УДК 004.942:621.6:622.691

А.Д. ТЕВЯШЕВ, А.А. МАМЕДОВА, В.А. ФРОЛОВ

СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО РЕЖИМА ТРАНСПОРТА ПРИРОДНОГО ГАЗА В ГАЗОТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМАХ

Приводится и обосновывается стохастическая модель квазистационарного режима транспорта природного газа в газотранспортных системах с многониточными линейными участками и многоцеховыми компрессорными станциями.

1. Введение

В настоящее время накоплен значительный опыт по математическому моделированию и оптимизации стационарных режимов транспорта и распределения природного газа в газотранспортных системах (ГТС) [1-3,6]. Однако получаемые с их помощью оптимальные решения для стационарных режимов соответствуют абсолютно точным значениям всех параметров математических моделей технологического оборудования ГТС и абсолютно точным значениям граничных условий и находятся, как правило, на границе допустимой области. На практике это приводит к тому, что даже незначительные вариации параметров моделей или граничных условий не только существенно изменяют оптимальное решение, но выводят его из допустимой области. Естественно, что такие "оптимальные" решения являются неприемлемыми при оперативно–диспетчерском управлении фактическими режимами работы ГТС, которые существенно отличаются от стационарных.

Анализ режимов работы ГТС. Все фактические режимы работы ГТС можно условно разделить на три группы:

– стационарные;
– квазистационарные;
– существенно нестационарные.

Стационарные режимы транспорта и распределения природного газа в ГТС характеризуются тем, что параметры газовых потоков (давление, температура, газовый состав) изменяются только по пространственным координатам, но не изменяются во времени. Расход газа на всех входах и выходах ГТС, а также на всех технологических элементах ГТС принимается постоянным. Поэтому при моделировании стационарного режима все параметры газовых потоков рассматриваются на одном временном слое (для одного фиксированного момента времени). Стационарные режимы работы ГТС существуют на достаточно коротких интервалах времени, а суммарное время их существования, например, в течение года может составлять (0–15%). Математические модели стационарных режимов работы ГТС эффективно используются в задачах проектирования и реконструкции ГТС [5,6], но, как показывает опыт [2,3], мало эффективен для решения задач оперативно–диспетчерского управления режимами работы ГТС.

В связи с этим в настоящее время является актуальным моделирование квазистационарных режимов, которые характеризуется тем, что параметры газовых потоков изменяются как по пространственным переменным, так и по времени определённым образом относительно некоторых своих средних значений и имеют полигармонические тренды, периоды которых равны или кратны одним суткам. Таким образом, к квазистационарным режимам транспорта и распределения природного газа в ГТС относятся все нестационарные режимы, порождённые естественной нестационарностью процессов потребления природного газа различными категориями потребителей в ГТС. Квазистационарные режимы являются основными режимами работы ГСТ и составляют до 70% в течение года. Известно, что процессы потребления природного газа являются стохастическими процессами со сложной корреляцеонной функцией, определяемой комплексным влиянием на них трёх основных групп факторов – хронологических, метеорологических и организационных.

Более того, известно [7], что при возмущении любой системы случайными процессами процессы, протекающие в самой системе, также являются случайными.

Существенно нестационарные режимы – это режимы, порождённые существенными (плановыми или аварийными) изменениями структуры или параметров технологического оборудования ГТС (подключением или отключением крупных источников или потребителей природного газа, открытием или закрытием системных перемычек, пуском или остановом газоперекачивающих агрегатов (ГПА), разрывами трубопроводов и т. п.). Существенно нестационарные режимы характеризуются тем, что параметры газовых потоков в ГТС существенно изменяются как по пространственным, так и по временной переменным. Поэтому для моделирования и оптимизации существенно нестационарных режимов необходимо использовать взаимосвязанные значения параметров газовых потоков по всем пространственным и временной переменным, т.е. рассчитывать траектории изменения параметров газовых потоков на любом технологическом объекте и в любом узле ГТС.

Таким образом, цель данной работы заключается в рассмотрении и решении проблемы математического моделирования квазистационарных режимов транспорта и распределения природного газа в ГТС с многониточными линейными участками (ЛУ) и многоцеховыми компрессорными станциями (КС). Поставленная цель достигается решением следующих задач: необходимо построить стохастическую квазистационарную модель основных технологических элементов ГТС (участков трубопроводов(УТ) и газоперекачивающих агрегатов); на основе этих элементов и моделей структуры ГТС получить общую стохастическую модель квазистационарных неизотермических режимов транспорта и распределения природного газа в ГТС с многониточными ЛУ и КС; на основе этой модели сформулировать общий класс задач математического моделирования квазистационарных неизотермических режимов транспорта и распределения природного газа в ГТС рассматриваемого типа.

2. Стохастическая модель квазистационарного режима транспорта природного газа по участку трубопровода

Известно [6], что математическую модель стационарного неизотермического режима транспорта природного газа по участку трубопровода можно представить в виде:

$$P_н^2 - P_к^2 = \frac{\Delta L T_{ср} Z_{ср}}{\tau' \alpha^2 \phi^2 E^2 D^{5,2}} q^2, \qquad (1)$$

где τ' – числовой коэффициент, значение которого зависит от выбранных единиц измерения; $P_н$ и $P_к$ – давление в начале и в конце i – го участка трубопровода; q – коммерческий расход.

