

УДК 519.711; 658.012.011.56(1/9)
КП
№ держреєстрації 0111U002624
Інв. №

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки
(ХНУРЕ)
61166, м. Харків, пр. Леніна, 14
тел. (057) 702-13-97
факс (057) 702-10-13

ЗАТВЕРДЖУЮ
Проректор з наукової роботи
д.ф.-м.н., проф.

М.І. Сліпченко

2014.01.

ЗВІТ
ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ
“РОЗРОБКА МОДЕЛЕЙ, МЕТОДІВ ТА ІНСТРУМЕНТАЛЬНИХ
ЗАСОБІВ СТРУКТУРНО ТОПОЛОГІЧНОЇ І ПАРАМЕТРИЧНОЇ
ОПТИМІЗАЦІЇ ТЕРИТОРІАЛЬНО
РОЗПОДІЛЕНИХ СИСТЕМ ”
№ 254
(заключний)

Керівник НДР
докт. техн. наук, проф.

Е.Г. Петров

2013

Рукопис закінчений 27 грудня
2013р.

Результати цієї роботи розглянуті на науково-методичній раді ХНУРЕ
протокол № від .01.14 р.

СПИСОК ВИКОНАВЦІВ

Науковий керівник НДР, д.т.н., проф. каф. СТ	Петров Е.Г. (реферат, вступ, заклучення, висновки, розд. 1)
Відповідальний виконавець НДР, п.н.с., к.т.н., доц. каф. СТ	Пісклакова В.П. (реферат, вступ, заклучення, висновки, розд. 1)
Науковий керівник розділу 2, д.т.н., проф. каф. СТ	Безкоровайний В.В. (розд. 2)
Науковий керівник розділу 3, д.т.н., проф. каф. СТ	Гребеннік І.В. (розд. 3)
Науковий керівник розділу 4, д.т.н. проф. каф. ПМ	Тевяшев А.Д. (розд. 4)
к.т.н., доц. каф. СТ	Колесник Л.В. (розд. 1.1)
к.т.н., доц. каф. СТ	Писклакова О.О. (розд. 1.4)
к.т.н., с.н.с. каф. СТ	Бринза Н.О. (розд. 1.5)
пров. інж. каф. СТ	Скорик І.О. (розд. 1)
к.т.н., ст. викладач каф. СТ	Хряпкін О.В. (розд. 1)
к.т.н., доц. каф. СТ	Міщеряков Ю.В. (розд. 1)
к.т.н., асистент каф. СТ	Губаренко Є.В. (розд. 1)
к.т.н., с.н.с. каф. СТ	Євсєєв В.В. (розд. 1)
к.т.н., доц. каф. СТ	Імангулова З.А. (розд. 2)
к.т.н. каф. СТ	Соболева О.В. (розд. 2)
аспірант каф. СТ	Подолька К.Є. (розд. 2)
аспірант каф. СТ	Петрова А.І. (розд. 2)
стажист-дослідник каф. СТ	Москаленко А.С. (розд. 2)
аспірант каф. СТ	Грицай Д.В. (розд. 3)
аспірант каф. СТ	Тітова О.С. (розд. 3)
магістрант каф. СТ	Литвиненко О.С. (розд. 3)
с.н.с. каф. ПМ	Долгоброд О.Г. (розд. 4)
н.с. каф. ПМ	Виходцев Є.І. (розд. 4)
асистент каф. ПМ	Щелкалін В.М. (розд. 4)
н.с. каф. ПМ	Фролов В.А. (розд. 4)
н.с каф. ПМ	Боярська Ю.В. (розд. 4)

РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 322 с., рис., табл.

Отримані результати є подальшим розвитком методології структурно-топологічного синтезу класу територіально розподілених систем (ТРС) транспорту, в тому числі трубопровідного, зв'язку, моніторингу, управління, виробництва і збуту, обслуговування, яка орієнтована на підвищення ефективності процесів автоматизованого проектування і керування великомасштабними технічними і організаційними системами з урахуванням багатокритеріальності та інтервальної невизначеності вхідних даних.

В результаті дослідження розроблено:

- концептуальний формалізований опис ТРС та цілей їхнього створення і функціонування з урахуванням факторів, що відображують топологію елементів, їх зв'язки і технологію функціонування об'єктів;
- математичні моделі, методи, алгоритми та програми аналізу задач прийняття рішень в умовах невизначеності для використання в системах підтримки прийняття рішень, в геометричному проектуванні;
- комбінаторні оптимізаційні моделі розміщення геометричних об'єктів, що мають форму паралелепіпедів та допускають зміну ортогональної орієнтації;
- стохастичні моделі, методи і інструментальні засоби параметричної оптимізації інженерних мереж з витокami, що забезпечують оперативне планування режимів роботи багаторівневих ієрархічних інженерних мереж

У сукупності така методологія дозволить:

- скоротити витрати ресурсів на проектування;
- підвищити якість проектів;
- отримати більш ефективні проекти по: ресурсозбереженню, екологічній безпеці, надійності.

Ключові слова: прийняття рішень, багатокритеріальність, інтервальна невизначеність, нечітка множина, функція приналежності, експертне оцінювання, компараторна ідентифікація, функція корисності, компромісне рішення, функція втрат.

ЗМІСТ

ВСТУП	7
1 РОЗРОБКА ПРИНЦИПІВ ПОБУДОВИ АНАЛІТИКО-ІМІТАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ СИНТЕЗУ ТЕРИТОРІАЛЬНО-РОЗПОДІЛЕНИХ СИСТЕМ ОБСЛУГОВУВАННЯ (ТРСО)	8
1.1 Методологічні основи автоматизованого проектування ТРСО	8
1.2 Методи структурно-параметричної ідентифікації імітаційних моделей	49
1.3 Моделі і методи прийняття багатокритеріальних рішень в умовах стохастичної невизначеності	78
1.4 Методи, моделі та інструментальні засоби прийняття рішень в умовах нечіткої невизначеності	109
1.5 Аналіз результатів тестових обчислень	136
Перелік посилань у розділі 1	141
2 СТРУКТУРНИЙ СИНТЕЗ ТЕРИТОРІАЛЬНО РОЗПОДІЛЕНИХ ОБ'ЄКТІВ В УМОВАХ НЕПОВНОЇ ВИЗНАЧЕНОСТІ ДАНИХ	148
2.1 Обґрунтування методології автоматизованого системного проектування територіально розподілених об'єктів в умовах неповної визначеності вхідних даних	148
2.2 Розробка математичних моделей і методів формування та багатofакторного оцінювання проектних рішень з урахуванням неповної визначеності вхідних даних	152
2.3 Розробка програмного забезпечення розв'язання задач структурного синтезу територіально розподілених об'єктів в умовах неповної визначеності даних	169
2.4 Висновки по розділу 2	180
Перелік посилань у розділі 2	183
3 РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ І МЕТОДІВ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПРИ СТВОРЕННІ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ СИСТЕМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ РОЗМІЩЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ	188
3.1 Генерація комбінаторних множин із заданими властивостями	188
3.2 Оптимізація лінійної функції на множині циклічних перестановок	202
Перелік посилань у розділі 3	218
4 Розробка моделей, методів та інструментальних засобів структурної і параметричної оптимізації інженерних мереж з витоками	221
4.1 Теоретичні основи переходу інженерних систем до	221

багаторівневих ієрархічних структур	
4.2 Стохастичні і моделі та методи структурної оптимізації інженерних мереж з витоками	259
4.3 Стохастичні моделі , методи і принципи розробки інструментальних засобів параметричної оптимізації інженерних мереж з витоками	274
4.4 Стохастичні моделі і методи оптимізації режимів роботи газотранспортних систем	300
ВИСНОВКИ	317
Перелік посилань у розділі 4	319
ЗАКЛЮЧЕННЯ.....	321

ВСТУП

Метою проекту є розвиток теорії синтезу моделей управління і структурно топологічного проектування територіально розподілених ієрархічних організаційно-технічних систем до яких відносяться об'єкти моніторингу, транспорту, в тому числі трубопровідні системи, інженерних мереж, зв'язку, сервісного обслуговування та інші мережі. Принциповою відмінною рисою таких систем є їх складність, багатокритеріальність і неповна визначеність вхідних даних. Саме тому головна увага при виконанні проекту присвячена синтезу моделей і розробці методів прийняття проектних і керуючих рішень в умовах багатокритеріальності і інтервальної невизначеності вхідних даних.

Дослідження базується на комплексному використанні методів системного аналізу: для моделювання варіантів топологічних структур систем використовуються методи теорії графів і генетичні алгоритми; для оцінки ефективності і багатofакторного вибору рішень використовуються методи теорії корисності і прийняття рішень; для формування і вибору варіантів використовуються методи оптимізації, що засновані на ідеях спрямованого перебору альтернатив, комбінаторики та інтервального аналізу; для рішення проблеми мінімізації збитків в інженерних мережах з витоками було використано методологію структурного системного аналізу і проектування великомасштабних інформаційно-аналітичних систем управління.

Основна ідея полягає у більш глибокому і повному врахуванні обліку впливу топології комунікаційних зв'язків на організаційну структуру, принципи функціонування, параметри, технологію, ефективність, надійність і живучість територіально розподілених систем.

Практичне використання результатів роботи дозволяє: підвищити ступінь автоматизації процесів проектування, планування розвитку, реінжинірингу, керування; зменшити час проектування об'єктів; підвищити якість одержуваних рішень і на цій основі зменшити витрати на їхнє створення та експлуатацію, знизити втрати, пов'язані з не повним виконанням системою покладених на неї функцій.

РОЗДІЛ 1

РОЗРОБКА ПРИНЦИПІВ ПОБУДОВИ АНАЛІТИКО-ІМІТАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ СИНТЕЗУ ТЕРИТОРІАЛЬНО-РОЗПОДІЛЕНИХ СИСТЕМ ОБСЛУГОВУВАННЯ (ТРСО)

1.1. Методологічні основи автоматизованого проектування ТРСО

Для сучасного етапу розвитку теорії синтезу ТРСО характерна недостатня увага до методологічних аспектів проектування системи як цілого. Дослідники, в основному, розробляють математичні моделі та методи оптимального рішення локальних задач синтезу. При цьому не повною мірою враховується взаємозв'язок задач і етапів проектування ТРСО, що, з одного боку, не дозволяє знайти оптимальне рішення для системи в цілому, а з іншого, приводить до нераціональних витрат ресурсів на сам процес проектування. Разом з тим такі особливості ТРСО, як унікальність, висока вартість, більша соціально-економічна значимість, складність проектування, визначають підвищені вимоги, як до оптимальності проектних рішень, так і до ефективності процесу проектування. Необхідною умовою виконання цих вимог є раціональна методологія синтезу ТРСО. Перш ніж перейти до розробки математичних моделей синтезу ТРСО, розглянемо методологічні аспекти проблеми.

1.1.1. Принципи побудови математичного та алгоритмічного забезпечення системи автоматизованого проектування ТРСО

Процес проектування складних систем, до яких відносяться ТРСО, вимагає трудових витрат, обчислювальних, матеріальних і тимчасових ресурсів, по величині порівнянних з витратами на створення системи. Якщо врахувати широку поширеність ТРСО, їх більшу соціально-економічну значимість, то стає очевидним, що створення індустріальної, ефективної технології проектування ТРСО є важливою науково-технічною задачею.

Магістральним шляхом рішення цієї проблеми є створення систем автоматизованого проектування (САПР). Це пов'язано з тим, що САПР дозволяє суттєво зменшити витрати трудових і матеріальних ресурсів на проектування, у два-три рази скоротити строки проектування при одночаснім поліпшенні якості за рахунок використання економіко-математичних методів, різноманітного аналізу, оптимізації. Однак методологія проектування, математичне та програмне забезпечення повинні бути орієнтовані на САПР, принципово відрізнятися від традиційної неавтоматизованої технології. САПР повинна не копіювати традиційну технологію, а використовувати принцип «нових задач», що передбачає реалізацію рішень, принципово неможливих без використання ЕОМ. До них відносяться наступні задачі: створення єдиних інформаційних масивів різного функціонального призначення, виключення паперових документів на проміжних стадіях проектування, автоматизація процесів підготовки та випуску текстової і графічної документації, автоматизація інженерних розрахунків, проведення різноманітного аналізу та оптимізаційних розрахунків у діалоговому режимі і т.д. САПР як будь-яка складна система створюється поетапно, постійно розвивається. Найчастіше на ранніх стадіях створення САПР реалізуються функції автоматизації інженерних розрахунків (найчастіше в пакетному режимі обробки на ЕОМ), потім вирішуються задачі автоматизації випуску проектної документації і т.д. Впровадження кожної функції, безсумнівно, ефективно, але досягнення генеральних цілей створення САПР можливо тільки при комплексній реалізації перелічених задач, об'єднанні їх в «систему», а також єдності методології та вимог до технічного, інформаційного, математичного забезпечення та програмним засобам. Розглянемо шляхи реалізації цих вимог.

Проектування ТРСО в загальній постановці пов'язано з рішенням оптимізаційних задач такої великої розмірності, що вони є неозорими як у змістовному, так і в обчислювальному аспектах. Відомий системотехнічний підхід до подолання зазначених труднощів полягає в зниженні розмірності

задачі. Це можливо здійснити агрегуванням змінних у загальній моделі або декомпозицією вихідної моделі в просторі змінних на систему умовно-незалежних моделей (задач) меншої розмірності. Обидва шляхи мають свої гідності і недоліки.

