

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Автоматики і комп'ютеризованих технологій
(повна назва)

Кафедра Комп'ютерно-інтегрованих технологій, автоматизації та робототехніки
(повна назва)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА Пояснювальна записка

рівень вищої освіти перший (бакалаврський)
Моделювання процесів в резистивних датчиках кутового
прискорення ланок (дослідницького роботу)
(тема)

Виконав:
здобувач 4 року навчання.
групи АКТАКІТ-21-2

Максим ЧЕРКАШИН
(власне ім'я прізвище)

Спеціальності 151 Автоматизація та
а комп'ютерно-інтегровані технології
(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-професійна
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Автоматизація та
комп'ютерно-інтегровані технології
(повна назва освітньої програми)

Керівник проф. Юрій РОМАШОВ
(посада, власне ім'я прізвище)

Допускається до захисту

Завідувач кафедри

Ігор НЕВЛЮДОВ
(власне ім'я прізвище)

2025р.

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

Факультет Автоматики і комп'ютеризованих технологій
Кафедра Комп'ютерно-інтегрованих технологій, автоматизації та робототехніки
Рівень вищої освіти перший (бакалаврський)
Спеціальність 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології
Тип програми освітньо-професійна
Освітня програма Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології
(шифр і назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри КІТАР _____
(підпис)

« 28 » квітня 2025 р.

ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

здобувачеві Черкашину Максиму Сергійовичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Моделювання процесів в резистивних датчиках кутового прискорення ланок (дослідницького роботу)

затверджена наказом по університету від “ 19 ” травня 2025р. № 390 Ст.

2. Термін подання студентом роботи “ 12 ” червня 2025р.

3. Вихідні дані до роботи 3.1 Резистивний (потенціометричний) датчик;

3.2 Метод фільтрації сигналу;

3.3 Метод поліноміальної апроксимації;

3.4 Метод регуляризації Тихонова;

3.5 Метод вейвлет-перетворень;

3.6 Комбінований метод.

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі 4.1 Вступ;

4.2 Аналіз методів визначення кутового прискорення за допомогою резистивних датчиків;

4.3 Математична модель визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків;

4.4 Підвищення точності та перевірка розробленої математичної моделі визначення кутового прискорення;

4.5 Охорона праці;

4.6 Висновки.

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій Демонстраційний матеріал представлений у форматі презентації PowerPoint (*.ppt) – 16 с. формату А4

6. Консультанти розділів роботи

Найменування розділу	Консультант (посада, прізвище, ім'я, по батькові)	Позначка консультанта про виконання розділу	
		підпис	дата

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Аналіз методів визначення кутового прискорення за допомогою резистивних датчиків	28.04 – 30.04.25	виконано
2	Математична модель визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків	01.05 – 10.05.25	виконано
3	Підвищення точності та перевірка розробленої математичної моделі визначення кутового прискорення	11.05 – 19.05.25	виконано
4	Заходи з безпеки життєдіяльності для забезпечення безпечних умов праці	20.05 – 27.05.25	виконано
5	Оформлення пояснювальної записки	28.05 – 31.05.25	виконано
6	Подання роботи на перевірку Інтернет-системою StrikePlagiarism	01.06 – 04.06.25	виконано
7	Подання роботи на рецензію	05.06 – 08.06.25	виконано
8	Подання роботи на підпис зав. кафедри	09.06 – 11.06.25	виконано
9	Подання кваліфікаційної роботи в ЕК	12.06.25	виконано

Дата видачі завдання 28.04.2025р.

Здобувач

(підпис)

Максим ЧЕРКАШИН

Керівник роботи

(підпис)

проф. Юрій РОМАШОВ

(посада, власне ім'я прізвище)

Я, Черкашин Максим Сергійович, як здобувач вищої освіти ХНУРЕ, розумію і підтримую політику закладу із академічної доброчесності. Я не надавав і не одержував недозволену допомогу під час підготовки кваліфікаційної роботи. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

«06» червня 2025 р.



Максим ЧЕРКАШИН

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 56 с., 6 табл., 1 рис., 2 дод., 17 джерел.

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, РЕЗИСТИВНИЙ ДАТЧИК,
ПОТЕНЦІОМЕТРИЧНИЙ ДАТЧИК, КУТОВЕ ПРИСКОРЕННЯ,
ВИЗНАЧЕННЯ, МЕТОД РЕГУЛЯРИЗАЦІЇ, ВИМІРЮВАННЯ.

Мета роботи – розроблення математичної моделі для визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків, а також створенні методів регуляризації, що породжують змогу підвищити точність вимірювань.

Об'єкт розробки – процес вимірювання кутового прискорення.

Предмет розробки – математичні моделі та методи визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків.

У кваліфікаційної роботі було розроблено математичну модель визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків та запропоновано методи регуляризації для підвищення точності вимірювань.

Розроблено комбінований метод визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків якій забезпечує високу точність та стійкість до шумів. Відносна похибка визначення кутового прискорення становить близько 7,3 % при частоті дискретизації 1кГц та відношенні сигнал/шум 40 дБ, що є цілком прийнятним для більшості практичних застосувань. Розроблений метод може бути успішно застосований у дослідницькому прототипі роботу для тестування алгоритмів керування та інших систем автоматизації.

Отримані результати роботи можна віднести до Цілі сталого розвитку 9 «Промисловість, інновації та інфраструктура», зокрема до пункту 9.4 «Розвиток високотехнологічного машинобудування».

ABSTRACT

Explanatory note: 56 pp., 6 tab., 1 figs., 2 appendices, 17 sources.

MATHEMATICAL MODEL, RESISTIVE SENSOR, POTENTIOMETRIC SENSOR, ANGULAR ACCELERATION, DETERMINATION, REGULARIZATION METHOD, MEASUREMENT.

The aim of the study is to develop a mathematical model for determining angular acceleration using potentiometric sensors, as well as to create regularization methods that can improve the accuracy of measurements.

The object of development is the process of measuring angular acceleration.

Subject of development – mathematical models and methods for determining angular acceleration using potentiometric sensors.

In the qualification work, a mathematical model for determining angular acceleration using potentiometric sensors was developed and regularization methods were proposed to improve measurement accuracy.

A combined method for determining angular acceleration using potentiometric sensors has been developed that provides high accuracy and noise resistance. The relative error in determining the angular acceleration is about 7,3 % at a sampling rate of 1 kHz and a signal-to-noise ratio of 40 dB, which is quite acceptable for most practical applications. The developed method can be successfully used in research robots for testing control algorithms and other automation systems.

The results of the work can be attributed to Sustainable Development Goal 9 “Industry, Innovation and Infrastructure”, in particular to paragraph 9.4 “Development of high-tech engineering”.

ЗМІСТ

Перелік скорочень	9
Вступ	10
1 Аналіз методів визначення кутового прискорення за допомогою резистивних датчиків	12
1.1 Методи вимірювання кутового прискорення	12
1.2 Фізичні принципи роботи резистивних датчиків кутового прискорення	14
1.3 Класифікація резистивних датчиків для вимірювання кутових параметрів	16
1.4 Конструкція та принцип дії потенціометричних датчиків	19
1.5 Аналіз проблем визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків	22
2 Математична модель визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків	26
2.1 Формалізація задачі визначення кутового прискорення	26
2.2 Математична модель потенціометричного датчика для вимірювання кутового прискорення	29
2.3 Аналіз проблеми некоректності в задачі визначення кутового прискорення	33
3 Підвищення точності та перевірка розробленої математичної моделі визначення кутового прискорення	37
3.1 Методи регуляризації для підвищення точності визначення кутового прискорення	37
3.2 Практична реалізація та експериментальна перевірка запропонованої математичної моделі	41

	8
4 Охорона праці	45
4.1 Аналіз умов праці в лабораторії	45
4.2 Промислова безпека в лабораторії	45
4.3 Виробнича санітарія і гігієна праці	46
4.4 Пожежна безпека лабораторії	48
Висновки	50
Перелік джерел посилання	52
Додаток А Публікація за темою кваліфікаційної роботи	55
Додаток Б Демонстраційний матеріал	56

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

- АЦП – аналого-цифровий перетворювач;
МДП – метал, діелектрик, напівпровідник;
ККД – коефіцієнт корисної дії.
ПЗ – програмне забезпечення;
ПК – персональний комп'ютер.

ВСТУП

У сучасних умовах еволюції робототехніки, автоматизованих систем керування, а також безпілотних транспортних засобів надзвичайного значення набуває задача щодо точного вимірювання кінематичних параметрів руху механізмів. Одним із вагомих параметрів, який потребує високоточного вимірювання, назвемо кутове прискорення обертових частин робототехнічних систем. Оскільки правильне вимірювання кутового прискорення сприяє якісному керуванню, стабільності роботи механізмів і точності реалізації запрограмованих рухів.

Так, актуальність теми дослідження зумовлена необхідністю у створенні недорогих, доступних і точних методів визначення кутового прискорення задля застосування в дослідницьких прототипах роботів. Ці прототипи набули широкого розповсюдження серед бенчмаркінгу програм та інженерних рішень автоматизації, котрі в подальшому впроваджуються до повномасштабних застосувань, які передусім пов'язані з розумними містами, промисловою робототехнікою чи системами автоматичного керування.