Обозначим $\beta = \dfrac{\Delta L T_{ср} Z_{ср}}{\tau' \alpha^2 \phi^2 E^2 D^{5,2}}$, тогда вместо уравнения (1) можем записать

$$P_н^2 - P_к^2 = \beta q^2 . \qquad (2)$$

Это уравнение наиболее четко показывает функциональную связь между давлением в начале и в конце трубопровода с расходом по нему.

Значение коэффициента $Z_{ср}$ находим по формуле

$$Z_{ср} = 1 - \left[(P_{ср} - 6)\,(0,345 \cdot 10^{-2} \Delta - 0,446 \cdot 10^{-3}) + 0,015\right]\left[1,3 - 0,0,144(T_{ср} - 283,2)\right]. \qquad (3)$$

В качестве $P_{ср}$ можно брать среднее интегральное значение давления по участку

$$P_{ср} = \frac{2}{3}(P_н + P_к^2 / (P_н + P_к)). \qquad (4)$$

Температуру газа в любой точке x участка трубопровода находят по формуле В.Г. Шухова:

$$T_x = T_{ср} + (T_н - T_{ср}) e^{-\theta x} , \qquad (5)$$

где x – расстояние от начала участка до точки этого участка с координатой x; $T_{ср}$ – средняя на некотором интервале времени [0,T] температура грунта на глубине заложения трубопровода; $T_н$ – температура газа в начале участка; $\theta = 62,6K_т D_н / 10^6 q\Delta B$, $K_т$ – коэффициент теплопередачи от газа к грунту; $D_н$ – наружный диаметр трубопровода; B – теплоемкость газа.

Среднее значение температуры $T_{ср}$ на участке газопровода длиной L вычисляется по формуле ($T_{гр}$ – температура грунта, L – длина участка)

$$T_{ср} = T_{гр} + \left[(T_н - T_{гр}) / \theta L \right] \cdot (1 - e^{-\theta L}) . \tag{6}$$

Математическая модель стационарного неизотермического течения природного газа по участку трубопровода (1), (6) была получена в предположении, что расход газа по участку трубопровода является постоянным, т. е. фиксированной величиной. Эти модели широко применяются при проектировании новых и реконструкции действующих магистральных газопроводов ГТС. Однако на практике это условие практически никогда не выполняется. Расход газа по участкам трубопроводов ГТС непрерывно изменяется, причём эти изменения носят, как правило, случайный (стохастический) характер, вызванный стохастическим характером процессов потребления природного газа практически всеми категориями его потребителей в ГТС. Более того, математическая модель (1), (6) относится к классу детерминированных моделей, в которых априорно предполагается, что значения всех параметров, входящих в модель, известны точно. В реальных условиях функционирования ГТС это требование также практически никогда не выполняется. При разработке методов моделирования и оптимизации режимов работы ГТС параметры модели (1),(6) должны быть оценены по выборкам экспериментальных данных конечной длины, соответствующим фактическим (квазистационарным) режимам транспорта газа по участкам трубопроводов. Из математической статистики известно [7], что результаты измерений любых физических величин содержат в себе неустраняемые случайные ошибки. Кроме того, любые оценки, полученные по выборкам конечной длины, являются также случайными величинами, вид функций распределения и параметры которых должны быть дополнительно оценены. Всё это приводит к необходимости перехода от модели стационарного неизотермического течения природного газа по участку трубопровода (1),(6) к стохастическим моделям квазистационарного неизотермического течения газа по участку трубопровода.

Для построения стохастической модели квазистационарного неизотермического течения газа по участку трубопровода введём ряд обозначений.

Пусть (Ω, B, P) – вероятностное пространство, где: Ω – пространство элементарных событий; B – σ-алгебра событий из Ω; P – вероятностная мера на B.

Тогда $\forall \omega \in \Omega : P_i(\omega), q_i(\omega), T_i^0(\omega)$ – случайные величины, характеризующие, соответственно, давление, расход и температуру природного газа в произвольной, но фиксированной точке на i –м участке трубопровода ГТС.

Пусть $\underset{\omega}{M}\{\cdot\}$ – символ математического ожидания случайной величины $\{\cdot\}$.