Метод агрегування пов'язаний із втратою точності аналізу, але зі зменшенням його трудомісткості. Агреговані моделі дозволяють аналізувати цілісну систему, що відіграє визначальну роль при обґрунтуванні принципів побудови, структури, техніко-економічному обґрунтуванні і т.д. Метод декомпозиції більш трудомісткий, але дозволяє вирішувати задачі будь-якої розмірності по групах змінних, забезпечуючи, за умови дотримання системотехнічних вимог по обліку взаємозв'язків і коректному призначенню обмежень, необхідну, наперед задану точність. Недолік цього методу полягає у складності аналізу системи як єдиного цілого.

Підставами для вибору як типу моделі, так і рівня деталізації є, з одного боку, відповідність цілям і необхідної точності моделювання, а з іншого, прагнення мінімізувати витрати ресурсів. Звідси впливає доцільність декомпозиції процесу проектування ТРСО не тільки в просторі змінних, але й у часі, тобто виділення етапів, кожному з яких відповідають різні цілі та ступінь інформаційної визначеності, а отже, і необхідна точність аналізу і прийнятих рішень. Прикладами таких етапів є техніко-економічне обґрунтування (ТЕО), ескізне, техноробоче проектування.

На етапі ТЕО оцінюються принципова доцільність створення системи, необхідні витрати та очікуваний ефект, обґрунтовуються принципи побудови. Слід враховувати, що розроблювач при цьому не розташовує детальною і точною інформацією, необхідної для аналізу, тому що її одержання вимагає тривалого, трудомісткого й дорогого обстеження об'єкта, яке до того ж може виявитися пошуком. Вихідна інформація на етапі ТЕО носить узагальнений, усереднений, оцінний характер, а джерелами її одержання є аналіз прототипів і аналогів, прогнозування, експертні оцінки. Відповідно, математичні моделі, використовувані на цьому етапі, повинні

сприяти аналізу системи як цілого, що особливо важливо при обґрунтуванні принципів побудови та структури ТРСО. Разом із цим по своїй ресурсоемності вони повинні відповідати можливостям розроблювача з урахуванням необхідності проведення в обмежений термін аналізу великої кількості варіантів побудови ТРСО, а по точності моделювання відповідати точності вихідної інформації.

Переліченим вимогам найбільшою мірою задовольняють агреговані аналітичні моделі. Це обумовлене тим, що агрегування змінних і побудова оцінних аналітичних моделей пов'язане, як правило, з необхідністю прийняття допущень, що спрощують, і обмежень, які знижують точність моделі, але одночасно підвищують її функціональну видимість (наочність), суттєво спрощують аналіз і знижують необхідні для розрахунків тимчасові та обчислювальні ресурси. Вміння проектувальника полягає у виборі ефективних моделей на основі компромісу між точністю, з одного боку, і наочністю і трудомісткістю, з іншої.

Якщо етап техніко-економічного обґрунтування показав доцільність створення системи, то переходять до етапу ескізного проектування. На цьому етапі вихідна інформація уточнюється, але ще залишається неповною та неточною. Кількість підлягаючих аналізу варіантів побудови системи суттєво звужується на етапі ТЕО, але необхідне значно більш глибоке пророблення кожного з них. Для цього потрібні більш точні моделі не тільки системи в цілому, але і підсистем, їх зв'язків між собою і т.д. Тут найбільш ефективний аналітико-імітаційний підхід до побудови математичних моделей. Комбінація агрегованих моделей цілісної системи з детальними імітаційними моделями підсистем дозволяє проводити глибокий аналіз, заснований на принципі послідовної декомпозиції загальної моделі.

Етап техноробочого проектування пов'язаний з аналізом усієї доступної інформації про проектувану систему, вимог до неї, умов функціонування, зовнішніх впливів, а ціль його полягає в прийнятті оптимальних проектних рішень. На цьому етапі аналізу підлягають підсистеми, блоки, обладнання

для обґрунтування конкретних технічних рішень, тому потрібні детальні моделі відповідних об'єктів максимально можливої точності, що відносяться до класу імітаційних моделей.

Розглянуті етапи відображають ідеалізовану схему проектування ТРСО. Насправді всі етапи взаємозалежні між собою чисельними зворотними зв'язками, безперервні по уточненню інформації, мають ітераційний характер. Необхідною умовою ефективності проектування є правонаступництво усіх його етапів за вихідними даними, результатами аналізу, методологією моделювання, математичним та програмним забезпеченням.

Реалізувати зазначену вимогу в рамках САПР можна двома взаємодоповнюючими шляхами:

- 1) створенням банків математичних моделей різного ступеня агрегування та відповідних їм інструментальних засобів дослідження і прийняття оптимальних рішень;

- 2) використанням адаптивних універсальних моделей і інструментарію, що легко агрегуються або дезагрегуються залежно від етапу проектування та пов'язаного з ним ступеня повноти вихідної інформації, необхідної точності та оптимальності прийнятих рішень.

Адаптація моделей може проводитися блоковою підстановкою локальних моделей необхідного ступеня агрегування з банку моделей. При цьому в банку моделей слід мати альтернативні моделі одного рівня агрегування. Це обумовлене зв'язком агрегування із прийняттям різних спрощуючих допущень і евристичних міркувань. Такі моделі мають вузьку область коректного застосування, чутливі до конкретних значень вихідних даних і розмірності задачі. У таких умовах розроблювач повинен мати можливість не тільки розглянути різні варіанти побудови системи з урахуванням варіацій вихідних даних, але і провести цей аналіз різними методами, порівняти результати і вибрати рекордний.

Прийнятий підхід побудови системи моделей і методології проектування висуває відповідні вимоги і до методів і до алгоритмів аналізу, оптимізації та прийняття рішень. Інструментарій повинен бути альтернативним, тобто організованим за принципом банку альтернативних алгоритмів, адаптивних до точності, розмірності, структури вихідних даних. Особливо слід підкреслити, що методи оптимізації та прийняття проектних рішень повинні забезпечувати вибір стійкого (грубого) до варіацій вихідних даних рішення, тому що тільки в цьому випадку можна забезпечити наступність рішень у міру підвищення інформаційної визначеності аналізу до точності рішення.

Сформулюємо вимоги до математичного, алгоритмічного та програмного забезпечення САПР ТРСО: математичне забезпечення повинне бути організоване у вигляді банків моделей і інструментальних алгоритмів; математичні моделі повинні мати «блокову» структуру, орієнтовану на «збірку» із блоків локальних моделей різного ступеня агрегування, точності, функціональної орієнтації; «збірка» повинна проводитися в інтерактивному режимі, що не виключає необхідності вироблення ЕОМ рекомендацій за кращими для використання моделям і методам аналізу. Очевидно, що такий підхід реалізуємий за умови, що всі локальні моделі та алгоритми функціонально і програмно сумісні, тобто виконані на одній апаратно-програмній платформі. Банк моделей і алгоритмів повинен бути відкритим, дозволяти безперервне поповнення його новими «блоками».

Ще одним перспективним напрямком інтенсифікації та підвищення якості проектних робіт є використання в САПР, що інтенсивно розвиваються в теперішній час теорії прецедентів, орієнтованої на використання прототипних проектних рішень.

1.1.2. Інтенсифікація та підвищення ефективності процесу проектування на основі використання прототипних проектних рішень

Будь який фахівець у процесі виконання своєї роботи, у тому числі проектування, накопичує знання, уміння, навички найбільш ефективного, по витратах часу, інтелектуальних і фізичних зусиль, способу виконання роботи і забезпечення необхідної якості результатів. Одним з аспектів цього процесу є нагромадження в пам'яті стандартних, типових, тобто повторюваних ситуацій і відповідних їм ефективних рішень. Ефективність забезпечується методом проб і помилок, результатами моделювання, експериментів, рішенням оптимізаційних задач. У цілому це дозволяє фахівцеві для стандартних або близьких до них ситуацій, що раніше зустрічалися, формувати ефективні рішення, пропускаючи або мінімізуючи проміжні роботи, пов'язані з витратами часу, інтелектуальних і матеріальних ресурсів. Така ситуація характерна для будь-яких сфер людської діяльності. У зв'язку із цим виникла ідея зробити відчуження «опиту» від носія, його формалізації і на цій основі автоматизації процесів формування стандартних рішень.

Роботи в цьому напрямку починалися з розвитку так званого «ситуаційного управління». Однак розуміння універсальності та широких можливостей підходу призвело до створення та швидкого розвитку «теорії прецедентів» відомої ще як «Case-Based Reasoning)) (CBR), тобто метод міркувань на основі прецедентів.

Метою цього підрозділу є використання теорії прецедентів для інтенсифікації та підвищення ефективності по витратах ресурсів, у тому числі тих, що не накопичуються, процесу проектування за рахунок повторного використання результатів ефективних рішень, що раніше зустрічалися проектних ситуацій.

«CBR- це спосіб вирішення нових проблем шляхом адаптації рішень, які використовувалися раніше в аналогічних ситуаціях».

Прецедент являє собою інформаційний блок, що включає в себе базову ситуацію та відповідне їй рішення. У процесі професійної діяльності в деякій області формуються проблемно-орієнтовані прецеденти, які накопичуються у

сховище, в якості якого можуть виступати традиційні СУБД, спеціалізовані сервери знань, багатомірні бази даних і т.д. Ситуація, для якої сформований прецедент, надалі вважається опорною або базовою.

При виникненні нової проблемної, тобто потребуючої рішення ситуації, зі сховища прецедентів вилучається прецедент, базова ситуація якого збігається або близька до проблемної. Прецедентне рішення використовується як прототип рішення для нової ситуації. Воно може бути використане без змін або в якості прототипу рішення для нової ситуації. В останньому випадку формується новий прецедент. Описана процедура показана на рис. 1.1.

Якщо підходящий прецедент відсутній у сховищі, то задача вирішується традиційними методами, а отримані результати утворюють новий прецедент.

Математичні моделі та апаратно-програмні засоби реалізації прецедентного методу прийняття рішень утворюють спеціалізовану систему підтримки прецедентних рішень (СППР). Структура та функції такої СППР показані на рис. 1.2.

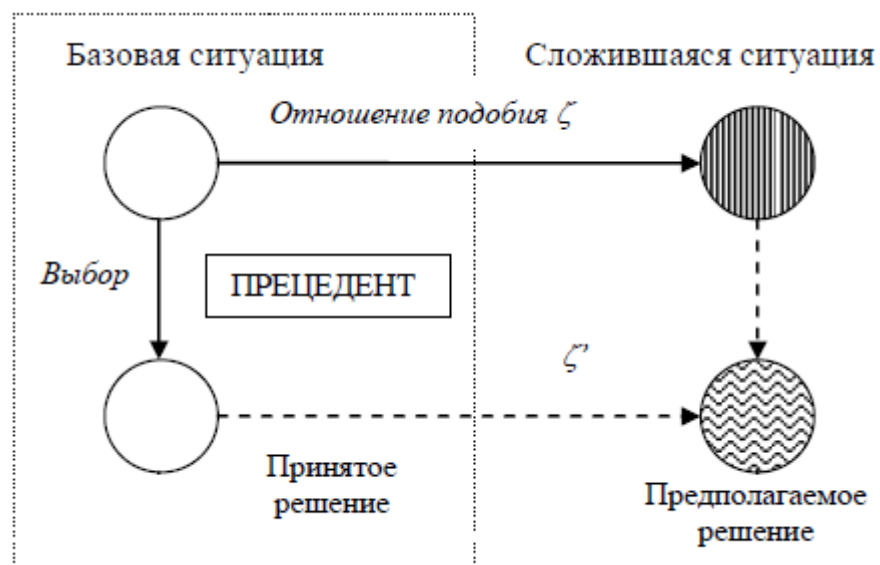


Рисунок 1.1 - Прийняття рішень на основі прецеденту

Процес функціонування прецедентних СППР звичайно представляється у вигляді так званого Cbr-циклу (рис. 1.3), що полягає із чотирьох основних фаз:

- 1) вибір зі сховища найбільш доречного прецеденту або множини прецедентів, звичайно на основі заданого відношення подоби;
- 2) використання обраних прецедентів для прийняття рішення поставленої задачі;
- 3) перегляд і корекція (адаптація) у випадку потреби приймаємих раніше в обраних прецедентах рішень;
- 4) збереження у сховищі прийнятого рішення і ситуації, що склалась у якості нового прецеденту або відповідна зміна обраного прецеденту, що може бути корисним надалі при рішенні аналогічних задач.