Резистивні датчики, на кшталт потенціометричних, вважаються одними з найбільш доступних і простих у застосуванні типів датчиків, якими можна послуговуватися під час вимірювання кутових параметрів. Утім застосування таких датчиків для вимірювання кутового прискорення супроводжується низкою проблем, зокрема ключову з них окреслено як необхідність визначення другої похідної за часом від вимірюваної напруги, що, зі свого боку, є некоректною задачею в розумінні Адамара.

Мета роботи – розроблення математичної моделі для визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків, а також створення методів регуляризації, що породжують змогу підвищити точність вимірювань.

Об'єкт розробки – процес вимірювання кутового прискорення.

Предмет розробки – математичні моделі та методи визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків.

Для досягнення поставленої мети доцільно реалізувати такі завдання:

- опрацювати сучасні методи вимірювання кутового прискорення;
- вивчити фізичні принципи роботи резистивних датчиків;
- виконати формалізацію задачі щодо визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків;
- розробити математичну модель процесу вимірювання;
- проаналізувати джерела некоректності задачі;
- розробити методи регуляризації для підвищення точності визначення кутового прискорення;
- виконати експериментальну перевірку запропонованої моделі;
- розробити заходи з охорони праці для забезпечення безпеки праці робочого персоналу лабораторії, де виконувалась робота.

Робота виконується згідно з [1-3], результати досліджень за темою кваліфікаційної роботи роботи апробовані та опубліковані у [4]. Отримані результати роботи можна віднести до Цілі сталого розвитку 9 «Промисловість, інновації та інфраструктура», зокрема до пункту 9.4 «Розвиток високотехнологічного машинобудування».

1 АНАЛІЗ МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ КУТОВОГО ПРИСКОРЕННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ РЕЗИСТИВНИХ ДАТЧИКІВ

1.1 Методи вимірювання кутового прискорення

Сучасна робототехніка разом із системами автоматизації ґрунтуються на точному вимірюванні кінематичних параметрів механізмів, серед яких вагоме місце належить кутовому прискоренню. На сьогодні функціонує декілька основних методів вимірювання кутового прискорення, що відрізняються за принципом дії, точністю, вартістю та складністю реалізації [5, 6].

Розглянемо найбільш поширені методи вимірювання кутового прискорення, зокрема:

- застосування спеціалізованих датчиків кутового прискорення (акселерометрів кутових прискорень). Вони, як правило, призначені для вимірювання кутового прискорення об'єкта. До того ж принцип їхньої дії базується на вимірюванні інерційних сил, які виникають під час обертального руху. Такі датчики характеризуються високою точністю, проте водночас є дороговартісними, що обмежує їхнє застосування в дослідницьких прототипах роботів;

- вимірювання кутового прискорення шляхом двох лінійних акселерометрів. Цей метод засновано на розташуванні двох лінійних акселерометрів на різних відстанях від осі обертання. Так, різниця показань цих акселерометрів є підґрунтям для обчислення кутового прискорення. Втім недолік цього методу полягає в необхідності точного позиціонування акселерометрів, а також залежності точності вимірювань від відстані між ними;

- застосування гіроскопів з метою подальшого диференціювання кутової швидкості. Так, гіроскопи вимірюють кутову швидкість, а шляхом її диференціювання можна отримати кутове прискорення. Проте, як зауважує

Коркішко Т.Г. [7], даний підхід спричиняє підсилення шумів і появу похибок вимірювання, що знижує точність отриманих результатів;

– застосування енкодерів (оптичних і магнітних). Енкодерами послуговуються для вимірювання кутового положення, водночас подвійне диференціювання цього сигналу надає можливість отримати кутове прискорення. Проблеми такого підходу є схожими з тими, що виникають під час застосування гіроскопів: підсиленні шумів у разі диференціювання, а також зниженні точності;

– застосування резистивних датчиків кутового положення. Цей метод ґрунтується на вимірюванні кутового положення за допомогою резистивних датчиків, на кшталт потенціометрів, із подальшим подвійним диференціюванням сигналу. Перевага такого підходу полягає у низькій вартості, а також простоті реалізації, що особливо важливо для дослідницьких прототипів [7].

Власне порівняння ключових характеристик методів вимірювання кутового прискорення наведено в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Порівняння методів вимірювання кутового прискорення

Метод вимірювання	Переваги	Недоліки	Точність	Вартість
1	2	3	4	5
Спеціалізовані датчики кутового прискорення	Пряме вимірювання висока точність	Висока вартість, складність конструкції	Висока	Висока
Два лінійних акселерометри	Простота, доступність	Необхідність точного позиціонування	Середня	Середня
Гіроскопи з диференціюванням	Відносна простота, можливість вимірювання в різних осях	Підсилення шумів під час диференціювання	Середня	Середня-висока

Продовження таблиці 1.1

1	2	3	4	5
Енкодери з подвійним диференціюванням	Висока роздільна здатність	Підсилення шумів під час подвійного диференціювання	Середня-низька	Середня
Резистивні датчики з подвійним диференціюванням	Низька вартість, простота, доступність	Некоректна задача диференціювання, низька точність без регуляризації	Низька без регуляризації	Низька

Таким чином, відповідно до таблиці 1.1, застосування резистивних датчиків зумовлюється суттєвими перевагами щодо вартості та доступності, завдяки чому цей метод стає привабливим для дослідницьких прототипів роботів. Утім проблема щодо підвищення точності вимірювань за допомогою таких датчиків досі не втрачає своєї актуальності, тому потребує розроблення спеціальних методів регуляризації задля подолання некоректності задачі подвійного диференціювання.

1.2 Фізичні принципи функціонування резистивних датчиків кутового прискорення

Резистивні датчики кутового прискорення ґрунтуються на явищі зміни електричного опору під час механічного переміщення елементів датчика. Так, для вимірювання кутових параметрів переважно послуговуються потенціометричними датчиками, тобто змінними резисторами з рухомих контактом.

Головний принцип дії потенціометричного датчика для визначення кутового прискорення полягає у зв'язку між кутом повороту вала датчика та напругою на його виході. У разі зміни положення рухомого контакту відносно резистивного елемента змінюється й опір між контактами, що породжує зміну вихідної напруги датчика.

Фізична модель потенціометричного датчика може реалізуватися через змінний дільник напруги. Зі свого боку, вихідна напруга залежить від кута повороту вала:

$$U = U_s \cdot K(\alpha), \quad (1.1)$$

де U – вихідна напруга датчика;

U_s – напруга живлення;

$K(\alpha)$ – функція, котра визначає залежність вихідної напруги від кута повороту вала (α).

Для лінійного потенціометра функція $K(\alpha)$ набуває вигляду:

$$K(\alpha) = k \cdot \alpha, \quad (1.2)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, що залежить від конструкції датчика.

У разі обертання вала потенціометра з кутовою швидкістю $\omega = d\alpha/dt$ вихідна напруга змінюється з часом відповідно до закону обертання. Втім для обчислення кутового прискорення $\varepsilon = d\omega/dt = d^2\alpha/dt^2$ доречно знайти другу похідну від кута повороту за часом, що можна зробити, використовуючи вимірювання вихідної напруги [10].

Крім того, опрацюємо взаємозв'язок між вихідною напругою потенціометра та кутовим прискоренням. Продиференціювавши рівняння (1.1) за часом, отримаємо першу похідну напруги:

$$dU/dt = U_s \cdot (dK(\alpha)/d\alpha) \cdot (d\alpha/dt), \quad (1.3)$$

де $d\alpha/dt$ – кутова швидкість обертання вала потенціометра.

Щоб визначити кутове прискорення, доречно знайти другу похідну від кута за часом. Продиференціювавши рівняння (1.3), отримаємо:

$$d^2U/dt^2 = U_s \cdot [(d^2K(\alpha)/d\alpha^2) \cdot (d\alpha/dt)^2 + (dK(\alpha)/d\alpha) \cdot (d^2\alpha/dt^2)]. \quad (1.4)$$

Однак для лінійного потенціометра ($d^2K(\alpha)/d\alpha^2=0$), рівняння (1.4) набуває спрощення:

$$d^2U/dt^2 = U_s \cdot k \cdot (d^2\alpha/dt^2), \quad (1.5)$$

де власне кутове прискорення можна оформити як:

$$\varepsilon = d^2\alpha/dt^2 = (1/(U_s \cdot k)) \cdot (d^2U/dt^2). \quad (1.6)$$

Проаналізувавши рівняння (1.6), можна підсумувати, що для визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричного датчика доцільно обчислити другу похідну від вихідної напруги за часом. Утім, на думку Ромашова Ю.В. [8], операція диференціювання експериментальних даних стає некоректною задачею в розумінні Адамара, через те, що малі похибки у вимірюваннях можуть спровокувати появу значних помилок у результатах диференціювання.

Ба більше, на точність вимірювань впливають такі чинники, зокрема:

- нелінійність характеристики потенціометра;
- механічні люфти та тертя в рухомих частинах датчика;
- електричні шуми та наведення;
- температурна залежність параметрів датчика.

