

УДК 621.391

# ТЕНЗОРНА МОДЕЛЬ ВІДМОВОСТІЙКОЇ МАРШРУТИЗАЦІЇ З ПІДТРИМКОЮ ЯКОСТІ ОБСЛУГОВУВАННЯ В МУЛЬТИСЕРВІСНІЙ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНІЙ МЕРЕЖІ



О.С. ЄРЕМЕНКО

Харківський національний  
університет радіоелектроніки

**Abstract** – In this article, the tensor model of fault-tolerant routing with the support of the Quality of Service (QoS) in the telecommunication network is proposed, the novelty of which is to ensure the implementation of the protection of the Quality of Service level on the parameters of bandwidth and the average end-to-end delay of packets. At the same time, when implementing the fault-tolerant routing of modern network traffic, and especially of multimedia flows, it is necessary to take into account the fact that the Quality of Service must be provided simultaneously for several QoS parameters – bandwidth, time indicators, for example, average packet delay, as well as reliability parameters. The presented solution is based on the tensor description of the fault-tolerant routing process, which allowed to present the required protection conditions in the analytical form, as well as to solve an optimization problem in relation to the calculation of the primary and backup routes, along which the given level of QoS was provided. The numerical example demonstrates the performance of the proposed tensor model of fault-tolerant QoS routing with detailed geometrization of the network structure – the choice of space, coordinate systems and the formation of matrices of the covariant transformation of the introduced bases. An example was the case of a possible failure of an arbitrary network router and (or) incident communication links. As a result of solving the given optimization problem, the primary and backup multipaths were received, along which a given level of Quality of Service was provided on the parameters of bandwidth and average end-to-end packet delay.

**Анотація** – В даній статті запропоновано тензорну модель відмовостійкої маршрутизації з підтримкою якості обслуговування в телекомунікаційній мережі, новизна якої полягає в забезпеченні реалізації захисту рівня якості обслуговування за показниками пропускної здатності та середньої міжкінцевої затримки пакетів. Представлене рішення отримано на підставі тензорного опису процесу відмовостійкої маршрутизації, що дозволило представити в аналітичному вигляді шукані умови захисту, а також розв'язати оптимізаційну задачу щодо розрахунку основних та резервних маршрутів, вздовж яких забезпечувався заданий рівень якості обслуговування. На числовому прикладі продемонстрована працездатність запропонованої тензорної моделі відмовостійкої QoS-маршрутизації з деталізацією процедур геометризації структури мережі.

**Аннотация** – В данной статье предлагается тензорная модель отказоустойчивой маршрутизации с поддержкой качества обслуживания в телекоммуникационной сети, новизна которой заключается в обеспечении реализации защиты уровня качества обслуживания по показателям пропускной способности и средней межконцевой задержки пакетов. Представленное решение получено на основе тензорного описания процесса отказоустойчивой маршрутизации, что позволило представить в аналитическом виде искомые условия защиты, а также решить оптимизационную задачу по расчету основных и резервных маршрутов, вдоль которых обеспечивался заданный уровень качества обслуживания. На численном примере продемонстрирована работоспособность предложенной тензорной модели отказоустойчивой QoS-маршрутизации с детализацией процедур геометризации структуры сети.

## Вступ

На сьогодні надзвичайно актуальною є задача, пов'язана з побудовою відмовостійких мультисервісних телекомунікаційних мереж (ТКМ), здатних забезпечити високий рівень якості обслуговування (Quality of Service, QoS) в умовах можливих відмов мережного обладнання на підставі реалізації відповідних схем захисту – каналу, вузла або маршруту в цілому [1-5]. При цьому при реалізації відмовостійкої маршрутизації сучасного мережного трафіка, а особливо мультимедійних потоків, варто

враховувати те, що якість обслуговування необхідно забезпечувати одночасно за декількома QoS-показниками [6-11] – показниками пропускну здатності, часовими показниками, наприклад, середньої затримки пакетів, а також показниками надійності.

Проведений аналіз [12-26] показав, що для підтримки якості обслуговування в ході відмовостійкої маршрутизації може використовуватись ряд підходів. Перший з них [12-18] заснований на використанні маршрутних метрик каналів, які пов'язані або з якимось окремим QoS-показником, або представляють собою інтегральну функцію (згортку) від множини подібних показників. При цьому метрика основного шляху не повинна бути гіршою за метрику резервного шляху. Другий підхід орієнтований на реалізацію ідей концепції Traffic Engineering на підставі балансування навантаження в ТКМ, так як основні QoS-показники напряму залежать від коефіцієнтів завантаженості (використання) каналів зв'язку [19-22]. Тобто цей підхід заснований на тому, що збалансоване завантаження каналів зв'язку сприяє мінімізації ймовірності виникнення в мережі перевантажених ділянок (вузьких місць), при проходженні яких пакети зазнають критичних затримок та втрат.

Проте перші два підходи хоча і орієнтують на покращення QoS, але створюють лише необхідні, а не достатні умови для забезпечення саме заданого рівня якості обслуговування в мережі. Тобто ніяких гарантій щодо числових значень основних QoS-показників не надається. Тому в умовах більш жорстких QoS-вимог, особливо в умовах високих навантажень на ТКМ, необхідно використовувати моделі та методи, в яких теоретично обґрунтовується надання подібних гарантій. В роботах [19, 20] запропоновано лінійне рішення щодо захисту такого важливого показника QoS, як пропускну здатність при реалізації одношляхової маршрутизації, а в статтях [21, 22] наведено відмовостійке маршрутне рішення із захистом пропускну здатності вже й для випадку реалізації багатошляхової маршрутизації.

Як показано в роботах [23-26], розрахунок шуканих маршрутів, вздовж яких би гарантувались задані значення вже множини QoS-показників, наприклад, швидкості передачі пакетів (пропускну здатності) і середньої міжкінцевої затримки, можна отримати за допомогою використання тензорних моделей ТКМ. Саме завдяки тензорному поданню математичної моделі ТКМ вдалося отримати в аналітичному вигляді шукані умови забезпечення QoS за множиною показників. Тому мета даної роботи полягає в розробці тензорної моделі відмовостійкої маршрутизації в ТКМ, в рамках якої б реалізувались відомі схеми захисту елементів мережі та здійснювалась підтримка якості обслуговування за показниками пропускну здатності та середньої міжкінцевої затримки пакетів як за основним, так і за резервним маршрутами.