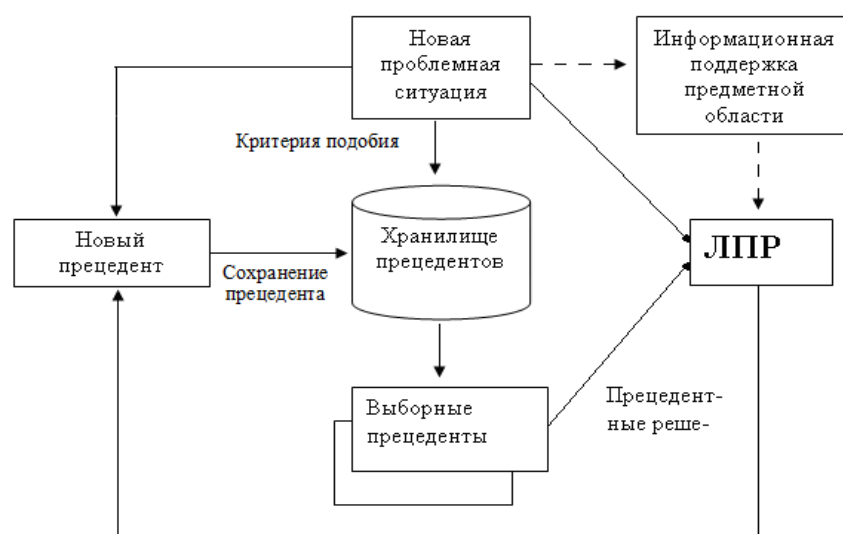


Рисунок 1.2 - Структура та функції СППР

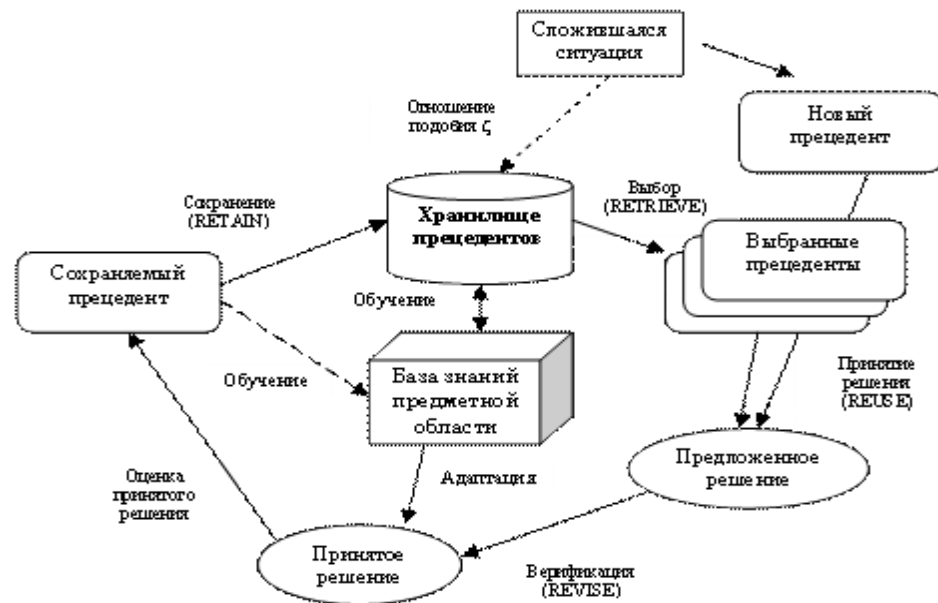


Рисунок 1.3 - Фази Cbr-циклу

Зазвичай Cbr-цикл виконується при безпосередній взаємодії із ОПР. Багато прецедентних систем тільки витягають зі сховища найбільш доречні прецеденти і залишають процес адаптації на розсуд ОПР, оскільки автоматизація процесу адаптації є складною задачею і практично не піддається узагальненню, а, найчастіше, в адаптації немає необхідності, оскільки обрані прецеденти містять досить інформації для прийняття рішення.

Якщо ж адаптація необхідна, то для її проведення можна використовувати базу знань предметної області, що містить набір необхідних фактів, правил і методів індуктивного і (або) абдуктивного машинного навчання.

Побудова СППР прецедентного типу припускає рішення наступного кола задач:

- розробка способу представлення знань про ситуацію і можливих рішеннях;

- розробка методу вибору прецедентів;
- розробка методу ідентифікації і адаптації рішень;
- розробка методу зберігання та індексації прецедентів.

Слід підкреслити, що під прецедентними рішеннями треба розуміти не тільки власне проектні рішення, але і математичні моделі, інструментальні засоби і т.д.

1.1.3. Моделі і методи прийняття ефективних рішень в умовах багатокритеріальності та невизначеності

Умовами ефективності будь-якого рішення є своєчасність, повнота та оптимальність. З перелічених вимог концептуальним є вимога повноти (комплексності) рішення. Воно означає, що ефективність рішення залежить від того наскільки повно та глибоко при постановці задачі та синтезі моделі її рішення враховуються внутрішні (системні) і зовнішні (метасистемні) фактори, що впливають на рішення. Прагнення задовольнити цю вимогу призводить до зростання розмірності задачі та ускладненню моделі її рішення, як по вхідним, так і вихідним змінним і, як наслідок, до необхідності обліку її багатокритеріальності. З іншого боку підвищення розмірності задачі прийняття рішення призводить до різкого підвищення невизначеності вихідної інформації за рахунок обмеженості знань, обліку слабоформалізованих змінних, неточності виміру, прийняття спрощуючих припущень та інших Не-Факторів. У сукупності це призводить до того, що детермінована постановка задачі прийняття рішень стає некоректною і її необхідно вирішувати з урахуванням невизначеності вихідної інформації. Таким чином, підвищення ефективності прийнятих рішень, незалежно від їхньої проблемної орієнтації, пов'язаного з необхідністю обліку багатокритеріальності вихідної інформації та її неповної визначеності. Методологічним недоліком підходу до рішення задач прийняття рішень в умовах багатокритеріальності та невизначеності є те, що ці задачі

розглядаються локально. У більшості випадків задачі багатокритеріальної оптимізації розглядаються в детермінованій постановці, без урахування невизначеності вихідних даних. З іншого боку, при прийнятті рішень в умовах невизначеності, за замовчуванням передбачається що цільова функція (ефект) системи є скалярною. У багатьох випадках це призводить до некоректних рішень, тому необхідно розробити методологію комплексного рішення задачі багатокритеріальної оптимізації в умовах невизначеності.

Така методологія повинна містити два етапи прийняття рішень. На першому етапі необхідно сформулювати скалярну багатофакторну оцінку ефективності (корисності) рішень у детермінованій постановці. На другому етапі необхідно врахувати всі невизначеності параметрів змінних моделі скалярного багатофакторного оцінювання, з урахуванням цього вичислити інтервальну оцінку ефективності альтернативних рішень і визначити правило вибору точкового рішення з інтервалу можливих рішень.

1.1.3.1. Моделі та методи прийняття рішень в умовах багатокритеріальності. Синтез ефективної ТРСО передбачає, по-перше, обґрунтування принципу функціонування та структури системи, що реалізує його, а по друге, вибір технічних характеристик ТРСО у рамках розглянутого принципу. З формальної точки зору – це класична задача прийняття рішення. Вона вирішується в загальному випадку в три етапи: формування в явному або неявному виді множини припустимих альтернатив X (імітаційної математичної моделі системи); рішення задачі вибору, що полягає в обґрунтуванні принципу оптимальності (ОП); рішення на парі $(X, ОП)$ задачі оптимізації, тобто прийняття оптимальної альтернативи або їх підмножини. Принциповою в такій постановці є ступінь визначеності імітаційної моделі, тому що вона визначає точність завдання параметрів об'єкту та принцип оптимальності – часткові критерії, їх важливість і т.д. Труднощі синтезу ефективних ТРСО в значній мірі пов'язані з високою невизначеністю математичного опису їх імітаційних моделей, що обумовлене традиційними складностями опису великих систем.

Один з можливих шляхів подолання цих труднощів полягає в параметричній і структурній адаптації як власно системи математичних моделей, так і правил вибору рішень залежно від виду і ступеня інформаційної невизначеності.

Процес вибору ефективного рішення передбачає обґрунтування критеріїв, у яких сформульовані кількісні оцінки ефективності, і власно вибір, що пов'язано з обґрунтуванням методу оптимізації на припустимій множині рішень і його практичною реалізацією. Не применшуючи важливості та трудомісткості етапу вибору, слід зазначити, що концептуальним є етап обґрунтування критеріїв, тому що він пов'язаний з евристичним аналізом цілей системи, результати якого визначають ефективність системи в цілому. Додаткові труднощі обумовлені неможливістю вибору для складних систем одного функціонального критерію, що досить повно описує всі аспекти ефективності системи, і необхідність формування набору часткових критеріїв, що мають різний фізичний зміст, розмірність, інтервал зміни і найчастіше суперечливих. Задача вибору ефективного рішення в цих умовах відома як проблема багатокритеріальної оптимізації, яка полягає у виборі компромісного рішення і вимагає обґрунтування принципу компромісу. Ця процедура носить евристичний характер, заснована на системному аналізі особливостей системи і її цілей і вирішується в умовах невизначеності. При рішенні різних задач для однієї системи доцільно використовувати різні принципи компромісу. У цих умовах особливо зростає значення спільності методології вибору принципу компромісу, тому докладніше розглянемо методологічну основу вибору рішень багатокритеріальної оптимізації при синтезі ТРСО.

Задача вибору оптимального рішення в багатокритеріальній ситуації незалежно від конкретного виду критерію полягає в ранжируванні можливих рішень по множині часток (локальних) критеріїв.

Рішення цієї задачі починається з вибору множини часткових критеріїв, що досить повно характеризують систему. У якості таких критеріїв

використовують найважливіші властивості розглянутої системи. При цьому необхідно прагнути до інтегральності всіх часткових критеріїв, тому що це зменшує розмірність задачі. Однак ця інтегральність не повинна призводити до втрати формальності постановки задачі.

Часткові критерії дозволяють ранжувати припустимі альтернативи тільки на множині підлеглих рішень, коли критерії несуперечливі, а якщо ні, то виникає задача вибору «найкращого» компромісного рішення. У загальному випадку вона формулюється в такий спосіб: нехай x – рішення, визначене на припустимій множині рішень X . Якість рішення оцінюється множиною часткових критеріїв $K = \{\kappa_1, \dots, \kappa_2\}$. Відоме відображення $f : x \rightarrow K$ та відносна важливість часткових критеріїв $\Lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_2\}$. Необхідно знайти оптимальне рішення

$$x^0 = \underset{x \in X}{\operatorname{opt}} G[K(x), \Lambda]. \quad (1.1)$$

Рішення поставленої задачі не викликає затруднень у тому випадку, якщо відомий кортеж параметрів Λ і певний вид оператора $\operatorname{opt} G$, тобто заданий узагальнений критерій або правило, що дозволяє впорядковувати можливі рішення. Саме вибір і обґрунтування виду цього оператора і становлять суть проблеми вибору рішення. Формалізовану схему рішення цієї проблеми можна записати в такий спосіб:

$$Q \rightarrow A \rightarrow \operatorname{opt} G \rightarrow x^0, \quad (1.2)$$

де Q – ситуація прийняття рішення;

A – аксіоматика прийняття рішення, що представляє собою набір аксіом, які строго визначають схему компромісу, тобто принцип упорядкування можливих рішень;

$optG$ – схема компромісу (узагальнений критерій оцінки ефективності);

x^0 – ефективний рішення.

Очевидно, що концептуальним є етап вибору аксіоматики компромісу. Загальна тенденція розвитку теорії вибору рішень полягає в прагненні формалізувати цей етап. Для цього необхідний строгий науковий апарат, що встановлює зв'язок ситуації прийняття рішення з конкретним набором аксіом. У цей час його вдалося створити тільки для деяких випадків, наприклад, принцип мінімаксу для антагоністичних ігор.

Розробка формального апарата вибору аксіоматики прийняття рішення ускладнюється ще однією принципово важливою обставиною, наявністю невизначеності в ситуації прийняття рішення, обумовленої неповним знанням необхідних властивостей системи, її цілей, характеру взаємодії з навколишнім середовищем і т.д. Це визначає плідотворність застосування до рішення зазначеної проблеми аналітико-евристичного підходу, особливість якого полягає у виборі аксіоматики особою, що приймає рішення (ОПР), на основі евристичних міркувань. Такий підхід не суперечить загальній тенденції, тому що в міру формалізації евристичних процедур метод стає усе більш аналітичним.

Виходячи з аналітико-евристичного підходу, можна намітити наступні етапи рішення проблеми вибору рішень: а) розробку універсальних методів формування функцій корисності часткових критеріїв; б) обґрунтування евристичних міркувань, що дозволяють вибирати аксіоматику компромісу; вибір універсальної форми $optG$ (узагальненого критерію), що дозволяє реалізувати досить широкий клас аксіом (схем компромісу) і добре адаптованої до реалізації евристики ЛПР.

Один з найпоширеніших підходів до рішення задачі (1.1) заснований на зведенні багатокритеріальної задачі до однокритеріальної. Такий підхід заснований на теорії корисності, згідно з якою передбачається, що існує деяка узагальнена оцінка цінності або корисності будь-якого рішення $x \in X$

для ОПР. У цьому випадку формування схеми компромісу пов'язане з вибором виду функції корисності:

$$P = F[k_1(x), \dots, k_n(x)] . \quad (1.3)$$

Для рішення цієї задачі необхідно обґрунтувати вид функції корисності локальних критеріїв $\xi(k_i)$, тобто вид відображення:

$$\xi_i : k_i(x) \rightarrow E. \quad (1.4)$$

Функція корисності часткових критеріїв повинна бути універсальною і добре пристосованою до урахування особливостей конкретних систем, їх цілей і критеріїв. Для цього вона повинна відповідати наступним вимогам: бути безрозмірною; мати єдиний інтервал зміни $(0,1)$; бути інваріантною до виду екстремуму часткового критерію ($\min$ або $\max$), тобто найкращому значенню повинно відповідати значення 1, а найгіршому 0; дозволяти реалізувати характерні нелінійні залежності. Розглянемо можливий вид цих залежностей.

Ефективність складних технічних систем розвивається еволюційними циклами, кожний з яких добре апроксимується так званій S-Образній кривій. Ця крива обгинає еволюційні цикли, відповідні до кількісної зміни параметрів системи, при незмінних принципах її побудови. Локальні цикли також добре описуються S-образними кривими, вид яких показаний на рис. 1.4.

