УДК 621.385

А. В. ВАСЯНОВИЧ

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ МНОГОЧАСТОТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В УСИЛИТЕЛЯХ М-ТИПА С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ЭМИССИЕЙ

Широкое развитие средств вычислительной техники позволяет достаточно глубоко исследовать механизм взаимодействия в усилителях М-типа. Созданные численные модели, использование которых дало возможность заменить трудоемкий физический эксперимент, дают детальную информацию о работе приборов. Наиболее полно и адекватно отображают процесс взаимодействия модели, описанные в работах [1; 2; 3]. Однако большинство существующих моделей исследует одночастотный режим работы усилителей, а многочастотный режим рассматривался только со стороны усиления нескольких сигналов, поданных на вход приборов. При этом в большинстве случаев для изучения этого режима использовались аналитические и приближенные модели, которые не могут глубоко и полно описать физику происходящих в усилителях этого типа явлений. Отметим, что в литературе не приведены результаты исследования процесса генерации гармоник основной рабочей частоты. В особенности затруднено моделирование работы усилителей обратной волны (амплитронов), где в связи с вращением электронного потока навстречу движению электромагнитной энергии в моделях из работ [1; 2], например, необходимо подбирать такие начальные условия на выходе, чтобы выполнились условия, существующие на входе. Попытка использовать такой подход для моделирования процесса генерации гармоник в амплитроне [4] показала, что для этого требуется неоправданно много времени счета и памяти ЭВМ.

Таким образом, задача численного моделирования многочастотного режима работы усилителей *М*-типа с распределенной эмиссией и замкнутым электронным потоком актуальна. Рассмотрим численную цилиндрическую модель, позволяющую исследовать этот режим работы усилителей прямой и обратной волны. При построении модели использовались результаты исследований [2; 3].

Опишем математический аппарат модели усилителя с распределенной эмиссией. Основу ее составляет самосогласованная система интегродифференциальных уравнений движения, взаимодействия и уравнения Пуассона для расчета поля пространственного заряда. Отличительными особенностями модели являются: исследование процесса взаимодействия в случае различной кривизны электродов (в том числе и отрицательной $r_а < r_к$), что позволяет в предельном переходе рассмотреть и линейную конструкцию прибора (при $r_а \to \infty$); моделирование процессов одновременно на всей длине системы, включающей пространство взаимодействия и пространство дрейфа; использование метода «крупных частиц»; нахождение истинной траектории каждой частицы; расчет многочастотного режима работы с учетом отражения ВЧ-энергии от нагрузки. Здесь исследован процесс генерации гармоник, хотя в модели предусматривается и рассмотрение усиления нескольких сигналов, поданных на вход усилителя.

В модели введены следующие ограничения и допущения: рассматривается двумерная задача; релятивистские эффекты и магнитные составляющие ВЧ-полей не учитываются; статические электрическое и магнитное поля в пространстве взаимодействия однородны, хотя это условие и не является существенным ограничением и модель может быть распространена на системы с изменяющимися вдоль азимута параметрами; предполагается, что электронный поток взаимодействует только с одной пространственной гармоникой.

Уравнения движения. Движение частиц рассматриваем в неподвижной цилиндрической системе координат. Для нормализованных координат и скоростей частиц введем обозначения

$$R = \frac{r - r_к}{r_а - r_к}; \quad \Phi = \gamma\varphi; \tag{1}$$

$$U_r = \frac{V_r}{V_\varphi^a}; \quad \theta = \frac{\tilde{\Omega}}{\Omega}, \tag{2}$$

где $r_к$, $r_а$ — радиусы катода и анода; γ — постоянная распространения; Ω — угловая скорость основной пространственной гармоники; $V_\varphi^a = r_а\Omega$; $\bar{\Omega} = V_\varphi/r$.

Независимые переменные в нормализованном виде запишем $T = \omega_c t$; $T_0 = \omega_c t_0$; $\Phi_0 = \Omega t_0$ (3). Здесь ω_c — циклотронная частота, $\omega_c = \left|\frac{e}{m}\right| B_0$, где e, m — заряд и масса электрона; B_0 — индукция постоянного магнитного поля; t_0 — время влета.

