

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ И ЭЛЕКТРОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЕРВОМОТОРА С КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ИЗОДРОМНОЙ СВЯЗЬЮ

Л. Е. Тимановская

Харьков

Уравнение движения поршня прямоходового сервомотора с гибкой обратной связью неоднократно приводилось в литературе.

При этом всюду в качестве звена обратной связи принимался катаракт. В работе [1] выведено уравнение движения поршня прямоходового сервомотора с пружиной. Однако вывода уравнения сервомотора с компенсирующим поршнем не приводится, а уравнение изодромной обратной связи дается в готовом виде на основании предшествующей

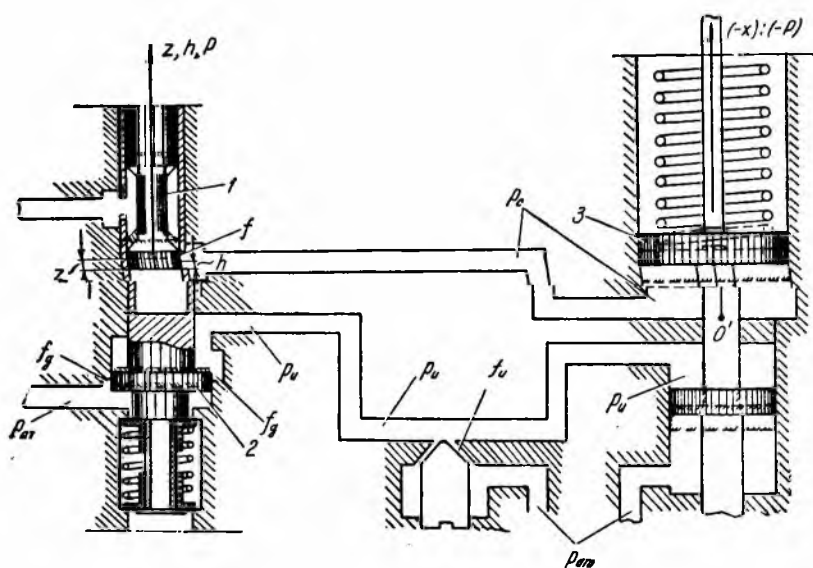


Рис. 1.

литературы. Но отдельные особенности, которые имеет изодромная кинематическая связь, в [1] не рассмотрены. Например, в уравнении не учитывался член, характеризующийся начальной затяжкой пружины золотниковой втулки, сильно влияющий на динамику системы. Кроме того, данная конструкция регулятора имеет некоторые особенности, например, дополнительно к изодромному отверстию в изодромном устройстве имеется добавочное отверстие, также существенно влияющее на динамические процессы.

Поэтому приводимое далее рассмотрение зависимостей в сервомоторе с изодромной кинематической связью (рис. 1) представляет интерес.

В переходном процессе при движении золотника чувствительного элемента 1 (рис. 1) и золотниковой втулки 2 открываются окна в золотниковой втулке и полость под поршнем сервомотора 3 соединяется или с аккумулятором масла или с атмосферой.

Введем обозначения

$z = +|z|$ — перемещение золотника от точки O^1 вверх;

$h = +|h|$ — перемещение золотниковой втулки от точки O^1 вверх;

f — проходное сечение окон.

Очевидно, что в установившемся состоянии $z = 0$, $h = 0$, $f = 0$.

Для ясности дальнейших рассуждений поясним следующее:

при $z = h$ окна полностью перекрыты (рассматривается вариант исполнения с нулевой перекрышей);

при $z > h$ полость сервомотора управления соединяется с масляной ванной, имеющей давление масла, равное 1 атмосфере;

при $z < h$ полость сервомотора управления соединяется с аккумуляторами масла.