## **I. Структурно-функціональна модель відмовостійкої маршрутизації в телекомунікаційній мережі**

В рамках запропонованої моделі відмовостійкої QoS-маршрутизації структура ТКМ описується одновимірною мережею  $S = (U, V)$ , де  $U = \{u_r, r = \overline{1, m}\}$  – множина вузлів (маршрутизаторів) мережі, а  $V = \{v_z = (i, j); z = \overline{1, n}; i, j = \overline{1, m}; i \neq j\}$  – множина

дуг (каналів зв'язку). При цьому  $z$ -й канал зв'язку моделюється дугою  $v_z = (i, j) \in V$ . Пропускна здатність  $\varphi_{i,j}$  відома для кожного каналу  $(i, j)$  і вимірюється в пакетах за секунду (1/с). Результатом розв'язання задачі відмовостійкої QoS-маршрутизації є розрахунок двох типів маршрутних змінних –  $x_{i,j}^k$  та  $\bar{x}_{i,j}^k$ , кожна з яких характеризує частку інтенсивності  $k$ -го потоку в каналі зв'язку  $(i, j)$ , що входить до основного або резервного мультишляху відповідно;  $K$  – множина потоків в ТКМ. При цьому мультишлях визначається як множина шляхів, за якими передаються пакети даного потоку. Стратегія багатошляхової маршрутизації в межах запропонованої моделі реалізується на основі виконання обмежень

$$0 \leq x_{i,j}^k \leq 1 \quad \text{та} \quad 0 \leq \bar{x}_{i,j}^k \leq 1, \quad (1)$$

які накладаються на маршрутні змінні.

Крім того, мають бути виконані умови збереження потоку на вузлах мережі, які пов'язують маршрутні змінні основного шляху [25, 27-29]:

$$\begin{cases} \sum_{j:(i,j) \in V} x_{i,j}^k - \sum_{j:(j,i) \in V} x_{j,i}^k = 1, & k \in K, i = s_k; \\ \sum_{j:(i,j) \in V} x_{i,j}^k - \sum_{j:(j,i) \in V} x_{j,i}^k = 0, & k \in K, i \neq s_k, d_k; \\ \sum_{j:(i,j) \in V} x_{i,j}^k - \sum_{j:(j,i) \in V} x_{j,i}^k = -1, & k \in K, i = d_k, \end{cases} \quad (2)$$

де  $s_k$  – вузол-відправник, а  $d_k$  – вузол-одержувач для  $k$ -го потоку. Обмеження, аналогічні умовам (2), накладаються й на маршрутні змінні резервного шляху [15, 20]:

$$\begin{cases} \sum_{j:(i,j) \in V} \bar{x}_{i,j}^k - \sum_{j:(j,i) \in V} \bar{x}_{j,i}^k = 1, & k \in K, i = s_k; \\ \sum_{j:(i,j) \in V} \bar{x}_{i,j}^k - \sum_{j:(j,i) \in V} \bar{x}_{j,i}^k = 0, & k \in K, i \neq s_k, d_k; \\ \sum_{j:(i,j) \in V} \bar{x}_{i,j}^k - \sum_{j:(j,i) \in V} \bar{x}_{j,i}^k = -1, & k \in K, i = d_k. \end{cases} \quad (3)$$

В роботі [15] пропонується ряд умов, що відповідають за реалізацію схем захисту елементів мережі при відмовостійкій багатошляховій маршрутизації. При цьому захист каналу зв'язку  $v_z = (i, j) \in V$  в ТКМ реалізується таким чином:

$$0 \leq \bar{x}_{i,j}^k \leq \delta_{i,j}^k, \quad \text{де} \quad \delta_{i,j}^k = \begin{cases} 0, & \text{при захисті каналу зв'язку } (i, j) \in V; \\ 1, & \text{в іншому випадку.} \end{cases} \quad (4)$$

При реалізації схеми захисту вузла  $u_i \in U$  умови (4) узагальнюються на випадок захисту множини каналів зв'язку, інцидентних вузлу, що захищається [15, 16]. Тоді в разі використання багатошляхової стратегії вводиться система умов:

$$0 \leq \bar{x}_{i,j}^k \leq \delta_{i,j}^k \text{ при } u_j \in u_i^*, j = \overline{1, m}, \quad (5)$$

де  $u_i^* = \{u_j^* : (i, j) \neq 0; j = \overline{1, m}; i \neq j\}$  – підмножина маршрутизаторів, які є суміжними для маршрутизатора  $u_i$ , а вибір значень  $\delta_{i,j}^k$  виконується аналогічно умові (4).

Також мають місце обмеження щодо запобігання перевантаження пропускної здатності каналів зв'язку (умови захисту пропускної здатності):

$$\sum_{k \in K} \lambda_{req}^k \cdot \max[x_{i,j}^k, \bar{x}_{i,j}^k] \leq \varphi_{i,j}, (i, j) \in V, \quad (6)$$

де  $\lambda_{req}^k$  – середня інтенсивність  $k$ -го потоку (1/с), що надходить до мережі.

## II. Тензорна модель відмовостійкої QoS-маршрутизації в мультисервісній телекомунікаційній мережі

З метою забезпечення міжкінцевої QoS перейдемо до тензорної моделі мульти-сервісної ТКМ [23-26], в якій вихідна структура мережі при розрахунку основного мультишляху визначає дискретний  $n$ -вимірний простір, де  $n$  – число каналів зв'язку в мережі. ТКМ розглядається в двох ортогональних системах координат (СК): гілок мережі  $\{v_k, k = \overline{1, n}\}$ , а також лінійно незалежних контурів  $\{\pi_i, i = \overline{1, \mu}\}$  і вузлових пар  $\{\eta_j, j = \overline{1, \phi}\}$ ,  $\mu(S) = n - m + 1$  – цикломатичне число, а  $\phi(S) = m - 1$  – це ранг мережі, які визначають відповідно кількість базисних контурів і вузлових пар в мережі  $S$ . Тоді, наприклад, в разі моделювання функціонування інтерфейсу маршрутизаторів мережі системою масового обслуговування (СМО) М/М/1 метрика простору буде представлена тензором  $G$ , координати проекції якого в СК гілок, представлені діагональними елементами матриці  $G_v$  розміру  $n \times n$  і віднесені до кожного  $k$ -го потоку в мережі, будуть розраховуватися так [18, 23]:

$$g_{v(k)}^{zz} = \lambda_{v(k)}^z (\varphi_z - B_{v(k)}^z), \quad (7)$$

де  $\lambda_{v(k)}^z$  – інтенсивність  $k$ -го потоку в  $z$ -му каналі зв'язку при використанні наскрізної нумерації каналів;  $B_{v(k)}^z$  – інтенсивність агрегованого потоку в каналі  $v_z = (i, j) \in V$ , яка згідно з виразом в лівій частині нерівності (6) дорівнює:

$$B_{v(k)}^z = \lambda_{req}^k x_{i,j}^k + \sum_{p \in K, p \neq k} \lambda_{req}^p \cdot \max[x_{i,j}^p, \bar{x}_{i,j}^p]. \quad (8)$$

Проекції тензора  $G$  при зміні СК його розгляду перетворюються як [30]:

$$G_{\pi\eta} = A^t G_v A, \quad (9)$$

де  $G_{\pi\eta}$  – проекція тензора  $G$  в СК контурів і вузлових пар,  $A$  –  $n \times n$  матриця коваріантного координатного перетворення [30],  $[\cdot]^t$  – оператор транспонування,  $[\cdot]^{-1}$  – оператор обернення матриці.

