Таблица 2

Метод	Число переменных	
	2	5
Прямой поиск Хука и Дживса	2-3	10-12
Покоординатный спуск	2-3	10-12
Деформированный многогранник Нелдера–Мида	15-17	100
Розенброка	2-3	10-15
Пауэлла	2-3	10-15

В табл.2 приведено количество итераций, необходимых для достижения заданной точности сходимости рассмотренных алгоритмов, при различном числе переменных оптимизации.

Таким образом, при решении задач потокораспределения в системах водоснабжения большой размерности (число активных источников, работающих на сеть, $3 \le l \le 10$) наиболее эффективным по критериям затрат машинного времени и занимаемому объему памяти ЭВМ оказывается метод прямого поиска Хука и Дживса.

Полученные результаты целесообразно использовать при разработке и эксплуатации САПР систем водоснабжения, АСУТП водоснабжения и АРМ диспетчеров водопроводных сетей для определения оптимальных режимов функционирования СПРВ.

Литература: 1.*Евдокимов А.Г., Тевяшев А.Д.* Оперативное управление потокораспределением в инженерных сетях. Харьков,1980. 144с. 2. *Койда Н.У., Мархель Э.Г.* Расчет оптимального потокораспределения в сети с несколькими точками питания // Тез.докл. XVIII респ. конф. Ровно, 1969. С. 21-23. 3. *Евдокимов А.Г.* Минимизация функций и ее приложения к задачам автоматизированного управления инженерными сетями. Харьков, 1985. 288с. 4. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование. М., 1975. 534с. 5. *Растригин Л.А.* Системы экстремального управления. М.,1974. 630с. 6. *Елизаров Е.Я., Савченко В.С.* Численные методы нелинейного программирования. Донецк, 1982. 66с.

Поступила в редколлегию 10.05.2001

Дядюн Сергей Васильевич, канд. техн. наук, доцент кафедры прикладной математики и вычислительной техники Харьковской государственной академии городского хозяйства. Научные интересы: математическое моделирование, оптимизация, автоматизированное управление в больших системах энергетики. Увлечения и хобби: рок-музыка, спорт. Адрес: Украина, 61024, Харьков, ул. Гуданова, 10, кв.22, тел. 45-90-31, 45-50-86, 45-90-61.

УДК 519.7

В.В. ИВАЩЕНКО

АКСИОМАТИКА ЛИНЕЙНЫХ ПРЕДИКАТОВ НА МНОЖЕСТВАХ С НЕПУСТОЙ ВНУТРЕННОСТЬЮ

Рассматриваются характеристические свойства линейных предикатов, заданных на множествах с непустой внутренностью, в частности в виде выпуклого тела. Данный подход обобщает случай, когда областью определения является положительный конус линейного пространства.

Во многих практических ситуациях ограничение множества входных в виде положительного конуса пространства $<L, R>$ не всегда корректно. Например, при изучении органа зрения человека ограничиваются не только положительными, но и излучениями с не очень большими энергиями, поскольку чрезмерно интенсивные могут нарушить зрительный орган. В этом случае достаточно приемлемой моделью множества входных сигналов является выпуклое тело линейного пространства. Поэтому в данной статье мы рассмотрим линейные предикаты именно с такой областью определения.

Определение 1. Пусть $0 \le \lambda \le 1$, тогда если для любых двух элементов $x, y \in V \subset L$ отрезок $[x, y] = \{z = \lambda x + (1-\lambda)y\}$ также принадлежит V, то будем называть множество V *выпуклым телом* пространства <L, R>, при условии: $affV = L$.

