УДК 007:621.391.2:681.518

ЛИНЕЙНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМАХ

ЕГОРОВА И.Н.

В целях описания составных частей процесса функционирования сложной системы (измерение, переработка, воспроизведение информации и т.д.) при решении задач проектирования используется информационный метод. Оцениваются потери информации в каналах ее передачи и в системе в целом.

Оценка информационных преобразований в системе может быть осуществлена на основе анализа характеристик сигнала, являющегося материальным носителем информации, и их изменений в результате действия помех и преобразования в линейных и нелинейных системах. В ряде работ проведен анализ изменения спектра сигнала под действием помех и в результате преобразования линейными системами. Однако энергетические характеристики сигнала (энергетический спектр и корреляционная функция) характеризуют процесс лишь в среднем. Так, из теории вероятностей известно, что различные процессы могут иметь одинаковые энергетические характеристики. Наиболее полными характеристиками сигнала являются его функции распределения.

Задача о преобразовании функций распределения случайных величин в линейных и нелинейных системах решена в теории вероятностей. Однако представляет интерес задача о преобразовании характеристик сигнала конкретными устройствами, каналами и системой в целом. В современной теории связи и передачи данных известно лишь небольшое число точных решений задачи определения функций распределения случайного процесса на выходе типового звена, состоящего из трех последовательных элементов: входной линейной системы, нелинейного неинерционного элемента и выходной линейной системы. Эти решения получены при специальных предположениях о нелинейности характеристик и о статических свойствах случайного процесса на входе.

Задача оценки информационных преобразований сигнала в системах является достаточно сложной, поскольку реальные информационные системы представляют собой сложные многоканальные комплексы, каждый из каналов которых содержит десятки линейных и нелинейных устройств.

Оценка потерь информации в каналах передачи информации и в системе в целом возможна на основе исследования искажений сигнала в результате преобразования его устройствами каналов с учетом действующих помех. В статье исследуются два режима работы информационных систем: наиболее вероятный и наиболее тяжелый – в целях более полной оценки качества работы систем. Наиболее вероятный режим представлен случайным процессом в виде суммы полезного сигнала $x(t)$ и помехи типа стационарный узкополосный нормальный случайный процесс $\eta(t)$. Наиболее тяжелому режиму работы соответствует случайный процесс в виде суммы полезного сигнала и помехи типа белый шум $\xi(t)$. В качестве полезного сигнала анализируется амплитудно-модулированное колебание со случайной фазой

$$x(t) = S(t)\sin[\omega t - \upsilon_s(t)],$$

где $S(t)$ и $\upsilon_s(t)$ – огибающая и фаза сигнала соответственно. Исходное количество информации, соответствующее полезному сигналу, изменяется в системе не только под действием помех, но и в результате преобразования сигнала различного рода устройствами систем.

К наиболее распространенным линейным устройствам информационных систем относятся: модуляторы, детекторы, усилители, фильтры, устройства, осуществляющие задержку во времени.

Информационные преобразования сигнала каждым из линейных устройств осуществляются на основе определения функции распределения случайного процесса на выходе устройства.

В результате проведенного исследования получены аналитические, а на их основе и графические зависимости количества информации, содержащегося в случайном процессе на выходе линейных устройств, от соотношения уровней сигнала S, помехи σ и характеристик устройств. Разработана инженерная методика оценки количества информации $I(y, x)$ на выходе каждого из названных линейных устройств при различных условиях работы.

Анализируя линейные инерционные устройства, следует учитывать, что в инерционной системе процесс $y(t)$ на ее выходе зависит не только от процесса $x(t)$, действующего на входе в тот же момент времени t, но и от его значений в другие моменты времени. Линейная инерционная система характеризуется тем, что величина $y(t)$ получается суперпозицией всех значений $x(t)$, каждое из которых умножается на весовой коэффициент $h(t,\tau)$, зависящий и от момента приложения τ процесса ко входу, и от момента наблюдения процесса на выходе системы.