З метою підвищення точності вимірювань кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків доцільно розробити спеціальні методи регуляризації, котрі спрятимуть зниженню впливу шумів, а також підвищенню стійкості результатів диференціювання.

1.3 Класифікація резистивних датчиків для вимірювання кутових параметрів

Зауважимо, що резистивні датчики для вимірювання кутових параметрів можна класифікувати за різними параметрами, на які необхідно зважати під час вибору оптимального типу датчика для конкретних задач вимірювання кутового прискорення в дослідницьких прототипах робіт.

За принципом дії резистивні датчики кутових параметрів власне поділяються на:

- датчики потенціометричні, котрі функціонують за принципом змінного опору, де вихідна напруга залежить від положення рухомого контакту відносно резистивного елемента. Вони набули найбільшого поширення завдяки простоті конструкції та низької вартості;

- датчики тензорезистивні, котрі спираються на зміну опору провідника у разі його деформації. Для вимірювання кутових параметрів застосовують спеціальні конструкції, що перетворюють кутові переміщення на деформацію тензорезисторів;

- датчики магніторезистивні, котрі застосовують ефект зміни опору матеріалу під впливом магнітного поля. Для вимірювання кутових параметрів використовують конструкції, в яких положення магніту відносно магніторезистивного елемента змінюється під час обертання.

За конструктивним проєктуванням розрізняють:

- датчики з круговим резистивним елементом. Вони є найбільш поширеними для вимірювання кутових параметрів, оскільки дозволяють вимірювати кут повороту в діапазоні до 360° ;

- датчики з багатообертальним резистивним елементом. Такими датчиками послуговуються для вимірювання кутів повороту, котрі перевищують 360° ;

- датчики зі спіральним резистивним елементом. Їх застосовують для вимірювання великих кутів повороту при збереженні компактних розмірів.

За характером вихідної характеристики резистивні датчики розрізняють:

- лінійні, в яких опір змінюється пропорційно куту повороту, завдяки чому спрощується процес вимірювання й оброблення даних;
- нелінійні, в яких опір змінюється за певним нелінійним законом, що може бути корисним для специфічних задач, утім водночас ускладнює оброблення даних;
- функціональні, в яких опір змінюється за певною функціональною залежністю, тобто можна реалізовувати різні закони перетворення кутових параметрів.

За точністю вимірювання резистивні датчики розподіляють на:

- датчики низької точності (похибка 1 – 5 %) – актуальні для простих задач, для яких висока точність не потрібна;
- датчики середньої точності (похибка 0,1 – 1 %) – придатні для більшості промислових і дослідницьких задач;
- датчики високої точності (похибка < 0,1 %) – спеціалізовані пристрої для задач, для яких важлива підвищена точність.

Порівняльні характеристики різних типів резистивних датчиків для вимірювання кутових параметрів відображені у таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Порівняльні характеристики резистивних датчиків для вимірювання кутових параметрів

Тип датчика	Діапазон вимірювань	Точність	Швидкість	Вартість	Довговічність
Потенціометричні з круговим елементом	0 – 360°	0,5 – 5 %	Середня	Низька	Середня
Потенціометричні багатообертальні	>360°	0,5 – 2 %	Середня	Середня	Середня
Тензорезистивні	Обмежений (до 90°)	0,1 – 1 %	Висока	Висока	Висока
Магніторезистивні	0 – 360°	0,1 – 0,5 %	Висока	Висока	Висока

Відповідно до таблиці 1.2, потенціометричні датчики з круговим резистивним елементом характеризуються найбільшою доступністю та простотою в застосуванні. Таким чином, це робить їх оптимальним вибором для дослідницьких прототипах роботів, хоча їм властива відносно невисока точність у порівнянні з іншими типами датчиків. Утім підвищення точності вимірювань у разі використання таких датчиків можна досягти шляхом послугоування спеціальними методами оброблення сигналів і регуляризації процедури диференціювання.

Так, для вимірювання кутового прискорення в роботах здебільшого застосовують потенціометричні датчики з круговим резистивним елементом. Обґрунтовано це тим, що зазначені датчики забезпечують безпосереднє вимірювання кута повороту в широкому діапазоні, водночас мають просту конструкцію та низьку вартість. Проте задля отримання точних результатів доречно розробити спеціальні методи регуляризації процедури подвійного диференціювання, котрі дозволять знизити вплив шумів і підвищити точність визначення кутового прискорення.

1.4 Конструкція та принцип дії потенціометричних датчиків

Потенціометричні датчики вважаються найпоширенішим типом резистивних датчиків для вимірювання кутових параметрів у роботах. Зокрема, їхня популярність обумовлена простотою конструкції, низькою вартістю та відносною надійністю.

Ключові конструктивні елементи потенціометричного датчика складаються з:

- резистивного елемента. Зазвичай його виконано як кільце або дугу з провідного матеріалу з високим питомим опором (як-от: ніхром, манганін, константан);

- рухомого контакту (повзунка). Він забезпечує електричний контакт із резистивним елементом, а також переміщується по ньому під час обертання

вала датчика;

- вала. З'єднує рухомий контакт із об'єктом, кутові параметри якого необхідно вимірювати;

- корпусу. Він реалізує фіксацію всіх елементів конструкції та захист від зовнішніх впливів;

- виводи. Власне забезпечують електричне з'єднання з зовнішніми пристроями.

Так, схема дії потенціометричного датчика засновано на зміні положення рухомого контакту відносно резистивного елемента під час обертання вала. Резистивний елемент, зі свого боку, під'єднується до джерела живлення, а вихідна напруга знімається між одним із кінців резистивного елемента та рухомих контактом. Наочно спрощену схему потенціометричного датчика продемонстровано на рисунку 1.1 [9].

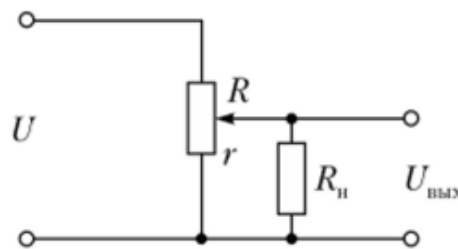


Рисунок 1.1 – Спрощена схема потенціометричного датчика

Вихідну напругу потенціометричного датчика доречно обчислювати за формулою:

$$U = U_s \cdot (R(\alpha)/R_0), \quad (1.7)$$

де $R(\alpha)$ – опір між рухомих контактом та одним із виводів резистивного елемента, що залежить від кута повороту α ;

R_0 – загальний опір резистивного елемента.

Утім для лінійного потенціометра залежність опору від кута повороту може набути такого виду:

$$R(\alpha) = k \cdot \alpha \cdot R_0, \quad (1.8)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, котрий залежить від конструкції датчика та діапазону вимірювання кутів.

Якщо (1.8) підставити до (1.7), то отримаємо:

$$U = U_s \cdot k \cdot \alpha, \quad (1.9)$$

що відповідає формулі (1.1) з $K(\alpha) = k \cdot \alpha$.

Зважаючи на конструкції резистивного елемента, потенціометричним датчикам властиві різні функціональні характеристики, зокрема:

– лінійна характеристика, в якій вихідна напруга пропорційна куту повороту вала;

– логарифмічна характеристика, в якій вихідна напруга змінюється за логарифмічним законом залежно від кута повороту;

– синусоїдальна характеристика, в якій вихідна напруга змінюється за законом синуса залежно від кута повороту;

– кусково-лінійна характеристика, в якій вихідна напруга змінюється за кусково-лінійним законом залежно від кута повороту.

Проте для вимірювання кутового прискорення найбільш зручними вважаються потенціометричні датчики з лінійною характеристикою. Вони забезпечують пропорційну залежність між кутом повороту та вихідною напругою. Завдяки цьому процедура диференціювання спрощується, а точність результатів підвищується.

Головні параметри, що характеризують потенціометричні датчики, полягають у:

– номінальному опорі, тобто загальному опорі резистивного елемента;

– діапазоні вимірювання, тобто максимальному куті повороту, котрий можна виміряти датчиком;

– роздільній здатності, тобто мінімальній зміні кута повороту, котру

можна зафіксувати за допомогою датчика;

- лінійності, тобто відхиленні реальної характеристики датчика від ідеальної лінійної залежності;

- гістерезисі, тобто різниці в показаннях датчика у разі однакового кута повороту, проте різних напрямках обертання;

- температурному коефіцієнті опору, тобто зміні опору резистивного елемента у разі зміни температури;

- максимальній швидкості обертання, тобто найбільшій допустимій швидкості обертання вала датчика;

- механічному ресурсі, тобто кількості повних обертів вала, котру датчик спроможний витримати до виходу з ладу.

У роботах для вимірювання кутового прискорення застосовують переважно потенціометричні датчики з діапазоном вимірювання $0 - 360^\circ$ та лінійною характеристикою. Проте для підвищення точності вимірювань доцільно вибирати датчики з мінімальним гістерезисом і високою лінійністю.

1.5 Аналіз проблем визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків

Застосування потенціометричних датчиків для визначення кутового прискорення визначається низкою проблем, які впливають на точність отриманих результатів. Отже, власне розуміння цих проблем, а також розроблення методів їхнього розв'язання – це пріоритетні завдання для підвищення ефективності використання потенціометричних датчиків серед дослідницьких прототипів роботів.