Допустим на V ґ V задан линейный предикат. Тогда непосредственная проверка позволяет установить выполнение для него следующих свойств:

1) рефлексивность;

2) симметричность;

3) транзитивность;

4) выпуклая аддитивность: пусть числа $\alpha, \beta \phi 0$ удовлетворяют условию $\alpha + \beta = 1$ и $E(x, y) = E(x`, y`) = 1$, тогда $E(\alpha x + \beta x`, \alpha y + \beta y`) = 1;$

5) n-мерность: найдется в V система линейно независимых векторов $\{e_1, ..., e_{n+1}\}$ такая, что для любого $x \in V$ существует такое множество индексов $I(x) \subset \{1,2,...,n+1$ и единственный набор чисел $\beta_1(x),...,\beta_{n+1}(x)$, для которых выполняются условия

$$E(\alpha_o(x)x + \sum_{i \in I(x)} \alpha_i(x)e_i, \sum_{\overline{i \in I(x)}} \alpha_i(x)e_i) = 1,$$

причем $\alpha_0(x) = [\sum_{\overline{i \in I(x)}} \beta_i(x)]^{-1} > 0$, $\alpha_i(x) = \alpha_0(x)\beta_i(x) \phi 0$ при $i \in I(x), \alpha_i(x) = \alpha_0(x)\beta_i(x) \ge 0$,

$$\alpha_0(x) + \sum_{i \in I(x)} \alpha_i(x) = 1, \sum_{\overline{i \in I(x)}} \alpha_i(x) = 1. \text{ при } \overline{i \in I(x)} .$$

Обозначим $\sum_{i \in I(x)} \alpha_i(x)e_i = x_1, \sum_{\overline{i \in I(x)}} \alpha_i(x)e_i = x_2 = x_2$, тогда свойство n-мерности можно записать так : $E(\alpha_0(x)x + x_1, x_2 = 1;$

6) непрерывность: функционалы $\{a_i(x)\}_{i=1}^{n+1}$ непрерывны в метрике L;

7) выпуклая полуаддитивность: если $0 \le \gamma \le 1$ и $E(\gamma(x) + (1-\gamma)t, \gamma y + (1-\gamma)t = 1$, то $E(x, y) = 1$ для $x, y \in V$;

8) выпуклая однородность: пусть элементы $x, y, \lambda x + t, \lambda y + t \in V$ и $E(\lambda x + t, \lambda y + t) = 1,$ тогда $E(x, y) = 1$.

Заметим, что если предикат $E(x, y)$ линеен и задан на VґV, то все перечисленные выше свойства, кроме n-мерности, непосредственно вытекают из вида предиката. Свойство n-мерности мы обоснуем ниже.

Утверждение 1. Если предикат $E(x, y)$ удовлетворяет свойствам 1-8, то:

а) для любых пар $\{x_i, y_i\}_{i=1}^{r} \in V$ґ$V$ и любого набора чисел вида $\{\alpha_i(x)\}_{i=1}^{r} \ge 0, \sum_{i=1}^{r} a_i = 1$ из равенств $E(x_i, y_i) = 1$, $i = \overline{1,r}$ вытекает $E(\sum_{i=1}^{r} \alpha_i y_i) = 1;$

б) для любых $x, y, z_1, ..., z_r \in V$ и любых чисел $\alpha, \gamma_1, ..., \lambda_r \ge 0, \alpha, \gamma_1, ..., \gamma_r = 1$ из равенства $E(\alpha x + \sum_{i=1}^{r} \gamma_i z_i, \alpha y + \sum_{i=1}^{r} \gamma_i z_i) = 1$ вытекает $E(x, y) = 1.$

Утверждение 2. Пусть для любого $x \in V$ задан оператор Ax следующим соотношением:

$$Ax = 1/\alpha_O(x)\Big(\sum_{i\in I(x)}\alpha_i(x)e_i) - \sum_{i\in I(x)}\alpha_i(x)e_i\Big) =$$

$$= (x_2 - x_1)/\alpha_O(x),$$

где $x_1, x_2, \alpha_O, ..., \alpha_{n+1}, e_1, ..., e_{n+1}$ определены в свойстве n-мерности. Тогда для любых $x, y \in V$ и чисел $\alpha, \beta \geq 0, \alpha + \beta = 1$ выполняется $A(\alpha x + \beta y = \alpha Ax + \beta Ay$.

Теорема 1. *Для того, чтобы предикат* $E(x, y)$*, заданный на* $V \Gamma V \subset < L,R > \Gamma < L,R >$*, был линейным, необходимо и достаточно, чтобы он удовлетворял условиям* 1-8.

Доказательство. *Необходимость.* Из замечаний, сделанных ранее, следует, что для обоснования необходимости надо доказать волнение свойства n-мерности для линейного предиката.