Як показано в [18, 23], матрицю  $G_{\pi\eta}$  можна представити таким чином:

$$G_{\pi\eta} = \left\| \begin{array}{c|c} G_{\pi\eta}^{(1)} & G_{\pi\eta}^{(2)} \\ \hline G_{\pi\eta}^{(3)} & G_{\pi\eta}^{(4)} \end{array} \right\|, \quad G_{\pi\eta}^{(4)} = \left\| \begin{array}{c|c} G_{\pi\eta}^{(4,1)} & G_{\pi\eta}^{(4,2)} \\ \hline G_{\pi\eta}^{(4,3)} & G_{\pi\eta}^{(4,4)} \end{array} \right\|,$$

де  $G_{\pi\eta}^{(1)}$  і  $G_{\pi\eta}^{(4)}$  – квадратні підматриці розміру  $\mu \times \mu$  і  $\phi \times \phi$  відповідно,  $G_{\pi\eta}^{(2)}$  – підматриця розміру  $\mu \times \phi$ ,  $G_{\pi\eta}^{(3)}$  – підматриця розміру  $\phi \times \mu$ ;  $G_{\pi\eta}^{(4,1)}$  – перший елемент матриці  $G_{\pi\eta}^{(4)}$ ;  $G_{\pi\eta}^{(4,2)}$  – підматриця матриці  $G_{\pi\eta}^{(4)}$  розміру  $1 \times (\phi - 1)$ ;  $G_{\pi\eta}^{(4,3)}$  – підматриця матриці  $G_{\pi\eta}^{(4)}$  розміру  $(\phi - 1) \times 1$ ;  $G_{\pi\eta}^{(4,4)}$  – підматриця матриці  $G_{\pi\eta}^{(4)}$  розміру  $(\phi - 1) \times (\phi - 1)$ .

Тоді умови забезпечення якості обслуговування для кожного  $k$ -го потоку за вимогами щодо показників середньої міжкінцевої затримки  $\tau_{req}^k$  і швидкості передачі пакетів  $\lambda_{req}^k$  приймають вид [18, 23]:

$$\lambda_{req}^k \left( G_{\pi\eta}^{(4,1)} - G_{\pi\eta}^{(4,2)} \left[ G_{\pi\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} G_{\pi\eta}^{(4,3)} \right)^{-1} \leq \tau_{req}^k, \quad (k \in K). \quad (10)$$

Для розрахунку резервного шляху при відмовостійкій QoS-маршрутизації необхідно побудувати тензорну модель ТКМ, в якій структура мережі  $\bar{S}$  вже визначає дискретний  $\bar{n}$ -вимірний простір, де  $\bar{n}$  – число каналів зв'язку в мережі за виключенням тих каналів, які підлягають захисту. ТКМ так само розглядається в двох СК: гілок мережі  $\{v_k, k = \overline{1, \bar{n}}\}$  та контурів  $\{\pi_i, i = \overline{1, \bar{\mu}}\}$  і вузлових пар  $\{\eta_j, j = \overline{1, \bar{\phi}}\}$  при  $\mu(\bar{S}) = \bar{n} - \bar{m} + 1$  та  $\phi(\bar{S}) = \bar{m} - 1$ , які визначають відповідно кількість базисних контурів і вузлових пар в мережі  $\bar{S}$  при використанні резервного шляху. Метрика простору буде представлена тензором  $\bar{G}$ , координати проекції якого в СК гілок, представлені діагональними елементами матриці  $\bar{G}_v$  розміру  $\bar{n} \times \bar{n}$  і віднесені до кожного  $k$ -го потоку, що передається за резервним мультишляхом, будуть розраховуватися таким чином:

$$\bar{g}_{v(k)}^{zz} = \bar{\lambda}_{v(k)}^z (\varphi_z - \bar{B}_{v(k)}^z), \quad (11)$$

де  $\bar{\lambda}_{v(k)}^z$  – інтенсивність  $k$ -го потоку в  $z$ -му каналі зв'язку при передачі його пакетів за резервним мультишляхом;  $\bar{B}_{v(k)}^z$  – інтенсивність агрегованого потоку в каналі  $v_z = (i, j) \in V$ , яка визначається як:

$$\bar{B}_{v(k)}^z = \lambda_{req}^k \bar{x}_{i,j}^k + \sum_{p \in K, p \neq k} \lambda_{req}^p \cdot \max[x_{i,j}^p, \bar{x}_{i,j}^p]. \quad (12)$$

В свою чергу взаємозв'язок проекцій тензора  $\bar{G}$  визначається за формулою:

$$\bar{G}_{\pi\eta} = \bar{A}^t \bar{G}_v \bar{A}, \quad (13)$$

де  $\bar{G}_{\pi\eta}$  – проекція тензора  $\bar{G}$  в СК контурів і вузлових пар,  $\bar{A}$  –  $\bar{n} \times \bar{n}$  матриця коваріантного координатного перетворення. Тоді матрицю  $\bar{G}_{\pi\eta}$  можна записати як

$$\bar{G}_{\pi\eta} = \left\| \begin{array}{c|c} \bar{G}_{\pi\eta}^{(1)} & \bar{G}_{\pi\eta}^{(2)} \\ \hline \bar{G}_{\pi\eta}^{(3)} & \bar{G}_{\pi\eta}^{(4)} \end{array} \right\|, \quad \bar{G}_{\pi\eta}^{(4)} = \left\| \begin{array}{c|c} \bar{G}_{\pi\eta}^{(4,1)} & \bar{G}_{\pi\eta}^{(4,2)} \\ \hline \bar{G}_{\pi\eta}^{(4,3)} & \bar{G}_{\pi\eta}^{(4,4)} \end{array} \right\|,$$

де  $\bar{G}_{\pi\eta}^{(1)}$  і  $\bar{G}_{\pi\eta}^{(4)}$  – квадратні підматриці розміру  $\bar{\mu} \times \bar{\mu}$  і  $\bar{\phi} \times \bar{\phi}$  відповідно,  $\bar{G}_{\pi\eta}^{(2)}$  – підматриця розміру  $\bar{\mu} \times \bar{\phi}$ ,  $\bar{G}_{\pi\eta}^{(3)}$  – підматриця розміру  $\bar{\phi} \times \bar{\mu}$ ;  $\bar{G}_{\pi\eta}^{(4,1)}$  – перший елемент матриці  $\bar{G}_{\pi\eta}^{(4)}$ ;  $\bar{G}_{\pi\eta}^{(4,2)}$  – підматриця матриці  $\bar{G}_{\pi\eta}^{(4)}$  розміру  $1 \times (\bar{\phi} - 1)$ ;  $\bar{G}_{\pi\eta}^{(4,3)}$  – підматриця матриці  $\bar{G}_{\pi\eta}^{(4)}$  розміру  $(\bar{\phi} - 1) \times 1$ ;  $\bar{G}_{\pi\eta}^{(4,4)}$  – підматриця матриці  $\bar{G}_{\pi\eta}^{(4)}$  розміру  $(\bar{\phi} - 1) \times (\bar{\phi} - 1)$ .