Зависимость проходного сечения окон f в функции высоты проходного отверстия $|z - h|$ дана в виде графика и аналитически в работах [1] и [2]. Упрощенно эту нелинейную независимость можно записать в виде

$$f = S_1 m_1 (z - h), \quad (1)$$

или

$$f S_1^{-1} = m_1 (z - h), \quad (2)$$

где S_1 — функция, выражающая нелинейность зависимости

$$f = f(z - h) \text{ при } z - h \leq 0 [3],$$

S_1^{-1} — функция, обратная функции S_1 ,

m_1 — коэффициент пропорциональности для начального участка нелинейной зависимости при $S_1 = 1$.

Проведем все рассуждения, связанные с выводом дифференциальных уравнений сервомотора и обратной изодромной связи.

Полагаем, что движение масла в подводящих каналах ламинарное, пренебрегаем сопротивлением каналов и утечки масла в сервомоторе.

Секундный расход масла при движении поршня сервомотора

$$Q_c = F_{ch} \frac{dx}{dt}.$$

Секундный расход масла через окна проходным сечением f , открываемые золотником, при движении поршня сервомотора

$$\text{вниз — } Q_{f1} = \mu f \sqrt{\frac{2g}{\gamma} \rho_c} \text{ при } f > 0,$$

$$\text{вверх — } Q_{f2} = \mu f \sqrt{\frac{2g}{\gamma} (\rho_{ак} - \rho_c)} \text{ при } f < 0.$$

Баланс секундного расхода масла $Q_c = Q_f$ при движении поршня сервомотора

$$\text{вниз — } \frac{dx}{dt} = \frac{\mu}{F_{ch}} f \sqrt{\frac{2g}{\gamma} \rho_c}, \quad (3)$$

$$\text{вверх — } \frac{dx}{dt} = \frac{\mu}{F_{ch}} f \sqrt{\frac{2g}{\gamma} (\rho_{ак} - \rho_c)}. \quad (4)$$

Знак скорости $\frac{dx}{dt}$ учитывается наличием в правой части множителя f , который может быть $f \geq 0$.

Уравнение сил при движении поршня вверх и вниз следующее:

$$m_c \frac{d^2 x}{dt^2} = P_{\text{по}} + c_1 x + P_c - F_{\text{сн}}(p_c + p_{\text{ат}}) + F_{\text{св}} p_{\text{ат}} + f_{\text{св}}(p_{\text{и}} + p_{\text{ат}}),$$

где $x = +|x|$ — перемещение поршня сервомотора вниз от точки «О».

Аналогично, значения действующих сил и скорости $\frac{dx}{dt}$ вниз — положительные, а вверх — отрицательны.

μ , γ — коэффициент расхода и удельный расход масла,

g — ускорение силы тяжести,

m_c , P — масса и сила веса подвижных частей сервомотора,

$P_{\text{по}}$, c_1 — начальная сила пружины сервомотора, соответствующая $x = 0$ и жесткость пружины,

$F_{\text{сн}}$, $F_{\text{св}}$, $f_{\text{сн}}$, $f_{\text{св}}$ — нижняя и верхняя рабочие площади основного поршня и компенсирующего поршня сервомотора,

p_c , $p_{\text{ак}}$, $p_{\text{и}}$ — избыточные давления в рабочей полости сервомотора, в аккумуляторах масла и полости изодромного устройства,

$p_{\text{ат}}$ — атмосферное давление,

$p_{\text{тр}}$ — сила сопротивления движению поршня.

Примем, что сила инерции $m_c \frac{d^2 x}{dt^2} = 0$, ввиду малости массы.