В этом случае стохастическую модель квазистационарного течения газа по участку трубопровода можно представить в виде

$$\underset{\omega}{M}\{P_{н_i}^2(\omega) - P_{к_i}^2(\omega) - \beta_i(\omega)\, q_i^2(\omega)\} = 0,\ i \in M, \tag{7}$$

где M – множество участков трубопровода ГТС, $P_{H_i}(\omega), P_{K_i}(\omega), \beta_i(\omega), q_i(\omega)$ – случайные величины, характеризующие, соответственно, давление в начале $P_{н_i}(\omega)$ и в конце $P_{к_i}(\omega)$ i –го участка трубопровода; $q_i(\omega)$ – коммерческий расход газа на i –м участке трубопровода, а $\beta_i(\omega)$ – гидравлическое сопротивление i –го участка трубопровода:

$$\beta_i(\omega) = \frac{\Delta(\omega)\, L\, T_{ср_i}(\omega) \cdot Z_{ср_i}(\omega)}{\tau_i\ \alpha_i^2 \phi_i^2 E_i^2(\omega)\, D_i^{5.2}}\ , \tag{8}$$

здесь $\Delta(\omega)$ – относительная плотность природного газа по воздуху; $T_{ср_i}(\omega)$, $Z_{ср_i}(\omega)$ – средняя температура и средняя плотность природного газа на i -м участке трубопровода; $E_i(\omega)$ – коэффициент эффективности i -го участка трубопровода.

Значение температуры газа в точке x i-го участка трубопровода удовлетворяет равенству

$$\underset{\omega}{M}\{T_{x_i}(\omega) - T_{cp_i}(\omega) - [T_{н_i}(\omega) - T_{cp_i}(\omega)]e^{-\theta_i(\omega)x}\} = 0\,, \qquad (9)$$

где $T_{x_i}(\omega)$ – случайная величина, характеризующая температуру природного газа в точке, находящейся на расстоянии x от начала i–го участка трубопровода; $T_{н_i}(\omega)$ – температура природного газа в начале i-го участка; $T_{cp_i}(\omega)$ – среднее значение температуры газа на i-м участке трубопровода;

$$\theta_i(\omega) = 62.6\,K_{T_i}(\omega)\,D_{H_i}\,/\,10^6 q_i(\omega)\,\Delta(\omega)\,B(\omega)\,, \qquad (10)$$

здесь $K_{T_i}(\omega)$ – случайная величина, характеризующая среднее значение коэффициента теплопередачи от газа грунту на i-м участке трубопровода; $\Delta(\omega)$ – относительная плотность газа по воздуху; $B(\omega)$ – теплоемкость природного газа.

Систему уравнений (7)–(10) будем рассматривать в качестве стохастической модели квазистационарного неизотермического течения газа по i-му участку трубопровода.

Если в модели (7)–(10) заменить все случайные величины их математическими ожиданиями, то полученная модель будет по форме совпадать с моделью стационарного неизотермического течения газа (1), (6) по i-му участку трубопровода.

При использовании стохастической модели (7)–(10) для моделирования и оптимизации квазистационарных неизотермических режимов транспорта природного газа по участку трубопровода система уравнений (7)–(10) должна быть дополнена заданием статистических свойств пяти независимых случайных переменных.

Не нарушая общности, будем предполагать, что все независимые переменные $X_i(\omega),\ i = 1,2,..,5$, входящие в модель (7)–(10), имеют нормальное распределение с известным математическим ожиданием и дисперсиями $N(\overline{X}_i,\ \sigma^2_{X_i}),\ i = 1,2,...,5$:

$$N(\overline{P}_{Hi},\ \sigma^2_{P_{Hi}}),\ N(\overline{q}_i,\ \sigma^2_{q_i}),\ N(\overline{T}_{Hi},\ \sigma^2_{T_{Hi}}),\ N(\overline{\beta}_i,\ \sigma^2_{\beta_i}),\ N(\overline{K}_{T_i},\ \sigma^2_{K_{T_i}}),$$

При решении практических задач моделирования и оптимизации квазистационарных режимов точные значения математических ожиданий и дисперсий независимых переменных модели (7)–(10) практически неизвестны, а известны только их оценки $(\hat{X}_i,\ \hat{\sigma}^2_{X_i}),\ i = 1,2,...,5$, где $\hat{X}_i$ – оценка математического ожидания случайной величины $X_i(\omega)$, а $\hat{\sigma}^2_{X_i}$ – оценка ее дисперсии.

Поэтому в дальнейшем вместо точных значений переменных $\overline{X}_i,\ \sigma^2_{X_i},\ i = 1,2,...,5$ везде будем использовать их оценки $\hat{X}_i,\ \hat{\sigma}^2_{X_i}$. Подставляя в систему уравнений (7), (9) оценки математических ожиданий независимых переменных и решая полученную систему в алгебраическом смысле, мы получаем оценки математических ожиданий зависимых переменных $\hat{P}_к,\ \hat{T}_н$. Полученные оценки в силу неравенства Йенсена будут смещенными в силу выпуклости функций $P_к(P_н, T_н, q, \beta, K_T)$, $T_к(P_н, T_н, q, \beta, K_T)$, однако в практических расчетах этим можно пренебречь.