Умови забезпечення QoS (10) для кожного  $k$ -го потоку, але вже вздовж резервного мультишляху, можна представити наступним чином:

$$\lambda_{req}^k \left( \bar{G}_{\pi\eta}^{(4,1)} - \bar{G}_{\pi\eta}^{(4,2)} \left[ \bar{G}_{\pi\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} \bar{G}_{\pi\eta}^{(4,3)} \right)^{-1} \leq \tau_{req}^k, \quad (k \in K). \quad (14)$$

В лівій частині нерівностей (10) та (14) записано вирази для розрахунку середньої міжкінцевої затримки ( $\tau_{MP}^k$  та  $\bar{\tau}_{MP}^k$ ) пакетів, які передаються основним та резервним мультишляхами відповідно. Тоді в модель вводяться наступні умови-нерівності:

$$\tau_{MP}^k \leq \bar{\tau}_{MP}^k \leq \tau_{req}^k, \quad (k \in K), \quad (15)$$

за яких середня міжкінцева затримка пакетів вздовж основного мультишляху  $\tau_{MP}^k$  має бути не більшою за відповідну затримку для резервного мультишляху  $\bar{\tau}_{MP}^k$ .

Тоді в ході розв'язання задачі відмовостійкої QoS-маршрутизації в мультисервісній ТКМ пропонується використовувати критерій оптимальності [12, 13], пов'язаний з мінімізацією наступної цільової функції:

$$F = \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in V} c_{i,j}^k x_{i,j}^k + \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in V} \bar{c}_{i,j}^k \bar{x}_{i,j}^k, \quad (16)$$

де  $c_{i,j}^k$  і  $\bar{c}_{i,j}^k$  – маршрутні метрики каналів зв'язку, які використовуються при обчисленні основного та резервного шляхів відповідно. Таким чином, вдалося звести задачу відмовостійкої QoS-маршрутизації до розв'язання оптимізаційної задачі нелінійного програмування, так як обмеження (10), (14) та (15) є нелінійними.

### III. Розрахунковий приклад застосування тензорної моделі відмовостійкої QoS-маршрутизації

Особливості використання моделі відмовостійкої QoS-маршрутизації (1)-(16) можуть бути продемонстровані, наприклад, на структурі мережі, показаної на рис. 1.

При цьому мережа складається з дев'яти маршрутизаторів і дванадцяти каналів зв'язку. На рис. 1 в розривах каналів зв'язку показана їх пропускна здатність  $\phi_{i,j}$  (1/с).

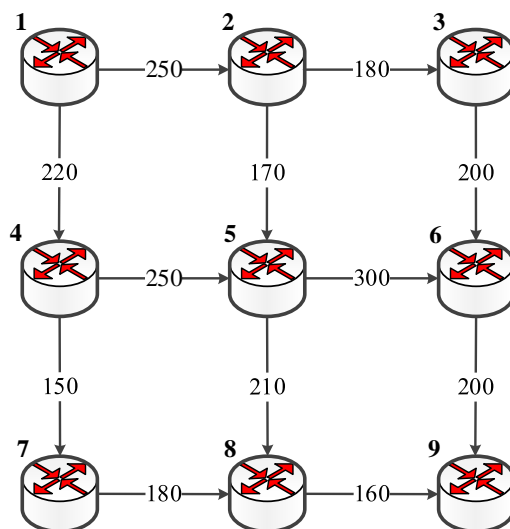


Рис. 1. Структура досліджуваної ТКМ

Припустимо, що в мережі передається потік пакетів з інтенсивністю 250 1/с від першого маршрутизатора до дев'ятого. При цьому, наприклад, необхідно забезпечити захист сьомого вузла та, відповідно, інцидентних йому каналів зв'язку. В ході відмовостійкої маршрутизації вздовж основного та резервного мультишляху повинні виконуватися вимоги щодо якості обслуговування (умови захисту QoS), як за пропускною здатністю, так і за середньою міжкінцевою затримкою (10) і (14). Нехай в рамках розглянутого розрахункового прикладу  $\tau_{req} = 40$  мс.

В разі маршрутизації потоку за основним мультишляхом мережа  $S$  (рис. 2) визначає дискретний  $n$ -вимірний простір, де  $n = 12$ , а  $m = 9$ . Тоді цикломатичне число і ранг мережі відповідно дорівнюють  $\mu(S) = 4$  та  $\phi(S) = 8$ .

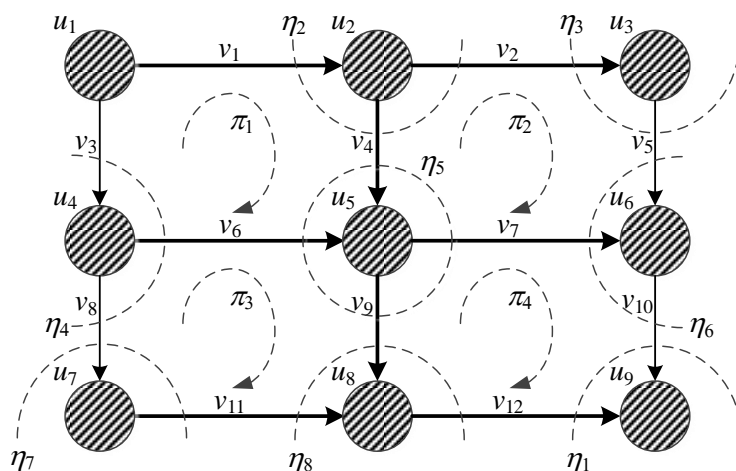


Рис. 2. Приклад вибору множини базисних контурів і вузлових пар при передачі потоку пакетів основним мультишляхом