Кроме того, конструктивно сервомоторы обычно выполняются так, что можно считать

$$(F_{\text{сн}} - F_{\text{св}}) p_{\text{ат}} + (f_{\text{сн}} - f_{\text{св}}) p_{\text{ат}} = P_0.$$

Тогда давление p_c определится как

$$p_c = \frac{P_{\text{по}} \mp P_p}{F_{\text{сн}}} + \frac{c_1}{F_{\text{сн}}} x + \frac{f_{\text{св}}}{F_{\text{сн}}} p_{\text{и}}. \quad (5)$$

Подставив (5) в (3) и (4), получим уравнение движения поршня сервомотора

$$\text{вниз — } \frac{dx}{dt} = f \sqrt{\frac{2g\mu^2}{\gamma F_{\text{сн}}^3} (P_{\text{по}} - P_p + c_1 x + f_{\text{св}} p_{\text{и}})}; \quad (6)$$

$$\text{вверх — } \frac{dx}{dt} = f \sqrt{\frac{2g\mu^2}{\gamma F_{\text{сн}}^3} (F_{\text{сн}} p_{\text{ак}} - P_{\text{по}} - P_p - c_1 x - f_{\text{св}} p_{\text{и}})}. \quad (7)$$

Для удобства составления электронной модели перейдем к операторной форме записи и введем функцию S_2 , характеризующую нелинейную зависимость $\frac{dx}{dt}$ от подкоренного выражения [3].

Тогда уравнение движения поршня сервомотора

$$\text{вниз — } px = f S_2 m_2 \Sigma_1 = f v_1; \quad (8)$$

$$\text{вверх — } px = f S_2 m_2 \Sigma_2 = f v_2, \quad (9)$$

где

$$\Sigma_1 = n_1 (P_{\text{по}} - P_p + c_1 x + f_{\text{св}} p_{\text{и}}),$$

$$\Sigma_2 = n_1 (F_{\text{сн}} p_{\text{ак}} - P_{\text{по}} - P_p - c_1 x - f_{\text{св}} p_{\text{и}}),$$

$$n_1 = \frac{2g\mu^2}{\gamma F_{\text{сн}}^3}; \quad v_1 = S_2 m_2 \Sigma_1, \quad v_2 = S_2 m_2 \Sigma_2.$$

m_2 — коэффициент пропорциональности на начальном участке кривой при $S_2 = 1$.

В приведенных нелинейных дифференциальных уравнениях (4) и (5) давление $p_{\text{и}}$ является переменной величиной, зависящей от параметров

изодромного устройства. Поэтому рассматривать схему модели сервомотора необходимо в комплексе с устройством обратной изодромной связи (см. рис. 1).

Баланс секундного расхода масла в полости изодромного устройства:

$$Q_{ск} = Q_v + Q_n + Q_d, \quad (10)$$

где $Q_{ск} = f_{св} \frac{dx}{dt}$ — расход масла при движении компенсирующего поршня сервомотора;

$Q_v = F_{вв} \frac{dh}{dt}$ — расход масла при движении золотниковой втулки;

$Q_n = \frac{\pi \delta^3 d_{сг}}{12 \nu \gamma l_n}$ — расход масла через кольцевое отверстие изодрома;

$Q_d = \mu_d f_d \sqrt{\frac{2g}{\gamma} p_n}$ — расход масла через добавочное отверстие, открываемое поршнем золотниковой втулки.

В формуле подставляется абсолютная величина избыточного давления p_n , которое может быть и отрицательным, в зависимости от направленности движения.

Здесь $F_{вв}$ — верхняя рабочая площадь поршня золотниковой втулки; δ , l_n , $d_{сг}$ — ширина, длина и средний диаметр кольцеобразного отверстия изодрома;

μ_d , ν — коэффициент расхода масла через добавочное отверстие и кинематическая вязкость масла,

f_d — сечение одного из двух добавочных отверстий изодромного устройства, которое начинает открываться лишь после перемещения втулки на величину $h = \pm 0,5h_{\max}$ или соответственно, как будет показано дальше, при давлении $p_n = \pm p_{н1}$.

Для того, чтобы уравнение (10) давало правильное соотношение баланса секундного расхода масла, необходимо при принятых условиях отсчета координат x и h полагать, что знак величины f_d и p_n соответствует знаку h .

При движении штока сервомотора давление p_n в полости изодромного устройства меняется. С некоторого момента времени, когда сила $P_n = F_{вв} p_n$, создаваемая давлением на поршень втулки, превысит силу начального сжатия пружины $P_{пн0}$, начинает двигаться золотниковая втулка.

