

НЕЛИНЕЙНАЯ МНОГОМЕРНАЯ ТЕОРИЯ СВЯЗАННЫХ ВОЛНОВЫХ И РЕЗОНАНСНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ О-ТИПА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Е.Н.Одаренко, А.А.Шматько

Харьковский национальный университет, пл. Свободы, 4. Харьков, 61077, Украина

Поступила в редакцию 5 февраля 2001 г.

Рассматривается многомерная модель гибридного электронного прибора О-типа с использованием принципа пространственно-временной аналогии между участками пространства взаимодействия с резонансным и нерезонансным режимом энергообмена. Нелинейная самосогласованная теория применяется для исследования закономерностей физических процессов. Представлены результаты предварительных расчетов выходных характеристик для двух схем электронно-волновой системы, которые отличаются последовательностью расположения резонансных и нерезонансных участков пространства взаимодействия.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: гибридный прибор, пространственно-временная аналогия, многомерная модель, нелинейная самосогласованная теория.

Развитие и совершенствование источников колебаний мм диапазона (генераторов и усилителей) идет по пути миниатюризации, многофункциональности, повышения эффективности энергообмена и т.д. В этой связи особое значение в мм диапазоне приобретает возможность объединения в одном приборе различных физических механизмов преобразования энергии электронов в энергию высокочастотных колебаний. На практике это достигается посредством сочетания в одном устройстве механизмов электронно-волнового взаимодействия, присущих нерезонансным и резонансным приборам с кратковременным и длительным распределенным взаимодействием. В настоящее время в мм диапазоне находят применение планарные резонансные и нерезонансные устройства [1,2], резонансные генераторы и усилители оротронного типа [3,4]. Теория каждого класса этих приборов имеет свои, присущие только ей, особенности.

В данной работе предлагается нелинейная многомерная теория гибридных приборов, представляющих собой на отдельных участках электронно-волновые системы с резонансным или нерезонансным типом взаимодействия. Связь между этими системами осуществляется либо по высокочастотному полю, либо по электронному потоку. Принципиально возможна также комбинированная связь. Используя принцип пространственно-временной аналогии, нерезонансным волновым системам можно поставить в соответствие резонансные колебательные системы [5]. В одном случае процесс развивается в пространстве, в другом – во времени. На основании такой аналогии вводится понятие дифференциальной (погонной) крутизны волновой распределенной системы (например, усилителя ЛБВ) и средней крутизны для резонансных систем, которые легко находятся из решения уравнений движения электронов в этих приборах.

Такой подход обобщается на любую комбинацию нерезонансных и резонансных участков гибридного СВЧ прибора с распределенным взаимодействием.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ

Самосогласованная теория электронно-волнового взаимодействия включает в себя уравнения движения электронов в высокочастотных (вихревых и потенциальных) и статических полях и уравнения возбуждения электромагнитных полей распределенными источниками в пространстве взаимодействия прибора. Полагаем, что на электроны пучка воздействует двухмерное высокочастотное поле, которое представляет собой бегущую электромагнитную волну с известной фазовой скоростью. Пространственное (по двум координатам) распределение поля в зависимости от типа взаимодействия считается либо известным, либо формирующимся в процессе энергообмена. Амплитуда поля является медленно меняющейся во времени (резонансные участки прибора) или по продольной координате (нерезонансные участки прибора).

Тогда уравнения движения электронов (безотносительно к типу прибора) с учетом потенциальных полей – поля пространственного заряда и магнитостатического, в общем случае неоднородного по пространственным координатам, поля можно представить в виде:

$$\frac{d\eta_l(\xi)}{d\xi} = -\operatorname{Re}\left[F_C(\xi)\Psi_l(Z)\exp(i\alpha) + E_{Pl} - 2\Omega^2 B_l V_X\right]; \quad (1)$$

$$\frac{d\eta_t(\xi)}{d\xi} = \operatorname{Re}\left[iF_C(\xi)\Psi_t(Z)\exp(i\alpha) + E_{Pt} - 2\Omega^2 B_t V_X\right]; \quad (2)$$

$$V_X = \frac{2}{\Phi}(Z - Z_0)B_l - \int_0^\xi B_t(\xi')d\xi'; \quad \alpha = \theta + \Delta v\xi + \varphi_0; \quad F_C(\xi) = F(\xi)\exp(-i\gamma);$$