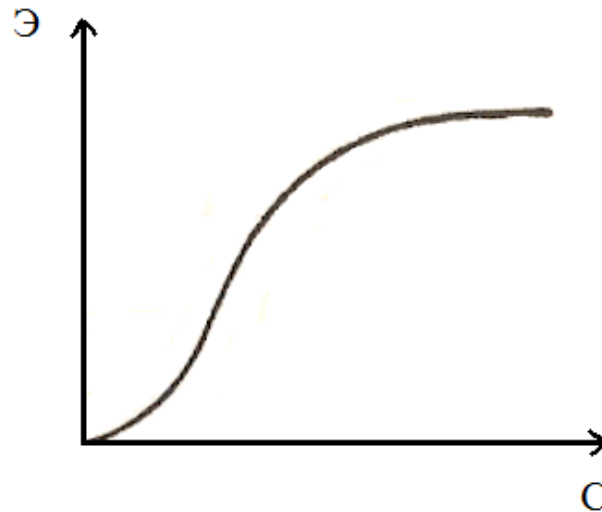


Рисунок 1.4 - Залежність ефекту $\mathcal{E}$ системи від вкладених ресурсів C

Вони описують підвищення ефективності системи за рахунок зміни окремих параметрів системи. Кожний з еволюційних локальних циклів проходить на тимчасовому інтервалі від виникнення нового принципу побудови системи до його вичерпання. Час проектування конкретної системи малий у порівнянні з еволюційним циклом тому інтервал зміни параметрів малий і визначається обмеженнями, що впливають із рівня розвитку науки і техніки на момент проектування. Ці обмеження «вирізають» відрізок на S-образній кривій. Залежно від вирізаної ділянки крива може бути опуклою (початкова ділянка), лінійною (середня) або ввігнутою (кінцева), або добре апроксимуватися ними. Слід враховувати, що еволюційні цикли різних параметрів системи можуть не збігатися, тому виникає необхідність одночасної реалізації кривих цих трьох типів. Бажано, щоб функція корисності була універсальною і дозволяла реалізовувати всі зазначені залежності як функції припустимих меж зміни параметрів. Переліченим вимогам відповідає функція виду:

$$\xi_i(k_i) = \left(\frac{k_i - k_{iHX}}{k_{iHL} - k_{iHX}} \right)^{a_i}, \quad (1.5)$$

яка з урахуванням однозначної залежності між параметрами системи та приватними критеріями k_i записана в просторі критеріїв. У цій формулі k_i – значення i -го часткового критерію для варіанта системи; k_{iHL} , k_{iHX} – його найкраще, найгірше значення, відповідні до границь області припустимої зміни відповідних параметрів системи, або границям наближеної області компромісів; a_i – показник нелінійності. При $a_i = 1$ одержуємо лінійну, при $0 < a_i < 1$ – опуклу, при $a_i > 1$ – увігнуту залежності. При цьому кривизна залежить від значення a_i (рисунок 1.5).

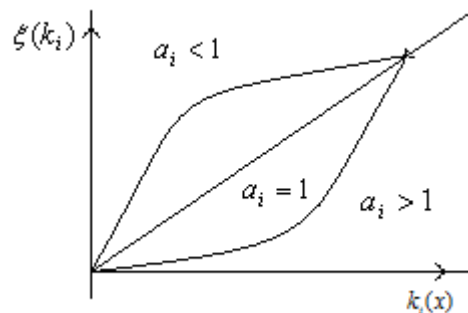


Рисунок 1.5 - Залежність функції корисності від показника нелінійності

Функція корисності (1.5) характеризує ступінь наближеності до локального оптимуму за критерієм k_i . Іноді зручніше користуватися поняттям втрати оптимальності. У цьому випадку функція втрати корисності, що має сенс функції втрати оптимальності по i -му частковості критерію, має вигляд:

$$\bar{\xi}_i(k_i) = 1 - \xi(k_i) = 1 - \left(\frac{k_i - k_{iHX}}{k_{iHL} - k_{iHX}} \right)^{a_i}. \quad (1.6)$$

Для визначення границь наближеної області компромісів, тобто значень k_{iHL}, k_{iHX} , скористаємося наступним підходом. На множині припустимих рішень X проведемо оптимізацію по кожному із часткових критеріїв k_i , у результаті якої визначимо екстремальне за даним критерієм рішення:

$$x_i^0 = \arg \underset{x \in X}{extr} k_i(x), \quad i = \overline{1, n}; \quad (1.7)$$

і відповідні йому значення всіх часткових критеріїв; $j = \overline{1, n}; j \neq i$. Тоді

$$k_{iHL} = k_i(x_i^0), \quad (1.8)$$

$$k_{iHX} = \begin{cases} \max_j k_i(x_j^0), k_i(x) \rightarrow \min; \\ \min_j k_i(x_j^0), k_i(x) \rightarrow \max. \end{cases} \quad (1.9)$$

Інтервал $[k_{iHL}, k_{iHX}]$ містить у собі точки екстремумів усіх часткових критеріїв. Таким чином, значення k_{iHL} й k_{iHX} , $i = \overline{1, n}$ є границями відображення наближеної області компромісів X^p на простір критеріїв. Область X^p містить у собі область компромісів (Парето), тому що для неї справедливо необхідна умова області компромісів – включення глобальних екстремумів усіх часткових критеріїв. Область X^p ширше області Парето X^c , тому що містить у собі деякі підмножини з області згоди, тому, у загальному

випадку, компромісні рішення, обрані з області X^p , необхідно перевіряти на приналежність області Парето.

Розглянуті функції корисності часткових критеріїв (1.5), (1.6) не єдино можливі. Вибір їх конкретного виду та кількісних параметрів є евристичною операцією. Це обумовлене, у загальному випадку, високою невизначеністю поняття «корисність часткового критерію». Саме ця обставина дозволяє інтерпретувати функцію корисності як функцію приналежності розмитій множині «корисність критерію».

Для вибору єдиного рішення з області компромісів необхідно обґрунтувати аксіоматику і на її основі сформулювати правило (схему компромісу) прийняття рішення. Для рішення цієї задачі потрібна додаткова інформація, яку можна отримати шляхом аналізу і формалізації особливостей мети системи. У силу невизначеності завдання мети, обумовленої як недостатнім знанням мети системи, так і неформальністю її формулювання, операція вибору аксіоматики і схеми компромісу неоднозначна та допускає деякий суб'єктивізм, причому він має принциповий характер. Необхідно розвивати підходи, добре пристосовані до реалізації евристичних міркувань, по обліку особливостей конкретних систем. Труднощі полягають в тому, що підсистеми ТРСО різноманітні по цілям і інформаційній визначеності, причому остання змінюється в процесі синтезу системи. При цьому важливо забезпечити правонаступництво рішень, тобто мала їхня зміна при малих варіаціях ситуації прийняття рішення в певній метриці. У таких умовах важливі універсальність апарата прийняття рішення, його гнучкість і адаптивність до зміни ситуації вибору. Найважливішим результатом аналізу особливостей мети системи є встановлення взаємної важливості часткових критеріїв, що надає основу для вибору схеми компромісу.

Процедура багатofакторного оцінювання є суб'єктивною інтелектуальною процедурою, тому носіями вихідної інформації, необхідної для структурно-параметричної ідентифікації є фахівці (експерти) у різних проблемних областях, а основним методом отримання первинної інформації -

метод експертного оцінювання. Суб'єктивізм методу експертного оцінювання та широта проблемно-орієнтованих задач призвели до того, що в цей час на практиці використовуються кілька альтернативних моделей багатофакторного оцінювання (1.3). Найбільше широко відомі адитивна:

$$P(x_j) = \sum_{i=1}^n a_i k_i^H(x_j), \quad (1.10)$$

де $k_i^H(x)$ – нормалізовані, тобто наведені до безрозмірного виду, єдиного інтервалу $[0, 1]$ можливих значень і однакового напрямку домінування часткові критерії;

a_i – безрозмірні коефіцієнти відносної важливості нормалізованих часткових критеріїв. По визначенню, для коефіцієнтів a_i повинні виконуватися наступні вимоги:

$$0 \leq a_i \leq 1, \quad \forall i = \overline{1, n}, \quad \sum_{i=1}^n a_i = 1; \quad (1.11)$$

мультиплікативна:

$$P(x_j) = \prod_{i=1}^n a_i k_i^H(x_j); \quad (1.12)$$

модель Кобба-Дугласа:

$$P(x_j) = \prod_{i=1}^n [k_i^H(x_j)]^{a_i}, \quad a_i > 0; \quad (1.13)$$

адитивно-мультиплікативна:

$$P(x_j) = \beta \left[\sum_{i=1}^n a_i k_i^H(x_j) \right] + (1 - \beta) \prod_{i=1}^n k_i^H(x_j), \quad 0 \leq \beta \leq 1. \quad (1.14)$$

Однак, аналіз показує, що всі перелічені моделі оцінювання є окремими випадками (фрагментами) полінома Колмогорова-Габора:

$$P(x) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i k_i(x) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_i(x) k_j(x) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n a_{ijl} k_i(x) k_j(x) k_l(x) \quad (1.15)$$

Так, перша група доданків визначає адитивну модель, друга - мультиплікативну, композиція першої та другої групи - мультиплікативно-адитивна модель, третя група – модель Кобба-Дугласа.

Надалі будемо вважатися, що модель оцінювання (1.3) являє собою деякий фрагмент поліному Колмогорова-Габора, який ідентифікований безпосередньо методом експертного оцінювання або методом компараторної ідентифікації, для якого як вихідна інформація виступає відношення якісного порядку на навчальній множині альтернативних рішень. Надалі будемо вважати, що модель багатфакторного оцінювання, тобто обчислення скалярної корисності альтернатив, задана.

1.1.3.2. Облік невизначеності вихідних даних при прийнятті багатокритеріальних рішень. Незалежно від методу структурно - параметричної ідентифікації модель скалярного оцінювання корисності рішень (1.3) містить невизначеності. Ці невизначеності породжуються Не-факторами, тобто неповнотою знань, неточністю виміру часткових критеріїв, неточністю параметричної ідентифікації **вагових** коефіцієнтів і т.д. При цьому, як відзначалося раніше, прагнення до повноти рішення обумовлює необхідність залучення слабо структурованої вихідної інформації, тобто призводить до необхідності прийняття рішень в умовах невизначеності.

Враховуючи, що багатокритеріальне рішення характеризується набором різнорідних часткових критеріїв, виникає необхідність характеризувати ступінь і вид їх невизначеності.

Надалі будемо вважати, що будь-який параметр або змінна моделі багатофакторного скалярного оцінювання (функція корисності) задані в інтервальному виді. Це означає, що вихідні дані представляються інтервальними числами $[D_l, D_r]$, що задаються лівими D_l і правими границями D_r на числовій осі. Розмах інтервалу характеризує ступінь невизначеності величини. В окремому випадку, при $D_l = D_r$ величина задається точковим детермінованим значенням.

Іншою найважливішою характеристикою невизначеності є інформація про характер розподілу можливих значень усередині інтервалу. За цією ознакою можна виділити:

- статистичну (імовірнісну) невизначеність;
- нечітку (представлену у вигляді нечіткої множини) невизначеність;
- інтервальні рівноможливі величини.

У випадку статистичної невизначеності характер розподілу значень на інтервалі задається функцією щільності розподілу ймовірності та відповідними статистичними параметрами: математичним очікуванням, дисперсією і т.д. Це найбільш об'єктивна інформація про характер розподілу значень, тому що основою її отримання є результати обробки багаторазових експериментальних спостережень. При цьому зі збільшенням числа спостережень усі статистичні оцінки прагнуть до точкових детермінованих значень.

У деяких випадках закон розподілу та оцінки статистичних параметрів можуть бути постульовані експертами на основі їх знань і досвіду. Такі статистичні дані прийнято називати суб'єктивними. Надалі в даному підрозділі не буде враховуватися джерело отримання статистичної інформації.

У багатьох випадках статистична оцінка не може бути отримана через відсутність представницької вибірки спостережень, її статистичної неоднорідності або, коли аналізована величина принципово не може бути інтерпретована як випадкова. Прикладом можуть служити нечіткі числа

«близько 5», «приблизно 2», «менше 3» та інші нечіткі лінгвістичні ствердження. У цьому випадку характер розподілу можливих значень на інтервалі може бути описаний функцією приналежності нечіткій множині. Ця інформація повністю суб'єктивна, тому що відображує знання і досвід одного або групи експертів.

У третьому випадку у аналітика відсутня як об'єктивна, так і суб'єктивна інформація про характер розподілу можливих значень на інтервалі. Такі невизначеності називаються рівноможливими інтервальними величинами.

Підводячи підсумок, відзначимо, що з урахуванням уведених визначень, модель скалярного багатокритеріального оцінювання корисності альтернативних рішень буде мати вигляд:

$$\bar{P}(x) = F[\bar{A}, \bar{k}_i(x_j)], i = \bar{1}, n, \quad (1.16)$$

де знаком «-» відзначені інтервальні невизначені величини різного виду.

Особливість моделі (1.16) полягає в тому, що результат оцінювання є інтервальним числом. Разом із цим кінцева задача процедури прийняття рішень полягає у виборі конкретного точкового рішення. Вибір такого точкового рішення породжує необхідність рішення двох нетривіальних задач:

- а) порівняння інтервалів з метою виділення екстремального з них;
- б) вибір конкретного точкового рішення на виділеному екстремальному інтервалі.