При написании уравнения движения золотниковой втулки условимся все силы, действующие в направлении положительного отсчета h (вверх), считать положительными, а вниз — отрицательными. При этом силой сопротивления движению втулки будет сила пружины, которая встроена так, что меняет направление силы начальной деформации при изменении направления движения втулки (или соответственно при изменении направления действующей силы) $F_{вв} p_n$, так что при $h > 0$, $P_{пн0} < 0$, а при $h < 0$, $P_{пн0} > 0$.

Поэтому силу пружины можно записать так:

$$P_{пн} = -(P_{пн0} \operatorname{sgn} h + c_2 h).$$

Уравнение движения золотниковой втулки определится по принципу Даламбера:

$$m_v \frac{d^2 h}{dt^2} = F_{вв} p_n - P_{пн0} \operatorname{sgn} h - c_2 h - F_{вв} p_{ат} + F_{вн} p_{ат} - P_v, \quad (11)$$

где m_v — масса золотниковой втулки;

c_2 , $P_{пн0}$ — жесткость и сила начальной деформации пружины;

$F_{вв}$, $F_{вн}$ — верхняя и нижняя рабочие площади поршня золотниковой втулки;

P_v — сила веса золотниковой втулки.

Пренебрегая в уравнении (11) силой инерции, вследствие незначительности массы втулки, а также учитывая, что сила веса втулки P_v уравновешивается разностью сил атмосферного давления на торцовые сечения втулки, т. е. $P_v = (F_{вн} - F_{вн}) p_{ат}$, получим

$$F_{вв} p_n = P_{пн} \operatorname{sgn} h + c_2 h. \quad (12)$$

Это означает, что сила давления P_n (с учетом знака p_n) в любой момент времени уравновешивается силой пружины изодрома $P_{пн}$.

Из уравнения (12) давление p_n в функции h равно:

$$p_n = \frac{P_{пн}}{F_{вв}} \operatorname{sgn} h + \frac{c}{F_{вв}} h. \quad (13)$$

Так как знак избыточного давления p_n , действующего на поршень золотниковой втулки, в любой момент времени соответствует знаку ее перемещения h , то вместо $\operatorname{sgn} h$ можно ввести $\operatorname{sgn} p_n$, тогда обратная зависимость $h = f(p_n)$ определится как

$$h = \frac{F_{вв}}{c_2} p_n - \frac{P_{пн}}{c_2} \operatorname{sgn} p_n,$$

или

$$h = b_n p_n - a_n \operatorname{sgn} p_n, \quad (14)$$

где

$$a_n = \frac{P_{пн}}{c_2}; \quad b_n = \frac{F_{вв}}{c_2}.$$

Из (12) находим производную

$$\frac{dh}{dt} = \frac{F_{вв}}{c_2} \frac{dp_n}{dt}. \quad (15)$$

В уравнении (10) баланса p_n входит линейно, а также в виде подкоренной функции. Поэтому удобно зависимость суммарного расхода масла через отверстие $(Q_n + Q_d)$ в функции p_n или h выразить графически (рис. 2) и следовательно, воспользоваться для записи функцией S [4]:

$$Q_n + Q_d = S_3 m_3 p_n, \quad (16)$$

где S_3 — функция, выражающая нелинейность кривой $Q_n + Q_d = \varphi_1(p_n)$, m_3 — коэффициент пропорциональности, зависящей от величины изодромного отверстия.

После соответствующих подстановок (16) в (10) получим уравнение обратной связи:

$$f_{св} \frac{dx}{dt} = \frac{F_{вв}}{c_2} \frac{dp_n}{dt} + S_3 m_3 p_n, \quad (17)$$

или

$$p_n = \frac{S_3^{-1} k_2}{S_3^{-1} T_n p + 1} p_x, \quad (18)$$

где $T_n = \frac{F_{\text{вн}}^2}{m_3 c_2}$ — постоянная времени изодрома,

$k_2 = \frac{f_{\text{св}}}{m_3}$ — коэффициент передачи звена.

