ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КОЛЬЦЕВОЙ ВОДОПРОВОДНОЙ СЕТИ ПРИ ЧАСТИЧНО ЗАДАННЫХ РАСХОДАХ В ЕЕ УЧАСТКАХ

А. Г. Евдокимов, Э. Н. Рыбников

Харьков

Существующие методы технико-экономического расчета кольцевых водопроводных сетей [1—3] с целью упрощения задачи предполагают, что расходы по участкам сети заданы (расчетные расходы). В настоящей работе дается математическая формулировка и метод решения задачи технико-экономического расчета при условии, что расходы по участкам сети фиксированы частично.

Используем математическую модель установившегося потокораспределения в водопроводной сети [4] и ее целенаправленное кодирование. При кодировании дерево графа водопроводной сети выберем таким образом, чтобы участки, в которых заданы расходы, ветви, по которым происходит водопотребление из узлов сети, а также все участки, по которым питается сеть (кроме одного), стали связями. Тогда остальные участки частично станут ветвями дерева, частично — связями. Связям, в которых расходы неизвестны, присвоим номера от 1 до l_1; связям реальных участков, в которых заданы расходы, — от l_1+1 до l. Связям фиктивных участков, по которым происходит водопотребление из сети или ее питание, — от l до s. Ветви дерева с активным источником питания присвоим номер $s+1$. Остальные ветви дерева занумеруем от $s+2$ до m (m — количество участков сети, n — количество узлов, s — цикломатическое число сети).

При таком кодировании с учетом вышеупомянутой математической модели задачу технико-экономического расчета можно сформулировать следующим образом.

Найти переменные q_r ($r=1,\ldots,l_1, s+2,\ldots,m$) и S_i ($i=1,\ldots,l, s+2,\ldots,m$), минимизирующие функцию цели

$$V=\sum_{r=1}^{l}\left(\frac{A_r}{S_r^{\frac{\alpha}{m}}}+BS_r|q_r|^{\beta}\right)+\sum_{i=s+2}^{m}\left(\frac{A_i}{S_i^{\frac{\alpha}{m}}}+BS_i|q_i|^{\beta}\right), \tag{1}$$

при соблюдении условий

$$q_i=\sum_{r=1}^{l_1}k_{ri}q_r+Q_i; \tag{2}$$

$$(i=s+1,\ldots,m)$$

$$S_r=-\frac{\sum_{i=s+2}^{m}k_{ri}S_i|q_i|q_i}{|q_r|q_r}; \tag{3}$$

$$(r = 1, \ldots, l)$$

где

$$A_r = (E + p)\, b l_r^{\frac{\alpha}{m}+1} k^{\frac{\alpha}{m}}; \tag{4}$$

$$A_t = (E + p)\, b l_t^{\frac{\alpha}{m}+1} k^{\frac{\alpha}{m}}; \tag{5}$$

$$B = \frac{1}{102\eta}[(E + p)\,\varphi\lambda + \gamma\sigma 8760]; \tag{6}$$

$$Q_i = \sum_{r=l_1+1}^{s} k_{ri} q_r = \text{const.} \tag{7}$$

$$(i = s + 1, \ldots, m)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

S_i и q_i — гидравлическое сопротивление и расход i-го участка трубопровода;

E — коэффициент, учитывающий расчетный срок работы водопровода, принятый при проектировании;

b и α — коэффициенты, зависящие от материала труб и от местных условий;

p — часть стоимости сети, выражающая затраты на текущий ремонт;

η — коэффициент полезного действия активного источника питания;

φ — стоимость станции, приходящаяся на 1 *квт* установленной мощности;

λ — коэффициент запаса насосного оборудования;

γ — коэффициент, характеризующий неравномерность расходования энергии на подъем воды;

m — показатель степени;

σ — стоимость 1 *квт·ч* энергии;

k — коэффициент потери напора;

k_{ri} — элемент матрицы контуров для ветвей дерева сети.

Функция цели (1) выражает затраты на капитальное строительство (первый член под знаком суммы) и эксплуатацию (второй член под знаком суммы) водопроводной сети за расчетный срок работы, непосредственно зависящие от гидравлического сопротивления участков и потокораспределения в сети.