1.5.1 Проблеми, що пов'язані з математичною некоректністю задачі диференціювання

Як вже зазначалось у попередніх розділах, визначення кутового прискорення потребує обчислення другої похідної від кута повороту за часом

або, що еквівалентно, другій похідній від вихідної напруги датчика за часом (за умови лінійної характеристики):

$$\varepsilon = d^2\alpha/dt^2 = (1/(U_s \cdot k)) \cdot (d^2U/dt^2). \quad (1.10)$$

Утім задача диференціювання експериментальних даних стає некоректною в розумінні Адамара, через те, що умова стійкості рішення не виконується: малі зміни у вхідних даних можуть призводити до значних змін у результатах диференціювання.

Так, з метою розв'язання цієї проблеми доречно послуговуватись методами регуляризації, котрі дозволяють отримати стійке наближене рішення задачі диференціювання, зокрема:

- методом згладжування даних перед диференціюванням;
- методом регуляризації Тихонова;
- методом поліноміальної апроксимації;
- методом вейвлет-перетворень.

1.5.2 Проблеми, що пов'язані з конструктивними особливостями потенціометричних датчиків

Зі свого боку, конструктивні особливості потенціометричних датчиків теж чинять вплив на точність вимірювання кутового прискорення, як-от:

- механічні люфти та тертя в рухомих частинах датчика призводять до нелінійності та гістерезису характеристики, тобто процес диференціювання ускладнюється;
- нерівномірність резистивного шару може викликати локальні зміни опору, що може спровокувати нелінійність характеристики датчика;
- зношування контактної пари “резистивний елемент – рухомий контакт” спричиняють зміни характеристик датчика з часом, а також провокують зниження точності вимірювань.

З метою розв'язання цих проблем рекомендується звернути увагу на:

- застосування прецизійних потенціометричних датчиків із мінімальними люфтами та високою лінійністю;
- проведення регулярного калібрування датчиків для компенсації змін їхніх характеристик із часом;
- залучення спеціальних методів оброблення сигналів для компенсації нелінійності та гістерезису.

1.5.3 Проблеми, що пов'язані з електричними шумами та наведеннями

Електричні шуми та наведення певною мірою впливають на точність вимірювань, особливо під час визначення кутового прискорення, тому що процедура диференціювання підсилює високочастотні складові сигналу, до яких належать і шуми:

- шуми квантування аналого-цифрового перетворювача;
- електромагнітні наведення від зовнішніх джерел;
- шуми, що пов'язані з контактними явищами в парі “резистивний елемент – рухомий контакт”.

З метою зниження впливу електричних шумів та наведень доцільно звернути увагу на:

- послуговування фільтрацією сигналу перед процедурою диференціювання;
- застосування екранування та заземлення для зниження електромагнітних наведень;
- добір оптимальної частоти дискретизації аналого-цифрового перетворення.

1.5.4 Проблеми, що пов'язані з температурною залежністю параметрів датчика

Температурні зміни теж чинять вплив на характеристики потенціометричних датчиків. Зокрема, мова йде про:

- зміну опору резистивного елемента у разі зміни температури;
- температурне розширення елементів конструкції, що призводить до зміни механічних характеристик;
- зміну контактного опору пари “резистивний елемент – рухомий контакт” у разі зміни температури.

З метою компенсації температурних впливів доцільно застосувати:

- датчики з мінімальним температурним коефіцієнтом опору;
- термостабілізацію датчиків;
- алгоритмічну компенсацію температурної залежності, що базується на додаткових вимірюваннях температури.

Опрацювавши проблеми визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків, можна підсумувати, що головна проблема визначається як некоректність задачі диференціювання експериментальних даних. Для розв'язання цієї проблеми доречно розробити спеціальні методи регуляризації, котрі дозволять набути стійкі та точні оцінки кутового прискорення, що ґрунтуються на вимірюваннях вихідної напруги потенціометричного датчика.

2 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ КУТОВОГО ПРИСКОРЕННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ПОТЕНЦІОМЕТРИЧНИХ ДАТЧИКІВ

2.1 Формалізація задачі визначення кутового прискорення

Ґрунтуючись на аналізі, котрий було проведено в попередніх розділах, можна сформуванати задачу визначення кутового прискорення шляхом застосування потенціометричних датчиків. Так, розглянемо математичну модель, яка описує взаємозв'язок між кутовим прискоренням обертової частини робототехнічної системи та вихідною напругою потенціометричного датчика [10].

Окреслимо $\varphi(t)$ як кут повороту досліджуваної деталі робототехнічної системи, кутове прискорення якої доречно виміряти. Зазначений кут пов'язаний із кутом повороту вала потенціометра $\alpha(t)$ через певне функціональне співвідношення:

$$\alpha(t) = f(\varphi(t)), \quad (2.1)$$

де f – функція, котра описує механічний зв'язок між досліджуваною деталлю та валом потенціометра.

З метою спрощення аналізу раціонально розглянути випадок прямого з'єднання, де кут повороту вала потенціометра дорівнює куту повороту досліджуваної деталі:

$$\alpha(t) = \varphi(t). \quad (2.2)$$

До того ж вихідна напруга потенціометричного датчика $U(t)$ пов'язана з кутом повороту вала $\alpha(t)$ через співвідношення:

$$U(t) = U_s \cdot K(\alpha(t)), \quad (2.3)$$

де U_s – напруга живлення;

$K(\alpha)$ – функція, котра описує залежність вихідної напруги від кута повороту вала.

Власне для лінійного потенціометра:

$$K(\alpha) = k \cdot \alpha, \quad (2.4)$$

де k – коефіцієнт пропорційності.

У разі додавання (2.2) і (2.4) до (2.3), здобудемо:

$$U(t) = U_s \cdot k \cdot \varphi(t). \quad (2.5)$$

Кутова швидкість $\omega(t)$, а також кутове прискорення $\varepsilon(t)$ обчислюються як перша та друга похідні від кута повороту за часом:

$$\omega(t) = d\varphi(t)/dt, \quad (2.6)$$

$$\varepsilon(t) = d^2\varphi(t)/dt^2 = d\omega(t)/dt. \quad (2.7)$$

Із рівняння (2.5) можна сформулювати кут повороту:

$$\varphi(t) = U(t)/(U_s \cdot k). \quad (2.8)$$

Диференціюючи (2.8) за часом, здобудемо вирази для кутової швидкості та кутового прискорення:

$$\omega(t) = d\varphi(t)/dt = (1/(U_s \cdot k)) \cdot (dU(t)/dt), \quad (2.9)$$

$$\varepsilon(t) = d^2\varphi(t)/dt^2 = (1/(U_s \cdot k)) \cdot (d^2U(t)/dt^2). \quad (2.10)$$

Отже, для визначення кутового прискорення раціонально обчислити другу похідну від вихідної напруги потенціометричного датчика за часом, а також помножити її на коефіцієнт $(1/(U_s \cdot k))$ [11].

Утім, як вже зазначалося, задача щодо обчислення похідних від експериментальних даних, які постійно супроводжуються шумами та похибками вимірювань, в розумінні Адамара є некоректною. Мова йде про те, що малі збурення у вхідних даних спроможні породити значні відхилення у результатах диференціювання.

Для коректної формалізації задачі визначення кутового прискорення доцільно врахувати структуру експериментальних даних. Уявімо, що ми володіємо набором вимірювань вихідної напруги потенціометричного датчика $\{U_1, U_2, \dots, U_n\}$, котрі отримані у моменти часу $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$. Таким чином, на основі цих даних потребується оцінити кутове прискорення $\varepsilon(t)$ для всіх $t \in [t_1, t_n]$.

Із математичної точки зору це можна трансформувати на задачу пошуку функції $\varepsilon(t)$, що задовольняє рівнянню:

$$\varepsilon(t) = (1/(U_s \cdot k)) \cdot (d^2U(t)/dt^2), \quad (2.11)$$

де $U(t)$ – невідома функція, для якої відомі значення в точках $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$.

Зважаючи на некоректність задачі диференціювання, доречно послуговуватися методами регуляризації, що дозволять отримати стійке наближене рішення. Так, загальний підхід до регуляризації можна виразити через пошук функції $\bar{U}(t)$, яка найкраще апроксимує експериментальні дані, враховуючи водночас додаткові обмеження на гладкість або інші властивості функції [11].

Отже, задача щодо визначення кутового прискорення зводиться до таких етапів:

- апроксимації експериментальних даних $\{U_1, U_2, \dots, U_n\}$ деякою гладкою функцією $\bar{U}(t)$.
- обчислення першої та другої похідних від функції $\bar{U}(t)$.
- визначення кутової швидкості та кутового прискорення згідно з формулами (2.9) і (2.10) із залученням отриманих похідних.

2.2 Математична модель потенціометричного датчика для вимірювання кутового прискорення

Для розроблення ефективної методики визначення кутового прискорення доцільно розробити детальну математичну модель потенціометричного датчика, що враховує всі суттєві чинники, котри власне впливають на процес вимірювання [11].