Уравнение обратной связи можно также записать в виде зависимости $h = f(x)$, подставив (13) и (15) в (18):

$$f_{\text{св}} \frac{dx}{dt} = F_{\text{вн}} \frac{dh}{dt} + S_3 m_3 \left(\frac{P_{\text{пн}}}{F_{\text{вн}}} \operatorname{sgn} h + \frac{c_2}{F_{\text{вн}}} h \right) \quad (19)$$

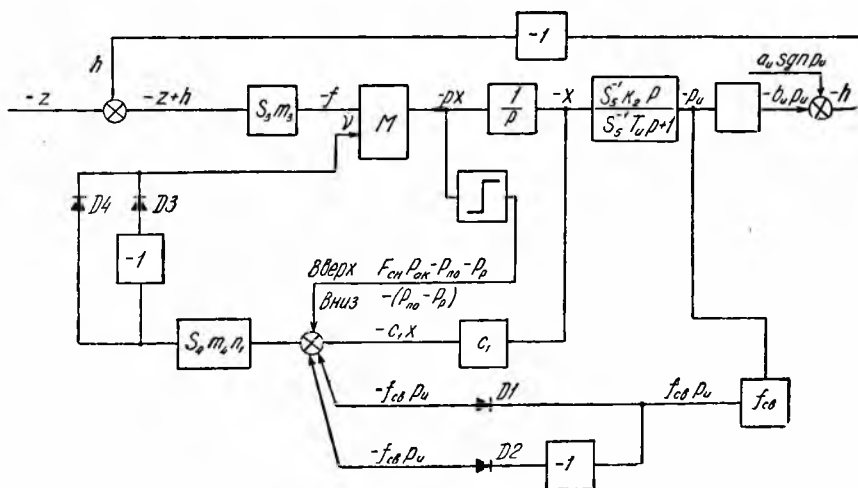


Рис. 3.

или, перейдя к операторной форме записи,

$$h = \frac{S_3^{-1} k_2 p x - a_n \operatorname{sgn} h}{S_3^{-1} T_n p + 1}, \quad (20)$$

где $T_n = \frac{F_{\text{вн}}^2}{m_3 c_2}$ — постоянная времени изодрома, как очевидно одинаковая в формулах (18) и (20),

$k_2 = \frac{f_{\text{св}} F_{\text{вн}}}{m_3 c_2}$ — коэффициент передачи звена.

Во многих руководствах по теории автоматического регулирования приводится уравнение гибкой обратной связи, полученное методом малых отклонений, в виде

$$h = \frac{k p x}{T p + 1}.$$

Правильнее для таких конструкций регуляторов это уравнение относить не к перемещению h , а к избыточному давлению в полости изодрома, в соответствии с уравнением (18), или учитывать начальную силу пружины, которая сильно влияет на характер переходных процессов, соответственно уравнению (20).

Таким образом, мы получили уравнения (1, 8, 9, 14, 18), описывающие динамику системы сервомотора с кинематической изодромной связью.

Соответственно системе уравнений (1, 8, 9, 14, 18) составлена структурная схема, приведенная на рис. 3 и схема модели рис. 4.

Входной величиной является z , выходной x . Так как $z \leq 0$, т. е. может менять знак, то величины f , p_x , p_n , h также будут знакопеременными. Перемещение x всегда сохраняет знак, изменяясь по величине. В модели знаки легко учитываются. На рисунках знаки соответствуют отрицательному перемещению золотника (вниз).