Тогда, используя (1), (2), (3), исходные уравнения движения Ньютона принимают вид

$$\frac{dU_r}{dT} = -G\left\{\tilde{E}_r + \bar{E}_r - \frac{1}{\varepsilon(1+R\xi)} + \frac{\varepsilon(1+R\xi)\theta}{G}\left(1 - \frac{\omega}{\omega_c}\frac{\theta}{\gamma}\right)\right\};$$

$$\frac{d\theta}{dT} = -\frac{G}{\varepsilon(1+R\xi)}\left\{\tilde{E}_\varphi + \bar{E}_\varphi - \frac{U_r}{G}\left(1 - 2\frac{\omega}{\omega_c}\frac{\theta}{\gamma}\right)\right\};$$

$$\frac{d\Phi}{dT} = \frac{\omega}{\omega_c}\theta; \quad \frac{dR}{dT} = \frac{U_r\omega}{\varepsilon\xi\omega_c}, \tag{4}$$

где $\tilde{E}_r$, $\tilde{E}_\varphi$, $\bar{E}_r$, $\bar{E}_\varphi$ — нормализованные к $E_0(r_а)$ составляющие напряженности ВЧ-поля и поля пространственного заряда (ПЗ) соответственно; $E_0(r_а)$ — напряженность статического электрического поля на уровне анода; $G = E_0(r_а)/V_\varphi^a B_0$; $\varepsilon = r_к/r_а$; $\xi = \frac{r_а}{r_к} - 1$.

Уравнения движения (4) решаются методом Рунге—Кутта четвертого порядка с фиксированным шагом интегрирования ΔT. При этом предполагается, что в пределах шага ВЧ и ПЗ силы, действующие на рассматриваемую частицу, являются квазистатическими.

При вылете частиц на анод вычисляется их энергия бомбардировки и они исключаются из рассмотрения. При вылете на катод, кроме того, рассматриваются вторично-эмиссионные эффекты. При этом зависимость коэффициента вторичной эмиссии от энергии первичных частиц моделируется формулой

$$\sigma = 1{,}57\sigma_m (W_p/W_{pm})^{0{,}45} \exp[-0{,}55(W_p/W_{pm}), \tag{5}$$

где σ_m — максимальное значение коэффициента вторичной эмиссии; W_p — энергия первичной частицы в момент удара; W_{pm} — энергия первичной частицы, соответствующая σ_m. Испускание вторичных частиц происходит из мест их попадания на катод.

Уравнения взаимодействия. Для определения составляющих ВЧ-поля, действующего на каждую частицу в пространстве взаимодействия, необходимо решить неоднородную систему уравнений Максвелла при соответствующих граничных условиях. Но, так как численное решение указанной системы чрезвычайно сложно и трудоемко, применим для этой цели теорию возбуждения волноводов в случае непрямолинейных электронных потоков [5]. Отметим, что присутствие электронного потока в пространстве взаимодействия приводит к фазовому сдвигу $\Phi'_{\pm sn}$ квазистатической $\pm s$-й «холодной» ВЧ-волны в замедляющей системе относительно электронного потока, и предположим, что коэффициенты $C_{\pm sn}$, $\Phi'_{\pm sn}$ являются медленно меняющимися функциями координаты φ. Тогда представим комплексную амплитуду ВЧ-волны в виде

$$C_{\pm sn}(\varphi) = |C_{\pm sn}(\varphi)| e^{j\Phi'_{\pm sn}}, \tag{6}$$

где $+s$ характеризует волны, фазовые скорости которых совпадают по направлению с дрейфом электронного потока; $-s$ — встречные волны.

Заменим интегрирование правых частей уравнений возбуждения [5] суммированием по всем частицам, влетевшим в пространство объемом $\Delta V = S_\perp \Delta\varphi$, где $S_\perp$ — площадь поперечного сечения пространства взаимодействия; $\Delta\varphi = 2\pi/N$; N — количество узлов сетки разбиения в азимутальном направлении. Получим

$$\frac{dA_{\pm sn}}{d\varphi} = \pm \Psi_{\pm sn} \sum_{\Delta V} \sum_{T} (U_r F_{\pm snr} \sin\Phi^*_{sn} + \theta[R(1-\varepsilon)+\varepsilon] F_{\pm sn\varphi} \cos\Phi^*_{sn});$$

$$\frac{d\Phi'_{\pm s_n}}{d\varphi} = \pm \frac{\Psi_{\pm sn}}{A_{\pm sn}} \sum_{\Delta V} \sum_{T} (U_r F_{\pm snr} \cos\Phi^*_{sn} - \theta[R(1-\varepsilon)+\varepsilon] \times F_{\pm sn\varphi} \sin\Phi^*_{sn}). \tag{7}$$

