УДК 62.506.2:658.5.011

Б. В. ДЗЮНДЗЮК, канд. техн. наук, *Т. И. СТЕПАНОВА*, канд. техн. наук

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЛИЯНИЯ КОМПЛЕКСА ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ВО ВРЕМЕНИ ФАКТОРОВ СРЕДЫ НА ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ ОПЕРАТОРА

В [1] авторами предложена математическая модель влияния комплекса изменяющихся во времени факторов окружающей среды на параметры, характеризующие функциональное состояние оператора ФСО. Обоснована целесообразность выбора динамической, стохастической, непрерывной линейной модели. Такая модель имеет вид

$$y(t) = v(t) + \varepsilon_y(t), \quad x(t) = u(t) + \varepsilon_x(t), \quad v(t) = \int_0^\infty w(\tau)\, u(t-\tau)\, d\tau,$$

где $y(t)$ — вектор-функция параметров, характеризующих ФСО; $x(t)$ — вектор-функция параметров, характеризующих состояние внешней среды рабочего места оператора. Здесь $v(t)$ — детерминированная составляющая $y(t)$ (вектор-функция той же размерности); $\varepsilon_y(t)$ — стохастическая составляющая $y(t)$. Аналогично $u(t)$ и $\varepsilon_x(t)$ — соответственно детерминированная и стохастическая составляющая вектор-функции $x(t)$.

Для идентификации модели предложено применять уравнение Винера-Хопфа. Для реализации приведенных выше результатов были использованы журналы наблюдений, проведенных сотрудниками НИИ ГТПЗ АМН СССР на предприятии «Плутон». Некоторые результаты этого исследования приведены в [2].

Нами были использованы результаты хронометража работы 12 операторов трех специальностей с различными условиями труда. Период наблюдений составил от 4 до 6 суток. В течении каждой смены проводилось измерение параметров, характеризующих функциональное состояние оператора (3 раза в смену) и измерения параметров, характеризующих условия труда (ППЭ ЭМИ СВЧ и температуры воздуха). Показателями функционального состояния являлись: время реакции на световой раздражитель, уровни артериального давления и частота сердечных сокращений.

Обработка данных проводилась следующим образом. Данные об условиях труда интерполировались на период между сменами значением ППЭ, равным нулю, и значением температуры воздуха, равным 20 °С. Данные о параметрах ФСО интерполировались по методу Эйткена-Лагранжа.

Таким образом, были получены однородные временные ряды для исследуемых параметров. Затем полученные временные ряды были отцентрированы. На их основании были вычислены значения элементов корреляционных матриц-функций $R_{xx}(\tau)$ и $R_{xy}(\tau)$.

Решение уравнения Винера-Хопфа проводилось путем его дискретизации и сведения к четырем системам линейных уравнений. Была принята следующая нумерация факторов внешней среды: 1 — уровень ППЭ ЭМИ; 2 — температура воздуха. Нумерация параметров ФСО: 1 — уровень систолического артериального давления; 2 — уровень дистолического артериального давления; 3— частота сердечных сокращений; 4 — время сенсомоторной реакции на световой раздражитель.

Каждая система имеет вид:

$$\begin{pmatrix} (R_{xx})_{11} & (R_{xx})_{12} \\ (R_{xx})_{21} & (R_{xx})_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{i1} \\ w_{i2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (R_{xy})_{i1} \\ (R_{xy})_{i2} \end{pmatrix},$$

где

$$(R_{xx})_{pq} = \begin{pmatrix} (R_{xx}(0))_{pq} & (R_{xx}(\Delta t))_{pq} & \ldots & (R_{xx}((N-1)\Delta t))_{pq} \\ (R_{xx}(\Delta t))_{pq} & (R_{xx}(0))_{pq} & \ldots & (R_{xx}((N-2)\Delta t))_{pq} \\ \vdots & & & \\ (R_{xx}((N-1)\Delta t))_{pq} & (R_{xx}((N-2)\Delta t))_{pq} & \ldots & (R_{xx}(0))_{pq} \end{pmatrix}$$

— матрица размера $N \times N$;

$$i = 1, 2, 3, 4; \; w_{ir} = (w_{ir}(0), \ldots, w_{ir}((N-1)\Delta t))^T,$$

$$(R_{xy})_{ir} = ((R_{xy}(0))_{ir}, \ldots, (R_{xy}((N-1)\Delta t))_{ir})^T.$$

Здесь $N-1$ — число интервалов разбиения отрезка T_w; Δt — дискретность разбиения времени; T — знак транспортирования матрицы. Имеет место соотношение $T_w = (N-1)\Delta t$.

