ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ

В. П. Авраменко, Н. Т. Куценко

Харьков

В данной работе предлагается удобный для реализации на ЦВМ метод решения транспортной задачи. В m пунктах производства $A = \{A_1, A_2, \ldots, A_m\}$ имеется некоторый однородный продукт, причем объем продукта в пункте A_i составляет a_i единиц. Этот продукт доставляется в n пунктов потребления $B = \{B_1, B_2, \ldots, B_n\}$. Объем потребления пункта B_j равен b_j единиц. Предполагается, что спрос не превышает предложение:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i \geqslant \sum_{j=1}^{n} b_j.$$

Это условие не нарушает общности задачи, так как в противном случае потребителей и поставщиков следовало бы поменять местами.

Допустим, что из каждого пункта производства A_i можно перевозить продукт в любой пункт потребления B_j, причем транспортные расходы заранее известны и составляют c_{ij} единиц. Если из-за отсутствия транспортных коммуникаций перевозки из пункта A_i в пункт B_j невозможны, то стоимость перевозок c_{ij} принимается равной бесконечности.

В результате решения транспортной задачи требуется составить такой план перевозок, при котором все запросы потребителей удовлетворяются при минимальных общих транспортных расходах.

Практическая важность рассматриваемой задачи состоит в том, что к ней сводятся многие задачи по организации и планированию: составление оптимального плана перевозок, рациональное использование оборудования, задача о назначениях и другие.

Предлагаемый метод решения транспортной задачи по своей идее близок к методу потенциалов, но является более общим и универсальным. Особенно удобен этот метод при решении вырожденных транспортных задач.

Процесс решения задачи состоит из ряда последовательных шагов. На каждом шаге увеличивается общий поток груза, полученный на предыдущем шаге. Увеличенный поток должен иметь минимальную стоимость среди всех потоков равной ему величины.

Пусть на некотором шаге решения задачи поток грузов характеризуется матрицей перевозок

$$X = \| x_{ij} \| \quad (i = 1, 2, \ldots, m; \quad j = 1, 2, \ldots, n),$$

где x_{ij} — количество груза, перевезенное из пункта A_i в пункт B_j. Тогда запасы грузов у поставщиков равны

$$\tilde{a}_i = a_i - \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \quad (i = 1, 2, \ldots, m),$$

а запросы потребителей

$$\tilde{b}_j = b_j - \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \quad (j = 1, 2, \ldots, n).$$

Разобъем множество поставщиков A на два подмножества: A_{I} — поставщики, имеющие груз, и A_{II} — поставщики, не имеющие груза, а множество потребителей B — на подмножества: B_{I} — потребители, имеющие спрос, и B_{II} — не имеющие спроса. Каждому потребителю B_j ставится в соответствие потенциал q_j, представляющий собой минимальную стоимость доставки единицы груза в этот пункт при условии, что общий поток в сети не уменьшается; аналогично каждому поставщику ставится в соответствие потенциал p_i.

Потенциалы потребителей и поставщиков, а также номера пунктов, которыми они обусловлены, определяются функциональными уравнениями

$$p_i = \min_{j \in T_i} (q_j - c_{ij}) \quad (i \in A),$$

$$q_j = \min_{i \in A} (p_i + c_{ij}) \quad (j \in B),$$

где $p_i = 0 \quad (i \in A_{\text{I}})$,

T_i — подмножество потребителей из множества B_{II}, у которых $x_{ij} \neq 0$.

Эти уравнения могут быть решены итерационным методом по следующей вычислительной схеме.

1. Предварительно принимаем

$$p_i^{(1)} = 0 \quad (i \in A_{\text{I}}), \quad P_i^{(1)} = \infty \; (i \in A_{\text{II}}).$$

Если $A_{II} = \varnothing$ или $B_{II} = \varnothing$, то переходим к пункту 3; в противном случае первое приближение потенциала q_j определяем по формуле

$$q_j^{(1)} = \min_{i \in A} (p_i^{(1)} + c_{ij}) \quad (j \in B_{II}).$$

2. Значения потенциалов p_i и q_j уточняются по формулам

$$p_i^{(k)} = \min_{T_i \neq \varnothing} (q_j^{(k)} - c_{ij}) \quad (i \in A_{II}),$$

$$p_i^{(k)} = p_i^{(k-1)} \quad (\text{если } T_i = \varnothing),$$

$$q_j^{(k)} = \min_{i \in A} (p_i^{(k)} + c_{ij}) \quad (j \in B_{II}).$$

Вычислительная процедура повторяется до тех пор, пока не будет установлен факт равенства потенциалов на предыдущей и последующей итерациях. Количество итераций не превосходит числа потребителей, не имеющих спроса, и числа поставщиков, не имеющих груза.

