

### ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФАЗЫ ВОЛНОВОГО ФРОНТА МЕТОДОМ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ

При рассмотрении вопросов распространения лазерного излучения в технологических установках, формирования заданного распределения интенсивности необходима информация об амплитудно-фазовом распределении в сечении пучка. Применение сложной оптической системы и громоздкость традиционного интерферометрического метода делают его практически непригодным для определения фазы поля с использованием автоматизированных систем комплексного измерения параметров пучка. В то же время в таких системах обычно измеряются распределения интенсивности, а в работе [1] показана принципиальная возможность построения по ним комплексной волновой функции. Наиболее эффективным считается метод с использованием распределений интенсивности  $F_0^2(\omega)$  и  $f_0^2(x)$  в сечениях пучка, поля в которых связаны преобразованием Фурье:

$$F_0^2(\omega) = |\mathcal{F}\{f_0(x) \exp[i\varphi(x)]\}|^2, \quad (1)$$

где  $x = (x_1, x_2)$ ;  $\omega = (\omega_1, \omega_2)$  — координаты в пространствах сигналов и Фурье-образов;  $\varphi(x)$  — искомая фазовая функция;  $\mathcal{F}$  — оператор прямого преобразования Фурье. Для лазерных источников указанные распределения — это модули волновой функции в ближней и дальней зонах излучателя, именно там, где и требуется определение полей в комплексном виде.

Некорректность фазовой проблемы в виде (1) выражается в нарушении требований однозначности и устойчивости решения, что связано с нелинейностью и неаналитическим характером осуществляемых преобразований и с наличием погрешности дискретизации при получении и обработке исходных данных. Если класс возможных фазовых функций не задан, то один из эффективных методов решения обратной задачи (1) — параметрический, когда результат имеет вид разложения по системе базисных функций:

$$\varphi(x) = \sum_{n=1}^k a_n \psi_n(x). \quad (2)$$

Теперь количество неизвестных при подстановке в уравнение (1) будет зависеть от размерности  $k$  вектора весовых коэффициентов и выбором базисных функций может быть сделано много меньшим, чем число отсчетов в измеренных распределениях.

Высокая пространственная когерентность излучения предполагает гладкость  $\varphi(x)$  и ограниченность ее носителя и значений. Наличие постоянной составляющей не влияет на вид волновой функции, поэтому условие положительности не ведет к регуляризации

задачи, а условие монотонности чрезмерно ограничивает класс возможных решений. Оптимальным представляется разложение в степенной ряд, когда  $\varphi_n = x_n$ . Его преимущество — простота достижения необходимого компромисса между снижением точности решения и усилением степени регуляризации некорректной задачи (1) путем уменьшения размерности вектора весовых коэффициентов. К тому же линейный набег фазы соответствует пространственному смещению пучка в дальней зоне, а квадратичная составляющая определяет дополнительную к дифракционной расходимость излучения. Следовательно, коэффициенты  $a_1, a_2$  приближенно могут быть вычислены по взаимному расположению и размерам распределений интенсивности до начала решения и использованы в качестве начального приближения.

Подстановка (2) в (1) приводит к системе трансцендентных уравнений относительно весовых коэффициентов. В качестве ее решения была принята такая функция  $\varphi_m(x)$ , которая минимизирует функционал ошибки вида

$$M_m = \int_{-\infty}^{\infty} |\Phi(p) - \Phi_m(p)| dp, \quad (3)$$

где  $\Phi(p) = \mathcal{F}\{F_0^2(\omega)\}$ ,  $\Phi_m(p)$  — корреляционная функция для  $f_m(x) = f_0(x) \exp[i\varphi_m(x)]$ . Функционал (3) содержит информацию о двух исходных распределениях интенсивности и в результате фактической ограниченности носителя входящих в него функций обеспечивает сглаживание высокочастотных составляющих спектра  $\varphi_m(x)$ . Размерность  $k$  также должна соответствовать выбранному количеству точек в распределениях и для реализации алгоритма не превосходить десяти при дискретизации по 32 точкам. Функционалы, отличающиеся от (3), содержат  $F_0(\omega)$ ,  $f_0(x)$  в явном виде. Для их определения необходимо на каждом шаге осуществлять преобразование Фурье, что значительно замедляет процесс решения, не давая преимуществ.

В связи с многоэкстремальностью рельефа  $M_m$  решение осуществлялось модифицированным методом сопряженного градиента, известным также как метод Давидона — Флетчера — Пауэлла [3]. Начиная со второго шага в алгоритме учитывается информация о предыдущих итерациях. После определения направления спуска решением задачи одномерной оптимизации определяется размер шага. Такой итерационный процесс обеспечивает быструю сходимость даже при сильно изрезанном рельефе функционала ошибки.

Работа алгоритма оценивалась по скорости сходимости итерационного процесса и устойчивости решения к возмущению исходных данных при фиксированной частоте дискретизации распределений интенсивности. На рис. 1 показана зависимость функционала ошибки от числа итераций при различной размерности вектора весовых коэффициентов для пробной функции  $\varphi(n) = \sin(n\pi/4) - \sin(5\pi/3)$  при девяти отсчетах. С усложнением модели затраты машинного времени быстро возрастают, поэтому восстановление следует начинать с минимально возможной размерности:  $k=2, k=3$ . Критерием

окончания процесса при данном  $k$  целесообразно выбрать уменьшенные скорости сходимости до заданного значения. Если при этом достигнуто установленное предельное значение функционала, то полученный вектор коэффициентов принимается в качестве решения. В противном случае размерность увеличивается и процесс повторяется с учетом уже полученных значений. Нечетность пробной функции на рис. 1 предопределила лучшие результаты для нечетных  $k$ , что также выясняется уже при малых значениях размерности, и дальнейшее усложнение модели может вестись с удвоенным шагом.