где $\theta = \omega t - \Phi\xi - \varphi_0$; $\Phi = \frac{\omega L}{v_0}$; $\xi = \frac{y}{L}$ и $Z = \frac{z}{H}$ - нормированные на соответствующий масштаб продольная и поперечная координаты; Ψ_l и Ψ_t - поперечные амплитудные распределения компонент высокочастотного поля; F и γ - амплитуда и фаза поля; $\Delta v = (1 - \frac{v_0}{v})\Phi$; v_0 - начальная продольная скорость электронов; v - фазовая скорость замедленной волны; E_{Pl} и E_{Pt} - продольная и поперечная компоненты поля пространственного заряда; $\Omega = \Phi \frac{\omega_c}{\omega}$; ω_c - циклотронная частота; $\eta_l(\xi)$ и $\eta_t(\xi)$ - текущие значения продольного и поперечного электронного КПД.

В резонансном приборе $F(\xi) = Ff(\xi)$, где $f(\xi)$ - фиксированное продольное распределение амплитуды, форма которого определяется симметрией электродинамической системы, F - медленно меняющаяся во времени амплитуда поля.

Компоненты индукции магнитостатического поля B_l и B_t в общем случае являются заданными функциями координат, которые удовлетворяют уравнению $\operatorname{div}\vec{B} = 0$, и характеризуют пространственное распределение силовых линий фокусирующего поля в области взаимодействия. В частности, для однородного наклонного магнитного поля можно использовать представление:

$$B_l = \cos \chi; \quad B_t = \sin \chi; \quad (3)$$

где χ - угол наклона относительно продольной координатной оси Оу. В случае локализованной неоднородности фокусирующего магнитного поля компоненты B_l и B_t можно представить в виде [6]:

$$B_l = 1 + A_m \exp\{-(\xi - \xi_m)/w_m\}^2\}; \quad (4)$$

$$B_t = \frac{2A_m}{w_m^2} \frac{H}{L} (\xi - \xi_m)(Z - Z_m) \exp\{-(\xi - \xi_m)/w_m\}^2\}. \quad (5)$$

При такой записи пространственное распределение магнитостатического поля характеризуется четырьмя параметрами: A_m , ξ_m , w_m , Z_m . Комбинируя выражения (3-5), можно смоделировать довольно обширный набор вариантов неоднородного фокусирующего поля и проанализировать траектории электронов в пучке конечной толщины.

При решении уравнений (1-2) используются начальные условия для θ , $\frac{d\theta}{d\xi}$, Z и $\frac{dZ}{d\xi}$ (нулевые или отличные от нуля). Конкретный вид этих условий определяется местоположением и функциональным назначением исследуемого участка гибридной электронно-волновой системы. Они могут либо задаваться, либо вычисляться в процессе решения уравнений движения. Следует отметить, что в рамках рассматриваемой модели не накладывается жестких ограничений на уровень сигнала, поступающего на вход какого-либо выделенного участка пространства взаимодействия. Следовательно, и начальные условия могут быть произвольными, что существенно при каскадировании прибора.

Для получения замкнутой системы уравнений необходимо также выписать уравнения возбуждения для двух видов взаимодействия - резонансного и нерезонансного. В этой связи удобно ввести комплексную дифференциальную крутизну $\hat{S}(\xi)$, которая является функцией продольной координаты и среднюю комплексную крутизну колебательной характеристики S , широко используемую в резонансных СВЧ генераторах с инерционной нелинейностью:

$$\hat{S}(\xi) = \frac{H}{\pi F \delta} \int_0^{2\pi} \int_Z \left[\Psi_t(Z) - i \frac{2}{\Phi} \frac{dZ}{d\xi} \Psi_t(Z) \right] \exp(i\alpha) dZ_0 d\varphi_0 ; \quad (6)$$

$$S = S_1 + iS_2 = \int_0^1 f(\xi) \hat{S}(\xi) \exp(i\Delta\nu) d\xi ; \quad (7)$$

где δ - толщина электронного потока. Для резонансных приборов (генераторов и усилителей) уравнение возбуждения в общем виде можно представить следующим образом:

$$\frac{dF_C}{d\tau} + [1 - i\Delta\omega - GS]F_C = a \exp(i\varphi) ; \quad (8)$$

где a и φ - амплитуда и фаза внешнего сигнала, который подается непосредственно в резонатор; G - параметр эффективности взаимодействия [7]; $\Delta\omega = 2Q \frac{\omega - \omega_r}{\omega_r}$; ω_r - частота колебаний в резонаторе; $\tau = \frac{\omega_r}{2Q} t$; Q - добротность.

