

## ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ В СИСТЕМАХ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В МАРКЕТИНГОВОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

*ГВОЗДИНСКИЙ А.Н., РУДНЕВ В.К.*

Исследуется проблема выбора решения в задачах оптимизации плана товарооборота, разрабатываются и предлагаются для него математические модели и методы решения. Анализируется результат, полученный при помощи модели, делаются соответствующие выводы. Рассматриваются положительные и отрицательные стороны данного подхода и приводятся соответствующие рекомендации для улучшения. Рассматриваются также возможности использования эволюционных методов для решения исследуемой задачи.

### 1. Введение

Каждый человек ежедневно принимает решения и ему несложно это делать, если вариантов решения немного. Но когда речь идет о заводах и предприятиях, где необходимо, например из тысячи различных вариантов решений выбрать один, который будет самым оптимальным, человек может сделать ошибку. Было разработано множество алгоритмов, помогающих принимать решения, оценивать и сравнивать различные варианты решений в таких областях как распределение производственной программы, оптимизация плана товарооборота и т.д. В данное время исследуется проблема принятия решения в маркетинговой деятельности предприятия на примере задачи оптимизации плана товарооборота. Товарооборотом называют объем продажи товаров и оказания услуг в денежном выражении за определенный период времени. Также было разработано оптимальный план товарооборота путем составления для него математической модели и ее решения.

Известно, что товарооборот является важнейшим показателем не только для торгующей организации, но и для национальной экономики. Во внутрифирменном значении этот показатель отражает успех организации, спрос покупателей на реализуемые товары.

Сам анализ товарооборота позволяет оценить соответствие имеющихся товаров спросу населения для принятия мер по оптимизации структуры товарооборота, увеличению объемов реализации, ускорению товарооборота, ритмичности и равномерности продаж. Товарооборот продукции отечественного производства отражает уровень ее востребованности на рынках. В этом смысле торговля является двигателем промышленности. И поэтому оптимизация плана товарооборота – одна из главных задач в экономике, от которой зависят очень многие показатели.

Поиски оптимальных решений привели к созданию специальных математических методов и уже в XVIII веке были заложены математические основы оптимизации (вариационное исчисление, численные методы и др.). Однако до второй половины XX века методы оптимизации во многих областях науки и техники применялись очень редко, поскольку практическое использование математических методов оптимизации требовало огромной вычислительной работы, которую без ЭВМ реализовать было крайне трудно, а в ряде случаев – невозможно.

При постановке задачи оптимизации предполагается существование конкурирующих свойств процесса, например:

количество продукции – расход сырья;

количество продукции – качество продукции.

Выбор компромиссного варианта для указанных свойств и представляет собой процедуру решения оптимизационной задачи.

Обычно оптимизируемая величина связана с экономичностью работы рассматриваемого объекта (аппарат, цех, завод). Оптимизируемый вариант работы объекта должен оцениваться какой-то количественной мерой – критерием оптимальности.

В зависимости от постановки любая из задач оптимизации может решаться различными методами, и наоборот – любой метод может применяться для решения многих задач. Методы оптимизации могут быть:

– скалярными (оптимизация проводится по одному критерию);

– векторными (оптимизация проводится по многим критериям);

– поисковыми (включают методы регулярного и методы случайного поиска);

– аналитическими (методы дифференциального исчисления, методы вариационного исчисления);

– вычислительными (основаны на математическом программировании, которое может быть линейным, нелинейным, дискретным, динамическим, стохастическим, эвристическим);

– теоретико-вероятностными;

– теоретико-игровыми.

В последнее время особую актуальность приобрели эволюционные методы оптимизации, позволяющие достаточно точно с использованием современных информационных технологий найти решение задачи. Исследованные и предложенные принципы оптимизации в данной работе имеют научную инновацию и практическое значение. Результаты были опробованы в системах принятия оптимальных решений с использованием многих критериев.

## 2. Формулировка задачи и построение математической модели

Целью работы является исследование методов выбора и принятия решения, анализ их возможностей, а также рассмотрение конкретного примера оптимизации плана товарооборота. В качестве основного инструмента для разработки системы принятия решения в системах оптимизации плана товарооборота использовались методы многокритериальной и эволюционной оптимизации [1].

В рассматриваемой работе задача оптимизации товарооборота рассматривается как многокритериальная оптимизационная задача с применением ряда локальных примеров, характеризующих качество производственного процесса. Рассмотрим основные из них.