Устойчивость решения проверялась наложением на исходные данные в (1) случайной погрешности, равномерно распределенной в диапазоне  $\pm \Delta$ . Результирующая невязка  $M_m$  с увеличением числа итераций  $m$  не убывает ниже уровня  $\Delta$ , причем с ростом погрешности уменьшается различие между начальным и конечным

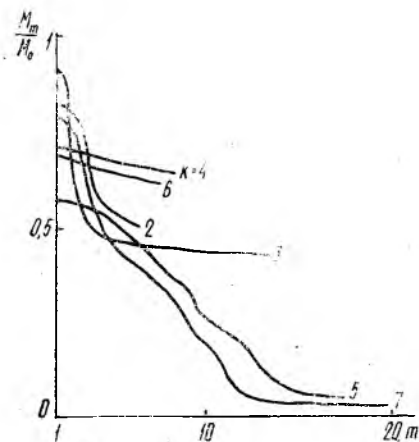


Рис. 1

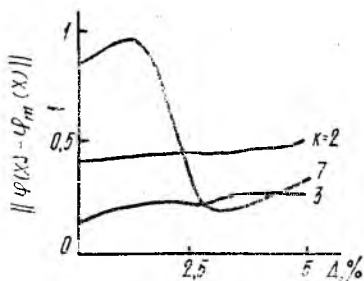


Рис. 2

значениями функционала и между его конечными значениями для разных  $k$ . С ростом  $\Delta$  влияние сложности модели снижается и становится невозможным использование (3) как критерия решения задачи.

На рис. 2 приведена зависимость от исходной ошибки погрешности восстановления:  $\delta = N^{-1} \sum_{n=-N}^N |\Delta\varphi(n) - \Delta\bar{\varphi}|$ , где  $\Delta\varphi(n) = \varphi(n) - \varphi_m(n)$ ,  $\Delta\bar{\varphi}$  — среднее значение невязки. Пробная функция имеет вид  $\varphi(n) = 4 \exp(-0,25n) - (n-1) \exp(-0,5n)$ . Хотя наименьшим является  $M_m$  при  $k=7$ , ошибка восстановления фазовой функции при этом больше, чем для  $k=2$  и  $k=3$ , что свидетельствует о неустойчивости решения с более сложной моделью. Такой эффект является прямым следствием некорректности исходной задачи, и сложность модели не гарантирует достоверности решения. С увеличением погрешности в исходных данных точность решения при  $k=2$  и  $k=3$  несколько снижается. В то же время для  $k=7$  происходит значительное увеличение точности при  $\Delta \approx 2,5\%$  и погрешность выступает в данном случае регуляризирующим фактором.

Сглаживание различий в решениях при наличии ошибок измерения позволяет утверждать, что практически представление фазы в виде степенного ряда перспективно при количестве членов ряда не более пяти-семи. Поэтому метод параметризации эффективен для получения начальных приближений фазовых распределений при дальнейшем итерационном восстановлении алгоритмами типа Гершберга — Сакстона [2], которые мало чувствительны к ошибкам исходных данных и обладают усредняющим действием, однако требуют достаточно близкого к истинному начального приближения.

Список литературы: 1. Ферверда Х. К. Проблема восстановления фазы волнового фронта по амплитудному распределению и функциям когерентности. Обратные задачи в оптике. М., 1984. 200 с. 2. Gonsalves R. A. Phase retrieval from modulus data//J. Opt. Soc. Amer. 1976. Vol. 66, N 9. P. 961 — 964. 3. Риглер А., Педжис Р. Методы оптимизации в оптике//Компьютеры в оптических исследованиях. М., 1983. 488 с.

Поступила в редколлегию 11.11.87

УДК 621.396

Н. И. КРАВЧЕНКО, д-р техн. наук, В. А. ТИХОНОВ

#### АВТОРЕГРЕССИОННЫЕ МОДЕЛИ УЗКОПОЛОСНЫХ КОРРЕЛИРОВАННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

---

Цель статьи — выявление особенностей авторегрессионной модели пассивных помех, знание которых необходимо при определении оптимальной структуры обесцвечивающего фильтра как важной составной части системы селекции движущихся целей. Кроме того, рассматривается специфика определения параметров авторегрессионной модели пассивных помех при наличии регулярного доплеровского смещения частоты.

Пассивные помехи, под которыми понимают отражения зондирующих сигналов РЛС от объектов, не являющихся целями, представляют собой узкополосные случайные процессы. Для пассивных помех, образованных отражениями периодических когерентных импульсных зондирующих сигналов от объектов, имеющих постоянную радиальную составляющую скорости относительно РЛС, характерно наличие регулярного доплеровского смещения несущей частоты и соответственно регулярного набега фазы. В связи с этим пассивные помехи, представляющие собой коррелированный случайный процесс, нельзя получить с помощью классической схемы формирования процесса авторегрессии (рис. 1). Такая схема содержит генератор шума, коммутатор К (замыкаемый с периодом Т), сумматор, Р линий задержек (для каждой линии задержки время задержки  $T_z = T$ ) и Р усилителей с коэффициентами усиления  $\Phi_i$ .