Поскольку $dim\ L > n$ и $affV = L$, то можно зафиксировать линейно-независимую систему векторов $\{e_1, ..., e_{n+1}\} \in V$ и не принадлежащую $kerF$ (ядру оператора F). Зафиксируем таковую и осмотрим систему линейных уравнений для произвольного $x \in V$ относительно неизвестных чисел $\beta_1(x), ..., \beta_{n+1}(x)$ вида

$$\begin{cases} f_j(x) = \sum\limits_{i=1}^{n+1} \beta_i(x) f_j(e_i), j = \overline{1,n}, \\ \sum\limits_{i=1}^{n+1} \beta_i(x) = 1. \end{cases} \tag{1}$$

Матрица системы A имеет вид

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & ... & 1 \\ f_1(e_1) & f_1(e_2) & ... & f_1(e_{n+1}) \\ .... \\ f_n(e_1) & f_n(e_2) & & f_n(e_{n+1}) \end{bmatrix}$$

Если показать, что определитель матрицы А не равен 0, то система (1) разрешима единственным образом, и числа $\beta_1(x), ..., \beta_{n+1}(x)$ непрерывно зависят от x. Эквивалентными преобразованиями $det\ A$ можно привести к следующему:

$$det\,A = \begin{vmatrix} f_1(e_2 - e_1) ... f_1(e_{n+1} - e_1) \\ .... \\ f_n(e_2 - e_1) ... f_n(e_{n+1} - e_1) \end{vmatrix}. \tag{2}$$

Докажем теперь, что система векторов $\{e_i - e_1\}_{i=2}^{n+1}$ линейно-независима. Действительно, если она линейно-зависима, то $\sum\limits_{i+2}^{n+1} \lambda_i(e_i - e_1) = 0,$ при $\sum\limits_{i+2}^{n+1} \lambda_i^2 \neq 0.$ Но тогда $\sum\limits_{i=2}^{n+1} \lambda_i e_i + (-\sum\limits_{i+1}^{n+1} \lambda_i) e_i = 0,$ что означает линейную зависимость первоначальной системы $e_1, ..., e_{n+1}$. Противоречие. Следовательно, система $\{e_i - e_1\}_{i=2}^{n+1}$ линейно-независима и не принадлежит $KerF$. Значит, определитель Грамма, стоящий в правой части равенства (2), не равен 0, что означает $det\,A \neq 0$.

Теперь положим $I(x) = \{i : \beta_i(x) \leq 0\}$. Заметим, что множество $I(x)$ может оказаться пустым. Затем положим

$$\alpha_O(x) = \left[\sum_{i \bar{\in} I(x)} \beta_i(x)\right]^{-1}, \alpha_i(x) = \alpha_O(x)\beta_i(x) > 0$$

при $i \bar{\in} I(x)$ и $\alpha_i(x) = -\alpha_O(x)\beta_i(x) \ge 0$ при $i \in I(x)$.

Рассмотрим элементы $\alpha_O(x) + \sum\limits_{i \in I(x)} \alpha_i(x)e_i$ и $\sum\limits_{i \bar{\in} I(x)} \alpha_i(x)e_i$. Коэффициенты $\alpha_O(x)\alpha_1(x),...,\alpha_{n+1}(x)$ положительны, найдем их сумму у каждого из элементов с учетом (1):

$$\alpha_0(x) + \sum_{i \in I(x)} \alpha_i(x) = \alpha_O(x)(1 - \sum_{i \in I(x)} \beta_i(x)) =$$

$$= \alpha_O(x) \sum_{i \bar{\in} I(x)} \beta_i(x) = 1,$$

$$\sum_{i \in I(x)} \alpha_i(x) = \alpha_O(x) \sum_{i \in I(x)} \beta_i(x) = 1.$$

Следовательно, элементы $\alpha_O(x)x + \sum\limits_{i \in I(x)} \alpha_i(x)e_i$, $\sum\limits_{i \in I(x)} \alpha_i(x)e_i \in V$.