Условия (2) и (3) выражают первый и второй законы гидравлических сетей.

Решение сформулированной выше задачи эквивалентно решению систем уравнений (8), (9) при соблюдении условий (2), (3):

$$f_k = 2\frac{\alpha}{m}\frac{A_k}{S_k^{\frac{\alpha}{m}} q_k} + BS_k |q_k| q_k + 2\sum_{r=1}^{l}\left(\frac{\alpha}{m}\frac{A_r}{S_r^{\frac{\alpha}{m}+1}|q_r| q_r} - Bq_r\right)\sum_{i=s+2}^{m} k_{ri} k_{ki} S_i |q_i| + 3B\sum_{i=s+2}^{m} k_{ki} S_i |q_i| q_i = 0; \tag{8}$$

$$(k = 1, \ldots, l_1)$$

$$\varphi_i = \frac{\alpha}{m}\frac{A}{S_i^{\frac{\alpha}{m}+1}|q_i| q_i} - Bq_i - \sum_{r=1}^{l} k_{ri}\left[\frac{\alpha}{m}\frac{A_r}{S_r^{\frac{\alpha}{m}+1}|q_r| q_r} - Bq_r\right] = 0. \tag{9}$$

$$(i = s + 2, \ldots, m)$$

Эти уравнения получены при помощи частных производных функции (1) по переменным $q_r (r = 1, \ldots, l_1)$ и $S_i (i = s+2, \ldots, m)$ и в результате приравнивания их нулю. Переменные $q_i (i = s+2, \ldots, m)$ и $S_r (r = 1, \ldots, l)$, входящие в (1), являются сложными функциями q_r и S_i, согласно (2) и (3).

Алгоритм решения систем уравнений (8), (9) при условиях (2), (3) при использовании метода Ньютона, аналогичен приведенному в [4]. Элементы матрицы Якоби системы функций (8), (9) вычисляются по формулам:

$$\frac{\partial f_k}{\partial q_k} = 2\frac{\alpha}{m} A_k \left(\frac{2\alpha}{m} - 1\right) \frac{1}{S_k^{\frac{\alpha}{m}} q_k^2} + 2\left(B + \right.$$

$$\left. + \frac{4\alpha^2}{m^2} \frac{A_k}{S_k^{\frac{\alpha}{m}+1} |q_k|^2}\right) \sum_{i=s+2}^{m} (k_{ri})^2 S_i |q_i| +$$

$$+ 2 \sum_{r=1}^{l} \left\{ \frac{2\alpha}{m} A_r \frac{\frac{\alpha}{m}+1}{S_r^{\frac{\alpha}{m}+2} q_r^4} \left(\sum_{i=s+2}^{m} k_{ki} k_{ri} S_i |q_i| \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\alpha}{m} \frac{A_r}{S_r^{\frac{\alpha}{m}+1} |q_r| q_r} - Bq_r \right) \sum_{i=s+2}^{m} k_{ri} (k_{ki})^2 \operatorname{sign} q_i S_i \right\}; \qquad (10)$$

$$(k = 1, \ldots, l_1)$$

$$\left(\frac{\partial f_k}{\partial q_j}\right)_{j \neq k} = 2\left(B + \frac{2\alpha^2}{m^2} \frac{A_k}{S_k^{\frac{\alpha}{m}+1} |q_k|^2} + \frac{2\alpha^2}{m^2} \frac{A_j}{S_j^{\frac{\alpha}{m}+1} |q_j|^2}\right) \times$$

$$\times \sum_{i=s+2}^{m} k_{ki} k_{ji} S_i |q_i| + 2 \sum_{r=1}^{l} \left| \left(\frac{\alpha}{m} \frac{A_r}{S_r^{\frac{\alpha}{m}+1} |q_r| q_r} - Bq_r \right) \times \right.$$

$$\times \sum_{i=s+2}^{m} k_{ri} k_{ki} k_{ji} \operatorname{sign} q_i S_i + \frac{2\alpha}{m} A_r \left(\frac{\alpha}{m} + 1\right) \times$$