Здесь $\Phi^*_{sn} = \Phi + \Phi'_{sn}$; $\Psi_{\pm sn} = \dfrac{\omega Q_e \Omega N_p^2 \sin^2\gamma_n \alpha R_{св}(n)}{\omega_c 2\pi^2 r_a \Delta\varphi E_0(r_a)}$;

N_p — количество рабочих резонаторов; α — половина углового размера щели резонатора; $R_{св}(n)$ — сопротивление связи на частоте $n\Omega$; $\omega = \gamma\Omega$; Q_e — заряд „крупной“ частицы“; $F_{\pm snr}$, $F_{\pm sn\varphi}$ — структурные функции; $A_{\pm sn} = C_{\pm sn}(\varphi) N_p \sin\gamma_n\alpha / \pi\gamma_n E_0(r_a)$.

Знаки «+», «—» перед интегралами в (7) характеризуют взаимодействие с прямой и обратной волнами замедляющей системы.

Методика нахождения $A_{\pm sn}, \Phi'_{\pm sn}$ аналогична изложенной в работе [3]. Отличие состоит в том, что в предлагаемой модели используется представление комплексной амплитуды ВЧ-волн в виде (6), а в [3] — в виде амплитуд косинус- и синус-составляющих ВЧ-волн. Кроме того, нами используется более универсальная подпрограмма расчета структурных функций ВЧ-поля, что позволяет находить составляющие напряженности поля в случае различной кривизны электродов. Расчет этих функций для всех гармоник проводится всего один раз в начале счета для всего пространства взаимодействия. Результаты в виде таблицы передаются через общую область в нужные подпрограммы, где по текущему радиусу «отбираются» соответствующие ему значения структурных функций. Следует отметить, что ввиду рассмотрения процессов взаимодействия на всей электрической длине прибора счет структурных функций на каждом шаге для каждой частицы практически невозможен, так как даже в случае применения приближенной формулы из работы [6] время счета будет в 3—5 раз больше по сравнению с табличным представлением.

Уравнение Пуассона. В цилиндрической системе координат для потенциала U уравнение имеет вид

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial U}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}=-\frac{\rho(r,\varphi)}{\varepsilon_0}. \tag{8}$$

Граничные условия: $U(\varphi, r_к)=U_к$, $U(\varphi, r_а)=U_а$; $U(\varphi, r)=U(\varphi, r\pm L)$ — условие периодичности, где L — период системы; $U_к$, $U_а$ — потенциалы на катоде и аноде.

Пусть $z=\varphi$, $y=\ln(r/r_к)$, тогда (8) запишем в виде

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}=-\frac{\rho(y,z)}{\varepsilon_0} \tag{9}$$

и решим в прямоугольной области $[0, H; 0, L]$, причем $L=2\pi$, $H=\ln(r_а/r_к)$, $\rho(y,z)=dQ_e/(\varepsilon_0 dy dz U_а)$.

В результате решения (9) методом Хокни определяем распределение потенциала ПЗ. Окончательно в цилиндрической системе координат выражения для составляющих напряженности поля ПЗ имеют вид

$$\overline{E}_r=-\frac{(M-1)}{\varepsilon(1+R\xi)}\overline{E}_y;\quad \overline{E}_\varphi=-\frac{\ln(1/\varepsilon)(N-1)}{2\pi\varepsilon(1+R\xi)}\overline{E}_z.$$

Здесь M — количество узлов сетки разбиения в радиальном направлении; $\overline{E}_{y,z}$ — значения составляющих напряженности поля ПЗ в прямоугольной системе координат.