1. Величина прибыли, получаемой предприятием, определяется с помощью соотношения:

$$F_1(X) = \sum_{j=1}^n C_j^{(1)} X_j \longrightarrow \max, X_j \in Q = \{1, 2, \dots, n\}, \quad (1)$$

где  $Q$  – множество ассортимента продукции, выпускаемой предприятием.

2. Показатель качества выпускаемой продукции задается соотношением:

$$F_2(X) = \sum_{i=1}^S P_i * X_i \longrightarrow \max. \quad (2)$$

Для конкретного примера значение функции цели примет вид:

$$F_2(X) = 10 x_1 + 12 x_2 + 8 x_3 + 16 x_4 + 11 x_5 \longrightarrow \max.$$

3. Минимизация себестоимости:

$$F_3(X) = \sum_{i=1}^S C_i * X_i \longrightarrow \min. \quad (3)$$

4. Минимизация производственного времени:

$$F_4(X) = \sum_{i=1}^S T_i * X_i \longrightarrow \min. \quad (4)$$

Таким образом, задача исследования может быть сформулирована следующим образом.

Определить оптимальный план  $X^{(0)} \in Q$  производства продукции, удовлетворяющий указанным критериям (1) – (4).

Ограничения на выпуск продукции различных видов служат производственные ресурсы  $b_1, b_2, \dots, b_m$ . С учетом норм затрат ресурсов на единицу каждого типа продукции указанные ограничения можно записать в виде:

$$AV \leq B^T. \quad (5)$$

$$x \geq 0; \quad (6)$$

$$B^T = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}, \quad (7)$$

$A = \{a_{ij}\}$ ,  $i=1, m, j=1, n$ -матрица норм затрат ресурсов на единицу каждого типа продукции.

Выражение (4) описывает условия, которые необходимо учесть в годовой производственной программе. Строкам матрицы  $A$  соответствуют все виды ресурсов (группы машин, запасы материалов), рассматриваемые в задачах. Соответствующим строкам матрицы  $A$  компоненты вектора  $B$  указывают ограничения видов ресурсов или объемов производства, которые установлены для годовой производственной программы предприятия. Неравенство (5) представляет собой обычные условия неотрицательности, вытекающие из смысла задачи.

Общая постановка задачи формулируется следующим образом: требуется определить вектор  $X^{(0)}$ , обеспечивающий компромисс между величиной прибыли (1), валовым объемом (2) и минимальной себестоимостью (3), который удовлетворяет ограничениям минимизации производственного времени (4).

Один из возможных методов решения состоит в том, что вначале находится три оптимальных вектора производства  $x^{(i)}$ ,  $i=1; 4$ , каждый из которых соответствует одному из локальных критериев (1) – (4). Затем определяется выпуклая линейная комбинация  $X^{(0)}$ , представляющая собой оптимальную (компромиссную) программу относительно указанных критериев:

$$X^{(0)} = v_1 x^{(1)} + v_2 x^{(2)} + v_3 x^{(3)}; \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^3 v_i = 1, v \geq 0. \quad (9)$$

Для решения задачи такого типа, с учетом всех особенностей поставленной задачи, строим математическую модель, используя (5), где  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  – количество единиц изделий вида  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5$  соответственно. На основе этого составим целевую функцию:

$P(X) = 40 x_1 + 15 x_2 + 10 x_3 + 35 x_4 + 70 x_5 \longrightarrow \max$   
при условиях:

$$19 x_1 + 13 x_2 + 8 x_3 + 5 x_4 + 11 x_5 < 6000000;$$

$$75 x_1 + 70 x_2 + 25 x_3 + 40 x_4 + 35 x_5 < 400000;$$

$$15 x_1 + 21 x_2 + 15 x_3 + 10 x_4 + 10 x_5 < 900000;$$

$$85 x_1 + 115 x_2 + 140 x_3 + 60 x_4 + 68 x_5 < 600000;$$

$$100 x_1 + 75 x_2 + 85 x_3 + 25 x_4 + 75 x_5 < 300000;$$

$$x_1 > 600, x_3 > 750, x_4 > 500, 0 \geq x \geq 1.5;$$

т.е. у нас имеются ограничения по двум параметрам: по объему ресурсов (нельзя использовать больше ресурсов, чем у нас есть) и по минимальному плану товарооборота по той группе товаров (вероятно, что при меньшем товарообороте мы понесем убытки).