Множина базисних контурів і вузлових пар, що використовується при передачі потоку за основним мультишляхом, показана на рис. 2. Відносно обраного остова  $\{v_1, v_2, v_4, v_6, v_7, v_9, v_{11}, v_{12}\}$  в мережі хордами є гілки  $v_3, v_5, v_8, v_{10}$ , які визначають чотири базисних контури:  $\pi_1 \div \pi_4$  [23, 30]. Правила перетворення базисів контурів і вузлових пар та гілок мережі можна задати наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_1 = -v_3; \\ \pi_2 = v_5; \\ \pi_3 = -v_8; \\ \pi_4 = v_{10}; \\ \eta_1 = v_{10} + v_{12}; \\ \eta_2 = v_1 - v_2 - v_4; \\ \eta_3 = v_2 - v_5; \\ \eta_4 = v_3 - v_6 - v_8; \\ \eta_5 = v_4 + v_6 - v_7 - v_9; \\ \eta_6 = v_5 + v_7 - v_{10}; \\ \eta_7 = v_8 - v_{11}; \\ \eta_8 = v_9 + v_{11} - v_{12}; \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} v_1 = \pi_1 + \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4 + \eta_5 + \eta_6 + \eta_7 + \eta_8; \\ v_2 = \pi_2 + \eta_3; \\ v_3 = -\pi_1; \\ v_4 = \pi_1 - \pi_2 + \eta_1 + \eta_4 + \eta_5 + \eta_6 + \eta_7 + \eta_8; \\ v_5 = \pi_2; \\ v_6 = -\pi_1 + \pi_3 - \eta_4; \\ v_7 = -\pi_2 + \pi_4 + \eta_6; \\ v_8 = -\pi_3; \\ v_9 = \pi_3 - \pi_4 + \eta_1 + \eta_7 + \eta_8; \\ v_{10} = \pi_4; \\ v_{11} = -\pi_3 - \eta_7; \\ v_{12} = -\pi_4 + \eta_1. \end{array} \right.$$

На підставі отриманих співвідношень може бути отримана матриця коваріантного координатного перетворення, що описує для даного випадку перехід між СК гілок до СК контурів і вузлових пар:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

При передачі пакетів потоку за резервним мультишляхом мережа  $\bar{S}$  (рис. 3) визначає дискретний  $\bar{n}$ -вимірний простір, де вже  $\bar{n} = 10$ , а  $\bar{m} = 8$  за виключенням вузла, який захищається, та інцидентних йому каналів зв'язку. Тоді цикломатичне число і ранг мережі  $\bar{S}$  дорівнюють  $\mu(\bar{S}) = 3$  та  $\phi(\bar{S}) = 7$  відповідно. В цьому випадку

використовувалася множина базисних контурів і вузлових пар, яка показана на рис. 3.

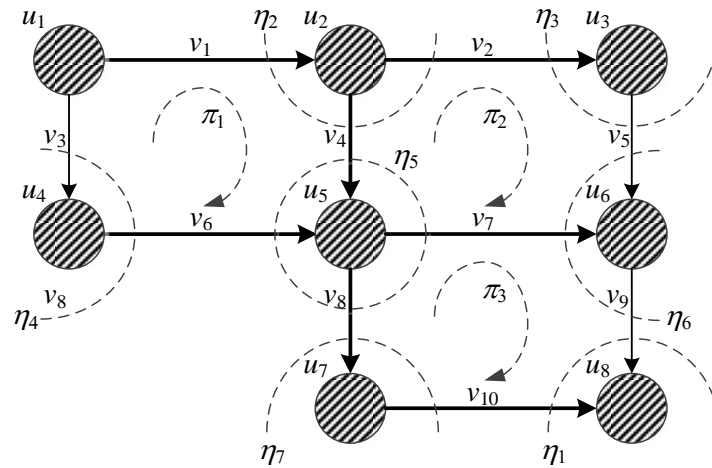


Рис. 3. Приклад вибору множини базисних контурів і вузлових пар при передачі потоку пакетів резервним мультишляхом

Обраний остов  $\{v_1, v_2, v_4, v_6, v_7, v_8, v_{10}\}$  в мережі  $\bar{S}$  визначається хордами, якими є гілки  $v_3, v_5, v_9$ , що визначають три базисних контури:  $\pi_1 \div \pi_3$ . Тоді правила перетворення введених базисів задаються як:

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi_1 = -v_3; \\ \pi_2 = v_5; \\ \pi_3 = v_9; \\ \eta_1 = v_9 + v_{10}; \\ \eta_2 = v_1 - v_2 - v_4; \\ \eta_3 = v_2 - v_5; \\ \eta_4 = v_3 - v_6; \\ \eta_5 = v_4 + v_6 - v_7 - v_8; \\ \eta_6 = v_5 + v_7 - v_9; \\ \eta_7 = v_8 - v_{10}; \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} v_1 = \pi_1 + \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4 + \eta_5 + \eta_6 + \eta_7; \\ v_2 = \pi_2 + \eta_3; \\ v_3 = -\pi_1; \\ v_4 = \pi_1 - \pi_2 + \eta_1 + \eta_4 + \eta_5 + \eta_6 + \eta_7; \\ v_5 = \pi_2; \\ v_6 = -\pi_1 - \eta_4; \\ v_7 = -\pi_2 + \pi_3 + \eta_6; \\ v_8 = -\pi_3 + \eta_1 + \eta_7; \\ v_9 = \pi_3; \\ v_{10} = -\pi_3 + \eta_1 + \eta_7. \end{array} \right.$$

Далі отримуємо матрицю коваріантного координатного перетворення  $\bar{A}$ , яка для мережі  $\bar{S}$  набуває вигляду:

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Відповідно до наведених вихідних даних було отримано рішення задачі відмовостійкої QoS-маршрутизації (табл. 1) за допомогою запропонованої тензорної моделі (1)-(16). При цьому на рис. 4 показано порядок маршрутизації потоку пакетів, що передаються основним, а на рис. 5 – резервним мультишляхами. За результатами розв'язання задачі відмовостійкої QoS-маршрутизації (табл. 1) можна зробити висновки про забезпечення виконання умов (10), (14) та (15) при значеннях  $\tau_{MP} = 34,33$  мс та  $\bar{\tau}_{MP} = 36,82$  мс.

Таблиця 1. Порядок маршрутизації потоку пакетів, що передаються основним або резервним мультишляхами

Канал зв'язку	Пропускна здатність каналу зв'язку, 1/с	QoS-вимоги: $\lambda_{req} = 250$ 1/с, $\tau_{req} = 40$ мс			
		Результати розрахунків для основного мультишляху		Результати розрахунків для резервного мультишляху	
		Швидкість передачі пакетів, 1/с	Середня затримка пакетів, мс	Швидкість передачі пакетів, 1/с	Середня затримка пакетів, мс
(1,2)	250	119,70	7,67	126,07	8,07
(2,3)	180	49,72	7,68	53,42	7,90
(1,4)	220	130,30	11,15	123,93	10,41
(2,5)	170	69,98	10	72,65	10,27
(3,6)	200	49,72	6,65	53,42	6,82
(4,5)	250	96,72	6,53	123,93	7,93
(5,6)	300	69,13	4,33	75,30	4,45
(4,7)	150	33,58	8,59	–	–
(5,8)	210	97,57	8,89	121,28	11,27
(6,9)	200	118,85	12,32	128,72	14,03
(7,8)	180	33,58	6,83	–	–
(8,9)	260	131,15	7,76	121,28	7,21

В табл. 1 сірим кольором виділена інформація про канали, які захищаються.