$$\left. \times \frac{\sum_{i=s+2}^{m} k_{ri} k_{ji} S_i |q_i|}{S_r^{\frac{\alpha}{m}+2} q_r^4} \sum_{i=s+2}^{m} k_{ri} k_{ki} S_i |q_i| \right|; \qquad (11)$$

$$(k, j = 1, \ldots, l_1)$$

$$\frac{\partial f_k}{\partial S_i} = 2|q_i| q_i \left\{ k_{ki} \left[\left(\frac{\alpha}{m}\right)^2 \frac{A_k}{S_k^{\frac{\alpha}{m}+1} |q_k|^2} + B \right] + \right.$$

$$+ \sum_{r=1}^{l} k_{ri} \left[\left(\frac{\alpha}{m} \frac{A_r}{S_r^{\frac{\alpha}{m}+2} |q_r| q_r} - Bq_r \right) \frac{k_{ki}}{q_i} + \right.$$

$$\left. \left. + \frac{\alpha}{m} \left(\frac{\alpha}{m} + 1\right) \frac{A_r}{S_r^{\frac{\alpha}{m}+2} q_r^4} \sum_{i=s+2}^{m} k_{ri} k_{ki} S_i |q_i| \right] \right\}; \qquad (12)$$

$$\begin{pmatrix} k = 1, \ldots, l_1 \\ i = s+2, \ldots, m \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial q_j} = -2\frac{\alpha}{m}\left[k_{ji}\left(\frac{A_i}{S_i^{\frac{\alpha}{m}+1}|q_i|^2} + \frac{\alpha}{m}\frac{A_j}{S_j^{\frac{\alpha}{m}+1}|q_j|^2}\right) + \right.$$

$$\left. + \sum_{r=1}^{l} k_{ri}\left(\frac{\alpha}{m}+1\right) A_r \frac{\sum_{t=s+2}^{m} k_{ri}k_{ti}S_t|q_t|}{S_r^{\frac{\alpha}{m}+2}q_r^4}\right]; \qquad (13)$$

$$\begin{pmatrix} i = s+2, \ldots, m \\ j = 1, \ldots, l_1 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial \psi_i}{\partial S_i} = -\frac{\alpha}{m}\left(\frac{\alpha}{m}+1\right)|q_i|q_i\left[\frac{A_i}{S_i^{\frac{\alpha}{m}+2}q_i^4} + \sum_{r=1}^{l}(k_{ri})^2\frac{A_r}{S_r^{\frac{\alpha}{m}+2}q_r^4}\right]; \qquad (14)$$

$$(i = s+2, \ldots, m)$$

$$\left(\frac{\partial \psi_i}{\partial S_j}\right)_{i \neq j} = -\frac{\alpha}{m}\left(\frac{\alpha}{m}+1\right)|q_j|q_j\sum_{r=1}^{l}\frac{k_{ri}k_{jr}}{S_r^{\frac{\alpha}{m}+2}q_r^4}. \qquad (15)$$

$$(i, j = s+2, \ldots, m)$$

Решив систему уравнений, определяем $q_j (j = 1, \ldots, l_1, s+2, \ldots, m)$ и $S (j = 1, \ldots, l, s+2, \ldots, m)$.

По формуле

$$D_j = \left(\frac{k \cdot l_j}{S_j}\right)^{\frac{1}{m}} \qquad (16)$$

$$(j = 1, \ldots, l, s+2, \ldots, m)$$

находим оптимальные диаметры участков водопроводной сети.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Ф. Мошнин. Методы технико-экономического расчета водопроводных сетей. Стройиздат, 1950.

2. В. П. Сироткин. Схемы и расчет водоводов и водопроводных сетей. Госстройиздат, 1963.

3. Н. И. Абрамов и др. Водоснабжение. Госстройиздат, 1958.

4. А. Г. Евдокимов, Э. Н. Рыбников. Предварительное распределение расходов в водопроводных сетях при помощи ЦВМ. Сб. «Приборы и системы автоматики», вып. 6. Изд-во ХГУ, Харьков, 1967.