На основании эвристического анализа матрицы-функции $R_{xy}(\tau)$ выбраны значения $T_w = 6$ ч. и $\Delta t = 0{,}33$ ч. Таким образом, $N = 19$.

Система линейных уравнений решалась методом Гаусса с выбором главного элемента.

В целях регуляризации решения было применено сглаживание полученных результатов. На основании графического анализа результатов для функций $w_{11}(\tau)$, $w_{21}(\tau)$, $w_{32}(\tau)$, $w_{41}(\tau)$ была выбрана формула $w(\tau) = ae^{-b\tau}$, (1)

для функций $w_{22}(\tau)$, $w_{31}(\tau)$, $w_{42}(\tau)$ — формула $w(\tau) = a\tau^b e^{-c\tau}$ (2)

и для функций $w_{12}(\tau)$ и $w_{31}(\tau)$ — формула $w(\tau) = a$.

Соотношения (1), (2) были линеаризованы путем логарифмирования. Затем коэффициенты определялись методом наименьших квадратов. В результате получены соотношения

$$w_{11}(\tau) = 0{,}083e^{-0{,}1613\tau}; \quad w_{21}(\tau) = 5{,}6\cdot 10^{-3}e^{-0{,}3402\tau};$$

$$w_{31}(\tau) = 0{,}00406; \; w_{41}(\tau) = 9{,}14\cdot 10^{-5}e^{0{,}0355\tau}; \; w_{12}(\tau) = -0{,}00324;$$

$$w_{22}(\tau) = 0{,}277\tau^{1{,}049}e^{-0{,}5498\tau}; \quad w_{32}(\tau) = 0{,}332e^{-0{,}3279\tau};$$

$$w_{42}(\tau) = 1{,}134 \cdot 10^{-3}\tau^{1{,}7480}e^{-1{,}023}.$$

Анализ полученных аналитических зависимостей свидетельствует о том, что в общем случае наблюдаются явления запаздывания накопления эффекта и экспоненциального восстановления. ~~В~~ качестве исключения можно рассматривать $w_{31}(\tau)$, для которого за период $T_w=6$ ч., по-видимому, еще не наблюдается восстановление.

Полученные при идентификации результаты были проверены на адекватность исходным экспериментальным данным. С этой целью произведены вычисления, основанные на предложенных в работе [3] методиках.

Для каждого человека и каждого параметра y_i ФСО на основании модели вычислены оценки $\widehat{y}_i$.

$$\hat{y}_i(t_k) = \hat{y}_i + \int_0^T [w_{i1}(\tau)\, x + (t_k - \tau) + w_{i2}(\tau)\, x_2(t_k - \tau)]\, d\tau,$$

где $\overline{y_i}$ — среднее значение y_i за период наблюдения; t_k — момент замеров параметров, характеризующих ФСО (кроме замера в начале первой исследуемой смены); $k=1, \ldots, N$; $w_{ij}(\tau)$ — значение элемента переходной матрицы-функции; $j=1{,}2$; $i=1, 2, 3, 4$, $x_j(t)$ — центрированное значение параметра среды; $x_1(t)$ — уровень ППЭ ЭМИ СВЧ $\begin{cases} 0 \text{ при } t^\circ \leqslant 20^\circ \text{C} \\ t^\circ - 20^\circ \text{C} - \text{в противном случае}; \end{cases}$

$$\overline{T} = \min_k (t_k,\ T_w).$$

Затем были определены отклонения измеренных и предсказанных значений параметров: $\varepsilon_i(t_k) = y_i(t_k) - \widehat{y}_i(t_k)$. Здесь $y_i(t_k)$ — измеренные y_i.

Далее по критерию Стьюдента проверялась гипотеза о равенстве нулю средних отклонений $\bar{\varepsilon}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \varepsilon_i(t_k)$.