Більш детально вивчимо потенціометричний датчик із круговим резистивним елементом і поворотним ковзним контактом, який застосовується для вимірювання кутових параметрів обертової частини робототехнічної системи.

Так, базова математична модель окресленого датчика може набути такого виду:

$$U(t) = U_s \cdot K(\alpha(t)) + \delta(t), \quad (2.12)$$

де $\alpha(t)$ – кут повороту вала потенціометра;

$\delta(t)$ – випадкова складова, котра зважає на шуми та похибки вимірювань.

До того ж функція $K(\alpha)$ для реального потенціометра може відрізнятися від ідеальної лінійної залежності, зокрема нерівномірністю резистивного шару, нелінійністю характеристики та іншими чинниками. Здебільшого вона може набути такого виду:

$$K(\alpha) = k \cdot \alpha + f(\alpha), \quad (2.13)$$

де $f(\alpha)$ – функція, котра описує відхилення реальної характеристики потенціометра від лінійної.

Ба, більше, кут повороту вала потенціометра $\alpha(t)$ пов'язаний із кутом повороту досліджуваної деталі $\varphi(t)$ через співвідношення:

$$\alpha(t) = g(\varphi(t)), \quad (2.14)$$

де g – функція, котра описує механічний зв'язок між досліджуваною деталлю та валом потенціометра.

Переважно функція g може стати нелінійною в наслідок наявних люфтів, пружних деформацій, тертя й інших механічних чинників. Утім для спрощення аналізу доцільно розглянути лінійний зв'язок:

$$g(\varphi) = m \cdot \varphi, \quad (2.15)$$

де m – коефіцієнт передачі.

У разі додавання (2.13) і (2.15) до (2.12) здобудемо:

$$U(t) = U_s \cdot [k \cdot m \cdot \varphi(t) + f(m \cdot \varphi(t))] + \delta(t). \quad (2.16)$$

Для визначення кутового прискорення доречно обчислити другу похідну від кута повороту $\varphi(t)$ за часом. Виразимо $\varphi(t)$ з рівняння (2.16):

$$\varphi(t) = g^{-1}[(U(t) - \delta(t))/U_s], \quad (2.17)$$

де $g(\varphi) = k \cdot m \cdot \varphi + f(m \cdot \varphi)$;

g^{-1} – обернена функція до g .

У разі диференціювання (2.17) двічі за часом, отримаємо вираз для кутового прискорення:

$$\varepsilon(t) = d^2\varphi(t)/dt^2 = d^2/dt^2[g^{-1}[(U(t) - \delta(t))/U_s]]. \quad (2.18)$$

Зауважимо, що обчислення цього виразу загалом це складна задача, оскільки тут містяться обернена функція g^{-1} і випадкова складова $\delta(t)$. Для спрощення аналізу звернемо увагу на випадок ідеального потенціометра з лінійною характеристикою ($f(\alpha)=0$) й прямим з'єднанням із досліджуваною деталлю ($m=1$):

$$U(t) = U_s \cdot k \cdot \varphi(t) + \delta(t). \quad (2.19)$$

У такому разі:

$$\varphi(t) = (U(t) - \delta(t))/(U_s \cdot k). \quad (2.20)$$

Під час диференціювання (2.20) двічі за часом, здобудемо:

$$\omega(t) = d\varphi(t)/dt = (1/(U_s \cdot k)) \cdot (dU(t)/dt - d\delta(t)/dt), \quad (2.21)$$

$$\varepsilon(t) = d^2\varphi(t)/dt^2 = (1/(U_s \cdot k)) \cdot (d^2U(t)/dt^2 - d^2\delta(t)/dt^2). \quad (2.22)$$

Із рівняння (2.22) можемо резюмувати, що на точність визначення кутового прискорення впливають не лише друга похідна від вихідної напруги датчика, проте й друга похідна від випадкової складової $\delta(t)$, яка враховує шуми та похибки вимірювань. Зважаючи на те, що шумам переважно властивий високочастотний характер, то їхня друга похідна може значно перевищувати другу похідну від корисного сигналу, що, зі свого боку, призводить до значних похибок під час визначення кутового прискорення [12].

З метою врахування всіх суттєвих чинників, які впливають на процес вимірювання, доцільно розширити математичну модель потенціометричного датчика шляхом додавання до неї:

– нелінійності характеристики потенціометра:

$$K(\alpha) = k \cdot \alpha + a_2 \cdot \alpha^2 + a_3 \cdot \alpha^3 + \dots, \quad (2.23)$$

де a_2, a_3, \dots – коефіцієнти, котрі характеризують ступінь нелінійності;

– гістерезису характеристики потенціометра:

$$K(\alpha, \Delta\alpha) = k \cdot \alpha + h(\alpha, \Delta\alpha), \quad (2.24)$$

де $h(\alpha, \Delta\alpha)$ – функція, котра описує гістерезис;

$\Delta\alpha = d\alpha/dt$ – швидкість зміни кута;

– температурної залежності параметрів:

$$K(\alpha, T) = k(T) \cdot \alpha + f(\alpha, T), \quad (2.25)$$

де T – температура;

$k(T)$ – температурно-залежний коефіцієнт;

$f(\alpha, T)$ – функція, котра описує температурну залежність нелінійної складової;

– часової деградації характеристик:

$$K(\alpha, t) = k(t) \cdot \alpha + f(\alpha, t), \quad (2.26)$$

де $k(t)$ – коефіцієнт, який змінюється з часом, оскільки зношується;

$f(\alpha, t)$ – функція, котра описує зміну нелінійної складової з часом.

Беручи до уваги всі ці чинники, повна математична модель потенціометричного датчика набуде такого виду:

$$U(t) = U_s \cdot K(\alpha(t), \Delta\alpha(t), T(t), U_s \cdot k \cdot \varphi(t) + \delta(t). \quad (2.27)$$

Окреслена модель дозволяє більш точно описати процес вимірювання кутових параметрів шляхом застосування потенціометричних датчиків, до

того ж розробити ефективні методи компенсації різних чинників, які впливають на точність визначення кутового прискорення [11].

2.3 Аналіз проблеми некоректності в задачі визначення кутового прискорення

Як було досліджено в попередніх розділах, задача щодо визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків зводиться до обчислення другої похідної від вихідної напруги датчика за часом (2.22). Із математичної точки зору ця задача, в розумінні Адамара, є некоректною, зважаючи на те, що умова стійкості рішення не виконується, оскільки малі збурення у вхідних даних можуть породити значні відхилення у результатах [11].

З метою більш детального аналізу проблеми некоректності доцільно опрацювати процес чисельного диференціювання дискретних даних. Припустимо, $\{U_1, U_2, \dots, U_n\}$ є значеннями вихідної напруги потенціометричного датчика, що виміряні в моменти часу $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$ із постійним кроком $h = t_{i+1} - t_i$.

Для обчислення першої похідної можна застосувати формулу скінченних різниць:

$$(dU/dt)_i \approx (U_{i+1} - U_i)/h, \quad (2.28)$$

а для другої похідної

$$(d^2U/dt^2)_i \approx (U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1})/h^2. \quad (2.29)$$

Детально розглянемо вплив похибки вимірювань на результати диференціювання. Припустимо, що виміряні значення напруги мають похибки:

$$\tilde{U}_i = U_i + \delta_i, \quad (2.30)$$

де \tilde{U}_i – виміряне значення;

U_i – істинне значення;

δ_i – похибка вимірювання.

Тоді першу похідну зможемо обчислити так:

$$(d\tilde{U}/dt)_i \approx (\tilde{U}_{i+1} - \tilde{U}_i)/h = (U_{i+1} - U_i)/h + (\delta_{i+1} - \delta_i)/h. \quad (2.31)$$

Похибка обчислення першої похідної:

$$\Delta_1 = (\delta_{i+1} - \delta_i)/h. \quad (2.32)$$

За аналогією прораховуємо для другої похідної:

$$(d^2\tilde{U}/dt^2)_i \approx (\tilde{U}_{i+1} - 2\tilde{U}_i + \tilde{U}_{i-1})/h^2 = (U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1})/h^2 + (\delta_{i+1} - 2\delta_i + \delta_{i-1})/h^2. \quad (2.33)$$

Похибка обчислення другої похідної:

$$\Delta_2 = (\delta_{i+1} - 2\delta_i + \delta_{i-1})/h^2. \quad (2.34)$$

Із формул (2.33) і (2.35) простежуємо, що похибки диференціювання обернено пропорційно кроку h та h^2 відповідно. Тобто, у разі зменшення кроку дискретизації (що здебільшого застосовується для підвищення точності) похибки диференціювання зростають. Таким чином, задача чисельного диференціювання стає некоректною [12].

Для наочного відображення цієї проблеми розглянемо ще один приклад. Уявімо, що вихідна напруга потенціометричного датчика змінюється за синусоїдальним законом:

$$U(t) = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad (2.35)$$

де U_0 – амплітуда;

ω – частота.