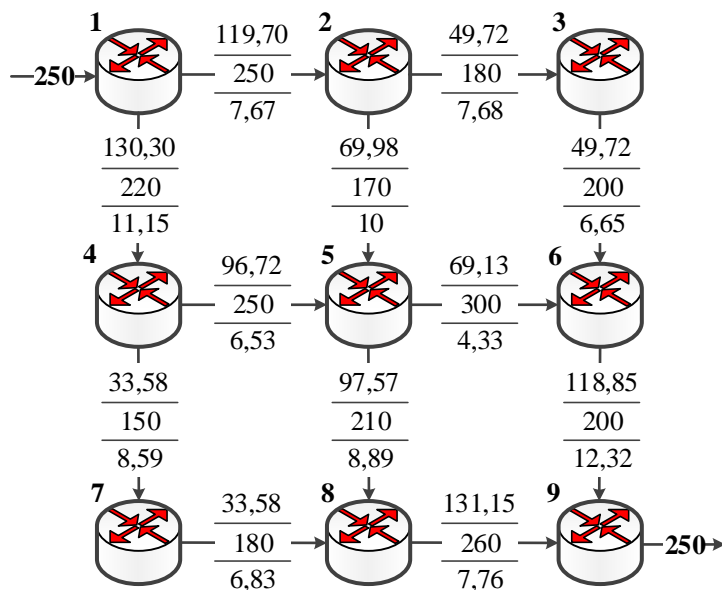


Рис. 4. Порядок маршрутизації потоку пакетів, що передається основним мультишляхом

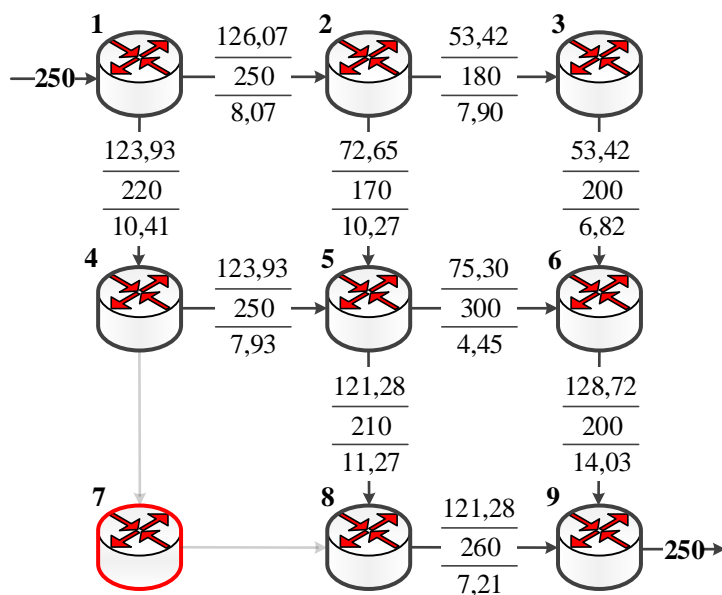


Рис. 5. Порядок маршрутизації потоку пакетів, що передаються резервним мультишляхом

З точки зору перевірки отриманих розрахункових результатів продемонструємо виконання умов забезпечення якості обслуговування (10), (14) та (15) для потоку, що передається. В ході передачі потоку пакетів основним мультишляхом для структури  $S$  метричний тензор  $G_v$  має вигляд:

$$G_v = \begin{pmatrix} 15597 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6477,3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 11688 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6999,4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7471,6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14826 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15961 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3909 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10970 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9644,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4916,3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16899 \end{pmatrix}.$$

Відповідно до виразу (9) і знаючи структуру матриці  $A$  коваріантного координатного перетворення при переході від СК контурів і вузлових пар до СК гілок, отримаємо матрицю  $G_{\pi\eta}$  – проєкцію тензора в СК контурів і вузлових пар:

$$G_{\pi\eta} = \begin{pmatrix} G_{\pi\eta}^{(1)} & G_{\pi\eta}^{(2)} \\ G_{\pi\eta}^{(3)} & G_{\pi\eta}^{(4)} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 11688 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -11688 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7471,6 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7471,6 & 0 & 0 & 7471,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3909 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3909 & 0 & 0 & -3909 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9644,5 & 9644,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9644,5 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 9644,5 & 26543 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9644,5 & 0 & -16899 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 29074 & -6477,3 & 0 & -6999,4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -7471,6 & 0 & 0 & 0 & -6477,3 & 13949 & 0 & 0 & -7471,6 & 0 & 0 \\ -11688 & 0 & 3909 & 0 & 0 & 0 & 0 & 30422 & -14826 & 0 & -3909 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6999,4 & 0 & -14826 & 48756 & -15961 & 0 & -10970 \\ 0 & 7471,6 & 0 & -9644,5 & -9644,5 & 0 & -7471,6 & 0 & -15961 & 33077 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3909 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3909 & 0 & 0 & 8825,3 & -4916,3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -16899 & 0 & 0 & 0 & 0 & -10970 & 0 & -4916,3 & 32785 \end{pmatrix},$$

$$G_{\pi\eta}^{(4)} = \begin{pmatrix} G_{\pi\eta}^{(4,1)} & G_{\pi\eta}^{(4,2)} \\ G_{\pi\eta}^{(4,3)} & G_{\pi\eta}^{(4,3)} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 26543 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9644,5 & 0 & -16899 \\ \hline 0 & 29074 & -6477,3 & 0 & -6999,4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6477,3 & 13949 & 0 & 0 & -7471,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 30422 & -14826 & 0 & -3909 & 0 \\ 0 & -6999,4 & 0 & -14826 & 48756 & -15961 & 0 & -10970 \\ -9644,5 & 0 & -7471,6 & 0 & -15961 & 33077 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3909 & 0 & 0 & 8825,3 & -4916,3 \\ -16899 & 0 & 0 & 0 & -10970 & 0 & -4916,3 & 32785 \end{pmatrix}.$$

Звідки перевіряється виконання умови (10) при  $\tau_{req} = 40$  мс:

$$\lambda_{req} \left( G_{\pi\eta}^{(4,1)} - G_{\pi\eta}^{(4,2)} \left[ G_{\pi\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} G_{\pi\eta}^{(4,3)} \right)^{-1} = 250 \cdot 1,3731 \cdot 10^{-4} = 0,03433 \leq 0,04 \text{ (с)}.$$