Анализ устойчивости стационарных решений уравнения (8) в рамках исследуемой модели проводится на основе критерия Рауса-Гурвица:

$$G \left[\frac{\partial S_2}{\partial \gamma} - \frac{\partial S_1}{\partial F} \right] > GS_1 - 1 ; \quad GF \left[\frac{\partial S_1}{\partial \gamma} \frac{\partial S_2}{\partial F} - \frac{\partial S_1}{\partial F} \frac{\partial S_2}{\partial \gamma} \right] > (GS_1 - 1) \frac{\partial S_2}{\partial \gamma} ; \quad (9)$$

Уравнение возбуждения нерезонансной волновой системы в принятых обозначениях имеет вид:

$$\frac{dF_C}{d\xi} + [d + i\Delta\nu - R\hat{S}(\xi)]F_C = 0 ; \quad (10)$$

где R - параметр эффективности взаимодействия для нерезонансного прибора, имеющий тот же смысл, что и параметр Пирса в ЛБВ; d - параметр затухания.

На примере уравнений (8) и (10) видно проявление принципа пространственно-временной аналогии между резонансной и нерезонансной системами. Условие усиления $R\hat{S} > d$ по смыслу аналогично условию самовозбуждения колебаний $GS > 1$. Установление амплитуды колебаний в одном случае происходит при изменении продольной координаты ξ , а в другом - при изменении «медленного» времени τ . Расстройка частот $\Delta\omega$ входит в уравнение (8) аналогично тому, как в уравнение (10) входит расстройка скоростей $\Delta\nu$.

Таким образом, анализ физических процессов в гибридном приборе может быть проведен с единых позиций для различных участков пространства взаимодействия. Более того, отмеченная аналогия позволяет выявлять новые закономерности процесса электронно-волнового взаимодействия определенного типа на основе анализа закономерностей, присущих другому типу взаимодействия.

Построенная теоретическая модель позволяет наглядно и сравнительно просто проводить численное исследование довольно сложных физических процессов в гибридных приборах, используя для каскадов различных типов одинаковые процедуры расчета интегральных характеристик.

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Решение исходной системы уравнений для резонансных и нерезонансных участков гибридных электронно-волновых систем осуществлялось численными методами. В качестве примера рассмотрим две возможных схемы (хотя это не принципиально):

- резонансный модулятор и нерезонансный выходной усилительный каскад - планарная ЛБВ (схема на рис. 1);
- нерезонансный модулятор и резонансный выходной усилитель (схема на рис. 3).

Рассмотрим результаты предварительных расчетов для первой схемы. На рис. 1 представлены зависимости коэффициента усиления K (в децибелах), а на рис. 2 - электронного КПД $\eta = \sqrt{\eta_l^2 + \eta_i^2}$ от продольной координаты для различных значений амплитуды входного сигнала F_0 , нормированной цикло-

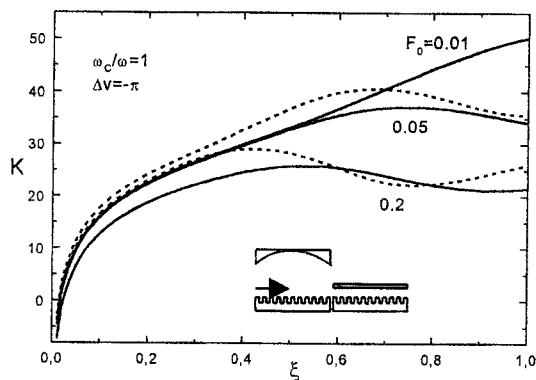


Рис.1. Зависимости коэффициента усиления от продольной координаты.