Отже, перша та друга похідні від цієї функції:

$$dU(t)/dt = U_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t), \quad (2.36)$$

$$d^2U(t)/dt^2 = -U_0 \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t). \quad (2.37)$$

Якщо виміряні значення напруги враховують шуми з амплітудою δ , то відносна похибка вимірювання напруги становитиме:

$$\Delta U/U = \delta/U_0. \quad (2.38)$$

Відносна похибка обчислення першої похідної під час застосування формули (2.29):

$$\Delta(dU/dt)/(dU/dt) \approx (\delta/h)/(U_0 \cdot \omega) = (\delta/U_0) \cdot (1/(\omega \cdot h)). \quad (2.39)$$

Відносна похибка обчислення другої похідної у разі засосування формули (2.30):

$$\Delta(d^2U/dt^2)/(d^2U/dt^2) \approx (\delta/h^2)/(U_0 \cdot \omega^2) = (\delta/U_0) \cdot (1/(\omega \cdot h))^2. \quad (2.40)$$

Із формул (2.40) і (2.41) простежуємо, що відносна похибка обчислення першої похідної більша за відносну похибку вимірювання напруги в $1/(\omega \cdot h)$ разів, утім відносна похибка обчислення другої похідної – в $(1/(\omega \cdot h))^2$ разів більша.

Так, для типових значень параметрів ($\omega=2\pi$ рад/с, $h=0,01$ с) коефіцієнт підсилення похибки під час обчислення другої похідної дорівнює $(1/(\omega \cdot h))^2 \approx 2.5 \cdot 10^3$. У зв'язку з цим, якщо відносна похибка вимірювання напруги становить 0,1 %, то відносна похибка обчислення другої похідної може досягти 250 %, що, зі свого боку, робить результати обчислення кутового прискорення практично непридатними для застосування [9, 12].

Отже, проблема некоректності задачі щодо визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків окреслюється тим, що процедура подвійного диференціювання експериментальних даних спричиняє появу значного підсилення шумів і похибок вимірювань, через що результати стають нестійкими і неточними.

Для розв'язання цієї проблеми доцільно послуговуватися методами регуляризації, що дозволяють отримати стійке наближене рішення задачі диференціювання. Ці методи ґрунтуються як на введенні додаткової інформації про функцію, котру шукають, (на кшталт її гладкості), так і на пошуку компромісу між точністю апроксимації експериментальних даних і стійкістю рішення [12].

3 ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ТА ПЕРЕВІРКА РОЗРОБЛЕНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВИЗНАЧЕННЯ КУТОВОГО ПРИСКОРЕННЯ

3.1 Методи регуляризації для підвищення точності визначення кутового прискорення

Для подолання проблеми некоректності задачі щодо визначення кутового прискорення шляхом застосування потенціометричних датчиків доцільно послуговуватися спеціальними методами регуляризації, що дозволять отримати стійке наближене рішення [12].

Розглянемо головні методи регуляризації, котрими можна послуговуватись з метою підвищення точності визначення кутового прискорення:

3.1.1 Метод фільтрації сигналу

Один із найпростіших методів регуляризації полягає у фільтрації сигналу перед процедурою диференціювання. Власне фільтрація сприяє зниженню впливу високочастотних шумів, що підсилюються найбільше під час диференціювання.

Так, для фільтрації сигналу можна застосовувати різні типи фільтрів, як-от:

- фільтри нижніх частот (на кшталт фільтра Баттерворта чи фільтра Чебишева);
- згладжувальні фільтри (зокрема, ковзне середнє чи експоненціальне згладжування);
- адаптивні фільтри, властивості яких змінюються зважаючи на характеристики сигналу.

Отже, математично процедура фільтрації може набути такого виду:

$$\tilde{U}(t) = \int U(\tau) \cdot g(t-\tau) \cdot d\tau, \quad (3.1)$$

де $\tilde{U}(t)$ – відфільтрований сигнал;

$g(t)$ – ядро фільтра.

Для дискретних даних:

$$\tilde{U}_i = \sum U_j \cdot g_{i-j}, \quad (3.2)$$

де g_i – дискретне ядро фільтра.

Після процесу фільтрації сигналу можна залучити стандартні методи чисельного диференціювання з метою обчислення похідних.

3.1.2 Метод поліноміальної апроксимації

Цей метод засновано на апроксимації експериментальних даних поліномом певного степеня з подальшим аналітичним обчисленням похідних від цього полінома.

Припустимо, що поліном степеня n дорівнює:

$$P(t) = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 \cdot t^2 + \dots + a_n \cdot t^n, \quad (3.3)$$

де a_0, a_1, \dots, a_n – коефіцієнти, що прораховуються визначаються методом найменших квадратів $\sum (P(t_i) - U_i)^2 \rightarrow \min$.

Отже, перша та друга похідні від полінома:

$$P'(t) = a_1 + 2a_2 \cdot t + 3a_3 \cdot t^2 + \dots + n \cdot a_n \cdot t^{n-1}, \quad (3.4)$$

$$P''(t) = 2a_2 + 6a_3 \cdot t + \dots + n \cdot (n-1) \cdot a_n \cdot t^{n-2}. \quad (3.5)$$

Власне кутова швидкість і кутове прискорення обчислюються шляхом:

$$\omega(t) = (1/(U_s \cdot k)) \cdot P'(t), \quad (3.6)$$

$$\varepsilon(t) = (1/(U_s \cdot k)) \cdot P''(t). \quad (3.7)$$

Перевагою наведеного методу поліноміальної апроксимації позначимо можливість аналітичного обчислення похідних, яка враховує проблеми, що пов'язані з чисельним диференціюванням. Утім недолік полягає у ймовірній появі осциляцій у разі застосування поліномів високих степенів [14].

3.1.3 Метод регуляризації Тихонова

Метод регуляризації Тихонова вважається одним із найефективніших методів із розв'язання некоректних задач. Ґрунтується він на пошуку функції, котра не лише добре апроксимує експериментальні дані, але й характеризується певними властивостями гладкості.

У контексті обрахунку кутового прискорення власне метод регуляризації Тихонова можна визначити як задачу мінімізації функціонала:

$$J[U] = \sum (U(t_i) - U_i)^2 + \alpha \cdot \int (U''(t))^2 \cdot dt \rightarrow \min, \quad (3.8)$$

де α – параметр регуляризації, що визначає компроміс між точністю апроксимації даних і гладкістю функції.

Розв'язання цієї задачі може набути такого виду:

$$U(t) = \sum c_i \cdot B(t - t_i), \quad (3.9)$$

де $B(t)$ – базисна функція (як-от кубічний сплайн),

c_i – коефіцієнти, що обчислюються з умови мінімізації функціонала (3.8).

Після обрахування функції $U(t)$ переходимо до аналітичного обчислення її похідних, а також визначення кутової швидкості разом із кутовим прискоренням за формулами (2.9) – (2.10).

Утім основний момент у методі регуляризації Тихонова міститься у виборі параметра регуляризації α . Так, занадто мале значення α призводить до недостатньої регуляризації, отже, не дозволяє ефективно боротися з шумами, а занадто велике – до надмірного згладжування, що, зі свого боку, може призвести до втрати інформації про швидкі зміни кутового прискорення [15].

3.1.4 Метод вейвлет-перетворень

Метод вейвлет-перетворень вважається сучасним підходом щодо оброблення сигналів. Завдяки цьому методу можливо ефективно виділяти корисну інформацію на різних масштабах.

Пряме вейвлет-перетворення сигналу $U(t)$ реалізується як:

$$W(a,b) = (1/\sqrt{a}) \cdot \int U(t) \cdot \psi((t-b)/a) \cdot dt, \quad (3.10)$$

де $\psi(t)$ – вейвлет-функція;

a – параметр масштабу;

b – параметр зсуву.

Зворотне вейвлет-перетворення реалізується як:

$$U(t) = \iint W(a,b) \cdot (1/\sqrt{a}) \cdot \psi((t-b)/a) \cdot da \cdot db. \quad (3.11)$$

З метою регуляризації задачі диференціювання доречно звернутися до такого підходу:

- реалізувати вейвлет-перетворення сигналу;
- відфільтрувати коефіцієнти вейвлет-перетворення шляхом видалення чи зменшення ваги коефіцієнтів, які відповідають високочастотним шумам;
- виконати зворотне вейвлет-перетворення з метою отримання

відфільтрованого сигналу;

- залучити стандартні методи чисельного диференціювання для обчислення похідних.

Отже, перевага методу вейвлет-перетворень полягає у можливості адаптивної фільтрації сигналу з урахуванням його локальних особливостей. Це дозволяє ефективно боротися з шумами, а також зберігати інформацію про швидкі зміни сигналу [16].

3.2 Практична реалізація та експериментальна перевірка запропонованої математичної моделі

З метою практичної реалізації й експериментальної перевірки розробленої математичної моделі визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків було спроектовано експериментальний стенд, а також проведено серію випробувань.

Так, експериментальний устаткований низкою компонентів, зокрема:

- електродвигуном постійного струму з регульованою швидкістю обертання;
- потенціометричним датчиком із круговим резистивним елементом (з номінальним опором 10 кОм, лінійною характеристикою);
- механічним з'єднанням валу двигуна з валом потенціометра;
- системою збору даних на базі АЦП з частотою дискретизації 1 кГц;
- ПК із ПЗ для оброблення даних і візуалізації результатів;
- еталонним датчиком кутового прискорення для порівняння результатів.