Таким образом, линейная система с импульсной переходной $h(\tau)$ преобразует случайный процесс $\xi_1(t)$, поданный на ее вход, в другой случайный процесс $\xi_2(t)$ (используем интеграл Дюамеля с учетом того факта, что для реальных систем x(t)=0 при t<0):

$$\xi_2(t) = \int_0^t \xi_1(t-\tau)h(\tau)d\tau = \int_0^t \xi_1(\tau)h(t-\tau)d\tau,$$

что означает, что переходной процесс $\xi_2(t)$ в линейной системе с постоянными параметрами является стационарным, если приложенный к его входу случайный процесс $\xi_1(t)$ стационарен.

Задача определения функций распределения процесса на выходе линейной системы является достаточно сложной. Только в одном частном случае, когда процесс $\xi_1(t)$ на входе линейной системы нормальный, эта задача решается относительно просто. Случайный процесс при этом является пределом интегральной суммы

$$\xi_2(t) = \sum_{k=0}^{N} \xi_1(t-\tau_k)h(\tau_k)(\tau'_{k+1} - \tau'_k),$$

где $\tau'_k < \tau_k < \tau'_{k+1}$ при $(\tau'_{k+1} - \tau'_k) \to 0$. Случайные величины $\xi_1(t), \xi_1(t-\tau_1), \ldots, \xi_1(t-\tau_N)$ в рассматриваемом случае связаны $N+1$ – мерным нормальным законом распределения. Задача о преобразовании функций распределения в линейной системе, когда на входе ее действует случайный процесс, отличный от нормального, чрезвычайно трудная.

В нашем случае на входе линейной системы (например, устройства, осуществляющего задержку на время τ) действует случайный процесс, представляющий собой сумму амплитудно-модулированного сигнала со случайной фазой $S(t)$ и помехи типа белый шум $\xi(t)$.

Интересующее нас количество информации $I(y,x)$, содержащейся в случайном процессе на выходе линейного инерционного устройства, которое осуществляет задержку на время τ, относительно исходного полезного сигнала с учетом погрешности, вносимой помехой типа белый шум, а также погрешности преобразования, составит

$$\begin{aligned} I(y,x) &= \left[1+\frac{\sigma^2}{2S^2(1-0{,}945Q\alpha\tau)^2}\right] e^{\frac{S^2(1-0{,}945Q\alpha\tau)^2}{4\sigma^2}} \times \\ &\times \left\{ \frac{0{,}02\sqrt{\sigma^3}}{\sqrt{S^3(1-0{,}945Q\alpha\tau)^3}} D_{-\frac{1}{2}}\left[\frac{S(1-0{,}945Q\alpha\tau)}{\sigma}\right] \times \right. \\ &\times \left[0{,}5+7{,}5\ln\frac{3{,}96S(1-0{,}945Q\alpha\tau)}{\sigma^{2/3}}\right] + 63\cdot 10^{-4} \times \\ &\times \frac{\sqrt{\sigma}}{\sqrt{S(1-0{,}945Q\alpha\tau)}} D_{-\frac{3}{2}}\left[-\frac{S(1-0{,}945Q\alpha\tau)}{\sigma}\right] \times \\ &\times \left[-1-0{,}188\frac{\sigma^2}{S^2(1-0{,}945Q\alpha\tau)} - 0{,}375 \times \right. \\ &\left.\left.\times \frac{\sigma^2}{S^2(1-0{,}945Q\alpha\tau)} \ln\frac{3{,}96S(1-0{,}945Q\alpha\tau)}{\sigma^{2/3}}\right]\right\} - \\ &-\frac{1}{2}\ln\sqrt{2\pi e\sigma}. \end{aligned}$$