Можливі два підходи до рішення проблеми вибору точного рішення.

Перший полягає в детермінізації всіх вихідних невизначеностей на етапі формалізації вихідної задачі багатокритеріальної оптимізації. Така детермінізація досягається різними шляхами, наприклад заміною статистичних величин їх математичним очікуваннями, модальними

значеннями для нечітких величин або центрами інтервальних величин. Таким чином, формується традиційна оптимізаційна модель у детермінованій постановці виду:

$$x^0 = \arg \operatorname{extr}_{x \in X} P(x), \quad (1.17)$$

де функція корисності обчислюється по детермінованій моделі (1.3).

Такий підхід широко використовується на практиці, але при цьому губиться принципово важлива інформація про інтервал ефективності, тобто потенційно можливих по ефективності максимальному (оптимістичному) і мініимальному (песимістичному) рішеннях.

Альтернативою є методологія прийняття рішень в умовах невизначеності, яка передбачає обчислення інтервальних значень корисності рішень по моделі (1.16) і наступний вибір точкового рішення як компромісу між оптимістичним і песимістичним рішеннями, наприклад, на основі Var технологій.

Обов'язковим етапом реалізації методології прийняття рішень в умовах невизначеності є обчислення інтервальних значень багатофакторної скалярної оцінки корисності альтернативних рішень x . Ця задача не викликає принципових затруднень у тому випадку, якщо всі невизначеності ставляться до одного виду по інформацію про характер розподілу значень на інтервалі. Для кожного виду інформації (статистичної, нечіткої, інтервальних величин) визначені спеціалізовані правила виконання арифметичних операцій додавання та множення, які необхідні для обчислення корисності $P(x)$. У тому випадку, якщо в модель входять різні невизначеності (це ситуації, які найбільше зустрічаються), виникає задача їх взаємної трансформації з метою приведення до одного виду.

Для визначення принципової можливості та ступеню коректності взаємної трансформації до одного виду – статистичному, нечіткому або виду – інтервальних величин було проведено тестове моделювання.

При цьому під коректністю розуміється можливість збереження відносин порядку по корисності на множині альтернативних рішень, співвідношення інтервальних оцінок корисності альтернатив отриманих при різних вихідних формах задання невизначеностей, сили переваги тобто відстані між альтернативними рішення по корисності.

Методика тестування полягає в наступному. Для того щоб отримати деякий незалежний базис, відносно якого проводиться порівняння (зовнішнє доповнення), формується деяка еталонна ситуації. За еталон прийнята детермінована ситуація, коли всі параметри та змінні моделі обчислення скалярної багатофакторної оцінки корисності альтернатив (1.10) представлені детермінованими точними значеннями. По моделі (1.10) для цих вихідних даних обчислюються значення корисності $P(x)$, по них встановлюється відношення порядку

$$x_1 \succ x_2 \succ \dots \succ x_n \quad (1.18)$$

і сила переваги, тобто відстань між суміжними альтернативами по величині оцінок їх корисності

$$\Delta P_{12} = P(x_1) - P(x_2). \quad (1.19)$$

Потім зазначені точкові детерміновані значення параметрів і змінних моделей трансформуються в інтервальні невизначеності. При цьому вихідні точні значення приймаються, відповідно, як математичне очікування для статистичної невизначеності, модального значення для нечітких множин і центру інтервальної величини. Величина інтервалу у всіх випадках приймається однаковою. При цьому для переходу від інтервального значення до дисперсії випадкової величини використовувалося співвідношення:

$$D = \delta^2 = \frac{b - a}{6}. \quad (1.20)$$

Для того щоб отримати представницькі результати, які дозволяють зробити коректні висновки, тестування проводилося для задач оцінювання різної розмірності по числу часткових критеріїв ($n = 2, 4, 7$) і для різних моделей (лінійних і нелінійних) функції корисності. При цьому для кожного випадку розглядаються наступні види невизначеності:

- статистична (нормальний і рівновірогідний закони розподілу);
- нечітка (трикутна функція приналежності);
- інтервальні величини.

Множина альтернативних рішень у всіх випадках рівно 7.

По відповідним формулам, наведених нижче, обчислювалися інтервальні значення корисності альтернативних рішень.

Для кожного тестового прикладу обчислювалися інтервальні значення функції корисності альтернативних рішень, відношення порядку множини альтернатив і відповідному математичному очікуванню, моді та центральному значенням.

При імовірнісній невизначеності обчислення проводяться на підставі статистичних параметрів – математичного очікування та дисперсії. Розглянуто два крайні випадки – нормальний і рівновірогідний закони розподілу ймовірностей.

Оцінка математичного очікування на основі даних про границі інтервалу для нормального закону розподілу визначається в такий спосіб:

$$M = \frac{(a + b)}{2}, \quad (1.21)$$

середньоквадратичне відхилення:

$$\sigma = \frac{b - a}{6}; \quad (1.22)$$

дисперсія обчислюється як:

$$D = \sigma^2. \quad (1.23)$$

Відповідно, для рівновірогідного закону розподілу:

$$M = \frac{(a+b)}{2}; \quad (1.24)$$

$$D = \frac{(b-a)^2}{12}. \quad (2.25)$$

Арифметичні операції зі статистичними параметрами виконуються за правилами:

$$M(x_1 + x_2) = M(x_1) + M(x_2); \quad (1.26)$$

$$D(x_1 + x_2) = D(x_1) + D(x_2); \quad (1.27)$$

$$M[XY] = M[X]M[Y]; \quad (1.28)$$

$$D[XY] = D[X]D[Y]; \quad (1.29)$$

$$cM[X] = M[cX]; \quad (1.30)$$

$$cD[X] = D[c^2 X]. \quad (1.31)$$

Для випадку, коли часткові критерії та вагові коефіцієнти представлені у вигляді нечітких множин нечітких чисел в R,L - формі, обчислення функції корисності проводилася по наступних формулах додавання та множення:

$$(a, \alpha, \beta)_{LR} + (b, \gamma, \delta) = (a + b, \alpha + \gamma, \beta + \delta)_{LR}; \quad (1.32)$$

$$\forall A, \text{ таких, що, } \mu_A, \mu_B \in F(R^+), a_1 > 0, a_2 > 0,$$

$$(a_1, \beta_1, b_1)_{LR} * (a_2, \beta_2, b_2) = (a_1 a_2, a_1 \beta_2 + a_2 \beta_1, a_1 b_2 + a_2 b_1)_{LR}, \quad (1.33)$$

де a_1, a_2 – ліві границі нечітких множин;

b_1, b_2 – праві границі нечітких множин;

β_1, β_2 (2.32) – модальні значення, при яких функція приналежності функції рівна 1.

Аналітичні правила виконання арифметичних операцій з інтервальними величинами мають вигляд:

$$\begin{cases} A + B = [a_1 + a_2, b_1 + b_2], \\ A \cdot B = [\min\{a_1 a_2\}, \{a_1 b_2\}, \{a_2 b_1\}, \{b_1 b_2\}], \\ \max\{a_1 a_2\}, \{a_1 b_2\}, \{a_2 b_1\}, \{b_1 b_2\}]. \end{cases} \quad (1.34)$$

Було проведено тестове обчислення значень функції корисності для різних видів інтервальної невизначеності вихідної інформації, різних видів (лінійних і нелінійних) функції корисності та різної кількості часткових критеріїв. Результати розрахунків наведені нижче.

Результати тестового моделювання

Варіант 1:

– кількість часткових критеріїв $k_i(x)$ рівно $n = 2$;

– модель оцінювання має вигляд:

$$P(x_j) = \sum_{i=1}^n a_i k_i(x_j); \quad n = 2. \quad (1.35)$$

1.1. Базисний варіант: часткові критерії та вагові коефіцієнти детерміновані; вихідні дані представлено в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1

Вихідні дані

Альтернатива	$k_1(x)$	$k_2(x)$	a_1	a_2
1	0,9	0,2	0,2	0,8
2	0,28	0,55	0,2	0,8
3	0,5	0,7	0,2	0,8
4	0,15	0,8	0,2	0,8
5	0,05	0,59	0,2	0,8
6	0,44	0,95	0,2	0,8
7	0,75	0,1	0,2	0,8

Результати розрахунків наведено в таблицях 1.2 і 1.3.

Таблиця 1.2

Значення корисності альтернатив

	1	2	3	4	5	6	7
P(x)	0,34	0,496	0,66	0,67	0,482	0,848	0,23

Таблиця 1.3

Сила переваг

S_{64}	S_{43}	S_{32}	S_{25}	S_{51}	S_{17}
0,178	0,01	0,164	0,014	0,142	0,11

Відношення порядку, сформоване за результатами розрахунків, має вигляд:

$$x_6 \succ x_4 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_7.$$

1.2. Тестове моделювання невизначеностей різних видів

Вихідні інтервальні значення часткових критеріїв наведено в таблиці

1.4.

Таблиця 1.4

Інтервальні значення часткових критеріїв

Альтернатива	k_1	k_2	a_1	a_2
1	[0,8; 1]	[0,15; 0,25]	0,2	0,8
2	[0,22; 0,34]	[0,48; 0,62]	0,2	0,8
3	[0,37; 0,63]	[0,64; 0,76]	0,2	0,8
4	[0,1; 0,2]	[0,72; 0,88]	0,2	0,8
5	[0; 0,1]	[0,44; 0,74]	0,2	0,8
6	[0,4; 0,48]	[0,9; 1]	0,2	0,8
7	[0,6; 0,9]	[0; 0,2]	0,2	0,8

Розрахунки проводилися по моделі (1.35) на основі вихідних даних (табл. 1.1).

1.2.1. Часткові критерії розподілені за нормальним законом

Результати розрахунків представлено в таблицях 1.5 і 1.6

Таблиця 1.5

Нормальний закон розподілу

Альтернатива	М	D	Границі інтервалу		Δ
			ліва	права	

1	0,34	0,0002222	0,2952786	0,3847214	0,0894427
2	0,496	0,0003644	0,4387287	0,5532713	0,1145426
3	0,66	0,0003311	0,6054106	0,7145894	0,1091788
4	0,67	0,0004662	0,6052235	0,7347765	0,1295531
5	0,482	0,0016111	0,3615841	0,6024159	0,2408319
6	0,848	0,0001849	0,8072078	0,8887922	0,0815843
7	0,23	0,0008111	0,14456	0,31544	0,1708801

Таблиця 1.6

Сила переваг

S_{64}	S_{43}	S_{32}	S_{25}	S_{51}	S_{17}
0,178	0,01	0,164	0,014	0,142	0,11

Відношення порядку на альтернативах за даними таблиці 1.5 має вигляд:

$$x_6 \succ x_4 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_7.$$

1.2.2. Часткові критерії розподілені за законом рівної ймовірності
Результати розрахунків представлено в таблиці 1.7 і 1.8

Таблиця 1.7

Рівновірогідний закон розподілу

	М	D	Границі інтервалу		Δ
			ліва	права	
1	0,34	0,0006667	0,2625403	0,4174597	0,1549193
2	0,496	0,0010933	0,3968032	0,5951968	0,1983935
3	0,66	0,0009933	0,5654484	0,7545516	0,1891031
4	0,67	0,0013987	0,5578037	0,7821963	0,2243925
5	0,482	0,0048333	0,2734335	0,6905665	0,4171331
6	0,848	0,0005547	0,7773459	0,9186541	0,1413082

7	0,23	0,0024333	0,0820135	0,3779865	0,295973
---	------	-----------	-----------	-----------	----------

Таблиця 1.8

Сила переваг

S_{64}	S_{43}	S_{32}	S_{25}	S_{51}	S_{17}
0,178	0,01	0,164	0,014	0,142	0,11

Відношення порядку на альтернативах за даними таблиці 1.7 має вигляд:

$$x_6 \succ x_4 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_7.$$

1.2.3 Часткові критерії, задані у вигляді нечітких чисел

Таблиця 1.9

Вихідні дані у вигляді нечітких чисел

	Результат			Δ
	ліва	μ	права	
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	0,28	0,62	0,68	0,4
2	0,428	0,924	0,992	0,564
3	0,586	1,246	1,32	0,734
4	0,596	1,266	1,34	0,744
5	0,352	0,834	0,964	0,612
6	0,8	1,648	1,696	0,896
7	0,12	0,35	0,46	0,34

Таблиця 1.10

Сила переваг

S_{64}	S_{43}	S_{32}	S_{25}	S_{51}	S_{17}
----------	----------	----------	----------	----------	----------

0,382	0,02	0,322	0,09	0,214	0,27
-------	------	-------	------	-------	------

Відношення порядку на альтернативах за даними таблиці 1.9 має вигляд:

$$x_6 \succ x_4 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_7 .$$

1.2.4. Часткові критерії, задані у вигляді інтервальних величин

Таблиця 1.11

Вихідні дані у вигляді інтервальних величин

	Границі інтервалу		M	D	Δ
	ліва	права			
1	0,28	0,4	0,34	0,00006533	0,12
2	0,428	0,564	0,496	0,00004033	0,136
3	0,586	0,734	0,66	0,00158700	0,148
4	0,596	0,744	0,67	0,01280533	0,148
5	0,352	0,612	0,482	0,00294533	0,26
6	0,8	0,896	0,848	0,05018133	0,096
7	0,12	0,34	0,23	0,00963333	0,22

Таблиця 1.12

Сила переваг

S_{64}	S_{43}	S_{32}	S_{25}	S_{51}	S_{17}
0,178	0,01	0,164	0,014	0,142	0,11

Відношення порядку на альтернативах за даними таблиці 1.11 має вигляд:

$$x_6 \succ x_4 \succ x_3 \succ x_2 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_7 .$$

1.3. Тестове моделювання невизначеностей різних видів для поліноміальної моделі

Для аналізу впливу нелінійностей проводили розрахунки значень функцій корисності з моделями, представленими у вигляді наступного фрагмента полінома Колмогорова-Габора для розмірності $n = 7$:

$$P(x) = a_1 k_1(x) + a_2 k_2(x) + a_3 k_3^2(x) + a_4 k_1(x)k_4(x) + a_5 k_5(x)k_6(x) + a_6 k_7^2(x). \quad (1.36)$$

Вихідні інтервальні значення часткових критеріїв наведено в таблиці 1.13.