Если решать задачу «вручную», то необходимо привести систему ограничений к каноничному виду, т.е. представить в виде уравнений:

$$\begin{aligned} 19x_1 + 13x_2 + 8x_3 + 5x_4 + 11x_5 + x_6 &= 6000000; \\ 75x_1 + 70x_2 + 25x_3 + 40x_4 + 35x_5 + x_7 &= 400000; \\ 15x_1 + 21x_2 + 15x_3 + 10x_4 + 10x_5 + x_8 &= 900000; \\ 85x_1 + 115x_2 + 140x_3 + 60x_4 + 68x_5 + x_9 &= 600000; \\ 100x_1 + 75x_2 + 85x_3 + 25x_4 + 75x_5 + x_{10} &= 300000; \\ x_1 - x_{11} &= 600, \quad x_3 - x_{12} = 750, \quad x_4 - x_{13} = 500, \quad 0 \leq x \leq 1.13; \end{aligned}$$

Для решения этой задачи воспользуемся симплекс-методом [2]. По этой системе составляем симплекс-таблицу и решаем ее. Но в силу того, что наша модель будет рассчитана с помощью программной реализации, систему ограничений в каноническом виде и симплекс-таблицу строить не надо, так как программа их построит сама.

### 3. Анализ используемых методов решения

Для анализа результатов исследуемой задачи воспользуемся методами эволюционной и методами многокритериальной оптимизации [3].

*Методы многокритериальной оптимизации.* Поиск оптимального взаимодействия производится с помощью принципов решения многокритериальных задач. Критерии задачи не однородны, так как часть критериев оптимизации стремится к минимальному значению, а один – к максимальному. Приведенные критерии оптимизации находятся в существенном экономическом противоречии, так как с сокращением сроков поставки товара от производителя к потребителю возрастают транспортно-заготовительные издержки и затраты организации, связанные с хранением.

В качестве критериев оптимизации принимаются три параметра. Критерий оптимизации издержек:

$$F_1(X) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{i,j} * x_{i,j} \longrightarrow \min \quad (10)$$

Критерий оптимизации сроков поставок:

$$F_2(X) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N t_{i,j} * x_{i,j} \longrightarrow \min \quad (11)$$

Критерий оптимизации коэффициентов загрузки:

$$F_3(X) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_{i,j} * x_{i,j} \longrightarrow \min \quad (12)$$

В общем случае при взаимодействии элементов в рамках одного технологического процесса, а также при движении продукции по каналам распределения необходимо учитывать следующие основные критерии:

1. Снижение затрат на товародвижение.
2. Сокращение затрат времени на доставку продукции.

### 3. Учет загрузки складского хозяйства и транспорта.

В статье используется многокритериальная модель, которая учитывает перечисленные выше критерии. Рассматривается вертикальная интеграция без вступления в какие-либо альянсы. Взаимодействие начинается лишь при условии, что оно выгодно финальному звену – торговой компании. На практике отдельные звенья товаропроводящей сети имеют свои интересы, однако в критериях или ограничениях они не учитывались, так как рассматривается движение сквозного материального потока.

*Методы эволюционной оптимизации:*

#### 1. Максимизация прибыли.

Расчет показателей качества продукции относится к задачам линейной оптимизации. В общем виде ее можно записать так:

$$F_1(X) = \sum_{i=1}^S (P_i - C_i) * X_i \longrightarrow \max \quad (13)$$

Эту задачу обычно решают симплекс-методом [2].

Идея симплекс-метода состоит в последовательном продвижении по базисам опорных планов вплоть до получения оптимального решения или доказательства неразрешимости задачи. При этом значение целевой функции должно увеличиваться.

#### 2. Определение валового объема выпускаемой продукции.

Для решения этой задачи с использованием генетического алгоритма в качестве общей математической модели применяют формулу:

$$F_2(X) = \sum_{i=1}^S P_i * X_i \longrightarrow \max \quad (14)$$

Для конкретных значений функция цели примет вид:

$$F_2(X) = 10x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 16x_4 + 11x_5 \longrightarrow \max$$

#### 3. Минимизация себестоимости, которая имеет общий вид:

$$F_3(X) = \sum_{i=1}^S C_i * X_i \longrightarrow \min \quad (15)$$

Запишем эту функцию с конкретными значениями:

$$F_3(X) = 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 2x_4 + x_5 \longrightarrow \min$$

#### 4. Минимизация производственного времени:

$$F_4(X) = \sum_{i=1}^S T_i * X_i \longrightarrow \max \quad (16)$$

или в численном виде:

$$F_4(X) = 2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + 3x_5 \longrightarrow \max$$

Чтобы достичь поставленной задачи, мы должны найти оптимальное решение для каждой функции цели. Для этого будем использовать вместо традиционных

методов оптимизации, таких как математическое программирование, методы эволюционной оптимизации.

Остановимся на применении генетических алгоритмов следующих видов.

