

УЧЕТ ВЕРОЯТНОСТНОГО РАЗБРОСА ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ЭЛЕКТРОННЫХ УСТРОЙСТВ АВТОМАТИКИ

В. А. Михайлов, В. Н. Копаница

Харьков

Создание сложных электронных автоматических устройств на основе унифицированных узлов и функциональных блоков требует от последних минимального и контролируемого разброса выходных параметров, обусловливаемого серийным производством и эксплуатацией. Чтобы выявить влияние неизбежного при серийном производстве вероятностного разброса параметров элементов, комплектующих блок, используют расчетно-аналитический, статистический и корреляционный методы анализа схем [1]. Учет влияния различных условий эксплуатации производят аналитически или же методом граничных и матричных испытаний [2, 5]. При всех методах интересуются только основными, определяющими параметрами выходных величин.

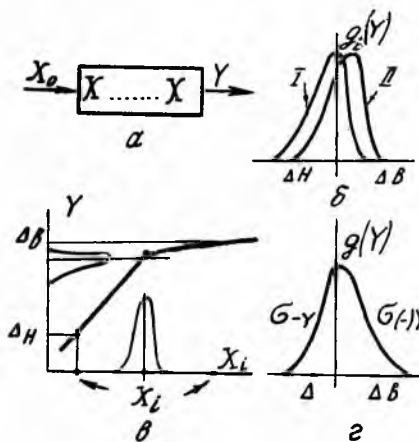


Рис. 1.

Рассмотрим функциональный блок, определяющий выходной параметр которого Y является функцией входного воздействия X_0 и n параметров элементов $X_1, \dots, X_n$, входящих в блок (рис. 1,а). Влияние окружающей среды пока не учитываем:

$$Y = f_0(X_0, X_1, \dots, X_n).$$

При $X_0 = \text{const}$

$$Y = f(X_1, \dots, X_n). \quad (1)$$

Если изменим один из параметров X , зафиксировав остальные на номинальных значениях, то получим зависимость выходного параметра от параметра одного элемента.

$$Y = f_1(X_1); X_2, \dots, X_n = \text{const};$$

$$Y = f_i(X_i); X_1, \dots, X_{i-1}, X_{i+1}, \dots, X_n = \text{const}; \quad (2)$$

$$Y = f_n(X_n); X_1, \dots, X_{n-1} = \text{const}.$$

При вероятностном изменении X_i выходной параметр также будет являться вероятностной функцией.

Полагая, что в пределах небольших отклонений параметров X для отклонений выходной величины применим принцип суперпозиции; закон распределения последней можно считать композицией законов, даваемых каждым из элементов в отдельности при номинальном значении остальных.

Согласно положениям теории вероятности, композиция большого числа распределений произвольного вида дает нормальный закон распределения [3]. На основании этого при нормальном законе распределения параметров элементов устанавливают связь между допусками на выходной параметр и допусками на параметры элементов, используя соотношение

$$\sigma_Y = \sqrt{\sigma_{X_1}^2 + \dots + \sigma_{X_n}^2}, \quad (3)$$

где σ_Y — среднеквадратичное отклонение выходного параметра;

$\sigma_{X_1}, \dots, \sigma_{X_n}$ — среднеквадратичное отклонение параметров элементов.

На том же основании определяют и параметрическую серийнопригодность СП_{пар} устройства — вероятность нахождения выходного параметра в пределах допуска после серийного изготовления

$$\text{СП}_{\text{пар}} = P = (\Delta_n < \Delta < \Delta_v), \quad (4)$$

где Δ_n и Δ_v — соответственно нижний и верхний пределы допуска [4].

Рассмотрим более подробно механизм воздействия вероятностного разброса параметров элементов на выходной параметр. Пусть в уравнении

$$Y = f_i(X_i); X_1, \dots, X_{i-1}, X_{i+1}, \dots, X_n = \text{const}, \quad (5)$$

где аргумент X_i — случайная величина с плотностью распределения $\varphi(X_i)$.

Будучи связанной с X определенной функциональной зависимостью, Y также является случайной величиной. Плотность распределения Y определится как:

$$g(Y) = \xi(\psi(Y)) \psi'(Y), \quad (6)$$

где ψ — функция, обратная функции f_i [3].