Теперь несколько преобразуем систему (1). Рассмотрим

$$f_j(x) = \sum_{i \in 1}^{n+1} \beta_i(x) f_j(e_i) = \sum_{i \in I(x)} \beta_i(x) f_j(e_i) +$$

$$+ \sum_{i \bar{\in} I(x)} \beta_i(x) f_j(e_i) = -1/\alpha_O(x) \sum_{i \in I(x)} \alpha_i(x) f_j(e_i) +$$

$$+1/\alpha_O(x) \sum_{i \bar{\in} I(x)} \alpha_i(x) f_j(e_i), j = \overline{1,n}.$$

С учетом линейности можно записать

$$f_j(\alpha_O(x)x + \sum_{i \in I(x)} \alpha_i(x)e_i) = f_j(\sum_{i \bar{\in} I(x)} \alpha_i(x)e_i),\ j = \overline{1,n}. \tag{3}$$

Следовательно, система равенств (1) эквивалентна набору равенств (3). Поскольку $\alpha_O(x)x + \sum\limits_{i \in I(x)} \alpha_i(x)e_i$, $\sum\limits_{i \bar{\in} I(x)} \alpha_i(x)e_i \in V$, то (3) для линейного предиката означает $E(\alpha_O(x)x + \sum\limits_{i \in I(x)} \alpha_i(x)e_i, \sum\limits_{i \bar{\in} I(x)} \alpha_i(x)e_i = 1.$

Тем самым доказано свойство n-мерности и необходимость условий (1-8).

Достаточность. Пусть предикат $E(x, y)$ удовлетворяет свойствам (1-8). Сначала покажем, что $E(x, y)=1$ тогда и только тогда, когда $\alpha_i(x) = \alpha_i(y), i = \overline{0,n+1}$ и $I(x) = I(y)$. Согласно условию рефлексивности $E(e_i, e_i) = 1, i = \overline{1,n+1}$, тогда из утверждения 1 вытекает

$$E(\alpha_O(x)x + \sum_{i \in I(x)} \alpha_i(x)e_i, \alpha_O(x)y + \sum_{i \bar{\in} I(x)} \alpha_i(x)e_i) = 1.$$

С другой стороны, n-мерность означает

$$E(\alpha_O(x)x+\sum_{i\in I(x)}\alpha_i(x)e_i,\quad \sum_{i\bar{\in} I(x)}\alpha_i(x)e_i)=1.$$

Из симметричности и транзитивности следует

$$E(\alpha_O(x)y+\sum_{i\in I(x)}\alpha_i(x)e_i,\quad \sum_{i\bar{\in} I(x)}\alpha_i(x)e_i=1.$$

В силу однозначности $\{\alpha_i(x)\}_{i=1}^{n+1}$ и $I(x)$ можно утверждать, что $\alpha_i(x)=\alpha_i(y), i=\overline{0,n+1}$ и $I(x)=I(y)$.

Эти рассуждения могут быть проведены и в обратном порядке, причем на последнем шаге следует воспользоваться второй частью утверждения 1.

Поскольку $\{\alpha_i(x)\}_{i=0}^{n+1}$ однозначно связаны при помощи множества $I(x)$ с $\{\beta_i(x)\}_{i=1}^{n+1}$, то $E(x,y)=1$ тогда и только тогда, когда $\beta_i(x)=\beta_i(y), i=\overline{1,n+1}$.

Покажем теперь, что для любых $\alpha,\beta\geq 0, \alpha+\beta=1$ и $x,y\in V$ имеет место равенство

$$\beta_i(\alpha x+\beta y)=\alpha\beta_i(x)+\beta\beta_i(y), i=1,..,.n+1. \tag{4}$$

Действительно, так как $Ax=\sum_{i=1}^{n+1}\beta_i(x)e_i$ (это вытекает из соотношений между $\alpha_i(x)$ и $\beta_i(x)$), то из утверждения 2 имеем

$$A(\alpha x+\beta y)=\alpha Ax+\beta Ay=\sum_{i=1}^{n+1}[\alpha\beta_i(x)+\beta\beta_i(y)]e_i.$$

С другой стороны, $A(\alpha x+\beta y)=\sum_{i=1}^{n+1}\beta_i(\alpha x+\beta y)e_i$.