Для решения задачи, представленной моделями (1) – (2), используем генетический алгоритм типа метода муравьиных колоний [3].

Основу поведения муравьев составляет самоорганизация, механизмы которой обеспечивают теоретически оптимальное поведение. Принципы его состоят в достижении системой некоторой глобальной цели в результате низкоуровневого взаимодействия ее элементов.

Муравьиный алгоритм применяется следующим образом: в начальный момент времени, в который входит эта функция базы знаний, находится количество муравьев, равное числу кластеров, куда входит эта функция. При этом каждый муравей имеет строгую принадлежность тому кластеру, из которого он начал свое движение. Принадлежность кластеру проявляется в том, что муравей более восприимчив к феромону, оставленному муравьями из «своего» кластера:

$$F_1(X) = \sum_{j=1}^n C_j^{(1)} X_j \longrightarrow \max, X_j \in Q = \{1, 2, \dots, n\}, (17)$$

где  $Q$  – множество видов продукции, выпускаемых предприятием.

Для конкретных значений функция цели примет вид:

$$F_2(X) = 10x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 16x_4 + 113x_5 \longrightarrow \max.$$

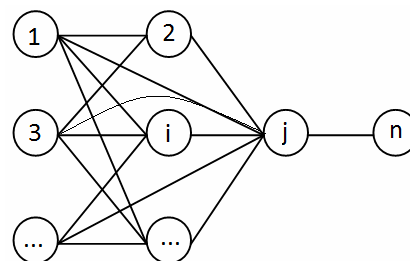
Муравьиный алгоритм применяется на двух этапах анализа знаний системы. Вначале он запускается на пространственной (многомерной) модели базы, после чего на основании его работы делаются первоначальные выводы. Затем модель упрощается: удаляются некоторые связи между функциями, отдельные функции объединяются в более крупные структурные единицы, структура знаний отображается на двумерное пространство. После этого алгоритм запускается на упрощенной плоской модели знаний.

Для решения задач, представленных моделями (3) – (4), воспользуемся генетическими алгоритмами (ГА) [4]. Оптимизировать работу нефтяных трубопроводов; распределять инструменты в металлообрабатывающих цехах; осуществлять оптимизации – основная область применения ГА. Генетические алгоритмы имитируют процесс естественного отбора в природе. Для решения задачи, более оптимальной с точки зрения некоторого критерия, все решения описываются набором чисел или величин нечисловой природы. Поиск оптимального решения похож на эволюцию популяции и видов, которые представлены наборами их хромосом. В этой эволюции действия механизма, представленного на рисунке, можно выделить следующие элементы:

– отбор сильнейших наборов хромосом, которым соответствуют наиболее оптимальные решения;

– скрещивание – получение новых индивидов при помощи смешивания хромосом наборов отобранных индивидов;

– мутации – преобразование хромосомы, случайное изменение одного или нескольких генов (чаще – одного).



Графическое представление взаимодействия элементов

В результате смены поколений вырабатывается такое решение поставленной задачи, которое уже нельзя дальше улучшать.

Для рассмотрения данной задачи используем минимизацию себестоимости:

$$\sum_{i=1}^S C_i * X_i \longrightarrow \min.$$

#### 4. Выводы

Изучена задача по оптимизации плана товарооборота в системах принятия решений. Детально проработана типичная модель этого вида задач. Рассмотрена детерминированная задача. Построена модель оптимального плана товарооборота. Для решения применялся симплекс-метод с искусственным базисом.

Можно сказать, что линейное программирование применимо для построения математических моделей тех процессов, в основу которых положена гипотеза линейного представления реального мира: экономических задач, задач управления и планирования, оптимального размещения оборудования и пр. Симплекс-метод линейного программирования отлично подошел для решения задачи оптимизации товарооборота в маркетинговой деятельности предприятия.

Результатом проведенных исследований является решение оптимизационной задачи при планировании товарооборота с применением различных методов эволюционной и многокритериальной оптимизации, а также использование генетических алгоритмов в управлении запасами.

Результатом применения предложенных методов является нахождение оптимальных показателей в системах принятия решений при планировании товарооборота в маркетинговой деятельности предприятия.

**Литература:** 1. Гвоздинський А.М. Методи оптимізації в системах прийняття рішень: навч. посібник / А.М. Гвоздинський, Н.А. Якімова, В.О. Губін. Харків: ХНУРЕ, 2006. 327 с. 2. Бондаренко М.Ф. Оптимізаційні задачі в системах прийняття рішень: підручник / М.Ф. Бондаренко, А.М. Гвоздинський. Харків: ХТУРЕ, 1998. 216 с. 3. Гвоздинський