Для использования этой формулы на функцию f накладываются условия непрерывности, дифференцируемости и монотонности.

Как видно из уравнения (6), только в случае линейности функции f тип закона распределения не изменяется и, следовательно, при нормальном его виде функция Y также распределяется нормально.

В случае нелинейности функции f закон распределения существенно изменяется, становясь резко несимметричным. Аналитическое описание этих распределений сложно и громоздко. Связывать допуск на выходной параметр Y с допусками на параметры элементов с помощью уравнения (3) при этом нельзя. Кроме того, имеется вероятность нерационального использования поля допуска на выходной параметр. Распределение выходного параметра (рис. 1, б, II) предпочтительнее, так как поле допуска используется полнее, вероятности существования положительного и отрицательного отклонения равны (медиана распределения совмещена с вертикальной осью).

Уточнение расчетных номиналов и выбор допусков на параметры элементов при проектировании производят, как упоминалось выше, на основании граничных и матричных испытаний макета устройства. К сожалению, указанные методы обладают целым рядом недостатков.

Наибольшие, на наш взгляд, преимущества дает сочетание экспериментального определения вероятностного разброса выходного параметра с последующей графической обработкой результатов. Экспериментально выявить влияние вероятностного разброса параметров элементов можно несколькими путями. Остановимся на одном из них.

Получаем экспериментально зависимость (5). Затем, зная плотность распределения X_i , можно построить распределение выходного параметра (рис. 1, в). При этом хорошо видны и разброс выходного параметра и положение данного разброса в поле допуска выходного параметра. Появляется возможность скорректировать номинальное значение X_i для лучшего его использования.

При наличии таких графиков для каждого из n параметров X_i можно приближенно определить вид распределения выходного параметра в случае совместного воздействия вероятностного разброса параметров X_i . Для этого полагаем, что распределение выходного параметра будет являться композицией законов, обусловленных каждым из параметров X_i (как и предполагается при расчете допусков с помощью уравнения (3)). Однако в силу несимметричности распределений членов композиции результирующее распределение может носить несимметричный характер и отличаться от нормального закона. При этом уравнение (3) даст значительные погрешности в определении результирующего допуска.

Более точный результат получается при определении положительного и отрицательного допусков в отдельности. Считая приближенно, что положительная и отрицательная ветви несимметричных распределений членов композиции подчинены нормальным законам, но с различной величиной среднеквадратичных отклонений, запишем

$$\begin{aligned}\sigma_{(-)Y} &= \sqrt{\sigma_{(-)1}^2 + \dots + \sigma_{(-)n}^2}; \\ \sigma_{(+)Y} &= \sqrt{\sigma_{(+)1}^2 + \dots + \sigma_{(+)n}^2},\end{aligned}\quad (7)$$

где $\sigma_{(+)Y}$ и $\sigma_{(-)Y}$ — соответственно среднеквадратичные отклонения положительной и отрицательной ветвей распределения Y .

$\sigma_{(+)i}$ и $\sigma_{(-)i}$ — соответственно среднеквадратичные отклонения положительной и отрицательной ветвей распределений членов композиции.

Поскольку значения $\sigma_{(+)i}$ и $\sigma_{(-)i}$ берутся на основании снятых экспериментальных зависимостей, автоматически учитывается коэффициент влияния параметра на X_i и использование формул (7) не дает неоправданного искажения допусков, в то время как использование зависимости (3) искажает допуск до шестикратного значения [1].

Имея значения $\sigma_{(+)Y}$ и $\sigma_{(-)Y}$ и считая приближенно, что положительная и отрицательная ветви распределения Y подчинены нормальным законам, можно построить это распределение (рис. 1, г) и вычислить величину серийнопригодности устройства

$$СП_{\text{пар}} = P_{(+)} + P_{(-)}, \quad (8)$$

где $P_{(-)}$ — вероятность отрицательного отклонения Y ;

$P_{(+)}$ — вероятность положительного отклонения Y ;

$$\begin{aligned}P_{(-)} &= P(\Delta_{\text{в}} < \Delta) = \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{\Delta_{\text{н}}}{\sigma_{(-)Y} \sqrt{2}}\right); \\ P_{(+)} &= P(\Delta < \Delta_{\text{в}}) = \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{\Delta_{\text{в}}}{\sigma_{(+)Y} \sqrt{2}}\right),\end{aligned}\quad (9)$$

где Φ — табулированная функция Лапласа.