В силу единственности разложения по линейно-независимой системе $e_1,\ldots,e_{n+1}$ вектора $A(\alpha x+\beta y)$ получим (4).

Теперь рассмотрим функционалы $g_i(x)=\beta_i(x)-\beta_i(o), k=\overline{1,n+1}$. Так как от $\beta_i(x)$ они отличаются только сдвигом, то $E(x, y) = 1$ тогда и только тогда, когда $g_i(x)=g_i(y), i=\overline{1,n+1}$. Докажем их линейность. Действительно,

$$\begin{aligned}
g_i(\lambda x) &= \beta_i(\lambda x)-\beta_i(0)= \\
&=\beta_i(\lambda x+(1-\lambda)0)-\beta_i(0)=\lambda\beta_i(x)+ \\
&\quad+(1-\lambda)\beta_i(0)-\beta_i(0)= \\
&=\lambda(\beta_i(x)-\beta_i(0))=\lambda g_i(x),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_i(x+y) &= g_i(x)[2(x+y)/2]= \\
&=2g_i[(x+y)/2]=2[\beta_i[(x+y)/2]-\beta_i(0)]= \\
&=2[(\beta_i(x)+\beta_i(y))/2-\beta_i(0)]= \\
&=[\beta_i(x)-\beta_i(0)]+[\beta_i(y)=\beta_i(0)]= \\
&=g_i(x)+g_i(y), i=\overline{1,n+1}.
\end{aligned}$$

Заметим, что все это выполняется в рамках выпуклого тела V. Однако, поскольку $\beta_i(x)$ непрерывны, то $g_i(x)$ тоже непрерывны. Таким образом, с учетом однородности и аддитивности $g_i(x)$ линейны на выпуклом теле V, для которого $affV = L$. Поэтому по теореме о продолжении [1] они могут линейным образом быть продолжены на все пространство <L, R>.

Нам осталось показать, что число функционалов можно сократить до n. Поскольку $\sum_{i=1}^{n+1}\beta_i(x)=1,$ то $\beta_{n+1}(x)=1-\sum_{i=1}^{n+1}\beta_i(x).$ Таким образом, можно обойтись первыми n-функционалами $\beta_i(x)$, а следовательно, и $g_i(x)$.

Теперь зададимся вопросом: можно ли еще уменьшить это число? Допустим $\beta_1(x)$ –"лишний". Тогда из рефлексивности и n-мерности для вектора e_1 будем иметь: $E(e_1,e_1)=1,$ т.е. $\alpha_O(e_1)=1, I(e_1)=0,$ $\alpha_1(e_1)=1, \alpha_2(e_1)=...=\alpha_{n+1}(e_1)=0.$

Это означает, что $\beta_1(e_1)=1, \beta_i(e_1)=0, i=\overline{2,n+1}$. Значит $\beta_1(x)$ не является линейной комбинацией остальных. Аналогичное утверждение справедливо для $\beta_i(x), i=2,n.$ Тем самым теорема 1 полностью доказана.

Теперь рассмотрим самый общий случай ограничений на множество входных сигналов в виде произвольного множества Ω с непустой внутренностью.

Пусть произвольный предикат $E(x,y)$ задан на декартовом квадрате ΩґΩ произвольного множества Ω, принадлежащего некоторому линейному нормированному пространству L. Будем считать, что внутренность Ω не пуста. Это означает, что найдется элемент $x_O \in \Omega$ и число $\varepsilon > 0$, для которых $u_{x_O}(\varepsilon)=\{x \in L: \|x`-x_O\| \le \varepsilon\}$– окрестность элемента $x_O$ радиуса $\varepsilon$ принадлежит множеству $\Omega: u_\varepsilon(x_O) \subset \varepsilon$. Зафиксируем произвольный элемент $x \in \Omega$ и число $\lambda \ge \|x\|$. Тогда, если рассмотреть $x`= x_O + \varepsilon x/\lambda$, то элемент $x` \in u_\varepsilon(x_O)$. Действительно, $\|x\|/\lambda \le 1$ и $\|x`-x_O\| = \varepsilon\,\|x\|/\lambda \le \varepsilon$. Таким образом, преобразование $L^\lambda x = x_O + \varepsilon x/\lambda = x`$ "загоняет" произвольный элемент пространства L при фиксированных x_O и ε в $u_\varepsilon(x_O)$. Для пары элементов $x,y \in L$ можно однозначно найти x', $y' \in u_\varepsilon(x_O)$ по следующему правилу:

$$x`= L^\lambda x, y`= L^\lambda y, \text{ где } \lambda = max\{\|x\|, \|y\|\}.$$

Теперь мы имеем возможность определить продолжение (однозначное) произвольного предиката $E(x, y)$ с множества Ω на все пространство L.