3. Стохастическая модель квазистационарного режима работы газоперекачивающего агрегата

Математическая модель центробежного нагнетателя (ЦБН) ГПА основана на предположении о стационарности процесса компримирования газа в любой момент времени вне зависимости от режима движения газа в прилегающих участках магистрального газопровода (МГ). Подобное предположение возможно ввиду незначительной инерционности процесса компримирования газа по сравнению с процессом его движения по трубопроводным участкам МГ [2]. Это позволяет представить математическую модель процесса компримирования газа в ЦБН в виде системы алгебраических уравнений, определяющих основные газодинамические характеристики ЦБН, к которым относятся:

– степень сжатия и квадрат степени сжатия газа:

$$\varepsilon = P_k\,/\,P_н = \varepsilon\,(Q_{пр}, (n/n_0)_{пр})\,, \qquad (11)$$

$$\varepsilon^2 = P_k{}^2 / P_н{}^2 = \varepsilon^2 \left(Q_{пр}, (n/n_0)_{пр} \right), \qquad (12)$$

как функции от приведенной объемной производительности $Q_{пр}$ и приведенного числа оборотов $(n/n_0)_{пр}$, где n, n_0 – фактическое и номинальное число оборотов. В настоящее время зависимости (11), (12) при $(n/n_0)=1$ представляют в виде многочленов второй степени:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon(Q_{пр}, 1) = a_0 + b_0 Q_{пр} + c_0 Q_{пр}^2, \qquad (13)$$

$$\varepsilon_1^2 = \varepsilon^2(Q_{пр}, 1) = a_1 + b_1 Q_{пр} + c_1 Q_{пр}^2, \qquad (14)$$

где $Q_{пр} = (n_0/n)Q_v$, Q_v – объемная производительность ЦБН, м^3/мин;

– политропический коэффициент полезного действия в виде полинома третьей степени:

$$\eta_{пол}(Q_{пр}) = d_0 + d_1 Q_{пр} + d_2 Q_{пр}^2 + d_3 Q_{пр}^3,$$

– внутренняя приведенная мощность N:

$$\left[\frac{N}{\gamma}\right]_{пр} = \nu(Q_{пр}) = c_0 + c_1 Q_{пр} + c_2 Q_{пр}^2 + c_3 Q_{пр}^3,$$

– приведенное относительное число оборотов привода:

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр} = \frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{Z_{пр} R_{пр} T_{пр}}{Z_н R_н T_н}},$$

где $Z_{пр}$, $R_{пр}$, $T_{пр}$ – приведенные значения параметров природного газа – коэффициента сжимаемости, температуры и газовой постоянной; $Z_{пр}$, $R_{пр}$, $T_{пр}$ – параметры газа на входе ЦБН.

Приближенная зависимость степени сжатия ε от фактического числа оборотов и физических параметров газа имеет вид [2]:

$$\varepsilon = \left[1 + \left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр}^2 \left(\varepsilon_0^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right) \right]^{\frac{\mu}{\mu-1}}.$$

Известно [1,2], что зависимость

$$\frac{\mu}{\mu-1} = \frac{\mu}{\mu-1}(\eta_{пол}(Q_{пр}), T_н, T_к, P_н, P_к)$$

является достаточно сложной функцией, нелинейной по всем своим аргументам:

$$\frac{\mu}{\mu-1} = \eta_{пол}\frac{k}{k-1},$$

где μ – показатель политропы; $\eta_{пол}(Q_{пр})$ – политропический коэффициент полезного действия; k – показатель адиабаты.

Для построения общей модели стационарных неизотермических режимов транспорта и распределения природного газа в ГТС с многониточными линейными участками и многоцеховыми компрессорными станциями преобразуем модель ЦБН к виду:

$$\tilde{a}P_н^2 - P_к^2 + \tilde{b}P_н q + \tilde{c}q^2 = 0, \qquad (15)$$

здесь $\tilde{a}$, $\tilde{b}$, $\tilde{c}$ – коэффициенты, полученные для случая, когда степень сжатия $\varepsilon \le 1{,}3$, а показатель политропы близок к реальным значениям, т.е. степень сжатия можно принять равной

$$\varepsilon = \left(1 + \left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр}^2 (\varepsilon_0 - 1) \right). \qquad (16)$$

Преобразуем выражение (16) следующим образом:

$$\varepsilon^2 = \left(1-\left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}\right)^2 + 2\left(1-\left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}\right)\left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}\varepsilon_0 + \left(\frac{n}{n_0}\right)^4_{пр}\varepsilon_0^2.$$

Подставив вместо $\varepsilon_0, \varepsilon_0^2$ аппроксимирующие их полиномы и проведя преобразования, получим искомое представление ε^2, где:

$$a_2 = \left(\frac{n}{n_0}\right)^4_{пр} a_1 + 2\left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}\left(1-\left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}\right) a_0 + \left(1-\left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}\right)^2,$$

$$b_2 = \left(\frac{n}{n_0}\right)^4_{пр} b_1 + 2\left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}\left(1-\left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}\right) b_0,$$

$$c_2 = \left(\frac{n}{n_0}\right)^4_{пр} c_1 + 2\left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}\left(1-\left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{пр}\right) c_0.$$

Таким образом, коэффициенты в выражении (15) представляются в виде:

$$\tilde{a} = a_2,\ \tilde{b} = b_2\frac{n}{n_0}\frac{\gamma_0 ZRT}{1440},\ \tilde{c} = c_2\left(\frac{n}{n_0}\frac{\gamma_0 ZRT}{1440}\right)^2.$$

Учитывая причины, описанные в разделе 1, необходимо перейти от стационарной модели центробежного нагнетателя к стохастической модели, которая бы учитывала случайную природу данных как параметров модели, так и внешних возмущений.