Описанный способ учета влияния вероятностного разброса параметров элементов на выходной параметр можно применить при построении областей устойчивой работы (ОУР) на основании граничных испытаний.

Пусть область A является ОУР устройства, причем X_i и T — параметры граничных испытаний (рис. 2, а). Вне этой области выходной параметр принимает значение, классифицируемое как отказ. Указанную область можно получить двояко:

1) задавая несколько определенных значений параметру X_i и отыскивая пределы изменения T , приводящие к отказу;

2) получая зависимости выходного параметра от X_i при различных T (рис. 2, в), которые затем перестраиваются при заданных Δ_b и Δ_n в ОУР по параметрам X_i и T (рис. 2, б, I).

Получение таким образом ОУР дает дополнительную возможность проследить и учесть влияние вероятностного разброса X_i . Зная плотность распределения X_i , можно построить ОУР заданной вероятности.

Очевидно, если в качестве граничного значения X_i для точки A'_1 взять величину $X_{A'_1 \text{ гр.}}$, то выходной параметр при нормальном законе распределения X останется в допустимых пределах с вероятностью

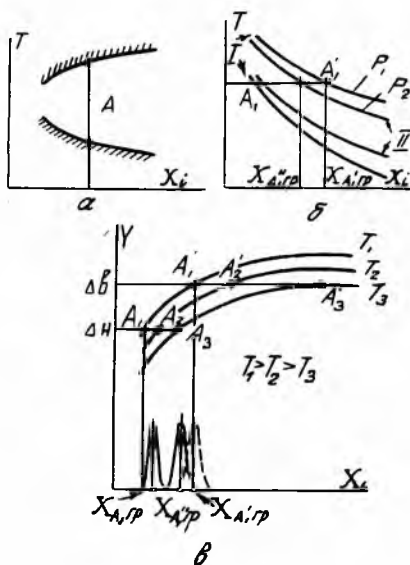


Рис. 2.

$$P_1(-\infty < X < 0) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{(X-m)^2}{2\sigma^2}} dX. \quad (10)$$

Если в качестве граничных значений X взять величину $X_{A'_1 \text{ гр.}}$, то выходной параметр останется в допустимых пределах с вероятностью

$$P_2(-\infty < X < +\infty) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(X-m)^2}{2\sigma^2}} dX, \quad (11)$$

т. е. практически с вероятностью 1.

Проводя аналогичные построения для точек $A_1, A_2, A'_2, A_3, A'_3$ получим области устойчивости, выполняемые с определенной вероятностью (рис. 2, б, II).

Зная законы распределения параметра X , с учетом старения можно получить ОУР, выполняемую с определенной вероятностью при учете старения элемента. Вид законов распределения параметров X при этом не имеет никакого значения.

Таким образом, описанный способ анализа радиоэлектронных устройств позволяет:

1. На основании экспериментальных данных и при известном, не обязательно нормальном, законе распределения параметров элементов изделия устанавливать связь между допусками на параметры этих элементов и параметры выходного сигнала.

2. Определять серийнопригодность изделия.

3. Устанавливать граничные параметры элементов с учетом вероятностного разброса.
4. Выстраивать ОУР устройства заданной вероятности.
5. Выполнять то же с учетом старения элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Гусев, А. В. Фомини др. Расчет электрических допусков радиоэлектронной аппаратуры. Изд-во «Советское радио», 1963.
 2. Р. М. Туркельтауб. Методы исследования точности и надежности схем аппаратуры. Изд-во «Энергия», 1966.
 3. Е. С. Вентцель. Теория вероятности. Физматгиз, 1958.
 4. Б. В. Васильев, Б. А. Козлов, Л. Г. Ткаченко. Надежность и эффективность радиоэлектронных устройств. Изд-во «Советское радио», 1964.
-