ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СИНТЕЗА ОБУЧАЮЩИХСЯ АЛГОРИТМОВ РАСПОЗНАВАНИЯ МЕТОДОМ *R*-ФУНКЦИЙ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

И. Б. Сироджа, В. И. Салыга
Харьков

Разработка принципиально новых методов построения систем автоматического управления сложными технологическими комплексами — одна из актуальных задач настоящего времени. Основное в развитии теории и практики автоматического управления — получение оптимального решения в любой производственной ситуации, возникающей в процессе функционирования системы. Главная проблема оптимального управления заключается в наиболее эффективном использовании имеющейся информации об объекте. Однако современные объекты управления характеризуются большим числом коррелированных внешних воздействий, объем информации о которых и скорость ее поступления зачастую превышают способность человека вырабатывать решения о действительном состоянии объекта [1]. В этих условиях наиболее целесообразным является построение обучающихся систем управления, использующих методы теории автоматического распознавания образов.

При синтезе обучающихся систем основное внимание следует уделить построению алгоритмов, удобных для современных быстродейству-

ющих ЦВМ. В отличие от существующих алгоритмов распознавания рассмотрим задачу аппроксимации образов в пространстве изображений как задачу построения аналитических выражений в форме некоторых предикатов, принимающих определенные значения истинности на границах, внутри и вне рассматриваемых областей. Для аппроксимации заданными поверхностями границ областей, представляющих рассматриваемые образы, удобно воспользоваться основными положениями метода R-функций [2].

Для решения поставленной задачи введем некоторую общую формализацию понятия геометрического образа, связанную с полной системой базисных функций [2], а также используем построение удобной для вычислений рекуррентной процедуры автоматического построения указанных предикатов по некоторой входной информации.

Прежде всего рассмотрим вопрос о формализации понятия геометрического образа и о построении предикатов, принимающих заданное значение в точках данного геометрического образа.

Упомянутая формализация предполагает следующее.

Пусть задана система H функций $f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $\ldots$, $f_m(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ k-раз дифференцируемых и определенных всюду в пространстве $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. С помощью системы H построим множество $\Gamma\{H\}$ функций, которое назовем множеством H-реализуемых функций. Построение осуществим индуктивно:

а) к множеству $\Gamma\{H\}$ отнесем функции системы H, все действительные числа и переменные;

б) если $\varphi(y_1, y_2, \ldots, y_m) \in \Gamma\{H\}$ и $f_i \in \Gamma\{H\}$, $(i = 1, 2, \ldots, m)$, то $\varphi(f_1, f_2, \ldots, f_m) \in \Gamma\{H\}$.

Введем k-значный предикат

$$S_k(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x \leqslant a_1; \\ \cdots\cdots\cdots \\ i, & a_i < x \leqslant a_{i+1}; \quad (i = 1, 2, \ldots, k-2) \\ \cdots\cdots\cdots \\ k-1, & a_{k-1} < x \leqslant +\infty. \end{cases} \tag{1}$$

Тогда каждой H-реализуемой функции $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ соответствует H-реализуемый предикат $P(x_1, x_2, \ldots, x_n) = S_k[f(x_1, x_2, \ldots, x_n)]$, который разбивает пространство переменных $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ на k областей: (P^j), где $P(x_1, x_2, \ldots, x_n) = j$ $(j = 0, 1, 2, \ldots, k-1)$. Если $Y = F(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ — функция k-значной логики, а P_i, $(i = 1, 2, \ldots, n)$ H-реализуемые предикаты, то составленному предикату $P = F(P_1, P_2, \ldots, P_n)$ также соответствует разбиение пространства переменных $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ на области (P_j), где $P = j$.

Множества (P^j), $(j = 0, 1, \ldots, k-1)$, соответствующие H-реализуемым предикатам, будем называть H-реализуемыми геометрическими образами.

Легко заметить, что при $k = 2$ множеству функций f_i $(i = 1, 2, \ldots, m)$ предикат (1) ставит в соответствие частичные области (P_i^0), (P_i^1), $(i = 1, 2, \ldots, m)$. Каждому набору переменных $X_1, X_2, \ldots, X_m$ двузначных функций алгебры логики можно поставить в соответствие частичную область, которая является пересечением областей $(P_1^{\alpha_1})$, $(P_2^{\alpha_2})$, $\ldots$, $(P_m^{\alpha_m})$, где

$$\alpha_i = \begin{cases} +, & X_i = 1; \\ -, & X_i = 0; \end{cases} \quad (i = 1, 2, \ldots, m) \tag{2}$$

Для достижения поставленной цели в качестве первого шага будем использовать двузначные предикаты и соответствующие им булевы функции.