В этом случае стохастическую модель квазистационарного режима работы центробежного нагнетателя можно представить в виде:

$$\underset{\omega}{M}\left\{\tilde{a}(\omega)P_н^2(\omega) - P_к^2(\omega) + \tilde{b}(\omega)P_н(\omega)q(\omega) + \tilde{c}(\omega)q^2(\omega)\right\} = 0,$$

где $\tilde{a}(\omega),\ \tilde{b}(\omega),\ \tilde{c}(\omega)$ – случайные величины, полученные для случая, когда степень сжатия $\varepsilon(\omega) \le 1{,}3$, исходя из предположения, что степень сжатия является случайной величиной:

$$\varepsilon_0(\omega) = \varepsilon(\omega, 1) = a_0(\omega) + b_0(\omega)Q_{пр}(\omega) + c_0(\omega)Q_{пр}^2(\omega),$$

$$\varepsilon_1^2(\omega) = \varepsilon^2(\omega, 1) = a_1(\omega) + b_1(\omega)Q_{пр}(\omega) + c_1(\omega)Q_{пр}^2(\omega),$$

здесь $Q_{пр}(\omega) = \frac{n_0}{n}\gamma_0\frac{Z(\omega)RT(\omega)}{1440}\frac{q(\omega)}{P_н(\omega)}$ также является случайной величиной. Тогда $\tilde{a}(\omega),\ \tilde{b}(\omega),\ \tilde{c}(\omega)$ определяются выражением:

$$\tilde{a}(\omega) = a_2(\omega),\ \tilde{b}(\omega) = b_2(\omega)\frac{n}{n_0}\frac{\gamma_0 Z(\omega)RT(\omega)}{1440},\ \tilde{c}(\omega) = c_2(\omega)\left(\frac{n}{n_0}\frac{\gamma_0 Z(\omega)RT(\omega)}{1440}\right)^2.$$

Стохастические модели введем также для следующих зависимостей:

– политропического коэффициента полезного действия:

$$\eta_{пол}(\omega) = d_0(\omega) + d_1(\omega)Q_{пр}(\omega) + d_2(\omega)Q_{пр}^2(\omega) + d_3(\omega)Q_{пр}^3(\omega),$$

– внутренней приведенной мощности N:

$$\left[\frac{N}{\gamma}\right]_{пр} = \nu(\omega) = c_0(\omega) + c_1(\omega)Q_{пр}(\omega) + c_2(\omega)Q_{пр}^2(\omega) + c_3(\omega)Q_{пр}^3(\omega),$$

– приведенного относительного числа оборотов привода:

$$\left(\frac{n}{n_0}\right)_{пр}(\omega) = \frac{n}{n_0}\sqrt{\frac{Z_{пр}R_{пр}T_{пр}}{Z_н(\omega)R_нT_н(\omega)}}.$$

Приближенная зависимость степени сжатия $\varepsilon(\omega)$ от фактического числа оборотов и физических параметров газа имеет вид [2]:

$$\varepsilon(\omega)=\left[1+\left(\frac{n}{n_0}\right)^2_{\text{пр}}(\omega)\left(\varepsilon_0^{\frac{\mu(\omega)-1}{\mu(\omega)}}-1\right)\right]^{\frac{\mu(\omega)}{\mu(\omega)-1}},\quad \frac{\mu(\omega)}{\mu(\omega)-1}=\eta_{\text{пол}}(\omega)\frac{k}{k-1},$$

где μ – показатель политропы; $\eta_{\text{пол}}(\omega)$ – политропический коэффициент полезного действия; k – показатель адиабаты.

4. Стохастическая модель квазистационарного режима транспорта природного газа в ГТС с МЛУ и МГ, КС

Используя полученные выше модели: стохастическую модель квазистационарного режима транспорта природного газа по участку трубопровода и стохастическую модель режима работы газоперекачивающего агрегата, можно получить стохастическую модель температурного и гидравлического расчета транспорта природного газа в ГТС. Применим способ описания структуры ГТС в виде графа $G(V,E)$ [2], где V – множество вершин, E – множество дуг графа. Множество дуг графа делится на следующие подмножества: реальных участков M; фиктивных участков по входам сети L; фиктивных участков по выходам сети K; фиктивных участков, соединяющих входы активных элементов с нулевой точкой (фиктивный дополнительный вход сети) T; реальных ветвей дерева M_1; реальных ветвей дерева, соответствующих пассивным M_{11} и активным M_{12} элементам; реальных хорд графа M_2; реальных хорд графа, соответствующих пассивным M_{21} и активным M_{22} элементам; фиктивных ветвей дерева, соответствующих входам L_1; ветвей дерева по входам сети с заданным расходом L_{11}, заданным давлением L_{12} и заданной температурой L_{13}; хорд графа, соответствующих входам L_2; хорд графа по входам сети с заданным расходом L_{21}, заданным давлением L_{22}, заданной температурой L_{23}; фиктивных хорд, соответствующих выходам K_2 $(K_2=K)$; фиктивных хорд по выходам сети с заданным расходом K_{21} и заданным давлением K_{22}, заданной температурой K_{23}; фиктивных хорд графа, соответствующих фиктивным дополнительным входам сети (дуги, соединяющие входы активных элементов с нулевой точкой) с заданным расходом T_{21}. Заданными величинами считаются, как и ранее, случайные величины, имеющие нормальный закон распределения и заданные своим математическим ожиданием и дисперсией.