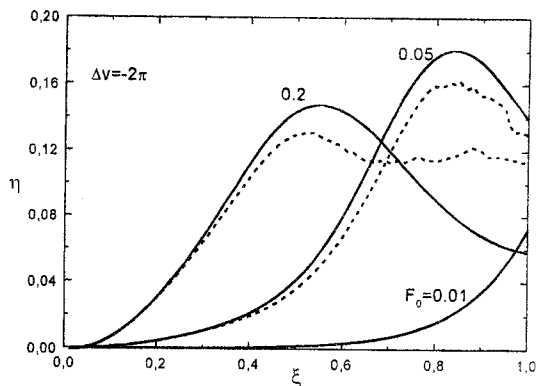


Рис.2. Зависимости электронного КПД от продольной координаты.

тронной частоты $\frac{\omega_c}{\omega}$ и параметра рассинхронизма Δv_1 в модулирующей секции. Сплошные кривые на рис. 1 соответствуют значению $\Delta v_1 = -\pi$, штриховые - $\Delta v_1 = -2\pi$. Изменение параметра Δv_1 приводит к преобразованию характеристик модулированного электронного потока, который возбуждает выходной каскад. Независимая регулировка рассинхронизма скоростей на различных участках гибридной системы обеспечивает дополнительные возможности управления характеристиками прибора,

но усложняет его конструкцию. На рис. 2 сплошные кривые соответствуют значению $\frac{\omega_c}{\omega} = 1$, штриховые

- $\frac{\omega_c}{\omega} = 0.2$. В режиме более жесткой фокусировки закономерности влияния величины F_0 на характеристики усилителя качественно согласуются с соответствующими результатами нелинейной теории ЛБВ [8]. Уменьшение индукции фокусирующего поля сопровождается возрастанием роли двумерных эффектов, таких как высокочастотное расслоение электронного потока, оседание части пучка на замедляющую систему, взаимодействие электронов с поперечными компонентами высокочастотных полей и др. Эти эффекты учитываются в исследуемой модели. Из графиков видно, что в данном случае воздействие этих эффектов на закономерности энергообмена проявляется преимущественно для $F_0 = 0.2$, где наблюдается существенное изменение зависимости $\eta(\xi)$. В конце пространства взаимодействия электронный КПД заметно увеличивается, т.е. фазовая расфокусировка сгустков в продольном высокочастотном поле компенсируется взаимодействием электронов с поперечными компонентами высокочастотных полей.

Результаты, представленные на рис. 1 и 2, рассчитаны с использованием на первом участке прибора аналитической слабосигнальной теории, пригодной для малых значений амплитуды сигнала. Поскольку в рассматриваемой модели модулирующая резонансная секция представляет собой автогенератор

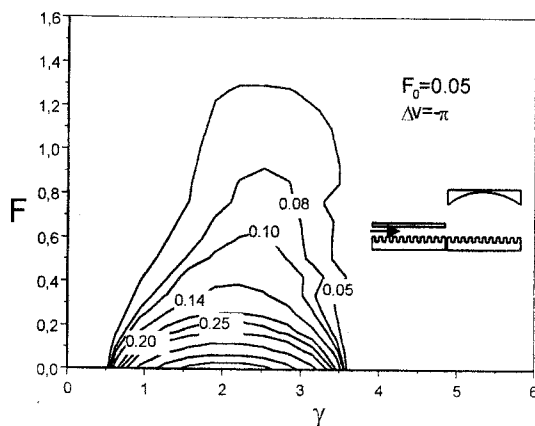
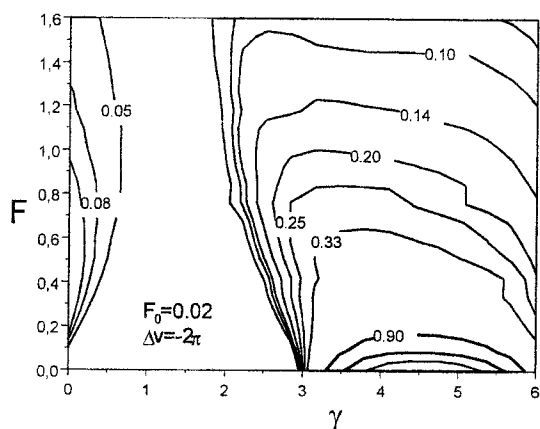


Рис.3. Стационарные значения амплитуды и фазы колебаний.

тор с внешним силовым воздействием, то анализ гибридного прибора с учетом нелинейных явлений на

всех участках пространства взаимодействия представляет интерес с точки зрения поиска новых явлений и дополнительных возможностей управления основными характеристиками.

