УДК 621.396

М. А. ИВАНОВ, канд. техн. наук, *И. А. ЯКОВЛЕВ*, канд. физ.-мат. наук

КОГЕРЕНТНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ НЕСУЩИХ В ПРИЕМНИКАХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ С ФАЗОВО-ЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ

Оптимальная демодуляция дискретных сигналов в гауссовских каналах сопровождается формированием опорных колебаний для взаимно-корреляционных приемников [1—4]. Учитывая перспективность применения полосно-эффективных сигналов с комбинированной фазово-частотной модуляцией (ФЧМ) [3] целесообразно получить принципиальное и практическое ре шения задачи восстановления подавленных несущих при коге рентной обработке информационных ФЧМ колебаний.

Известно, что корректный синтез алгоритма и реализующего его устройства восстановления несущих сопряжен с решением задачи оптимальной оценки начальной фазы φ ФЧМ сигнала $x(t)$, принимаемого на фоне аддитивной гауссовской помехи $n(t)$ [2; 4]. Считая, что в момент времени t_s реализуется i-я мгновенная частота ω_i и j-е значение информационной начальной фазы θ_j ФЧМ сигнала, записываем выражение для обрабатываемой аддитивной смеси $y(t)$ входных воздействий:

$$y(t_s) \overset{\circ}{=} y_s = x(t_s) + n(t_s) \overset{\circ}{=} x_{ij} + n_s = \sqrt{2}\,U \cos(\omega_i t_s + \theta_j + \varphi) + n_s \quad (1)$$

где $\sqrt{2}U$ — амплитуда ФЧМ сигнала $x(t)$, причем $U = \mathrm{const}(t)$, $\omega_i = \omega_1 + (i-1)\Delta\omega$, $i \in [1, k]$; $\theta_j = (2j-1)\pi/l$, $j \in [1, l]$; ω_1 — наименьшее информационное, т. е. разрешенное значение мгновенной частоты ФЧМ сигнала $x(t)$; $\Delta\omega \overset{\circ}{=} \omega_{m+1} - \omega_m$, $\forall m \in [1, (k-1)]$; k, l — числовые характеристики используемого модуляционного формата передаваемого дискретного ФЧМ сигнала $x(t)$, означающие количество информационных (разрешенных) значений соответственно мгновенной частоты и начальной фазы данного сигнала. Предположим, что шум $n(t)$ является белым с нулевым средним и односторонней спектральной плотностью N. Применяя традиционное для современной теории цифровой связи правило максимального правдоподобия и используя методику [1; 2], получим исходное соотношение для нахождения оптимальной оценки $\hat{\varphi}$ начальной фазы φ;

$$\hat{\Lambda} = \ln \frac{C}{kl} \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{l} \exp\left[a_i(\hat{\varphi}) \cos\left(\frac{2j-1}{l}\pi\right) + b_i(\hat{\varphi}) \sin\left(\frac{2j-1}{l}\pi\right)\right]. \quad (2)$$

Здесь $\hat{\Lambda}$ — функция правдоподобия, $\hat{\Lambda} \overset{\circ}{=} p[y(t)\,|\,\hat{\varphi}]$; C — константа, функционально не зависящая от значений оценки $\hat{\varphi}$ начальной фазы φ ФЧМ сигнала $x(t)$;

$$a_i(\hat{\varphi}) \overset{\circ}{=} \int_0^T y(t)\sqrt{2}\,U \cos(\omega_i t + \hat{\varphi})\,dt; \quad (3)$$

$$b_i(\hat{\varphi}) \overset{\circ}{=} \int_0^T y(t)\sqrt{2}\,U \sin(\omega_i t + \hat{\varphi})\,dt; \quad (4)$$

T — длительность тактового интервала.

Искомая максимально правдоподобная оценка $\hat{\varphi}$ начальной фазы φ ФЧМ сигнала $x(t)$ находится решением следующего уравнения:

$$\frac{\partial\hat{\Lambda}}{\partial\hat{\varphi}}=\left\{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{l}\left[a_i(\hat{\varphi})\sin\left(\frac{2j-1}{l}\pi\right)-b_i(\hat{\varphi})\cos\left(\frac{2j-1}{l}\pi\right)\right]\times\right.$$
$$\left.\times\exp\left[a_i(\hat{\varphi})\cos\left(\frac{2j-1}{l}\pi\right)+b_i(\hat{\varphi})\sin\left(\frac{2j-1}{l}\pi\right)\right]\right\}\times$$
$$\times\left\{\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{l}\exp\left[a_i(\hat{\varphi})\cos\left(\frac{2j-1}{l}\pi\right)+b_i(\hat{\varphi})\sin\left(\frac{2j-1}{l}\right)\right]\right\}^{-1}=0. \quad (5)$$