Тогда стохастическую модель температурного и гидравлического расчета транспорта природного газа в ГТС можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}&\underset{\omega}{M}\left\{\beta_r(\omega)q_r(\omega)\left|q_r(\omega)\right|+\sum_{i\in M_{11}}b_{1ri}\beta_i(\omega)q_i(\omega)\left|q_i(\omega)\right|+\sum_{i\in M_{12}}b_{1ri}\left\{\tilde{c}_i(\omega)\left(q_i(\omega)-\frac{\tilde{b}_i(\omega)P_{i\text{н}}(\omega)}{2\tilde{c}_i(\omega)}\right)\times\right.\right.\\&\left.\left.\times\left|q_i(\omega)-\frac{\tilde{b}_i(\omega)P_{i\text{н}}(\omega)}{2\tilde{c}_i(\omega)}\right|-\left(\tilde{a}_i(\omega)+\frac{\tilde{b}_i^2(\omega)}{4\tilde{c}_i(\omega)}-1\right)P_{i\text{н}}(\omega)\left|P_{i\text{н}}(\omega)\right|\right\}\right\}=0,\qquad r\in M_{21},\end{aligned}\tag{17}$$

$$\begin{aligned}&\underset{\omega}{M}\left\{\tilde{c}_r(\omega)\left(q_r(\omega)-\frac{\tilde{b}_r(\omega)P_{r\text{н}}(\omega)}{2\tilde{c}_r(\omega)}\right)\left|q_r(\omega)-\frac{\tilde{b}_r(\omega)P_{r\text{н}}(\omega)}{2\tilde{c}_r(\omega)}\right|-\left(\tilde{a}_r(\omega)+\frac{\tilde{b}_r^2(\omega)}{4\tilde{c}_r(\omega)}-1\right)\times\right.\\&\times P_{r\text{н}}(\omega)\left|P_{r\text{н}}(\omega)\right|+\sum_{i\in M_{11}}b_{1ri}\beta_i(\omega)q_i(\omega)\left|{}_i(\omega)\right|+\sum_{i\in M_{12}}b_{1ri}\left\{\tilde{c}_i(\omega)\left(q_i(\omega)-\frac{\tilde{b}_i(\omega)P_{i\text{н}}(\omega)}{2\tilde{c}_i(\omega)}\right)\times\right.\\&\left.\left.\times\left|q_i(\omega)-\frac{\tilde{b}_i(\omega)P_{i\text{н}}(\omega)}{2\tilde{c}_i(\omega)}\right|-\left(\tilde{a}_i(\omega)+\frac{\tilde{b}_i^2(\omega)}{4\tilde{c}_i(\omega)}-1\right)P_{i\text{н}}(\omega)\left|P_{i\text{н}}(\omega)\right|\right\}\right\}=0,\qquad r\in M_{22},\end{aligned}\tag{18}$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{-P_{гк}(\omega)\left|P_{гк}(\omega)\right|-\sum_{i\in L_{11}} b_{1ri}P_{iк}(\omega)\left|P_{iк}(\omega)\right|-\sum_{i\in L_{12}} b_{1ri}P_{iк}^{+}\left|P_{iк}^{+}\right|+\right.$$
$$+\sum_{i\in M_{11}} b_{1ri}\beta_i(\omega)q_i(\omega)\left|q_i(\omega)\right|+\sum_{i\in M_{12}} b_{1ri}\times\left\{\tilde{c}_i(\omega)\left(q_i(\omega)-\frac{\tilde{b}_i(\omega)P_{iн}(\omega)}{2\tilde{c}_i(\omega)}\right)\times\right.$$
$$\left.\left.\times\left|q_i(\omega)-\frac{\tilde{b}_i(\omega)P_{iн}(\omega)}{2\tilde{c}_i(\omega)}\right|-\left(\tilde{a}_i(\omega)+\frac{\tilde{b}_i^2(\omega)}{4\tilde{c}_i(\omega)}-1\right)P_{iн}(\omega)\left|P_{iн}(\omega)\right|\right\}\right\}=0,\quad r\in L_{21}, \tag{19}$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{-P_{гк}^{+}\left|P_{гк}^{+}\right|-\sum_{i\in L_{11}} b_{1ri}P_{iк}(\omega)\left|P_{iк}(\omega)\right|-\sum_{i\in L_{12}} b_{1ri}P_{iк}^{+}\left|P_{iк}^{+}\right|+\right.$$
$$+\sum_{i\in M_{11}} b_{1ri}\beta_i(\omega)q_i(\omega)\left|q_i(\omega)\right|+\sum_{i\in M_{12}} b_{1ri}\times\left\{\tilde{c}_i(\omega)\left(q_i(\omega)-\frac{\tilde{b}_i(\omega)P_{iн}(\omega)}{2\tilde{c}_i(\omega)}\right)\times\right.$$