Таблиця 1.13

Інтервальні значення часткових критеріїв

	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7
1	2	3	4	5	6	7	8
1	[0; 0,15]	[0,78; 0,88]	[0,22; 0,36]	[0,47; 0,6]	[0,8; 1]	[0,5; 0,75]	[0,34; 0,47]
2	[0,68; 0,82]	[0,32; 0,54]	[0,88; 0,96]	[0,5; 0,68]	[0,22; 0,34]	[0,33; 0,47]	[0,11; 0,22]
3	[0,14; 0,26]	[0,12; 0,3]	[0,15; 0,2]	[0,84; 0,98]	[0,37; 0,63]	[0,1; 0,45]	[0,74; 0,94]
4	[0,55; 0,75]	[0; 0,22]	[0,8; 0,92]	[0,21; 0,33]	[0,1; 0,2]	[0,7; 0,86]	[0,23; 0,34]
5	[0,8; 1]	[0,45; 0,57]	[0; 0,21]	[0,26; 0,4]	[0,72; 0,84]	[0,44; 0,6]	[0,54; 0,7]
6	[0,23; 0,48]	[0,6; 0,77]	[0,4; 0,54]	[0,05; 0,2]	[0,05; 0,35]	[0,28; 0,32]	[0; 0,3]
7	[0,3; 0,57]	[0,8; 0,95]	[0,28; 0,43]	[0,58; 0,7]	[0,55; 0,67]	[0,67; 0,81]	[0,88; 1]
	$a_1=0.15$	$a_2=0.1,$	$a_3=0.35,$	$a_4=0.12,$	$a_5=0.17,$	$a_6=0.11$	

Розрахунки проводилися по моделі (1.36) на основі вихідних даних.

1.3.1. Часткові критерії розподілені за нормальним законом

Результати розрахунків представлено в таблиці 1.14 і 1.15.

Таблиця 1.14

Нормальний закон

	М	D	Границі інтервалу		Δ
			ліва	права	
1	0,24216775	0,00008806	0,2140161	0,2703194	0,056303
2	0,52687475	0,00004762	0,50617307	0,5475764	0,041403
3	0,18454975	0,00002926	0,16832291	0,2007766	0,032454
4	0,41724475	0,00008750	0,38918174	0,4453078	0,056126
5	0,33673475	0,00018047	0,29643339	0,3770361	0,080603
6	0,217065	0,00011388	0,18505039	0,2490796	0,064029
7	0,40420075	0,00012904	0,37012213	0,4382794	0,068157

Таблиця 1.15

Сила переваг

S_{24}	S_{47}	S_{75}	S_{51}	S_{16}	S_{63}
0,10963	0,013044	0,067466	0,094567	0,0251028	0,0325153

Відношення порядку на альтернативах за даними таблиці 1.14 має вигляд:

$$x_2 \succ x_4 \succ x_7 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_6 \succ x_3.$$

1.3.2. Часткові критерії розподілені за законом рівної ймовірності.
Результати розрахунків представлено в таблиці 1.16 і 1.17.

Таблиця 1.16

Рівновірогідний закон розподілу

	М	D	Границі інтервалу		Δ
			ліва	права	

1	0,24216775	0,0000514114	0,22065723	0,2636783	0,043021
2	0,52687475	0,0000772506	0,50050705	0,5532425	0,052735
3	0,18454975	0,0000558299	0,16213392	0,2069656	0,044832
4	0,41724475	0,0001156310	0,38498519	0,4495043	0,064519
5	0,33673475	0,0001108533	0,30514868	0,3683208	0,063172
6	0,217065	0,0000630208	0,1932493	0,2408807	0,047631
7	0,40420075	0,0001560472	0,36672509	0,4416764	0,074951

Таблиця 1.17

Сила переваг

S_{24}	S_{47}	S_{75}	S_{51}	S_{16}	S_{63}
0,10963	0,013044	0,067466	0,094567	0,0251028	0,0325153

Відношення порядку на альтернативах за даними таблиці 1.16 має вигляд:

$$x_2 \succ x_4 \succ x_7 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_6 \succ x_3.$$

1.3.3. Часткові критерії, задані у вигляді нечітких чисел

Результати розрахунків представлено в таблиці 1.18 і 1.19.

Таблиця 1.18

Вихідні дані у вигляді нечітких чисел

	Результат			Δ
	Ліва	$\mu = 1$	Права	
1	0,175656	0,51059	0,57221	0,396556
2	0,459513	1,309538	1,37454	0,915024
3	0,121513	0,3888855	0,44623	0,324719
4	0,338079	1,00791	1,08408	0,746004
5	0,275892	0,7173	0,77192	0,496032
6	0,15426	0,42526	0,48224	0,32798

7	0,321149	0,917448	0,99645	0,6753
---	----------	----------	---------	--------

Таблиця 1.19

Сила переваг

S_{24}	S_{47}	S_{75}	S_{51}	S_{16}	S_{63}
0,301628	0,090462	0,200148	0,20671	0,08533	0,0363745

Відношення порядку на альтернативах за даними таблиці 1.18 має вигляд:

$$x_2 \succ x_4 \succ x_7 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_6 \succ x_3.$$

1.3.4. Часткові критерії, задані у вигляді інтервальних величин

Таблиця 1.20

Вихідні дані у вигляді інтервальних величин

	Границі інтервалу		M	D	Δ
	ліва	права			
1	0,175656	0,318459	0,24706	0,00169939	0,142803
2	0,459513	0,598962	0,52924	0,0016205	0,139449
3	0,121513	0,258967	0,19024	0,00157447	0,137454
4	0,338079	0,502396	0,42024	0,00225001	0,164317
5	0,275892	0,410015	0,34295	0,00149908	0,134123
6	0,15426	0,29152	0,22289	0,00157003	0,13726
7	0,321149	0,495354	0,40825	0,00252895	0,174205

Таблиця 1.21

Сила переваг

S_{24}	S_{47}	S_{75}	S_{51}	S_{16}	S_{63}
0,109	0,011986	0,065298	0,095896	0,024168	0,03265

Відношення порядку на альтернативах за даними таблиці 1.20 має вигляд:

$$x_2 \succ x_4 \succ x_7 \succ x_5 \succ x_1 \succ x_6 \succ x_3.$$

За методикою аналогічної, описаної вище, були протестовані поліноміальні нелінійні функції корисності виду:

$$P(x) = a_1 k_1(x) + a_2 k_2(x) + a_3 k_1(x) k_2(x), \quad (1.37)$$

$$P(x) = a_1 k_1(x) + a_2 k_2(x) + a_3 k_3^2(x) + a_4 k_2(x) k_4(x). \quad (1.38)$$

У силу громіздкості, результати чисельного моделювання для цих випадків не наведені. Це означає, що відносини порядку альтернатив у всіх випадках відповідають еталонним значенням. Це дозволяє зробити наступні висновки.

При приведенні до єдиного базису різнорідних видів невизначеності, у принципі, у якості базисної може бути використана будь-яка форма. Це обумовлене тим, що вибір форми представлення не впливає на відносини порядку альтернатив: краща альтернатива у всіх випадках залишається екстремальною, а сила переваги змінюється не значно (у середньому на 10%).

Дуже важливою характеристикою є величина інтервалу невизначеності корисності альтернатив. У всіх випадках мінімальний інтервал відповідає статистичній формі представлення вихідної інформації. При нормальному законі розподілу можливих значень інтервал на 70% менше, чим при рівновірогідному законі і ще менше для інших видів невизначеності. Це легко пояснити, тому що вихідна інформація в цьому випадку отримана на реальній експериментальній вибірці, у той час як усі інші форми відображують суб'єктивні представлення. Несподіваним є той факт, що сама більша інтервальна невизначеність $P(x)$ відповідає нечіткій формі представлення вихідної інформації. Це можна пояснити тим, що нечіткі

множини не призначені для формалізації нечітких чисел, а орієнтована на формалізацію якісної інформації представлені у вигляді нечітких лінгвістичних висловлень.

На третьому місці по точності перебувають оцінки корисності, отримані при завданні часткових критеріїв у вигляді інтервальних величин.

Такі результати слушні для всіх поліноміальних форм (як лінійних, так і нелінійних) моделі функції корисності.

На основі цього можна зробити висновок, найбільш кращою базовою формою є статична невизначеність з рівномірним законом розподілу. Це обумовлене тим, що приведення до найбільш ефективного нормального закону розподілу вимагає інформації, яка реально відсутня. Крім того, нечіткі змінні величини принципово не можуть бути інтерпретовані як випадкові.

У той же час, рівновірогідний закон розподілу можна інтерпретувати не як випадкову величину, а як ситуацію, у якій відсутня інформація про переваги конкретних значень, тобто вони всі рівноможливі (рівновірогідні).

Висновки по розділу

Територіально-розподілені системи обслуговування (TRCO) представляють собою складні організаційно-технологічні системи, проектування і створення яких вимагає більших витрат тимчасових, трудових, матеріальних, інтелектуальних ресурсів, інтенсифікація процесу проектування, підвищення його ефективності за якістю і витратами пов'язана зі створенням комплексних систем автоматизації проектування (САПР), що підтримує всі етапи проектування починаючи з техніко – економічного аналізу і закінчуючи розробкою технічної документації на етапі робочого проектування.

У процесі аналізу і рішення задач створення загального методологічного забезпечення (САПР TRCO):

1. Показана необхідність створення комплексної адаптивної системи інформаційної і математичної підтримки процесу проектування, як багаторівневої організованої системи математичних моделей різного ступеня точності і деталізації та відповідних баз даних.

2. Запропоновано для інтенсифікації процесу проектування, підвищення його якості і зниження витрат прецедентне проектування, засноване на багаторазовім використанні раніше отриманих ефективних проектних рішень.

3. Показано, що підвищення ефективності і ступеню оптимальності проектних рішень тісно пов'язане з урахуванням багатокритеріальності задач оптимізації та урахуванням невизначеності вихідних даних. Запропоновані методи і обчислювальні процедури рішення такого класу задач.

4. На основі тестового математичного моделювання показана можливість трансформації різних видів невизначеності до базового виду без втрати інформативності. За базовий вид невизначеності рекомендується представлення у вигляді інтервальних або рівновірогідно розподілених величин.

1.2 Методи структурно-параметричної ідентифікації імітаційних моделей

1.2.1 Методи отримання і форми представлення вихідної інформації про перевагу часткових критеріїв

Існують два основні підходи до рішення задачі параметричної ідентифікації моделі багатофакторного оцінювання, використовуваної для прийняття рішень в умовах багатокритеріальності:

- інтроспективний, який полягає в спонуканні носія знань про перевагу часткових критеріїв, тобто ОПР, до усвідомлення, структуризації, формалізації своїх знань і представленні їх експертові;
- формальний, заснований на ідеях компараторної ідентифікації.

У даному підрозділі розглянуті методи отримання і первинної обробки інформації про перевагу часткових критеріїв у рамках обох зазначених підходів.

1.2.1.1. Експертні методи. Найпростіший варіант процедури експертного оцінювання полягає в наступному. Експертам роздають анкети із проханням оцінити пропоновані альтернативи по декільком критеріям. Заповнені анкети збирають, обробляють і отриману інформацію в деякому узагальненому виді передають особі, що приймає рішення. На практиці виникає низка питань, який саме спосіб обробки експертних думок слід вибрати в даному конкретному випадку, тому що експерти можуть представляти інформацію в різному виді. Розглянемо деякі варіанти форми представлення вихідної інформації.

Вагові коефіцієнти оцінюються експертами у вигляді точкових бальних оцінок. Вихідні дані, надані експертом, можуть бути погоджені або ні.

Це означає, що в першому випадку експерту задається деяка кількість балів B_{Σ} , наприклад, 1,10 або 100 і він повинен розподілити їх пропорційно

важливості часткових критеріїв, тобто сформувати оцінки $B_i(k_i)$. При цьому виконується умова

$$\sum_{i=1}^n B_i(k_i) = B_{\Sigma}. \quad (1.37)$$

У другому випадку експерт здійснює оцінку кожного k_i в деякій бальній шкалі з фіксованим інтервалом $[0,1]$, $[0,10]$, $[0,100]$ без урахування інших оцінок.

Для переходу до традиційної шкали виміру вагових коефіцієнтів відносної важливості часткових критеріїв a_i , для яких повинні виконуватися умови

$$0 \leq a_i \leq 1, \sum_{i=1}^N a_i = 1, \quad (1.38)$$

введемо загальну для обох випадків нормувальну формулу

$$a_i = \frac{B_i}{\sum_{i=1}^n B_i}, \quad (1.39)$$

при цьому для випадку погоджених оцінок виконується умова (1.37).