3. Потенциалы потребителей, имеющих спрос, определяются по формуле

$$q_j = \min_{i \in A} (p_i^{(k)} + c_{ij}) \quad (j \in B_{II}),$$

а потенциалы остальных пунктов принимаются равными

$$q_j = q_j^{(k)} \quad (j \in B_{II}), \quad p_i = p_i^{(k)} \quad (i \in A).$$

В процессе вычисления потенциалов запоминаются пункты, которыми они обусловлены.

Для увеличения общего потока с наименьшими удельными затратами необходимо направить груз в пункт потребления $B_{j0} \in B_I$, имеющий спрос, у которого потенциал минимальный. Груз в этот пункт направляется из пункта A_{i0}, которым обусловлен потенциал. Если найденный пункт $A_{i0} \in A_I$, то x_{i0j0} увеличиваем на

$$\delta = \min (\tilde{a}_{i0}, \tilde{b}_{j0}).$$

Если $A_{i0} \in A_{II}$, то определяется пункт B_{j1}, которым обусловлен потенциал пункта A_{i0}, и так далее пока не встретится поставщик $A_{ik} \in A_I$. Полученная последовательность пунктов B_{j0}, A_{i0}, B_{j1}, A_{i1}, ..., B_{jk}, A_{ik} определяет маршрут, по которому следует перераспределить и увеличить общий поток. Маршрут в этом случае начинается у поставщика, имеющего груз, проходит через несколько промежуточных потребителей, не имеющих спроса, через несколько промежуточных поставщиков, не имеющих грузов, и оканчивается у потребителя, имеющего спрос. На участках маршрута, идущих от потребителей к поставщикам, поток грузов уменьшается, а на участках, идущих от поставщиков

к потребителям, увеличивается на величину δ, которая не должна превышать спроса в пункте B_{j0}, предложения в A_{ik} и величины перевозок на участках, где поток уменьшается.

Такой процесс увеличения общего потока грузов продолжается до тех пор, пока не будут удовлетворены запросы всех потребителей.

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ КОМПЛЕКСОМ ОПЕРАЦИИ С ИЕРАРХИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ

В. В. Свиридов, А. К. Колюшенков

Харьков

При разработке и совершенствовании систем управления промышленным предприятием важно выбрать наиболее эффективные методы получения, обработки и использования информации, а также рациональные схемы движения потоков информации в зависимости от организационной структуры и применяемых методов управления.

Иерархическая структура системы управления предприятием в большинстве случаев строится по принципу иерархичности промышленного предприятия как сложной (большой) системы. Пока не существует формального и строгого определения большой системы, однако необходимо рассматривать иерархию в управлении ею как наиболее характерную черту больших систем [1, 2, 3].

Иерархичность производства проявляется в виде различия целей на различных уровнях управления. Автоматизированная система управления производством должна иметь иерархическую структуру, так как цель нижестоящего уровня определяется вышестоящим [5]. Объектом управления в таких системах является коллектив людей, цель которого — достижение определенного результата за некоторый (вполне определенный) промежуток времени. Управляющий орган — руководитель производством или руководящая группа — на основе поступающих по каналам обратной связи сведений о выполнении намеченных работ и воздействий со стороны более высокого уровня управления вырабатывает управляющие воздействия, т. е. принимает ряд организационно-технических мер, чтобы скомпенсировать рассогласование между реальным ходом работ и планом, например, путем перераспределения ресурсов.

Рассмотрим систему управления (рис. 1) с иерархической структурой, в которой регулятор высшего уровня P_0 изменяет характеристики регуляторов низшего уровня $p_{11}^{(01)}, \ldots, p_{1R}^{(01)}$, с целью оптимизации всего процесса в целом.