Крім того, для експериментальної перевірки розробленої моделі було проведено серію експериментів із різними режимами обертання валу двигуна:

- рівномірне обертання з постійною кутовою швидкістю;
- прискорене обертання з постійним кутовим прискоренням;
- синусоїдальна зміна кутової швидкості;

– випадкова зміна кутової швидкості.

Під час кожного експерименту вимірювалася вихідна напруга потенціометричного датчика та показання еталонного датчика кутового прискорення. Для оброблення даних було розроблено ПЗ, котре реалізує різні методи регуляризації.

Для оцінки ефективності розроблених методів послуговувались такими критеріями:

– середньоквадратичною похибкою визначення кутового прискорення:

$$\text{RMSE} = \sqrt{(\sum(\varepsilon_m - \varepsilon_e)^2/n)}, \quad (3.12)$$

де ε_m – кутове прискорення, що визначене шляхом залучення розробленої моделі;

ε_e – кутове прискорення, що було виміряне еталонним датчиком;

n – кількість вимірювань;

– максимальною абсолютною похибкою:

$$\text{MAX} = \max|\varepsilon_m - \varepsilon_e|; \quad (3.13)$$

– відносною похибкою:

$$\text{REL} = \sum|\varepsilon_m - \varepsilon_e| / \sum|\varepsilon_e|. \quad (3.14)$$

Результати експериментів для різних методів регуляризації відображено в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Порівняння методів регуляризації для визначення кутового прискорення

Метод регуляризації	RMSE, рад/с ²	MAX, рад/с ²	REL, %
Без регуляризації	12,45	45,67	87,3
Фільтрація сигналу (фільтр Баттерворта)	3,78	9,52	18,6
Поліноміальна апроксимація ($n=5$)	2,94	8,21	14,5
Регуляризація Тихонова ($\alpha=0,01$)	1,83	5,67	9,2
Вейвлет-перетворення (Добеші 4)	1,67	4,98	8,5
Комбінований метод	1,42	4,12	7,3

Відповідно до таблиці 3.1, усі методи регуляризації значно покращують точність визначення кутового прискорення порівняно з безпосереднім диференціюванням без регуляризації. Так, найкращі результати продемонстрував комбінований метод, який містить попередню фільтрацію сигналу з подальшим застосуванням регуляризації Тихонова.

Крім того, аналогічні дослідження було проведено для інших методів регуляризації, що дозволило окреслити їхні оптимальні параметри:

- для фільтра Баттерворта – частота зрізу 50 Гц, порядок фільтра 4;
- для поліноміальної апроксимації – ступінь полінома $n=5$, ширина вікна апроксимації 0,1 с;
- для вейвлет-перетворення – вейвлет Добеші 4, рівень декомпозиції 3.

З метою оцінки стійкості розроблених методів до шумів було проведено серію експериментів із додатковим штучним зашумленням сигналу. У такому разі до вихідної напруги потенціометричного датчика додавався білий гаусівський шум з різним відношенням сигнал/шум (SNR). Результати цих експериментів подано в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Залежність відносної похибки визначення кутового прискорення від рівня шуму

SNR, дБ	Без регуляризації, %	Фільтрація сигналу, %	Регуляризація Тихонова, %	Комбінований метод, %
40	87,3	18,6	9,2	7,3
30	152,4	25,3	12,7	9,8
20	289,7	38,9	18,5	14,2
10	578,2	62,4	32,1	24,7

Відповідно до таблиці 3.2 можемо резюмувати, що всі методи регуляризації значно підвищують стійкість до шумів порівняно з безпосереднім диференціюванням без регуляризації. Втім найкращу стійкість до шумів продемонстрував комбінований метод.

Для оцінки впливу частоти дискретизації на точність визначення кутового прискорення було проведено серію експериментів за допомогою різних частот дискретизації АЦП.

Власне результати цих експериментів відображено в таблиці 3.3.

Таблиця 3.3 – Залежність відносної похибки визначення кутового прискорення від частоти дискретизації

Частота дискретизації, Гц	Без регуляризації, %	Фільтрація сигналу, %	Регуляризація Тихонова, %	Комбінований метод, %
100	187,5	32,4	16,8	13,2
500	103,2	22,7	11,5	9,1
1000	87,3	18,6	9,2	7,3
5000	72,9	15,3	7,8	6,2

Відповідно до таблиці 3.3 можемо зазначити, що збільшення частоти дискретизації покращує точність визначення кутового прискорення для всіх методів. Утім, починаючи з частоти 1кГц, подальше її збільшення породжує відносно невеликий приріст точності, особливо для методів із регуляризацією.

За результатами проведених експериментів можна підсумувати, що розроблений комбінований метод визначення кутового прискорення за допомогою потенціометричних датчиків забезпечує високу точність і стійкість до шумів. До того ж, відносна похибка визначення кутового прискорення становить близько 7,3 % за частоти дискретизації 1кГц і відношенні сигнал/шум 40 дБ, що, зі свого боку, є цілком прийнятним для більшості практичних реалізацій.

Таким чином, розроблений метод може бути успішно використаний серед дослідницьких прототипів роботів для тестування алгоритмів керування та інших систем автоматизації.

4 ОХОРОНА ПРАЦІ

4.1 Аналіз умов праці в лабораторії

Дослідження з кваліфікаційної роботи проводилися в лабораторії розміром: 4,2 м × 3,5 м × 3,2 м. У приміщенні працює 1 людина. Площа приміщення становить 14,7 м², об'єм – 47,04 м³. На одне робоче місце припадає вся площа і об'єм приміщення, відповідає нормативному документу НПАОП 0.00-1.28-10 [17].

Було визначено, згідно з ДСТУ 2293-99, що в лабораторії існують небезпечні та шкідливі фактори:

- знижена рухливість повітря;
- недостатня освітленість робочої зони;
- підвищене значення напруги в електричному ланцюзі, замикання якого може відбутися через тіло людини (небезпечний фактор).

Домінуючий шкідливий виробничий фактор – недолік штучного освітлення.

4.2 Промислова безпека в лабораторії

В лабораторії використовується трифазна чотирьохдротова мережа змінного струму напругою 220/380 В, частота 50 Гц, режим нейтралі – глухозаземлена. Згідно НПАОП 40.1-1.21-98, приміщення належить до класу приміщень без підвищеної небезпеки. Умови, які створюють підвищену та особливу небезпеку (підвищена вологість, струмопровідна пил, струмопровідні підлоги, можливість одночасного дотику до заземлених металоконструкцій будівлі і металевих поверхонь електроприладів), відсутні.

Для захисту працівників від ураження електричним струмом в лабораторії, згідно НПАОП 40.1-1.32-01, використовується система заземлення TN-C-S типу та захисне відключення.

Необхідно проводити контроль ізоляції відповідно до вимог ПУЕ-2011. Контроль проводити між нульовим та фазним провідниками, а також між фазами. Опір ізоляції не менше 500 кОм на фазу. Контроль проводити не рідше 1 разу на рік при відключеному електроживленні.

Електропроводка в приміщенні виконана з можливістю заміни: прихована в каналах будівельних конструкцій, що відповідає вимогам НПАОП 40.1-1.32-01.

4.3 Виробнича санітарія і гігієна праці

Роботи, що виконуються в приміщенні лабораторії, проводяться сидячи та не потребують систематичних важких фізичних навантажень, підняття та перенесення важких речей. В таких умовах енерговитрати працівників складають не більше 120 ккал/год. Отже, виконувані роботи відносяться до категорії 1а .

Згідно ДСН 2.2.6.042-99 та категорії виконуваних робіт, для приміщення встановлені наступні оптимальні норми мікроклімату: температура в літній період 23 – 25 °С, в зимовий період 22 – 24 °С, відносна вологість повітря 40 – 60 %, швидкість руху повітря $\leq 0,1$ м/с.

Щоб забезпечити необхідні норми мікрокліматичних параметрів та чистоти повітря в лабораторії використовується кондиціонування. Підтримка зазначених параметрів в холодний період здійснюється системою опалення відповідно до СНиП 1.04.05-91.

Ще одним шкідливим фактором є розумове перенапруження. Основні заходи щодо захисту від розумового перенапруження людини:

– регулярно, через кожні 40 – 50 хв. робочого часу робити технологічні перерви, для розрядки розумового напруження;

– проведення фізичних вправ (зарядки, розминки) під час перерви.

Рівень загального штучного освітлення приміщення можна перевірити за допомогою методу питомої потужності.

Розрахунок штучного освітлення проводиться методом коефіцієнта використання світлового потоку. Мета перевірного розрахунку – визначення фактичної освітленості в приміщенні. Основна розрахункова формула методу коефіцієнта використання світлового потоку:

$$F = \frac{E_f k_z S_z}{n \eta \gamma N}, \quad (4.1)$$

де E_f – фактична освітленість, лк;

S – площа освітлюваного приміщення, що залежить від розмірів приміщення;

z – коефіцієнт нерівномірності освітленості ($z=1,1$);

k_z – коефіцієнт запасу, що враховує запилення світильників та знос джерел запасу світла в процесі експлуатації;

N – кількість світильників в ряду;

η – коефіцієнт використання світлового потоку ламп;

γ – коефіцієнт затінення ($\gamma=0,8$);

n – кількість рядів світильників;

У таблиці 4.1 наведено вихідні дані.