Понятие R_k-функции введем для того, чтобы перейти к используемым R_2-функциям. Разобьем числовую ось $-\infty < x < +\infty$ точками a_i на множества B_i

$$\begin{aligned}
&x \in B_0, \quad -\infty < x < a_1;\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&x \in B_i, \quad a_i \leqslant x < a_{i+1}; \quad (i = 1, 2, \ldots, k-2)\\
&\cdots\cdots\cdots\\
&x \in B_{k-1}, \quad a_{k-1} \leqslant x < +\infty.
\end{aligned}$$

Если ввести предикат $P = S_k(x) = i$ при $x \in B_i$ $(i = 0, 1, \ldots, k-1)$, каждому набору действительных переменных $x_1, x_2, \ldots, x_n$ соответствует набор переменных $X_1, X_2, \ldots, X_n$-функций k-значной логики, где $X_i = S_k(x_i)$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$. Обозначим через (H_j) $(j = 1, 2, \ldots, k^n)$-частичные области, соответствующие наборам k-значных переменных $X_1, X_2, \ldots, X_n$.

Определение. Функция $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, определенная всюду в пространстве $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, называется R_k-функцией, если в каждой из частичных областей (H_j), $(j = 1, 2, \ldots, k^n)$ выполняются условия $S_k[f(x_1, x_2, \ldots, x_n)] = F_i = \text{const}$, где F_i — переменная k-значной логики.

Очевидно, при $k = 2$ необходимым и достаточным условием соответствия $\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ R_2-функции является

$$S_2[\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n)] = F[S_2(x_1), S_2(x_2), \ldots, S_2(x_n)], \tag{3}$$

где $F[S_2(x_1), \ldots, S_2(x_n)] = F(X_1, \ldots, X_n)$ — булева функция.

Наиболее распространенной полной системой функций булевой алгебры, как известно, является система функций

$$X \wedge Y, \quad X \vee Y, \quad \overline{X}. \tag{4}$$

Легко убедиться в том, что функции

$$\begin{aligned}
&x \wedge_\alpha y = \frac{1}{2}(x + y - \sqrt{x^2 + y^2 - 2\alpha xy}); \quad (R_2 \text{ — конъюнкция})\\
&x \vee_\alpha y = \frac{1}{2}(x + y + \sqrt{x^2 + y^2 - 2\alpha xy}); \quad (R_2 \text{ — дизъюнкция})\\
&\bar{x} = -x, \quad (R_2 \text{ — отрицание})
\end{aligned} \tag{5}$$

где α — произвольная величина $-1 < \alpha \leqslant 1$, являются R_2-функциями, соответствующими булевым функциям (4).

Заметим, что при $\alpha = 1$ R_2-функции (5) упрощаются

$$\begin{aligned}
&x \wedge_1 y = \frac{1}{2}(x + y - |x - y|) = \min(x, y);\\
&x \vee_1 y = \frac{1}{2}(x + y + |x - y|) = \max(x, y);\\
&\bar{x} = -x,
\end{aligned} \tag{6}$$

В дальнейших построениях используем одну из полных систем R_2-функций в виде (6). С помощью функций (5) или (6) путем их суперпозиции построим R_2-функцию, соответствующую произвольной булевой функции. Это построение выполним формальной заменой букв $X_1, X_2, \ldots, X_n$ буквами $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и символов $\wedge$, $\vee$, $-$, на соответствующие им $\wedge_\alpha$, $\vee_\alpha$, $-$. Имеет место следующая теорема.

Теорема 1. Если некоторая область (D) состоит из областей (D_1), (D_2), ..., (D_m), заданных соответственно неравенствами $f_1(x_1, \ldots, x_n) \geqslant 0$, $f_2(x_1, \ldots, x_n) \geqslant 0, \ldots, f_m(x_1, \ldots, x_n) \geqslant 0$, а логика построения области (D) определяется булевой функцией $D = F(D_1, D_2, \ldots, D_m)$, то неравенство $\psi(x_1, \ldots, x_n) \equiv \varphi[f_1(x_1, \ldots, x_n), f_2(x_1, \ldots, x_n), \ldots, f_m(x_1, \ldots x_n)] \geqslant 0$, где $\varphi(u_1, u_2, \ldots, u_m)$, есть R_2-функция, соответствующая булевой функции $D = F(D_1, D_2, \ldots, D_m)$, определяет рассматриваемую область (D).

Таким образом, приведенное неравенство и является двузначным предикатом, определяющим некоторый геометрический образ, а теорема 1 устанавливает правило построения двузначного предиката для произвольного геометрического образа.

Рассмотренные выше теоретические предпосылки позволяют осуществить поставленную перед нами цель — синтез обучающегося (самообучающегося) алгоритма распознавания образов следующим путем.

Будем полагать, что входная информация об объекте распознавания, выбираемом в соответствии с данным полем вероятностей, составляет изображение в виде вектора (точки) $\vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, координаты которого могут быть представлены численными значениями характерных признаков либо результатами n опытов, выполненных над входными сигналами.