С этой целью вычислялись значения $\eta_i = \dfrac{\sqrt{N}\, \varepsilon_i}{\sqrt{\dfrac{1}{N-1} \sum\limits_{k=1}^{N}}}$,

после чего оценивалась доверительная вероятность $\alpha_t^{(i)}$, равная вероятности ошибки, которая будет совершена, если отвергнуть предложенную гипотезу;

$$\alpha_t^{(i)} = 1 - \int_{-\eta_i}^{\eta_i} \frac{\Gamma\left(\frac{N}{2}\right)}{\sqrt{\pi n}\,\Gamma\left(\frac{N-2}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{(N-1) - \frac{N}{2}}\right) dx.$$

Проведен анализ результатов. В статистике принято принимать нулевую гипотезу (о совпадении) при $\alpha \geqslant 0{,}1$. В нашем случае минимальное значение $\alpha_t^{(i)}$ составило 0,16. В целом по всем опытам доля случаев с $\alpha_t^{(i)} \geqslant 0{,}5$ составила 75 %, в том числе для $i=1$—75 %; $i=2$—66 %; $i=3$—75 % и $i=4$—91 %.

Не обнаружено существенных отклонений $\alpha_t^{(i)}$ при применении сглаженных и несглаженных значений $w_{ij}(\tau)$.

Далее проверке подвергалась гипотеза о независимости в разные моменты времени, для чего были вычислены нормированные временные ряды $\hat{\varepsilon}_i(t_k) = \dfrac{\varepsilon_i(t_k) - \bar{\varepsilon}_i}{\sqrt{\dfrac{1}{N-1}\sum\limits_{k=1}^{N}(\varepsilon_i(t_k) - \bar{\varepsilon}_i)^2}}$.

Пусть $k(\Delta t) = \{k: t_{k+1} - t_k = \Delta t\}$ — множество номеров моментов времени t_k, для которых интервал до следующего момента времени равен Δt.

Обозначим $|k(\Delta t)|$ — число элементов в множестве $k(\Delta t)$. При $\Delta t = 3$ ч. в множестве $k(\Delta t)$ попадают моменты, соответствующие началу, середине и концу смены.

Были вычислены значения $r_i(3) = \dfrac{1}{|k(3)|}\sum\limits_{k\in K(3)} \hat{\varepsilon}_i(t_k)\,\hat{\varepsilon}_i(t_{k+1})$.

Затем вычислялись значения статистических критериев

$$F_i(3) = (|k(3)| - 1)\,\frac{r_i(3)}{1 - r_i^2(3)}$$

и доверительные вероятности (для распределения Фишера)

$$\alpha_F^{(i)} = 1 - \int\limits_0^{F_j(3)} \frac{\Gamma\left(\frac{\omega+1}{2}\right)dx}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\omega}{2}\right)\sqrt{\omega x}\left(1+\frac{x}{\omega}\right)^{\frac{\omega+1}{2}}},$$

где $|k(3)| - 1$.

Минимальное значение $\alpha_F^{(i)}$ составляет 0,13. В целом по всем опытам для случаев с $\alpha_F^{(i)} \geqslant 0{,}5$ составила 50 %, в том числе для $i=1$—66, для $i=2$—41; $i=3$—66 и $i=4$—25 %.

Не обнаружено существенных отклонений $\alpha_F^{(i)}$ при применении сглаженных и несглаженных значений $\omega_{ij}(\tau)$.

Следовательно, гипотеза о независимости остатков $\varepsilon_i(t_k)$ может быть принята. Таким образом, в результате проверки адекватности подтверждается применимость линейной динамической стохастической модели для влияния уровня ППЭ ЭМИ и температуры воздуха на параметры функционального состояния организма обследованных операторов.

Список литературы: 1. *Дзюндзюк Б. В., Степанова Т. И.* Идентификация реакции человеческого организма на воздействие условий труда и оптимизация технологических процессов с точки зрения охраны труда//Пробл. бионики. 1987. Вып. 39. С. 87—91. 2. *Зависимость* биоэффектов микроволнового облучения от интенсивности и длительности воздействия: Отчет о НИР НИИ гигиены труда и профзаболеваний. № ГР 74062615; инв. № Б 566490. М., 1976. 242 с. 3. *Кашьяп Р. Л., Рао А. Р.* Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. М., 1983. 384 с.

Поступила в редколлегию 14.04.88