Моделирование начального состояния электронного потока. Так как исследуется стационарный режим работы усилителя, особых требований в отношении точности воспроизведения физики формирования начального состояния потока нет (в отличие, например, от работы [3], где моделируется переходной режим работы). В данном случае основным критерием является время формирования электронной втулки, квазиламинарное состояние которой представляется следующим образом. Предполагается наличие термоэмиссионного катода, с поверхности которого при «включенных» статических (электрическом и магнитном) полях эмитируются «слои» укрупненных частиц с нулевыми скоростями и координатами $R_i=0$, $\Phi_i=\Phi_{i-1}+\Delta\Phi$, где $\Delta\Phi=2\pi/N_i$; N_i — количество частиц в «слое»; i — индекс частицы в «слое»; $\Phi_0=0$. Запускается столько «слоев» и, естественно, частиц, сколько предполагается использовать на начальном этапе (или до достижения определенной плотности заряда во втулке). Для этих частиц решаются уравнения движения без учета действия сил ПЗ. Через некоторое число шагов втулка будет сформированной. Для существенного уменьшения времени формирования используется следующее явление: в отсутствие ВЧ-поля и поля ПЗ частицы j-«слоя» полностью повторяют ход траекторий ($j-1$)-«слоя». Таким образом, решаются уравнения движения только для одного «слоя» в течение циклотронного периода T_c. Остальные формируются запоминанием его состояния через определенное количество временных шагов. Равномерность заполнения достигается подбором шага решения уравнений движения. Начальное представление электронного потока в виде такой статической втулки является физически оправданным, так как в реальном случае усилителей с холодным катодом электронный поток после выключения ВЧ-поля формируется в таком виде и именно частицы из такой втулки будут определять процесс группировки на следующем цикле интегрирования.

Методика моделирования. Для численной реализации предлагаемой математической модели выбираются входные параметры, которые характеризуют заданное состояние модели. К ним относятся геометрические размеры (число резонаторов, радиусы электродов, угловой размер щели резонатора), «холодные» электродинамические параметры (частота ВЧ-сигнала, сопротивление связи, фазовый сдвиг на ячейку), электрический режим (значения входной мощности, статических электрического и магнитного полей), а также параметры, характеризующие вторичную электронную эмиссию.

В процессе счета на каждом шаге интегрирования определяются координаты и скорости частиц, а также значения амплитуд A_n и фаз Φ'_n ВЧ-волн. Практический интерес представляет и вычисление интегральных величин, которые позволяют сравнить выходные параметры модели с аналогичными реальных приборов (ВЧ-мощности, постоянного анодного тока, коэффициента усиления, КПД). Кроме того, в процессе численной реализации модели вычисляются гармоники конвекционного и наведенного токов, распределение объемной плотности заряда вдоль длины усилителя, мощности бомбардировки электродов и др.

Предлагаемая модель реализована на алгоритмическом языке Фортран-IV. Так как число взаимодействующих частиц должно быть порядка 1000 на период ВЧ-волны, расчет многочастотного режима возможен только на ЭВМ с быстродействием 0,5—1 млн операций в секунду и оперативной памятью 1—2 Мбайт. Время счета на ЭВМ типа ЕС-1050 без учета встречного излучения составляет 2—3 ч.

Таким образом, разработанная численная модель усилителя М-типа с распределенной эмиссией позволяет исследовать как процесс генерации гармоник основной рабочей частоты при подаче на вход монохроматического сигнала, так и режим усиления нескольких сигналов различной амплитуды и частоты, поданных на вход прибора. Кроме того, возможно рассмотрение вторичноэмиссионных и тепловых явлений на электродах (так как используется метод «крупных частиц» и вычисляются истинные траектории частиц); модель позволяет изучать процессы при наличии изменяющихся в азимутальном направлении статических полей, сопротивления связи; предусмотрен учет отражения ВЧ-энергии от нагрузки; планируется рассмотреть влияние кривизны электродов и учета ионов в междуэлектродном промежутке на процесс взаимодействия в усилителях этого типа.

Список литературы: 1. *Байбурин В. Б., Ширшин С. И., Еремин В. П.* Цилиндрическая модель магнетронного усилителя с распределенной эмиссией и замкнутым электронным потоком//Радиотехника и электроника. 1984. № 3. С. 508—515. 2. *Чурюмов Г. И.* Моделирование процесса взаимодействия замкнутого электронного потока с электромагнитной волной в системах магнетронного типа с распределенной эмиссией//Радиотехника. 1982. Вып. 62. С. 14—23. 3. *Грицунов А. В.* Моделирование стационарных режимов СВЧ-усилителей типа М с распределенной эмиссией//Радиотехника. 1984. Вып. 70. С. 90—100. 4. *Васянович А. В., Чурюмов Г. И.* К вопросу о генерации гармоник в усилителях обратной волны//Тез. докл. X Всесоюз. науч. конф. «Электроника СВЧ». Минск, 1983. С. 168. 5. *Кураев А. А.* Сверхвысокочастотные приборы с периодическими электронными потоками. Минск. 1971. 312 с. 6. *Коллинз Д.* Магнетроны сантиметрового диапазона: Пер. с англ./Под ред. С. А. Зусмановского. М. 1950. Т. 1. 420 с.

Поступила в редколлегию 06.12.85.