С целью конкретизации и более подробного исследования общего результата (6) рассмотрим весьма важный в научном и практическом отношениях пример ФЧМ сигнала с модуляционным форматом «$2f-4\varphi$» [3], т. е. для $k=2$ и $l=4$. Выражение (2) перепишем таким образом:

$$\hat{\Lambda}=\ln\frac{C}{8}\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{4}\exp\frac{1}{2N}\left[a_i(\hat{\varphi})\cos\left(\frac{2j-1}{4}\pi\right)+b_i(\hat{\varphi})\sin\left(\frac{2j-1}{4}\pi\right)\right]. \quad (6)$$

После проведения алгебраических преобразований получим

$$\hat{\Lambda}=\ln C\left\{\mathrm{ch}\left[\frac{\sqrt{2}a_1(\hat{\varphi})}{4N}\right]\mathrm{ch}\left[\frac{\sqrt{2}b_1(\hat{\varphi})}{4N}\right]+\mathrm{ch}\left[\frac{\sqrt{2}a_2(\hat{\varphi})}{4N}\right]\times\right.$$
$$\left.\times\,\mathrm{ch}\left[\frac{\sqrt{2}b_2(\hat{\varphi})}{4N}\right]\right\}. \quad (7)$$

Тогда формула (5) приобретает вид

$$\frac{\partial\hat{\Lambda}}{\partial\hat{\varphi}}=\frac{\sqrt{2}}{4N}\left\{\mathrm{sh}\left[\frac{\sqrt{2}a_1(\hat{\varphi})}{4N}\right]\mathrm{ch}\left[\frac{\sqrt{2}b_1(\hat{\varphi})}{4N}\right]\frac{da_1(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}}+\right.$$
$$+\mathrm{ch}\left[\frac{\sqrt{2}a_1(\hat{\varphi})}{4N}\right]\mathrm{sh}\left[\frac{\sqrt{2}b_1(\hat{\varphi})}{4N}\right]\frac{db_1(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}}+\mathrm{sh}\left[\frac{\sqrt{2}a_2(\hat{\varphi})}{4N}\right]\times$$
$$\times\,\mathrm{ch}\left[\frac{\sqrt{2}b_2(\hat{\varphi})}{4N}\right]\frac{da_2(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}}+\mathrm{ch}\left[\frac{\sqrt{2}a_2(\hat{\varphi})}{4N}\right]\mathrm{sh}\left[\frac{\sqrt{2}b_2(\hat{\varphi})}{4N}\right]\times$$
$$\left.\times\frac{db_2(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}}\right\}\left\{\mathrm{ch}\left[\frac{\sqrt{2}a_1(\hat{\varphi})}{4N}\right]\mathrm{ch}\left[\frac{\sqrt{2}b_1(\hat{\varphi})}{4N}\right]+\mathrm{ch}\left[\frac{\sqrt{2}a_2(\hat{\varphi})}{4N}\right]\times\right.$$
$$\left.\times\,\mathrm{ch}\left[\frac{\sqrt{2}b_2(\hat{\varphi})}{4N}\right]\right\}^{-1}=0. \quad (8)$$

Из формул (3), (4) следует, что

$$\frac{da_i(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}} = -b_i(\hat{\varphi}), \ \forall i; \tag{9}$$

$$\frac{db_i(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}} = a_i(\hat{\varphi}), \ \forall i. \tag{10}$$

С учетом (9), (10) уравнение (8) окончательно можно представить как

$$\frac{\partial \hat{\Lambda}}{\partial \hat{\varphi}} = \frac{\sqrt{2}}{4N} \left\{ a_1(\hat{\varphi}) \operatorname{ch}\left[\frac{\sqrt{2}a_1(\hat{\varphi})}{4N}\right] \operatorname{sh}\left[\frac{\sqrt{2}b_1(\hat{\varphi})}{4\varphi}\right] - \right.$$

$$- b_1(\hat{\varphi}) \operatorname{sh}\left[\frac{\sqrt{2}a_1(\hat{\varphi})}{4N}\right] \operatorname{ch}\left[\frac{\sqrt{2}b_1(\hat{\varphi})}{4N}\right] + a_2(\hat{\varphi}) \operatorname{ch}\left[\frac{\sqrt{2}a_2(\hat{\varphi})}{4N}\right] \times$$