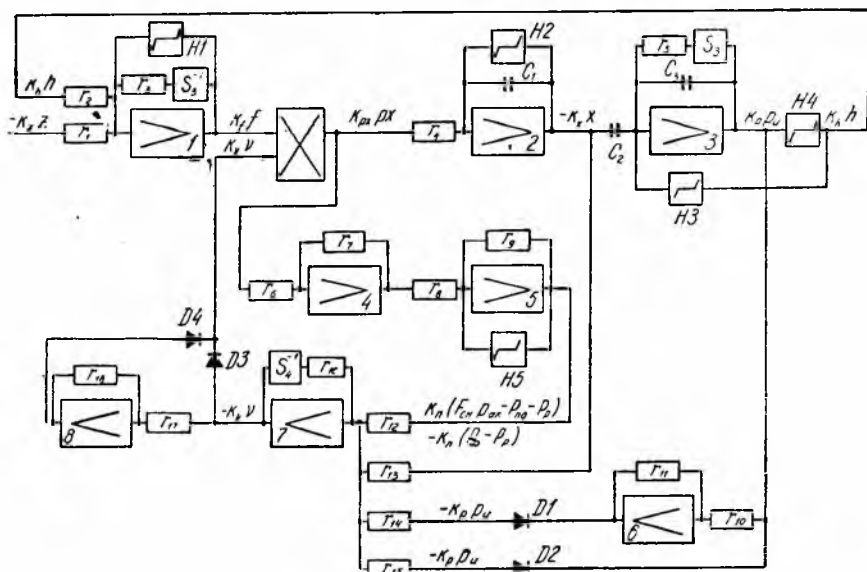


Рис. 4.

Постоянные значения $(F_{св}p_{ак} - P_{по} - P_p)$ и $(P_{по} - P_p)$ получаются на выходе усилителя 5, имеющего большой коэффициент передачи, путем его шунтировки нелинейностью Н5, настроенной на напряжение, пропорциональное указанным постоянным.

Нелинейность Н2 и Н3 соответствует упорам, ограничивающим ход поршня сервомотора x и золотниковой втулки $\pm h_{\max}$ максимальное. Нелинейность Н4 настраивается на напряжение, пропорциональное a_n (начальной затяжке пружины).

Усилители 4, 6 и 8 выполняют функцию инверторов. Нелинейные зависимости $f = f(z - h)$, $\sqrt{\Sigma} = \varphi(\Sigma)$ и $Q_n + Q_d = \varphi_1(p_n)$ осуществляются с помощью функциональных преобразователей, установленных в обранных связях усилителей 1, 3 и 7.

В уравнениях (8) и (9) величины Σ_1 и Σ_2 представляют сумму слагаемых $(P_{по} - P_p) + (c_1x - f_{св}p_n)$ при движении поршня сервомотора вниз и разность слагаемых

$$(F_{св}p_{ак} - P_{по} - P_p) - (c_1x + f_{св}p_n)$$

при движении поршня вверх. Знаки c_1x и $f_{св}p_n$ должны быть одинаковы. В модели величина $k_x x$ всегда отрицательна. Поэтому на вход суммирующего усилителя величина $k_p p_n$ должна подаваться также отрицательной. Для этой цели установлены инвертор 6 и вентили Д1 и Д2. Тогда, чтобы знаки были правильными и соответствовали уравнениям (8) и (9) при движении поршня вверх, когда напряжение $k_{px} p_x > 0$, нужно чтобы $k_n \times (F_{св}p_{ак} - P_{по} - P_p) > 0$, а при движении вниз, когда $k_{px} p_x < 0$, напряжение $k_n (P_{по} - P_p) < 0$. Это достигается установкой инвертора 4.

Кроме того, подкоренное выражение Σ и $v = \sqrt{\Sigma}$ должно быть всегда положительным. Знак скорости полностью определяется знаком f . В модели это достигается установкой инвертора 8 и вентилях Д3 и Д4, так что на вход множителя подается лишь $+k_v v$. Знак $k_{px} p x$ определяется в модели знаком $k_f f$.

