывается соотношениями (11), (12), (14), (15). Значение, выбираемое в качестве верхней границы δ_t , не должно быть тесно связано с величиной помехи, так как оценки границ помехи не воздействуют на оценки искомых параметров. Однако завышение δ_t может привести к росту размера ограничивающего эллипсоида, а занижение – к уменьшению (и даже появлению отрицательных значений) δ_t^2, что приводит к уменьшению или исчезновению ограничивающего эллипсоида. В последнем случае следует либо искусственно увеличить размер эллипсоида M_t, либо увеличить ширину D_t путем увеличения значения δ_t .

Рассмотренный алгоритм идентификации является некоторой модификацией рекуррентного МНК с экспоненциальным взвешиванием информации.

RESUME. The identification task solving for plant described by linear equation in signals and disturbances statistical properties absence assumption but only their levels knowledge is considered. The algorithm that is recursive LSM modification is proposed.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 .*Schweppe F. S.* Uncertain dynamic systems. – London: Prentice – Hall, Inc. – 1973. – 553 p.
2. *Norton J. P.* An introduction to identification. – London: Academic Press, Inc. – 1986. – 310 p.

3. *Черноусько Ф. Л.* Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов. – М.: Наука, 1986. – 320 с.

4. *Бакан Г. М., Волосов В. В., Куссуль Н. Н.* Оценивание состояния непрерывных динамических систем методом эллипсоидов //Кибернетика и системный анализ, 1996. - №6. – с. 72-91.

УДК 681.3

Модифицированный алгоритм идентификации динамических объектов, возмущаемых ограниченными шумами// В.А.Тимофеев, Е.Г.Кочуев, Е.В.Тимофеева, И.В.Гурина/.
Рассматривается решение задачи идентификации объекта, описываемого линейным уравнением в предположении, что информация о статистических свойствах сигналов и помех отсутствует, а известны лишь их уровни. Получен алгоритм, представляющий модификацию рекуррентного МНК.
Библ.: 4 назв.

УДК 681.3
Модифікований алгоритм ідентифікації динамічних об’єктів, що збурюються обмеженими шумами// В.О.Тімофєєв, Є.Г. Кочуєв, О.В. Тімофєєва, І.В. Гуріна/
Розглядається рішення задачі ідентифікації об’єкту, що описується лінійним рівнянням за припущенням, що інформація про статистичні властивості сигналів та завад є відсутнєю, а відомі лише їх рівні. Отримано алгоритм, що являє собою модифікацію рекрентного МНК.
Бібл.: 4 назв.

UDK 681.3
Modified dynamic objects identification algorithms on presence of bounded noises //
V.A.Timofeyef, E.G. Kochuev, H.V. Timofeyeva, I.V. Gurina
The identification task solving for plant described by linear equation in signals and disturbances statistical properties absence assumption but only their levels knowledge is considered. The algorithm that is recursive LSM modification is proposed.
Bibl.: 4 items.

Сведения об авторах статьи

1 Тимофеев Владимир Александрович
Место работы: Харьковский национальный университет радиоэлектроники, каф. ЭВМ.
61166, Харьков, просп. Ленина 14, Тел 702-13-50
Ученая степень: канд. техн. наук. Ученое звание: доцент
Должность : ведущий научный сотрудник

2 Кочуев Евгений Геннадиевич
Место работы: Харьковский национальный университет радиоэлектроники, каф. ЭВМ. Тел 702-13-50
Должность аспирант

3 Тимофеева Елена Владимировна
Место работы: Харьковский национальный университет радиоэлектроники
Должность студент

4 Гурина Инесса Вячеславовна
Место работы: Харьковский национальный университет радиоэлектроники, каф. ЭВМ
Должность младший научный сотрудник