Определение 2. (x_O,ε)– продолжением предиката $E(x, y)$, заданного на декартовом квадрате множества Ω с непустой внутренностью, будем называть предикат $\hat{E}(x_O,\varepsilon)(x,y)$, определенный на декартовом квадрате всего пространства L следующим равенством:

$$\hat{E}(x_O,\varepsilon)(x,y)=\begin{cases}E(x,y), \text{если x, y} \in \Omega,\\ \mathrm{E}(\mathrm{L}^\lambda x, L^\lambda y), \text{если x} \notin \Omega, \text{или y} \notin \Omega.\end{cases} \quad (5)$$

Установим одно интересующее нас свойство (x_O,ε) продолжения предиката $E(x, y)$. Пусть предикат $E(x, y)$ является линейным, т.е. он определен на $\Omega\times\Omega$ равенством

$$E(x,y)=D(F[x],F[y]) \quad (6)$$

где $F: L\longrightarrow M$ – линейный оператор, проектирующий пространство L, какое-то его подпространство M, а D – предикат равенства. Справедливо следующее свойство.

Свойство. Если $E(x, y)$ линеен, то $\hat{E}(x_O,\varepsilon)(x,y)$, определенный L×L соотношением (5) не зависит от выбора элемента $x_O \in \Omega$ и числа ε. Для него $u_{x_O}(\varepsilon)\subset\Omega$ является однозначным продолжением, которое мы будем обозначать $\hat{E}(x, y)$.

Доказательство. Пусть произвольная пара элементов $x, y \in L$ принадлежит $\Omega\times\Omega$. Тогда из равенства (5) вытекает, что $\hat{E}(x_O,\varepsilon)(x,y)$, т.е. не зависит от x_O и ε.

Допустим теперь, что $(x, y) \bar{\in} \Omega\times\Omega$. Тогда, если $\hat{E}(x_O,\varepsilon)(x,y)=1$, то

$$E(L^\lambda x, L^\lambda y)=1,$$

$$D(FL^\lambda x, FL^\lambda y)=1,$$

$$FL^\lambda x = FL^\lambda y.$$

Учитывая линейность оператора F и вид оператора L, получаем

$$Fx_O+\varepsilon Fx/\lambda = Fx_O+\varepsilon Fy/\lambda,$$

т.е. $Fx = Fy$. Цепочка выписанных равенств сохранится, если ее проводить в обратном порядке. Таким образом, будет справедливо

$$\hat{E}(x_O,\varepsilon)(x,y)=D(F[x],F[y]), \tag{7}$$

т.е. наше продолжение не зависит от x_O и ε. Свойство доказано.

Замечание 1. Равенство (7) выявляет структуру продолжения $E(x,y)$ в случае, если $E(x,y)$ линеен. Однозначное продолжение $\hat{E}(x, y)$ тоже будет линейным предикатом, только заданным на декартовом квадрате всего пространства L.

Замечание 2. Если предикат $E(x,y)\neq D(Fx,Fy)$, то продолжение $\hat{E}(x_O,\varepsilon)(x,y)$ может существенно зависеть от выбора (x_O,ε) и не будет линейным предикатом на всем пространстве для любых $x_O\in\Omega$ и $\varepsilon > 0$.