Аналогичное количество информации $I(y,x)$ на выходе линейного инерционного устройства, осуществляющего задержку на время τ, в случае помехи типа узкополосный нормальный случайный процесс составит (инженерный метод)

$$\begin{aligned} I(y,x) &= e^{-\frac{S^2(1-0{,}945Q\alpha\tau)^2}{4\sigma^2}} \left\{ D_{-\frac{3}{2}}\left(-\frac{S}{\sigma}\right)\left[0{,}35 - \times \right.\right. \\ &\times \frac{\sqrt{\sigma}}{\sqrt{S(1-0{,}945Q\alpha\tau)}}\left(\ln\sqrt{2\pi S\sigma^2}-0{,}125\right) + \\ &\left. + 0{,}18\frac{\sqrt{S^3(1-0{,}945Q\alpha\tau)^3}}{\sqrt{\sigma^3}}\right] - D_{-\frac{5}{2}}\left(-\frac{S}{\sigma}\right) \times \\ &\times 0{,}53\frac{\sqrt{S(1-0{,}945Q\alpha\tau)}}{\sqrt{\sigma}} + 0{,}66 D_{-\frac{7}{2}}\left(-\frac{S}{\sigma}\right) \times \\ &\left.\times \frac{\sqrt{\sigma}}{\sqrt{S(1-0{,}945Q\alpha\tau)}}\right\} - \ln\left(\frac{e\sigma}{\sqrt{2}}\right) - \frac{c}{2}. \end{aligned}$$

В результате проведенного исследования определены зависимости ряда информационных характеристик от условий работы (соотношения уровней сигнала и помехи) и характеристик самих устройств. Полученные зависимости позволяют выявить устройства информационных систем, преобразование сигнала которыми сопровождается наибольшей потерей информации. Среди линейных такими устройствами являются фильтры и устройства, осуществляющие задержку во времени.

Поступила в редколлегию 30.04.99

Рецензент: д-р техн. наук Евдокимов А.Г.

Егорова Ирина Николаевна, канд. техн. наук, доцент кафедры КЭВМ ХТУРЭ. Научные интересы: информационные системы. Увлечения: музыка, спорт. Адрес: Украина, 61726, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-94-94.

УДК 519.21

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФУЗИИ С ПОМОЩЬЮ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

БАСМАНОВ А.Е.

Рассматривается вопрос об установлении соответствия между диффузионными и марковскими процессами с непрерывным временем и конечным числом состояний. Показывается, что любой диффузионный процесс может быть сколь угодно точно представлен марковским, близким ему в смысле предельных свойств.

При исследовании диффузионных процессов в жидкостях и газах часто возникает задача о существовании стационарного распределения для диффузанта и сходимости к нему. Ее анализ упрощается при замене непрерывного процесса дискретным [2]. Точность такого приближения можно повысить, рассматривая время непрерывным. Тогда в качестве модели диффузии удобно выбрать марковский процесс.

Рассмотрим диффузионный процесс $\xi(t)$, заданный на отрезке $[r_1, r_2]$, $-\infty \le r_1 < r_2 \le \infty$, плотность распределения вероятностей $\varphi(t,x)$ которого удовлетворяет прямому уравнению Колмогорова:

$$\frac{\partial}{\partial t}\varphi(t,x) = \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\sigma^2(t,x)\,\varphi(t,x)\right], \qquad (1)$$

где $\sigma^2(t,x)$ – коэффициент диффузии. Здесь мы без потери общности полагаем коэффициент сноса равным нулю, так как соответствующим преобразованием координат [2] любой диффузионный процесс может быть приведен к виду (1).

Если коэффициент диффузии не зависит от времени $\sigma^2(t,x) = \sigma^2(x)$ и $\int\limits_{r_1}^{r_2}\frac{dx}{\sigma^2(x)} < \infty$, то при $t \to \infty$ распределения вероятностей диффузионного процесса, он стремится к стационарному распределению:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma^2(x)} \Bigg/ \int\limits_{r_1}^{r_2}\frac{dx}{\sigma^2(x)}.$$

Разобьем отрезок $[r_1, r_2]$ на частичные полуинтервалы $[a_j, a_{j+1})$, $j = 0,1,\dots,n$, $a_0 = r_1$, $a_n = r_2$. Будем рассматривать их как состояния марковского про-