Упрощенный вариант уравнения движения сервомотора управления для данного типа регулятора

В том случае, если сервомотор является элементом сложной электро-механической системы, приведенные уравнения (6) и (7) можно значи-

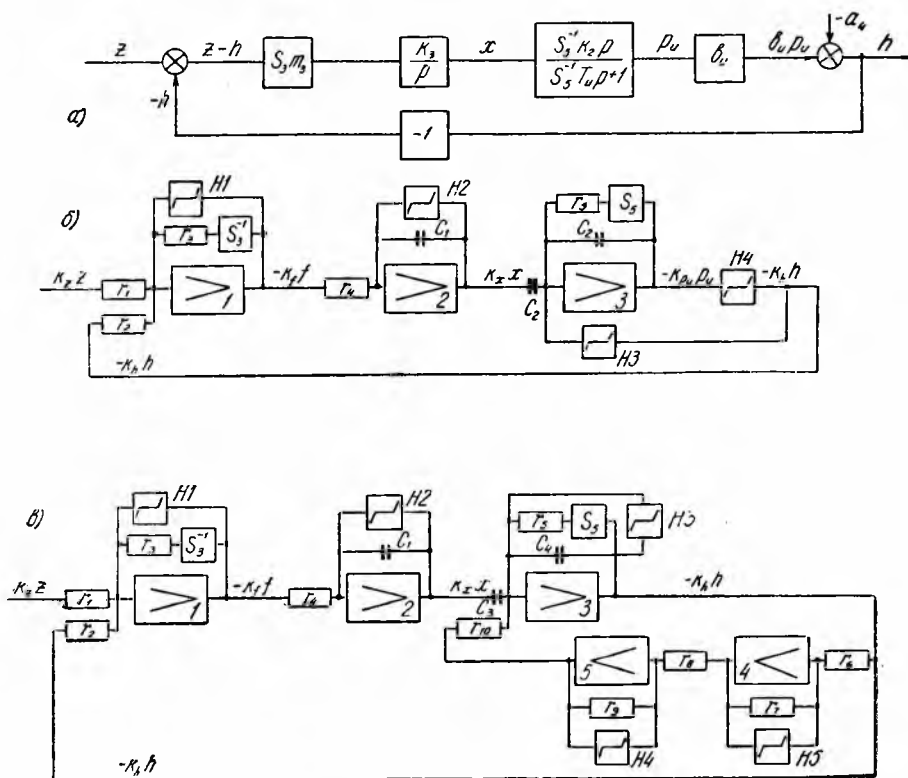


Рис. 5.

тельно упростить, если принять, что сила пружины сервомотора на всей длине его рабочего хода остается постоянной равной среднему значению P_{nc}

$$P_{nc} = P_n + \frac{C_1 (x_{мин} + x_{макс})}{2}.$$

Кроме того, избыточное давление p_n в изодромной полости, как показывает расчет, теоретически изменяется в небольших пределах $0 < p_n \leq p_{макс}$; $0 > p_n \geq p_{мин}$. Примем, что движению поршня сервомотора противодействует постоянная сила условного среднего давления P_{nc} .

В результате предложенных допущений подкоренные выражения в уравнениях (6) и (7) будут равны постоянной величины. При этом мак-

симальная ошибка в определении величины силы P при движении поршня сервомотора вниз составляет максимум $\pm 8\%$, при движении вверх $\pm 6\%$.

Вниз $P_1 = P_{nc} - P_p + f_{св} p_{ис}$.

Вверх $P_2 = F_{сн} p_{ак} - P_{nc} - P_p - f_{св} p_{ис}$.