Поясним последнее замечание на простом примере. Пусть Ω можно разбить на объединение двух множеств V_1 и V_2, с непустыми внутренностями и на $V_1\times V_1$ предикат $E(x, y)$ линеен, а на $V_2\times V_2$ тождественно равен 0. Тогда, если $x_O\in V_2$ и $u_\varepsilon(x_O)\subset V_2$, то $\hat{E}(x_O,\varepsilon)(x,y)\equiv 0$, если же $x_O\in V_1$, то на дополнении V_2 до всего пространства $\hat{E}(x_O,\varepsilon)(x,y)$ будет линеен, а на V_2 – тождественно равным 0. В итоге два этих продолжения будут отличаться друг от друга, но оба они на LґL не будут являться линейными предикатами.

Все эти результаты позволяют сформулировать и доказать следующую теорему о линейных предикатах, заданных на произвольном множестве Ω с непустой внутренностью.

Теорема 2. *Произвольный предикат $E(x, y)$, заданный на декартовом квадрате*

$$\Omega\times\Omega\subset \langle L, R\rangle\times\langle L, R\rangle,$$

является линейным тогда и только тогда, когда его (x_O,ε)-продолжение на все пространство L не зависит от выбора $x_O\in\Omega$ и ε ф 0 и является линейным предикатом на всем пространстве.

Доказательство. *Необходимость.* Пусть $E(x, y)$ – линеен. Тогда из первого свойства (x_O,ε) – продолжения получим, что оно не зависит от выбора $x_O \in \Omega$ и $\varepsilon \phi 0$ и является линейным, поскольку имеет вид (7).

Достаточность. Обратное утверждение является следствием замечания 2. Действительно, если (x_O,ε)-продолжение не зависит (x_O,ε) и удовлетворяет условиям теоремы, то оно представляет собой линейный предикат на всем пространстве $<L, R>$. Тогда предикат $E(x, y)$ просто обязан быть линейным, так как в противном случае его (x_O,ε)-продолжение зависело бы от выбора x_O,ε и, главное, не являлось бы линейным предикатом. Теорема 2 доказана.

Полученный результат обобщает ситуации, рассмотренные ранее. Его относительная простота и в формулировке, и в доказательстве является существенным преимуществом перед достаточно громоздкими в формулировке и трудоемкими в доказательстве теоремами, доказанными в работах [2-5]. В этом плодотворность идеи продолжения. Однако в отличие от ранее доказанных теорем нет непосредственно сформулированных свойств исходного предиката. На практике это означает необходимость предварительного пересчета входных сигналов, что не всегда удобно. Поэтому с точки зрения экспериментальной проверки преимущество имеют ранее полученные результаты [3].

Список литературы: 1. *Ахиезер Н.И., Глазман И.М.* Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1966. 543 с. 2. *Шабанов-Кушнаренко Ю.П.* Теория интеллекта: Проблемы и перспективы. Т.3. Харьков, Выща шк., 1987. 158 с. 3. *Воскобойник О.Н., Иващенко В.В.* Компараторная идентификация абстрактных линейных операторов // АСУ и приборы автоматики, 2000. Вып.113. С.35-41. 4. *Герасин С.Н.* Математические модели процессов сенсорной факторизации и применение для идентификации линейных систем методом сравнения // Дисс. канд. техн. наук. Харьков, 1989. 134 с. 5.*Шляхов В.В.* Математические модели линейных процессов рецепсии и их технические приложения // Дисс. канд. техн. наук. Харьков, 1984. 138 с.

Поступила в редколлегию

Иващенко Валерий Владимирович, соискатель ХТУРЭ. Научные интересы: математические методы анализа сложных систем. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-72.

УДК 519.673

В.Б.КЛИМУШЕВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АЛГОРИТМА РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ НА БАЗЕ ФОРМАЛЬНОЙ ГРАММАТИКИ

Рассматриваются вопросы моделирования конкретного корреляционного алгоритма распознавания образов на базе формальных грамматик с разными системами продукций, но одинаковыми алфавитами и начальной аксиомой. Проведенный сравнительный анализ выводов представлений корреляционного алгоритма позволяет предложить алгоритм синтеза многоместных продукций, который дает возможность сконструировать формальную грамматику, оптимально порождающую вывод представления корреляционного алгоритма.

Статья использует и развивает результаты, изложенные в [1].

Среди алгоритмов распознавания образов важное место занимает корреляционный алгоритм, что обусловлено широким его использованием в контурах управления телевизионных следящих систем.