У результаті в обох випадках отримаємо експертні оцінки важливості критеріїв, що задовольняють умовам (1.38).

Нехай оцінці підлягає $k_i(x)$, $i = \overline{1, n}$, часткових критеріїв, і в оцінці беруть участь j , $j = \overline{1, m}$ експертів. Тоді кожний експерт сформує кортеж оцінок

$$A_j = \langle a_{ji} \rangle, j = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}. \quad (1.40)$$

У цьому випадку вихідну інформацію можна інтерпретувати графічно у вигляді точок на відрізку $[0,1]$, як показано на рисунку 1.6.

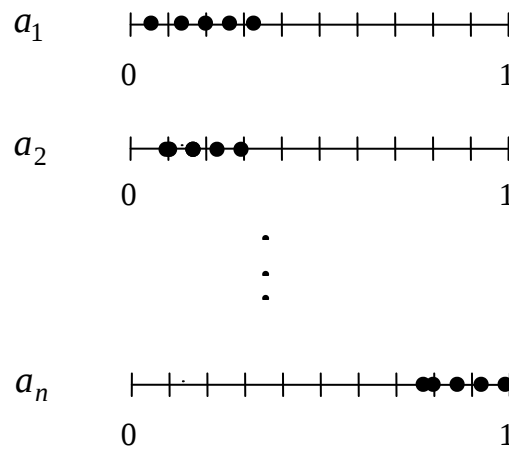


Рисунок 1.6 - Вихідна інформація сформована експертами у вигляді точкових оцінок

З рисунка видно, що для кожного вагового коефіцієнта a_i отримуємо набір точок на числовій осі. Кожна точка відповідає оцінці одного експерта, але бувають випадки, коли оцінки двох експертів однакові, тоді ці точки зливаються. Таким чином, при кількості експертів m точок на кожній «ваговій» осі повинне бути не більш m .

Оцінки експертів виконані у вигляді інтервальних значень. Це означає, що як і в першому випадку експертам задана бальна шкала $[0,1]$, $[0,10]$, $[0,100]$. Але оцінювання важливості кожного i - го часткового критерію призводиться у вигляді інтервалу

$$(B_i^{\min}, B_i^{\max}). \quad (1.41)$$

Перехід до нормалізованих оцінок a_i здійснюється по формулі

$$a_i^{\min} = \frac{B_i^{\min}}{\Delta B}; a_i^{\max} = \frac{B_i^{\max}}{\Delta B}, \quad (1.42)$$

де $\Delta B = (B_u^{\max} - B_u^{\min})$ – довжина вихідного інтервалу можливих значень бальної оцінки;

$B_u^{\max}$ і $B_u^{\min}$ – відповідно верхня й нижня границі інтервалу оцінювання, наприклад, для інтервалу $[0, 10]$ $B_u^{\max} = 10$, $B_u^{\min} = 0$.

У результаті отримаємо набір кортежів інтервальних оцінок виду

$$A_j^u = \langle [a_i^{\min}, a_i^{\max}]_j \rangle, j = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}. \quad (1.43)$$

У цьому випадку кожний інтервал $[a_{i \min}, a_{i \max}]_j$ відповідає перевазі одного експерта. Цю інформацію, так само як і у випадку точкових оцінок, можна представити графічно (рис.1.7).

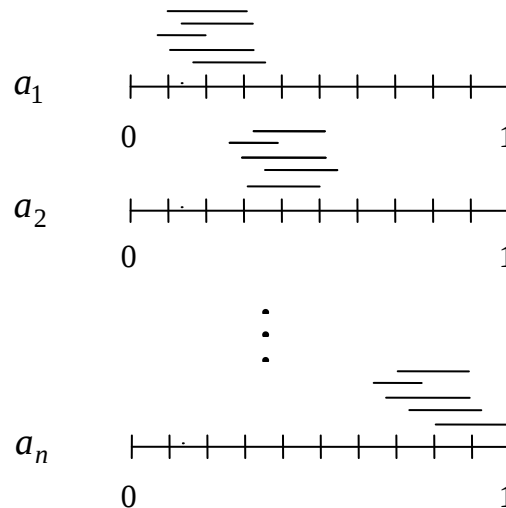


Рисунок 1.7 - Вихідна інформація визначена експертами у вигляді інтервальних значень

1.2.1.2. Компараторні методи. Як і при використанні експертних оцінок, форма представлення вихідної інформації про перевагу часткових критеріїв має два різновиди.

Переваги задані у вигляді точкових оцінок. Дану інформацію про «значимість» часткових критеріїв можна отримати на основі моделі компараторної ідентифікації, скориставшись методом Чебышевської точки.

У цьому випадку по кожному ваговому коефіцієнту a_i отримаємо набір значень на числовій осі (рис. 1.8). При цьому кожна точка відповідає перевагам одного експерта, тобто одному компараторному експерименту. Отже, при m експериментах можливо отримати m точок.

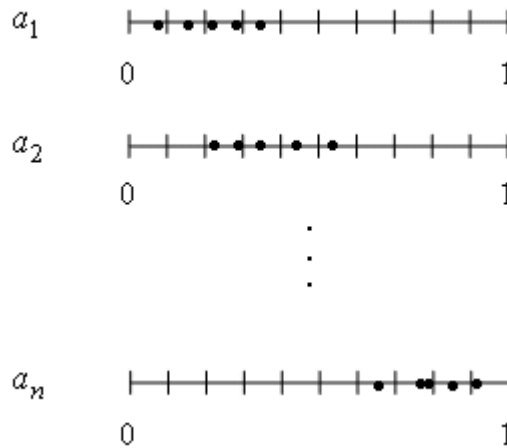


Рисунок 1.8 - Вихідна інформація отримана компараторними методами у вигляді точкових оцінок

Переваги визначені у вигляді інтервальних оцінок. Дана інформація може бути отримана за допомогою моделі компараторної ідентифікації і цільових функцій виду

$$a_i \rightarrow \min_i \forall i = \overline{1, N}, \quad (1.44)$$

$$a_i \rightarrow \max_i \forall i = \overline{1, N}. \quad (1.45)$$

У цьому випадку інформація представляється у вигляді інтервалів, наведених на рисунку 1.9, кожний з яких відповідає одному компараторному експерименту.

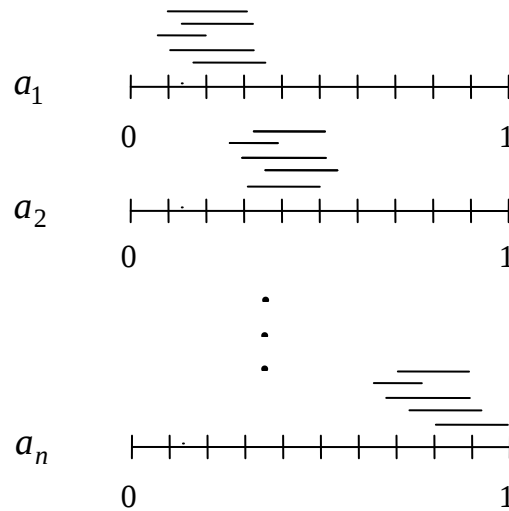


Рисунок 1.9 - Вихідна інформація визначена компараторними методами у вигляді інтервальних значень

Відзначимо, що результати як точкового, так і інтервального оцінювання важливості часткових критеріїв за допомогою компараторного методу ідентифікації не має потреби, на відміну від експертних оцінок, у додатковій нормалізації, тому що умови (1.38) безпосередньо входять у модель ідентифікації.

Отже, незалежно від способу отримання вихідної інформації про індивідуальні переваги часткових критеріїв – експертного або компараторного методів, отримуємо або набір точок, або набір інтервалів.

1.2.2. Ідентифікація інтервальних групових переваг

1.2.2.1. Ідентифікація інтервальних групових переваг на основі множини індивідуальних точкових оцінок. Розглянемо випадок, коли вихідна інформація задана у вигляді точкових оцінок ОПР: по кожному ваговому коефіцієнту a_i заданий набір точкових значень $a_{ij}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$.

Для визначення інтервалу можливих значень вагових коефіцієнтів, необхідно із множини a_{ij} вибрати мінімальне і максимальне значення

$$a_i^{min} = \min_j a_{ij}; \quad (1.46)$$

$$a_i^{max} = \max_j a_{ij}. \quad (1.47)$$

У результаті по кожному ваговому коефіцієнту отримаємо інтервал можливих значень:

$$a_i^{min} \leq a_i \leq a_i^{max}. \quad (1.48)$$

Виділені інтервали коректні тільки в тому випадку, якщо виконуються умови

$$\sum_{i=1}^n a_i^{min} \leq 1; \sum_{i=1}^n a_i^{max} \geq 1, \quad (1.49)$$

тому що в протилежному випадку гіперпаралелепіпед G можливих значень вагових коефіцієнтів може не містити жодного кортежу, який би задовольняв умовам нормування

$$\sum_{i=1}^n a_i = 1, \quad (1.50)$$

$$a_i > 0, i = \overline{1, n}, \quad (1.51)$$

$$G = G_{i=1}^n [a_i^{min}; a_i^{max}], \quad 0 \leq a_i^{min} < a_i^{max} \leq 1. \quad (1.52)$$

При заданні гіперпаралелепіпеда (1.52) у просторі вагових коефіцієнтів (ГВК) можливі наступні варіанти:

1) заданий ГВК не містить надлишкових значень коефіцієнтів (рис. 1.10, 1.11);

2) ГВК не перетинається з гіперплощиною (1.50), тобто в ньому не існує нормованих значень вагових коефіцієнтів, які б задовольняли умовам (1.50), (1.51). Приклад подібної ситуації графічно наведено на рисунках 1.12, 1.13;

3) у заданому ГВК є значення коефіцієнтів, які задовольняють умовам (1.50), (1.51), але ще втримуються надлишкові значення. Приведемо графічну ілюстрацію цього випадку у двовимірному просторі на рисунках 1.14. – 1.16.

У випадках 2) і 3) виникає необхідність корекції оцінок. Це пропонується зробити безпосередньо експертам або за допомогою формальних процедур.

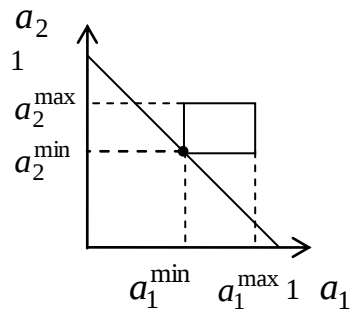


Рисунок 1.10 - Надлишкових

значень ні, тому що $\sum_{i=1}^n a_i^{\min} = 1$

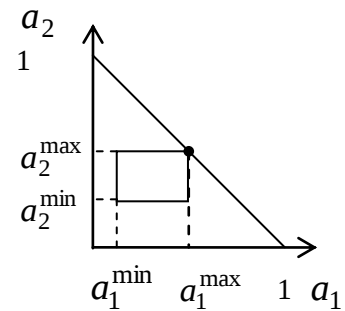


Рисунок 1.11 - Надлишкових

значень ні, тому що $\sum_{i=1}^n a_i^{\max} = 1$

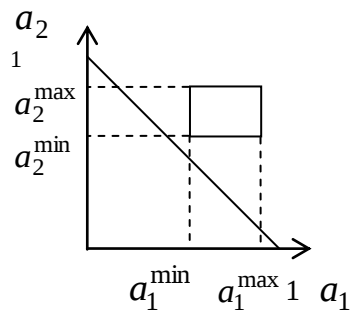


Рисунок 1.12 - Припустимих

значень ні, тому що $\sum_{i=1}^n a_i^{\min} > 1$

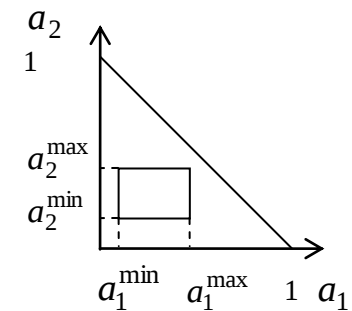


Рисунок 1.13 - Припустимих

значень ні, тому що $\sum_{i=1}^n a_i^{\max} < 1$

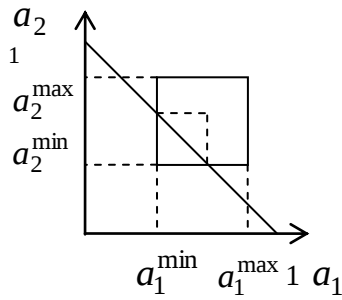


Рисунок 1.14 - Надлишкові значення біля верхніх границь $a_1^{\max}$ і $a_2^{\max}$

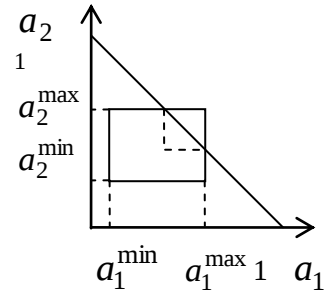


Рисунок 1.15 - Надлишкові значення біля нижніх границь $a_1^{\min}$ і $a_2^{\min}$

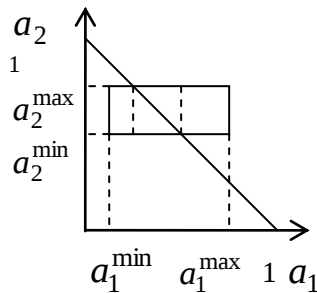


Рисунок 1.16 - Надлишкові значення за коефіцієнтом a_1

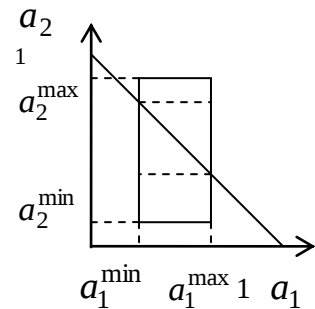


Рисунок 1.17 - Надлишкові значення за коефіцієнтом a_2

Розглянемо процедуру корекції вагових коефіцієнтів для випадків 2), 3). Здійснюється перетворення виду

$$a_i^{\min} = 2 * a_i^{\min} / \sum_{i=1}^n (a_i^{\min} + a_i^{\max}); a_i^{\max} = 2 * a_i^{\max} / \sum_{i=1}^n (a_i^{\min} + a_i^{\max}),$$

яке переміщує центр паралелепіпеда (1.52) на гіперплощину (1.50) і максимізує «площу» перетинання гіперпаралелепіпеда із цією гіперплощиною.