$$\left.\left.\times\left|q_i(\omega)-\frac{\tilde{b}_i(\omega)P_{iн}(\omega)}{2\tilde{c}_i(\omega)}\right|-\left(\tilde{a}_i(\omega)+\frac{\tilde{b}_i^2(\omega)}{4\tilde{c}_i(\omega)}-1\right)P_{iн}(\omega)\left|P_{iн}(\omega)\right|\right\}\right\}=0,\quad r\in L_{22}, \tag{20}$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{P_{гн}(\omega)\left|P_{гн}(\omega)\right|-\sum_{i\in L_{11}} b_{1ri}P_{iк}(\omega)\left|P_{iк}(\omega)\right|-\sum_{i\in L_{12}} b_{1ri}P_{iк}^{+}\left|P_{iк}^{+}\right|+\right.$$
$$+\sum_{i\in M_{11}} b_{1ri}\beta_i(\omega)q_i(\omega)\left|q_i(\omega)\right|+\sum_{i\in M_{12}} b_{1ri}\left\{\tilde{c}_i(\omega)\left(q_i(\omega)-\frac{\tilde{b}_i(\omega)P_{iн}(\omega)}{2\tilde{c}_i(\omega)}\right)\times\right.$$
$$\left.\left.\times\left|q_i(\omega)-\frac{\tilde{b}_i(\omega)P_{iн}(\omega)}{2\tilde{c}_i(\omega)}\right|-\left(\tilde{a}_i(\omega)+\frac{\tilde{b}_i^2(\omega)}{4\tilde{c}_i(\omega)}-1\right)P_{iн}(\omega)\left|P_{iн}(\omega)\right|\right\}\right\}=0,\quad r\in K_{21}, \tag{21}$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{P_{гн}^{+}\left|P_{гн}^{+}\right|-\sum_{i\in L_{11}} b_{1ri}P_{iк}(\omega)\left|P_{iк}(\omega)\right|-\sum_{i\in L_{12}} b_{1ri}P_{iк}^{+}\left|P_{iк}^{+}\right|+\right.$$
$$+\sum_{i\in M_{11}} b_{1ri}\beta_i(\omega)q_i(\omega)\left|q_i(\omega)\right|+\sum_{i\in M_{12}} b_{1ri}\left\{\tilde{c}_i(\omega)\left(q_i(\omega)-\frac{\tilde{b}_i(\omega)P_{iн}(\omega)}{2\tilde{c}_i(\omega)}\right)\times\right.$$
$$\left.\left.\times\left|q_i(\omega)-\frac{\tilde{b}_i(\omega)P_{iн}(\omega)}{2\tilde{c}_i(\omega)}\right|-\left(\tilde{a}_i(\omega)+\frac{\tilde{b}_i^2(\omega)}{4\tilde{c}_i(\omega)}-1\right)P_{iн}(\omega)\left|P_{iн}(\omega)\right|\right\}\right\}=0,\qquad r\in K_{22}, \tag{22}$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{-P_{гк}(\omega)\left|P_{гк}(\omega)\right|-\sum_{i\in L_{11}} b_{1ri}P_{iк}(\omega)\left|P_{iк}(\omega)\right|-\sum_{i\in L_{12}} b_{1ri}P_{iк}^{+}\left|P_{iк}^{+}\right|+\right.$$
$$+\sum_{i\in M_{11}} b_{1ri}\beta_i(\omega)q_i(\omega)\left|q_i(\omega)\right|+\sum_{i\in M_{12}} b_{1ri}\left\{\tilde{c}_i(\omega)\left(q_i(\omega)-\frac{\tilde{b}_i(\omega)P_{iн}(\omega)}{2\tilde{c}_i(\omega)}\right)\times\right.$$
$$\left.\left.\times\left|q_i(\omega)-\frac{\tilde{b}_iP_{iн}(\omega)}{2\tilde{c}_i}\right|-\left(\tilde{a}_i(\omega)+\frac{\tilde{b}_i^2(\omega)}{4\tilde{c}_i(\omega)}-1\right)P_{iн}(\omega)\left|P_{iн}(\omega)\right|\right\}\right\}=0,\quad r\in T_{21}, \tag{23}$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{\sum_{r\in M_2\cup L_{22}\cup K_{22}} b_{1ri}q_r(\omega)+\sum_{r\in L_{21}\cup K_{21}} b_{1ri}q_r^{+}-q_i^{+}\right\}=0, \tag{24}$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{T_{iк}(\omega)-T_{гр}-\left(T_{iн}(\omega)-T_{гр}\right)e^{-\theta_i(\omega)x}\right\}=0,\ i\in M_{11}\cup M_{21}\ , \tag{25}$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{T_{iк}(\omega)-T_{iн}(\omega)\left(P_{iк}(\omega)/P_{iн}(\omega)\right)^{\frac{\mu(\omega)-1}{\mu(\omega)}}\right\}=0,\ i\in M_{12}\cup M_{22}\ , \tag{26}$$

$$\underset{\omega}{M}\left\{T_j(\omega)\sum_{i\in G_j^+} q_i(\omega) - \sum_{i\in G_j^-} q_i(\omega)T_{iк}(\omega)\right\} = 0, \quad j\in V, \tag{27}$$