Выберем конечное множество H-реализуемых «стандартных» поверхностей, например, гиперкуб, гиперсферу, гиперэллипсоид с известными аналитическими выражениями в виде двузначных предикатов $P_1(x)$, $P_2(x)$, $P_3(x), \ldots$. Под обучением (или самообучением) будем понимать рекуррентный автоматический процесс построения предикатных выражений гиперповерхностей, аппроксимирующих в пространстве изображений границы областей, соответствующих выделяемым ситуациям (образам). Этот процесс может быть реализован с помощью тех или иных эвристических соображений о мере близости изображений в пространстве $\{x\}$ при использовании указанных стандартных предикатов $P_1(x)$, $P_2(x)$, ..., операторов (6) и теоремы 1. Иными словами, в процессе обучения (самообучения) происходит доопределение каждого предиката, отвечающего j-му ($j = 1, 2, \ldots, N$) образу, что соответствует сходящемуся процессу аппроксимации образов.

Если после r-го такта при обучении построены предикаты $A_{j(r)}$, а очередная точка $\vec{x}_{r+1} \in A_j$, $(j = 1, 2, \ldots, N)$, то после $(r+1)$-го такта все N предикатов доопределяются в соответствии со следующей рекуррентной логической формулой:

$$A_{j(r+1)} = \begin{cases} A_{1(r)} \wedge \overline{P}_{j(r+1)} \\ A_{2(r)} \wedge \overline{P}_{j(r+1)} \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ A_{j(r)} \vee P_{j(r+1)} \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ A_{N(r)} \wedge \overline{P}_{j(r+1)}. \end{cases} \qquad (7)$$

В конце обучения, т. е. после достижения заданной величины частоты безошибочных ответов классификации, формируется и хранится в памяти алгоритма распознавания информация о каждом предикате, определяющем каждый образ так, что во всех точках j-го образа j-й предикат истинен (положителен), а во всех остальных ложен (отрицателен).

Распознавание состоит в определении значения истинности каждого из предикатов в испытуемой точке $\vec{x}$. Результат распознавания опреде-

ляется номером j предиката $A_{j(x)}$, истинного в данной точке. Если все N предикатов оказываются ложными в испытуемой точке, результат оценивается как машинный ответ «не знаю» и сигнал для «доучивания» алгоритма.

Рассмотренный обучающийся алгоритм распознавания с использованием гиперсфер [3] показал достаточную степень аппроксимации образов, представляющих собой в пространстве $\{x\}$ связные, несвязные или многосвязные области.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. I. Saliga, N. R. Hadzikov. Rjesavanje zadataka identifikacije stacionarnih upravljivih objekata tehnologije obogacivanja, Zbornik Radova Jurema, Zagreb, 1970.

2. В. Л. Рвачев. Геометрические приложения алгебры логики. Изд-во «Техніка», Киев, 1967.

3. И. Б. Сироджа. Алгоритм распознавания геометрических образов. «Изв. АН СССР. Техническая кибернетика», № 5, 1967.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О СИНТЕЗЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ СУДНА НА ТРАЕКТОРИИ

А. И. Доценко, Ю. А. Косирати

Орджоникидзе

Комплексная автоматизация судовождения выдвинула ряд нерешенных задач, например, создание системы, обеспечивающей систематическую проводку судов в узкостях. Безопасность проводки судов — основное требование при этой системе. Современные авторулевые, как известно, не справляются с этим требованием, так как они управляют только курсом судна и не реагируют на его дрейф под действием ветра, течений и пр. До недавнего времени не было прибора, который мог бы в течение длительного времени измерять величины боковых смещений судна с заданной траектории. В настоящее время такой прибор, выполненный в виде приставки к судовому радиолокатору, создается в Сибирском физико-техническом институте им. В. Д. Кузнецова. Данный прибор будет давать с достаточной для практики точностью информацию о боковых и продольных перемещениях судна. Таким образом, появляется возможность создания системы стабилизации центра масс судна на заданной траектории. Рассмотрим принцип построения этой системы.

Уравнения движения судна без учета влияния крена имеют следующий вид [1]:

$$\begin{aligned}
&\frac{L}{v}\frac{d\beta}{dt} + q_{21}\beta + r_{21}\omega + s_{21}\alpha = 0;\\
&\frac{L}{v}\frac{d\omega}{dt} + q_{31}\beta + r_{31}\omega + s_{31}\alpha = 0;\\
&\frac{L}{v}\frac{d\psi}{dt} = \omega;\\
&\frac{L}{v}\frac{dY}{dt} = \psi + \beta,
\end{aligned} \tag{1}$$

где ψ и β — углы рыскания и дрейфа;

ω — угловая скорость вращения судна относительно вертикальной оси;