Таблиця 4.1 – Вихідні дані

F_l	n_l	N	η	N	k_z
1600	2	2	0.5	4	1.5

Фактична освітленість складає:

$$E_f = \frac{Fm\eta\gamma N}{k_z S_z}, \quad (4.2)$$

$$F = F_i n_i. \quad (4.3)$$

$$F = 1600 \cdot 2 = 3200 \text{ Лк.}$$

$$E_f = \frac{3200 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot 4 \cdot 0,88}{1,5 \cdot 14,07 \cdot 1,1} = 441 \text{ Лк.}$$

За результатами розрахунку отримали освітленість складає 441 лк, що належить допустимому діапазону 200 – 500 лк. У приміщенні нестачі штучного освітлення немає.

4.4 Пожежна безпека лабораторії

Приміщення лабораторії за вибухо- та пожежною небезпекою відноситься до категорії В за НАПБ Б.02.002-2007, оскільки в приміщеннях лабораторії знаходяться тверді горючі матеріали [17]. Основними причинами виникнення пожежі можна вважати:

- випадкове пошкодження ізоляції струмоведучих провідників;
- незадовільний стан вилок, розеток;
- перенавантаження дротів живлення.

Лабораторія розташована в будівлі II ступеня вогнестійкості відповідно до ДБН В.1.1.7-2016 .

За пожежонебезпекою, згідно з ПУЕ-2011, лабораторія належить зоні П – Па [17]. У ній присутні тверді горючі речовини, папір, меблі, одяг.

Заходи пожежної профілактики відповідно до ГОСТ 11.1.004-91. ССБТ, до яких входять: застосування системи запобігання пожежі, протипожежного захисту, виконання організаційних заходів.

Згідно НАПБ Б02.001-2004 в приміщеннях розміщені первинні засоби пожежогасіння – вуглекислотний вогнегасник ВВК-1,4 з розрахунку 1 вогнегасник на 3 ПК, але не менше 1 на приміщення [17].

Згідно ДБН В.1.5.56-2010 в приміщеннях встановлено точковий димової-пожежний сповіщувач ДП-1, який контролює площу до 86 м².

ВИСНОВКИ

Під час виконання кваліфікаційної роботи було розроблено математичну модель визначення кутового прискорення шляхом застосування потенціометричних датчиків, а також запропоновано методи регуляризації для підвищення точності вимірювань.

Крім того, були проаналізовані сучасні методи вимірювання кутового прискорення, за результатами яких виявлено, що застосування потенціометричних датчиків містить суттєві переваги з точки зору вартості та доступності. Таким чином, цей метод набуває привабливості для дослідницьких прототипів роботів.

Також досліджено фізичні принципи функціонування резистивних датчиків і виявлено, що з метою визначення кутового прискорення шляхом потенціометричних датчиків доречно обчислити другу похідну від вихідної напруги за часом, що, в розумінні Адамара, стає некоректною задачею.

Розроблено детальну математичну модель потенціометричного датчика, що враховує різні чинники, котрі впливають на процес вимірювання, зокрема, нелінійність характеристики, гістерезис, температурну залежність та часову деградацію.

Проведено аналіз проблеми некоректності в задачі щодо визначення кутового прискорення та зазначено, що процедура подвійного диференціювання експериментальних даних призводить до значного підсилення шумів та похибок вимірювань, через що результати стають нестійкими та неточними.

До того ж, запропоновано та досліджено різні методи регуляризації задля підвищення точності визначення кутового прискорення, як-от фільтрацію сигналу, поліноміальну апроксимацію та регуляризацію Тихонова разом із вейвлет-перетвореннями, а також їхніми комбінаціями.

Проведено експериментальну перевірку запропонованих методів, яка продемонструвала, що комбінований метод, який складається з попередньої фільтрацією сигналу з подальшим застосуванням регуляризації Тихонова, реалізує найвищу точність визначення кутового прискорення з відносною похибкою наближеною до 7,3 % за належних умов.

Крім того, було досліджено вплив різних чинників на точність визначення кутового прискорення, зокрема, рівень шуму, частота дискретизації та параметри методів регуляризації, а також визначено оптимальні значення цих параметрів.

Тож розроблені методи та моделі можуть бути успішно застосовані під час проведення дослідницьких робіт з метою тестування алгоритмів керування та інших систем автоматизації перед їхнім упровадженням до повномасштабних проєктів. Отже, перспективними напрямками подальших досліджень можуть стати як розроблення адаптивних методів регуляризації, котрі автоматично налаштовують свої параметри залежно від характеристик сигналу, так і використання методів машинного навчання задля підвищення точності визначення кутового прискорення.

У розділі «Охорона праці» розраховано штучне освітлення в дослідницькій лабораторії, де виконувалась кваліфікаційна робота з моделювання процесів в резистивних датчиках кутової прискорення ланок (дослідницького робота).

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. ДСТУ 3008:2015 Інформація та документація «Звіти у сфері науки і техніки». Структура та правила оформлювання. / В. Земцева; Ю. Поліщук, канд. фіз.-мат. наук; Р. Санченко, канд. техн. наук; Л. Шрамко; А. Ямчук (науковий керівник) ДП «УкрНДНЦ» від 22 червня 2015р. № 61 з 2017- 07-01.

2. Методичні вказівки з підготовки кваліфікаційної роботи для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної і заочної форми навчання спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» освітньої програми «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / Упоряд.: І.Ш. Невлюдов, О.І. Филипенко, О.В. Токарева, С.П. Новоселов, О.В. Сичова. – Харків: ХНУРЕ, 2022. – 64 с.

3. Навчальний посібник з підготовки кваліфікаційної роботи бакалавра для здобувачів вищої освіти денної і заочної форм навчання спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» освітньої програми «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» : Навчальний посібник / І. Ш. Невлюдов, В.А. Андрусевич, О. В. Токарева, С. П. Новоселов, О. В. Сичова. – Харків : Видавництво Іванченка І. С., 2022. 151 с.

4. Maksym Cherkashyn, Irina Kolupaieva, Yurii Romashov. Potentiometer sensors of an angular acceleration for research robots to benchmark smart cities applications // I International Conference “Sustainable smart cities and communities: business and innovation solutions” – SSC&C2025, Kharkiv, Ukraine, April 21, 2025. pp. 56-58.

5. Корендій В. М., Бушуєв О. В. Сучасні методи вимірювання кутових параметрів у роботах. Вісник НУ "Львівська політехніка", серія "Автоматика, вимірювання та керування". – 2018. № 59. С. 43-51.

6. Kolupaieva, I., Nevliudov, I., Romashov, Y., Tiesheva, L., & Vértesy, L. (2024). Intelligent Automated Control in Accordance with Resource Efficiency Criteria toward Circular Economy Transition. *Lecture Notes in Networks and Systems*, 1089 LNNS. – pp. 133–141, https://doi.org/10.1007/978-3-031-67195-1_17.
7. Кухарчук В.В. Основи метрології та електричних вимірювань: Підручник / В. В. Кухарчук, В. Ю. Кучерук, Є. Т. Володарський, В. В. Грабко. – Херсон: Олді-плюс, 2013. – 538 с.
8. Бурштинський М. В., Хай М. В., Харчишин Б. М. Давачі. – Львів: ТзОВ «Простір М», 2014. – 202 с.
9. Бабак В. П. Обробка сигналів: Підручник // В. П. Бабак, В. С. Хандецький, Е. Шрюфер. – К.: Либідь, 2019. – 392 с.
10. Sandip Banerjee, Boka Raton. *Mathematical Modeling: Models, Analysis and Applications*, 2nd Edition / FL: Chapman and Hall/CRC Press, Taylor & Francis Group, 2022. – 433 pp.
11. Regtien P., Dertien E. *Sensors for Mechatronics*, 2nd Edition. – Elsevier, 2018. – 380 p.
12. Cheng Peng, Li Chen. Model Reference Adaptive Control Based on Adjustable Reference Model during Mode Transition for Hybrid Electric Vehicles / *Mechatronics*, Volume 87 (1), 2022, 102894, ISSN 0957-4158.
13. Lyshevski S. E. *Mechatronics and Control of Electromechanical Systems* – Boca Raton: CRC Press, 2017. – 486 p.
14. Cetinkunt Sabri. *Mechatronics with Experiments*, 2nd Edition. – Wiley, 2015. – 904 p.
15. De Silva C. W. *Mechatronics: A Foundation Course* – Boca Raton: CRC Press Taylor & Francis Group, 2010. – 867 p.
16. Mehran Mirzaei, Pavel Ripka, Vaclav Grim, An eddy current speed sensor with a novel configuration of longitudinal and transversal coils, *Sensors and Actuators A: Physical*, Volume 352, 2023, 114201.

17. Комплекс навчально-методичного забезпечення навчальної дисципліни «Організація керування умовами праці» підготовки освітнього рівня бакалавр усіх спеціальностей та усіх напрямів університету [Електронний ресурс] / ХНУРЕ; розроб.: Т.Є. Стиценко, Г.В. Пронюк, Н.М. Сердюк. – Харків, 2017. – 108 с.