При передачі потоку пакетів для відповідної структури  $\bar{S}$  за резервним мультишляхом метричний тензор  $\bar{G}_{\pi\eta}$  приймає вигляд:

$$\bar{G}_v = \begin{pmatrix} 15624 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6762 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 11906 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7072,4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7830,4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15624 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16920 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10760 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9175,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 16824 \end{pmatrix}.$$

Таким чином, отримувана проекція тензора  $\bar{G}$  в СК контурів і вузлових пар  $\bar{G}_{\pi\eta}$  наступна:

$$\bar{G}_{\pi\eta} = \begin{pmatrix} \bar{G}_{\pi\eta}^{(1)} & \bar{G}_{\pi\eta}^{(2)} \\ \bar{G}_{\pi\eta}^{(3)} & \bar{G}_{\pi\eta}^{(4)} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 11906 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -11906 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7830,4 & 0 & 0 & 0 & -7830,4 & 0 & 0 & 7830,4 & 0 \\ 0 & 0 & 9175,1 & 9175,1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9175,1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 9175,1 & 25999 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9175,1 & -16824 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 29458 & -6762 & 0 & -7072,4 & 0 & 0 \\ 0 & -7830,4 & 0 & 0 & -6762 & 14592 & 0 & 0 & -7830,4 & 0 \\ -11906 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 27530 & -15624 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7072,4 & 0 & -15624 & 50376 & -16920 & -10760 \\ 0 & 7830,4 & -9175,1 & -9175,1 & 0 & -7830,4 & 0 & -16920 & 33925 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -16824 & 0 & 0 & 0 & -10760 & 0 & 27584 \end{pmatrix};$$

$$\bar{G}_{\pi\eta}^{(4)} = \begin{pmatrix} \bar{G}_{\pi\eta}^{(4,1)} & \bar{G}_{\pi\eta}^{(4,2)} \\ \bar{G}_{\pi\eta}^{(4,3)} & \bar{G}_{\pi\eta}^{(4,3)} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 25999 & 0 & 0 & 0 & 0 & -9175,1 & -16824 \\ \hline 0 & 29458 & -6762 & 0 & -7072,4 & 0 & 0 \\ 0 & -6762 & 14592 & 0 & 0 & -7830,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 27530 & -15624 & 0 & 0 \\ 0 & -7072,4 & 0 & -15624 & 50376 & -16920 & -10760 \\ -9175,1 & 0 & -7830,4 & 0 & -16920 & 33925 & 0 \\ -16824 & 0 & 0 & 0 & -10760 & 0 & 27584 \end{pmatrix}.$$

Звідки також виходить виконання умови (14) при  $\tau_{req} = 40$  мс:

$$\lambda_{req} \left( \overline{G}_{\pi\eta}^{(4,1)} - \overline{G}_{\pi\eta}^{(4,2)} \left[ \overline{G}_{\pi\eta}^{(4,4)} \right]^{-1} \overline{G}_{\pi\eta}^{(4,3)} \right)^{-1} = 250 \cdot 1,4728 \cdot 10^{-4} = 0,03682 \leq 0,04 \text{ (с)}.$$

В цілому при забезпеченні якості обслуговування в ході відмовостійкої маршрутизації середня міжкінцева затримка для основного шляху  $\tau_{MP}$  не більша за відповідну затримку для резервного шляху  $\bar{\tau}_{MP}$  (15), тому що  $34,33 \text{ мс} \leq 36,82 \text{ мс} \leq 40 \text{ мс}$ .

## Висновки

У зв'язку з необхідністю використання відмовостійкої маршрутизації в мульти-сервісних телекомунікаційних мережах існуючі теоретичні та протокольні рішення повинні бути доповнені функціоналом захисту не тільки пропускної здатності, що є ключовим QoS-показником, але й інших показників якості обслуговування. Тому в даній роботі запропонована математична модель відмовостійкої QoS-маршрутизації в мультисервісній ТКМ, новизною якої є те, що за її допомогою забезпечується реалізація схеми захисту рівня якості обслуговування за показниками пропускної здатності та середньої міжкінцевої затримки пакетів. Отримати подібне рішення вдалось на підставі тензорного опису процесу відмовостійкої маршрутизації, що дозволило представити в аналітичному вигляді шукані умови захисту, а також поставити та розв'язати оптимізаційну задачу щодо розрахунку основних та резервних маршрутів, вздовж яких забезпечувався заданий рівень якості обслуговування.

На числовому прикладі продемонстрована працездатність запропонованої тензорної моделі відмовостійкої QoS-маршрутизації з деталізацією процедур геометризації структури ТКМ – вибору простору, систем координат та формування матриць коваріантного перетворення введених базисів. Приклад охоплював випадок можливої відмови довільного маршрутизатора мережі та (або) інцидентних йому каналів зв'язку. В результаті розв'язання поставленої оптимізаційної задачі отримані основний та резервний мультишляхи, вздовж яких забезпечувався заданий рівень якості обслуговування за показниками пропускної здатності та середньої міжкінцевої затримки пакетів.

Розвиток запропонованого підходу щодо реалізації відмовостійкої QoS-маршрутизації бачиться в розширенні отриманих результатів на випадок захисту рівня якості обслуговування додатково й за показниками надійності, наприклад, ймовірністю втрат пакетів та (або) ймовірністю своєчасної доставки пакетів в мультисервісній ТКМ.

## Список літератури:

1. Rak J. Resilient Routing in Communication Networks (Computer Communications and Networks). 1st edition / J. Rak. – Springer, 2015. – 181 p.
2. Alashaikh A. Exploring the logical layer to support differentiated resilience classes in multilayer networks / A. Alashaikh, D. Tipper, T. Gomes // Annals of Telecommunications. – 2017. – P. 1-17.