$$\left. \times \operatorname{sh}\left[\frac{\sqrt{2}b_2(\hat{\varphi})}{4N}\right] - b_2(\hat{\varphi}) \operatorname{sh}\left[\frac{\sqrt{2}a_2(\hat{\varphi})}{4N}\right] \operatorname{ch}\left[\frac{\sqrt{2}b_2(\hat{\varphi})}{4N}\right] \right\} \times$$

$$\times \left\{ \operatorname{ch}\left[\frac{\sqrt{2}a_1(\hat{\varphi})}{4N}\right] \operatorname{ch}\left[\frac{\sqrt{2}b_1(\hat{\varphi})}{4N}\right] + \operatorname{ch}\left[\frac{\sqrt{2}a_2(\hat{\varphi})}{4N}\right] \times \right.$$

$$\left. \times \operatorname{ch}\left[\frac{\sqrt{2}b_2(\hat{\varphi})}{4N}\right] \right\}^{-1} = 0. \tag{11}$$

Формулы (8), (11) описывают оптимальное решение задачи когерентного восстановления несущих в приемнике дискретных ФЧМ сигналов с модуляционным форматом «$2f$—4φ».

Предположим, что передача осуществляется только на одной информационной частоте ФЧМ сигнала «$2f$ — 4φ) или, в более общем случае, «kf — 4φ». При этом данный сигнал вырождается в обычное четырехпозиционное ФМ колебание с несущей (центральной) частотой, совпадающей с указанной ранее «рабочей» информационной частотой исходного ФЧМ сигнала. Тогда выражение (8) трансформируется в известное соотношение [2]:

$$\frac{\partial \hat{\Lambda}}{\partial \hat{\varphi}} = \operatorname{th}\left[\frac{\sqrt{2}}{4N} a_i(\hat{\varphi})\right] \frac{da_i(\hat{\varphi})}{d\hat{\varphi}} + \operatorname{th}\left[\frac{\sqrt{2}}{4N} b_i(\hat{\varphi})\right] \frac{db_i(\hat{\varphi})}{\partial \hat{\varphi}} = 0, \tag{12}$$

где коэффициент i может принять любое (но только одно!) значение из множества $i \in [1, k]$ — в зависимости от номера используемой для передачи разрешенной частоты ФЧМ сигнала.

Отмеченное совпадение известных результатов [1; 2] с частными случаями полученных аналитических соотношений свидетельствует об общности последних и является дополнительным косвенным подтверждением их корректности.

В соответствии с доказанным утверждением [4], предельно достижимые (минимально возможные) значения дисперсии ошибки когерентного восстановления несущих не зависят от вида и параметров угловой модуляции информационных колебаний. Откуда следует потенциальная точность восстановления несущих при ФЧМ, ФМ и ЧМн в принципиальном отношении одинакова. В то же время сравнительный анализ соотношений (8) и (12) показывает, что аппаратурная реализация оптимальной схемы когерентного восстановления несущих для приемника ФЧМ сигналов сложнее, чем при использовании монопараметрических методов угловой модуляции (ФМ [2] или ЧМн [1]). Это обусловливает практическую целесообразность поиска и применения подоптимальных решений задачи восстановления несущих ФЧМ колебаний. Наиболее предпочтителен вариант искусственного сведения ФЧМ к ФМ с использованием известных методов и реализующих их схем восстановления несущих когерентных сигналов с монопараметрическими методами угловой модуляции. В последнем случае по результатам некогерентного детектирования принимаемых информационных колебаний в частотном подканале ФЧМ демодулятора осуществляется устранение априорной неопределенности о текущем значении мгновенной частоты информационных сигналов. Они обрабатываются в фазовом подканале данного демодулятора с задержкой на один такт относительно его частотного подканала, что обеспечивает постоянство мгновенной частоты колебаний на входе устройства восстановления несущих для когерентного фазового подканала ФЧМ приемника, и позволяет реализовать указанные устройства на основе известных [2] и достаточно хорошо отработанных схем восстановления несущих ФМ сигналов.

Список литературы: 1. *Стифлер Дж. М.* Теория синхронной связи/Пер. с англ.; Под. ред. Э. М. Габидулина. М., 1975. 488 с. 2. *Банкет В. Л., Мельчик А. М.* Системы восстановления несущей при когерентном приеме дискретных сигналов//Зарубеж. радиоэлектрон. 1983. № 12. С. 28—49. 3. *Иванов М. А., Макаренко Б. И., Яковлев И. А.* Фазово-частотная модуляция дискретных сигналов//Радиотехника. 1985. № 11. С. 62—65. 4. *Тихонов В. И.* Оптимальный прием сигналов. М., 1983. 320 с.

Поступила в редколлегию 20.09.86