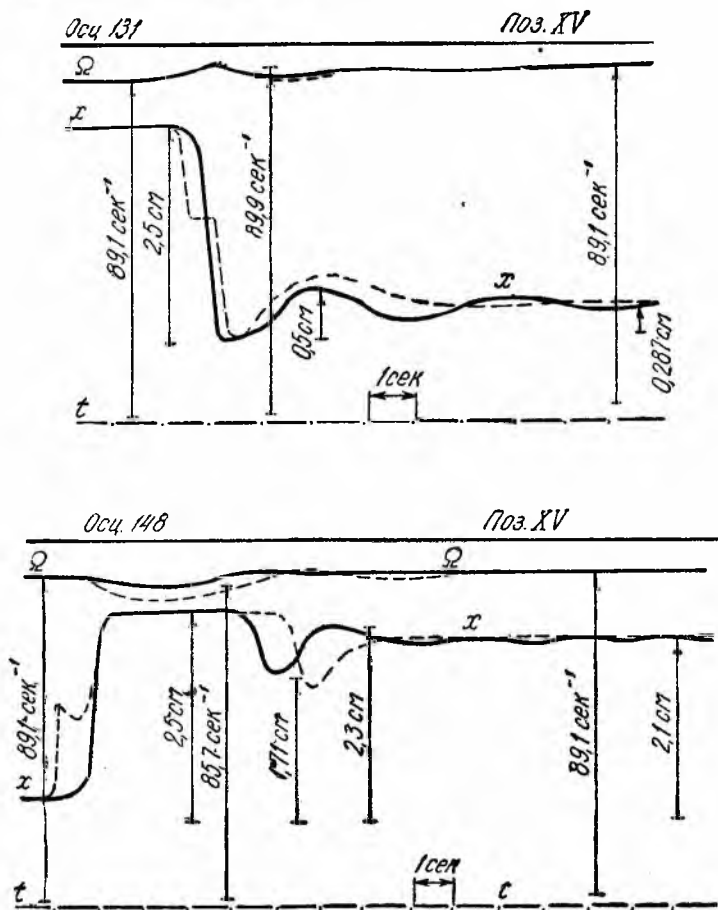


Рис. 6.

Уравнение движения поршня сервомотора (6) и (7) преобразуются следующим образом:

вниз $p x = k_3 f$;

вверх $p x = k'_3 f$,

где

$$k_3 = \sqrt{n_1 P_1} = \sqrt{\frac{2g \gamma^3}{\gamma F_{сн}^3} P_1}; \quad k'_3 = \sqrt{n_1 P_2} = \sqrt{\frac{2g \mu^2}{\gamma F_{сн}^3} P_2}.$$

На рис. 5, а дана структурная схема сервомотора управления с изодромной обратной связью, построенная по упрощенному уравнению сервомотора (22) и уравнения (1, 15, 19).

На рис. 5, б, 5, в — представлены два варианта схемы модели, построенной соответственно структурной схеме (рис. 5, а) и уравнению (22). Варианты отличаются один от другого схемой изодромной обратной связи. Наиболее простой и точный вариант а. Если данный элемент (сервомотора) является звеном сложной разветвленной системы с множеством

обратных связей, то можно допускать подобные упрощения, так как модель при этом с достаточной степенью точности отражает динамические процессы (статика соответствует полностью), а схема модели значительно упрощается. На осциллограммах 131 и 148 рис. 6 показаны переходные процессы перемещения поршня сервомотора x и угловой скорости Ω дизеля тепловоза, которым управляет регулятор, работающий по рассмотренному принципу. Сплошной линией показаны процессы, снятые на модели, пунктиром в реальных условиях на установке.

Как видно из осциллограмм, процессы близко совпадают. Следовательно, даже модель построенная по упрощенной схеме с достаточной степенью точности воспроизводит переходные процессы.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. М. Кац. Автоматическое регулирование скорости двигателей внутреннего сгорания. Машгиз, 1956.
 2. Л. Е. Тимановская. Переходные процессы в энергетической системе тепловоза и их исследование методом электронного моделирования, Автореф. канд. дисс., Харьков, 1962.
 3. В. Г. Васильев, В. П. Ломакин, Л. Е. Тимановская. Воспроизведение кривой намагничивания на электронной модели, «Электричество», 1962, № 2.
 4. Е. М. Хаймович. Гидропривод и гидроавтоматика станков. Машгиз, 1959.
-