3. Rak J. Information-driven network resilience: Research challenges and perspectives / J. Rak, D. Papadimitriou, H. Niedermayer, P. Romero // Optical Switching and Networking. – January 2017. – Vol. 23, part 2. – P. 156-178.
4. Papán J. The Survey of Current IPFRR Mechanisms / J. Papán, P. Segeč, P. Palúch, E. Mikuš, M. Moravčík // 2015 Federated Conference on Software Development and Object Technologies (SDOT 2015). Advances in Intelligent Systems and Computing – 2015. – Vol. 511. – P. 229-240.
5. Nagy M. Optimization methods for improving IP-level fast protection for local shared risk groups with Loop-Free Alternates / M. Nagy, J. Tapolcai, G. Rétvári // Telecommunication Systems. – May 2014. – Vol. 56, Iss. 1. – P. 103-119.
6. Barreiros M. QOS-Enabled Networks: Tools and Foundations. 2nd Edition / M. Barreiros, P. Lundqvist. – Wiley Series on Communications Networking & Distributed Systems, Wiley, 2016. – 254 p.
7. Szigeti T. End-to-End QoS Network Design: Quality of Service for Rich-Media & Cloud Networks. 2nd Edition / T. Szigeti, C. Hattingh, R. Barton, K. Briley. – Cisco Press, 2013. – 1040 p.
8. White R. Computer Networking Problems and Solutions: An innovative approach to building resilient, modern networks. 1st Edition / R. White, E. Banks. – Addison-Wesley Professional, 2018. – 832 p.
9. White R. Navigating Network Complexity: Next-generation routing with SDN, service virtualization, and service chaining / R. White, J.E. Tantsura. Addison-Wesley Professional, 2015. – 320 p.
10. Monge A.S. MPLS in the SDN Era: Interoperable Scenarios to Make Networks Scale to New Services. / A.S. Monge, K.G. Szarkowicz. – O'Reilly Media, 2016. – 920 p.
11. Stallings W. Foundations of modern networking: SDN, NFV, QoE, IoT, and Cloud / W. Stallings. – Addison-Wesley Professional, 2015. – 544 p.
12. Lemeshko O. Effective solution for scalability and productivity improvement in fault-tolerant routing / O. Lemeshko, K. Arous, N. Tariki // IEEE 2015 Second International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications Science and Technology (PIC S&T), 2015. – P. 76-78.
13. Lemeshko O.V. Fault-Tolerance Improvement for Core and Edge of IP Network / O.V. Lemeshko, O.S. Yeremenko, N. Tariki, A.M. Hailan // IEEE 2016 XIth International Scientific and Technical Conference “Computer Sciences and Information Technologies” (CSIT), 2016. – P. 161-164.
14. Lemeshko O. Solution for the Default Gateway Protection within Fault-Tolerant Routing in an IP Network / O. Lemeshko, O. Yeremenko, N. Tariki // International Journal of Electrical and Computer Engineering Systems – 2017. – Volume 8, Number 1. – P. 19-26.
15. Lemeshko A.V. Improvement of flow-oriented fast reroute model based on scalable protection solutions for telecommunication network elements / A.V. Lemeshko, O.S. Yeremenko, N. Tariki // Telecommunications and Radio Engineering. – 2017. – Vol. 76, Issue 6. – P. 477-490. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.v76.i6.30.
16. Yeremenko O.S. Fast ReRoute Scalable Solution with Protection Schemes of Network Elements / O.S. Yeremenko, O.V. Lemeshko, N. Tariki // 2017 IEEE First Ukraine Conference on ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING (UKRCON). – 2017. – P. 783-788.
17. Yeremenko O. Research of Optimization model of Fault-Tolerant Routing with Bilinear Path Protection Criterion / O. Yeremenko, O. Lemeshko, N. Tariki, A.M. Hailan // 2017 IEEE 2nd

International Conference on Advanced Information and Communication Technologies (AICT). – 2017. – P. 219–222.

18. *Yeremenko O.S.* Method of Hierarchical QoS Routing Based on the Network Resource Reservation / O.S. Yeremenko, O.V. Lemeshko, O.S. Nevzorova, A.M. Hailan // 2017 IEEE First Ukraine Conference on ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING (UKRCON), 2017. – P. 971–976.

19. *Lemeshko O.* Two-level Method of Fast ReRouting in Software-Defined Networks / O. Lemeshko, O. Yeremenko, A.M. Hailan // Fourth International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications Science and Technology (PIC S&T). – 2017. – P. 376-379.

20. *Lemeshko O.* Enhanced method of fast re-routing with load balancing in software-defined networks / O. Lemeshko, O. Yeremenko // Journal of ELECTRICAL ENGINEERING. – 2017. – Vol. 68, Iss. 6. – P. 444–454.

21. *Лемешко О.В.* Розробка та дослідження лінійної оптимізаційної моделі швидкої перемаршрутизації з балансуванням навантаження в телекомунікаційних мережах / О.В. Лемешко, О.С. Єременко // Радиоэлектроника и информатика. – 2017. – № 4 (79). – С. 18–25.

22. *Lemeshko O.* Linear Optimization Model of MPLS Traffic Engineering Fast ReRoute for Link, Node, and Bandwidth Protection / O. Lemeshko, O. Yeremenko // 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), 2018. – P. 1-5.

23. *Lemeshko A.V.* Research on Tensor Model of Multipath Routing in Telecommunication Network with Support of Service Quality by Greate Number of Indices / A. V. Lemeshko, O. Yu. Evseeva, S. V. Garkusha // Telecommunications and RadioEngineering. – 2014. – Vol. 73, Issue 15. – P. 1339–1360. DOI: 10.1615/telecomradeng.v73.i15.30.

24. *Lemeshko O.V.* Policy-based QoS management model for multiservice networks [Text] / O. V. Lemeshko, S. V. Garkusha, O. S. Yeremenko, A. M. Hailan // International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON), 2015. – P. 1–4. DOI: 10.1109/sibcon.2015.7147124.

25. *Lemeshko O.V.* Dynamics Analysis of Multipath QoS-Routing Tensor Model with Support of Different Flows Classes / O.V. Lemeshko, O.S. Yeremenko // 2016 International Conference on Smart Systems and Technologies (SST), 2016. – P. 225-230. DOI: 10.1109/SST.2016.7765664.

26. *Yeremenko O.* Development of the dynamic tensor model for traffic management in a telecommunication network with the support of different classes of service / O. Yeremenko // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2016. – Vol. 6, Issue 9 (84) – P. 12–19. DOI: 10.15587/1729-4061.2016.85602.

27. *Seok Y.* Dynamic Constrained Traffic Engineering for Multicast Routing / Y. Seok, Y. Lee, Y. Choi, C. Kim // Information Networking: Wired Communications and Management. – September 2002. – Vol. 2343. – P. 278-288. DOI: 10.1007/3-540-45803-4\_26.

28. *Wang Y.* Explicit routing algorithms for Internet Traffic Engineering / Y. Wang, Z. Wang // Eight International Conference on Computer Communications and Networks (Cat. No.99EX370). – 11-13 Oct. 1999. – P. 582-588. DOI: 10.1109/ICCCN.1999.805577.

29. *Seok Y.* Dynamic Constrained Multipath Routing for MPLS Networks / Y. Seok, Y. Lee, C. Kim, Y. Choi // Proceedings Tenth International Conference on Computer Communications and Networks (Cat. No.01EX495). – 15-17 Oct. 2001. – P. 348-353. DOI: 10.1109/ICCCN.2001.956289.

30. *Крон Г.* Тензорный анализ сетей. / Г. Крон. – М.: Сов. радио, 1978. – 719 с.