где ($P_{iн}^+, P_{iк}^+, T_{iн}^+, T_{iк}^+, Q_r^+$ – знаком «+» отмечены заданные величины); b_{1ri} – элемент цикломатической матрицы, находящейся на пересечении r–й строки и i–го столбца; $P_{iн}(\omega)$, $P_{iк}(\omega)$ – случайные величины, характеризующие давление в начале и конце i–й дуги; $T_{iн}(\omega)$, $T_{iк}(\omega)$ – случайные величины, характеризующие температуру в начале и конце i–й дуги; $q_i(\omega)$ – случайная величина, характеризующая коммерческий расход i-й дуги; $\tilde{a}_i(\omega)$, $\tilde{b}_i(\omega)$, $\tilde{c}_i(\omega)$ – коэффициенты аппроксимации ГПА, принадлежащего i-й дуге; G_j^+, G_j^- – множество элементов, по которым газ поступает в j–й узел и отбирается из него соответственно; $\beta_i(\omega)$ – коэффициент гидравлического сопротивления (24); $\theta_i(\omega)$ – случайная величина, определенная выражением (26).

Выводы

Исследована проблема математического моделирования квазистационарных неизотермических режимов транспорта природного газа в газотранспортных системах. Научная новизна полученных результатов состоит в том, что впервые предложены следующие модели: стохастическая модель квазистационарного режима транспорта природного газа по участку трубопровода, стохастическая модель режима работы газоперекачивающего агрегата, а также стохастическая модель температурного и гидравлического расчета транспорта природного газа в ГТС, которые учитывают как стохастическую природу основных возмущающих факторов газотранспортных систем – процессов потребления природного газа, так и стохастическую природу параметров математических моделей. Практическая значимость заключается в том, что эти модели позволяют получить верхнюю и нижнюю оценки диапазонов изменения параметров газовых потоков в любом узле ГТС для заданного уровня внешних стохастических возмущений. Такие модели являются чрезвычайно важными для диспетчерского персонала, осуществляющего оперативно-диспетчерское управление режимами работы ГТС, так как дадут возможность оперативно идентифицировать причины появлений изменения параметров газовых потоков в узлах ГТС.

Список литературы: **1.** *Евдокимов А.Г., Дубровский В.В., Тевяшев А.Д.* Потокораспределение в инженерных сетях. М.: Стройиздат, 1979. **2.** *Евдокимов А.Г., Тевяшева А.Д.* Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях. Харьков: Вища школа. Изд–во при Харьк. ун–те, 1980. **3.** *Сарданашвили С.А.* Расчетные методы и алгоритмы (трубопроводный транспорт газа). М.: ФГУП Изд–во «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина, 2005. 577 с. **4.** Трубопроводные системы энергетики. Управление развитием и функционированием/Под общей ред. А.Д.Тевяшева. Новосибирск: Наука. Сиб. отд–ние, 2004. С. 322–330**.** **5.** Нормы технологического проектирования магистральных газопроводов//Открытое акционерное общество ГазПром, Общество с ограниченной ответственностью «Научно–исследовательский институт природных газов и газовых технологий » ВНИИГАЗ. Москва. 2004. **6.** *Меренков А.П., Сеннова Е.В., Сумароков С.В. и др.* Математическое моделирование и оптимизация систем, тепло-, водо-, нефте- и газопотребления. Новосибирск: В.О. «Наука» 1992. 406с. **7.** *Волков И.К., Зуев С.М., Увяткова Г.М.* Случайные процессы. М: Издательство МГТУ им Н.Э.Баумана. 1999. 448 с.

Поступила в редколлегию 25.11.2009

Тевяшев Андрей Дмитриевич, д-р техн. наук, зав.каф.прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование энергетических систем, теория стохастических моделей. Увлечения и хобби: теннис, горные лыжи. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057)702-14-36, e-mail: tevjashev@kture.kharkov.ua

Мамедова Асима Абушовна, аспирантка каф.прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: математическое моделирование, системный анализ, теория оптимальных решений. Увлечения и хобби: настольный теннис, педагогика. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 068 613 28 62, e-mail: asima_mamedova@ukr.net.

Фролов Вадим Анатольевич, аспирант каф.прикладной математики ХНУРЭ. Научные интересы: системы управления, математическое моделирование, теория оптимальных решений. Увлечения и хобби: футбол, путешествия. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. (057)702-14-36.