На рис.3 представлены результаты расчетов для второй схемы гибридного прибора с нерезонансной модулирующей и резонансной выходной секцией. Кривые на рис. 3 представляют собой стационарные решения для амплитуды и фазы колебаний в выходном резонаторе при различных значениях параметра эффективности взаимодействия. На графиках проставлены соответствующие значения параметра, обратного G (т.е. G^{-1}).

В отличие от автономного генератора, где изменение фазы колебаний γ приводит лишь к смещению интервала интегрирования по начальной фазе, здесь значение γ оказывает существенное влияние на закономерности энергообмена. В частности, для различных наборов независимых параметров можно определить области значений фазы, где выходной сигнал или отсутствует, или наблюдается неоднозначность в определении его амплитуды. Характеристики, представленные на рис. 3, являются базовыми для расчета амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик неавтономного резонансного генератора.

Поскольку модуляция электронного потока по скорости и по плотности, а также предварительное усиление осуществляется в условиях длительного электронно-волнового взаимодействия, то на входе резонансной секции может быть реализован как слабомодулированный поток, так и последовательность электронных сгустков. Очевидно, что при фиксированной длине нерезонансной секции увеличение амплитуды входного сигнала приводит к нарастанию модуля комплексной амплитуды первой гармоники конвекционного тока, который является мерой плотности частиц в сгустках. Следовательно, эффективность взаимодействия на выходном участке прибора зависит от вида продольного амплитудного распределения $f(\xi)$, поскольку именно эта функция определяет интенсивность энергообмена на длине пространства взаимодействия. Графики на рис.3 рассчитаны для гауссовской формы огибающей $f(\xi)$, характерной для открытых резонаторов. В этом случае сформированные сгустки попадают в нарастающее поле выходной секции, которое не является оптимальным для эффективного взаимодействия. Действительно, из сравнения графиков на рис.3 видно, что увеличение амплитуды входного сигнала сопровождается снижением амплитуды выходного сигнала при фиксированных значениях параметра эффективности взаимодействия. Вместе с тем, расчеты показывают, что увеличение значения F_0 до значения 0.02 приводит к нарастанию амплитуды колебаний в резонаторе, что соответствует результатам анализа неавтономных резонансных систем. В этом случае на вход резонансной секции подается модулированный электронный поток, в котором процесс формирования сгустков еще продолжается (модуль конвекционного тока не достиг максимума). Нарастание плотности сгустков происходит далее в этой секции совместно с нарастанием амплитуды высокочастотного поля, что обуславливает высокую эффективность электронно-волнового взаимодействия.

ВЫВОДЫ

Представленная в работе нелинейная самосогласованная теория электронных приборов с резонансными и нерезонансными участками пространства взаимодействия позволяет моделировать процессы энергообмена для множества разновидностей гибридных электронно-волновых систем. Использование принципа пространственно-временной аналогии обуславливает единство основных предпосылок и подходов к анализу закономерностей физических процессов для различных видов взаимодействия высокочастотных полей с активными средами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. E.M.Marshall, P.M.Phillips, J.E.Walsh // IEEE Trans. on Plasma Science. 1988. V.16. N2. P. 199-205.
2. J.Joe, L.J.Louis, J.E.Scharer et al. // Phys. Plasmas. 1997. 4(7). P. 2707-2715.
3. Генераторы дифракционного излучения / Под ред. Шестопалова В.П., ИРЭ АН УССР, Киев: Наук. думка, 1991. 320 с.
4. Теория резонансных усилителей с распределенным взаимодействием / Ваврив Д.М., Третьяков О.А., ИРЭ АН УССР, Киев: Наук. думка, 1989. 152 с.
5. Уткин Г.М. Автоколебательные системы и волновые усилители. М. Сов. радио, 1978. 272 с.
6. Одаренко Е.Н., Шматько А.А. // РЭ. 1994. №4. С.653-661
7. Ваврив Д.М., Третьяков О.А., Шматько А.А. // РЭ. 1978. №11. С. 2354-2362.
8. Филимонов Г.Ф., Бадлевский Ю.Н. Нелинейное взаимодействие электронных потоков и радиоволн в ЛБВ. М. Сов. радио, 1971. 184 с.