Потім реалізується процедура відсівання надлишкових значень коефіцієнтів ГВК, яка є модифікацією методу послідовного аналізу для задач

лінійного програмування великої розмірності. Суть цього методу полягає у звуженні інтервалів зміни коефіцієнтів $a_i^{\min}$, $a_i^{\max}$ на основі аналізу виродженого багатогранника виду (1.52).

Для визначення надлишкових значень в області нижньої границі по i -му обмеженню необхідно вимагати виконання співвідношення

$$a_i^{\min} + \sum_{j \neq i} a_j^{\max} \geq 1. \quad (1.53)$$

Якщо ця умова не виконується, тобто якщо $a_i^{\min} + \sum_{j \neq i} a_j^{\max} < 1$, необхідно нижню границю збільшити на деяку величину $a_i^{\min} = a_i^{\min} + \delta_i$, для $\delta_i > 0$, щоб у співвідношенні (1.53) виконувалося хоча б рівність $a_i^{\min} + \sum_{j \neq i} a_j^{\max} = 1$. Звідси:

$$\delta_i = 1 - a_i^{\min} - \sum_{j \neq i} a_j^{\max}. \quad (1.54)$$

У випадку, коли не виконується нерівність

$$a_i^{\max} + \sum_{j \neq i} a_j^{\min} \leq 1, \quad (1.55)$$

аналогічними міркуваннями приходимо до необхідності виправлень на верхніх границях інтервалів $a_i^{\max} = a_i^{\max} + \Delta_i$, для $\Delta_i > 0$, де $\Delta_i = a_i^{\max} + \sum_{j \neq i} a_j^{\min} - 1$.

Отримані в результаті використання описаної вище процедури нові границі паралелепіпеда $a_i^{\min}$ й $a_i^{\max}$ визначають результуючий ГВК, який не містить надлишкових значень.

Для відсівання надлишкових значень вагових коефіцієнтів можна використовувати й іншу процедуру:

Крок 1. Перевірка існування надлишкових значень у ГВК виду (1.52) по формулах (1.53) і (1.54). У випадку їх наявності перехід до Кроку 2, а якщо ні, то до Кроку 3.

Крок 2. Зміна границь ГВК.

а. Якщо не виконується нерівність (1.52), тоді збільшуємо всі складові нерівності (1.52) на деяку величину ε , де $\varepsilon > 0$ – досить мале число, яке забезпечувало б швидку збіжність процедури і дозволяло б обчислити ГВК, який не містить надлишкових значень, з достатньою точністю, тобто $a_i^{min} + \varepsilon, i = \overline{1, n}, a_i^{max} + \varepsilon, \forall j \in I, j \neq i$.

б. Якщо не виконується нерівність (1.54), тоді зменшуємо всі складові нерівності (1.54) на величину ε , тобто $a_i^{max} - \varepsilon, i = \overline{1, n}, a_i^{min} - \varepsilon, \forall j \in I, j \neq i$. Перехід до Кроку 1.

Крок 3. Закінчення алгоритму.

Друга процедура в більшості випадків краще зберігає початкову структуру оцінок, ніж перша процедура, особливо при збільшенні числа параметрів.

1.2.2.2. Ідентифікація інтервальних групових переваг на основі множини індивідуальних інтервальних оцінок. Вихідною інформацією для рішення даної задачі є набір інтервалів по кожному ваговому коефіцієнту a_i , представлених у вигляді $a_{ij}^{min} \leq a_{ij} \leq a_{ij}^{max}$. Таким чином, є множина точкових значень границь інтервалів $a_{ij}^{max}, a_{ij}^{min}, j = \overline{1, m}$.

Можливі дві стратегії виділення групових інтервалів.

Стратегія «максимального інтервалу». У цьому випадку, ми знаходимо максімаксне та мінімінне значення із усієї множини точкових значень границь інтервалів.

$$a_i^{max} = \max_j a_{ij}^{max};$$

$$a_i^{min} = \min_j a_{ij}^{min}.$$

Графічно інтервал групових переваг по даній стратегії можна представити на рисунку 1.18.

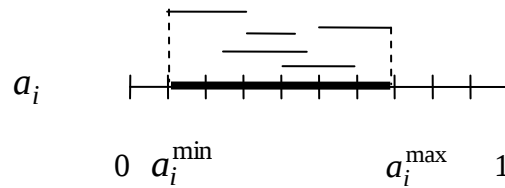


Рисунок 1.18 - Знаходження інтервалу групових інтервальних оцінок за допомогою стратегії «максимального інтервалу»

Стратегія «мінімальний інтервал», ґрунтується на принципі мінімакса для максимальних значень і максиміна для мінімальних значень:

$$a_i^{max} = \min_j a_{ij}^{max},$$

$$a_i^{min} = \max_j a_{ij}^{min},$$

інтервал, що виходить при цьому, показано на рисунку 1.19.

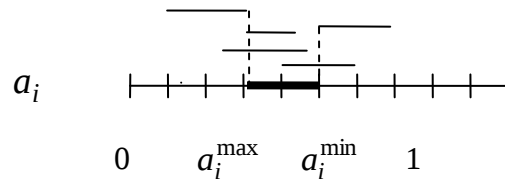


Рисунок 1.19. Знаходження інтервалу групових інтервальних оцінок за допомогою стратегії «мінімального інтервалу»

Як видно на рисунку 1.19, іноді трапляється, що мінімальне значення більше максимального $a_i^{min} > a_i^{max}$, тоді мінімальному коефіцієнту

привласнюється максимальне значення і навпаки, максимальному значенню привласнюється мінімальне.

У результаті по кожному ваговому коефіцієнту a_i отримуємо інтервал зміни виду $a_i^{min} \leq a_i \leq a_i^{max}$. Цей інтервал аналогічний інтервалу, отриманому при ідентифікації інтервальних групових переваг, на основі множини індивідуальних точкових оцінок. Отже, для цих інтервалів необхідно робити узгодження, процедури яких ідентичні процедурам, описаним у пункті 1.2.2.1.

1.2.3. Визначення переваг усередині виділеного інтервалу значень вагових коефіцієнтів

1.2.3.1. Інтервал сформований на основі точкових значень. Вихідна інформація задана у вигляді інтервалу, усередині якого маємо набір точкових значень a_i . Границі інтервалів погоджені за допомогою моделі, описаної в пунктах 1.2.2.1 і 1.2.2.2. Необхідно визначити переваги усередині інтервалу.

Для рішення цієї задачі застосуємо наступну методику.

Аналізований інтервал розбиваємо на непарну кількість (3 або 5) рівних підінтервалів:

$$\Delta a_i = \frac{a_i^{max} - a_i^{min}}{N},$$

де N рівно 3 або 5 залежно від величини інтервалу і кількості точок усередині. Можна для одного інтервалу будувати 2 варіанта розбивки.

Після того, як виконана розбивка будується гістограма, тобто будуємо стовпчикову діаграму (рисунок 1.20), де висота «стовпчика» дорівнює кількості точок, що потрапили в кожний інтервал Δa_i .

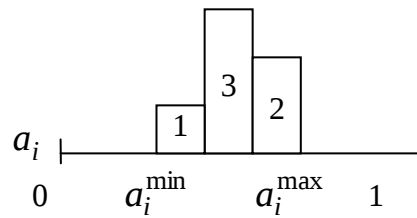


Рисунок 1.20. Стовпчикова діаграма переваг усередині інтервалу зміни вагових коефіцієнтів

Після цього проводимо аналіз гістограми. При цьому можливі наступні випадки.

А. Точок усередині інтервалу мало і вони розподілені більш менш рівномірно (рисунок 1.21)

На малій кількості точок (1-5 точок) не можна робити статистичні висновки, тому що вони будуть мати дуже низьку довірчу ймовірність, тому в цьому випадку робимо евристичні висновки.

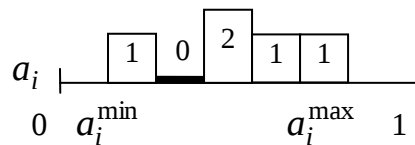


Рисунок 1.21 - Гістограма при рівномірному розподілі точкових оцінок

Якщо точки розсіяні по інтервалу порівняно рівномірно, то можливі два евристичні рішення:

- 1) можливі значення усередині інтервалу розподілені за законом рівної ймовірності;
- 2) переваги усередині інтервалу не визначені.

Обидва випадки означають, що аналітиком призначена функція приналежності розмитій множині «знаходиться в інтервалі від $a_i^{\min}$ до $a_i^{\max}$ » виду

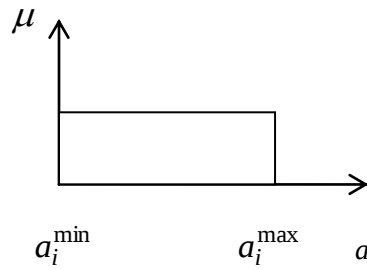


Рисунок 1.22 - Функція приналежності розмитій множині знаходиться в інтервалі $a_i^{\min} - a_i^{\max}$.

В. Усередині інтервалу середня кількість точок.

На середній кількості точок (від 6 до 12) неможливо зробити адекватні статистичні висновки. Тому робляться евристичні висновки.

Розглянемо можливі випадки:

- 1) якщо точки розсіяні по інтервалу порівняно рівномірно, то ухвалюємо рівномірну функцію приналежності (рисунок 1.22);
- 2) якщо гістограма не рівномірна, то приймаємо трикутну або трапецієподібну функцію приналежності (рисунок 1.23 і рисунок 1.24)

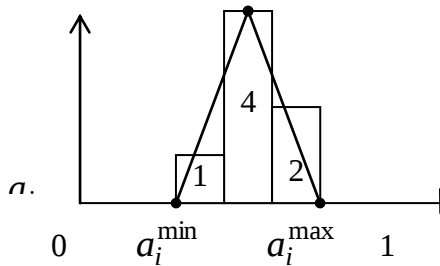


Рисунок 1.23 - Трикутна функція приналежності

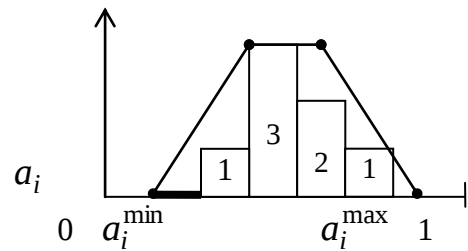


Рисунок 1.24 - Трапецієподібна функція приналежності

С. Маємо велику кількість точок усередині інтервалу.

На великій кількості точок (більш 15) будуємо гістограму і робимо статистичні висновки, тобто апроксимуємо її нормальним законом розподілу і визначаємо довірчу ймовірність (рисунок 1.25). Використання нормального закону пояснюється тим, що саме такому закону підкоряються випадкові безперервні величини, значення яких обумовлені дією численних випадкових

факторів. Пояснити причини широкого поширення даного закону вперше вдалося Ляпунову. Він показав, що якщо випадкова величина може розглядатися як сума великої кількості малих доданків, то при досить загальних умовах закон розподілу цієї випадкової величини близький до нормального незалежно від того, які закони розподілу окремих доданків. Тому що практично випадкові величини в більшості випадків формуються під дією великої кількості різних причин, то нормальний закон виявляється найпоширенішим законом розподілу.

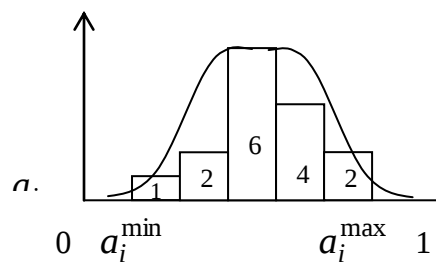


Рисунок 1.25 - Апроксимація гістограми нормальним законом розподілу

Задача зводиться до того, щоб апроксимувати гістограму функцією щільності розподілу, що описує нормальний закон

$$f(x) = \left[1/(\sqrt{2\pi})\sigma \right] \exp \left\{ -(x - m)^2 / (2\sigma^2) \right\} \quad (1.56)$$

і підібрати, виходячи з досвідчених даних, параметри m й σ . Що стосується параметрів, які входять у вираження (1.56), то їх підбирають так, щоб щонайкраще погодити апроксимуючий аналітичний розподіл зі статистичним. При цьому користуються різними методами; найчастіше – методом моментів, що полягають у тому, щоб математичне очікування і дисперсія розподілу, що вирівнюється та розподілу, що вирівнює збігалися.

Для згладжування за допомогою нормального закону розподілу необхідно вибрати в якості представника i -го розряду його середину. Цьому

значенню x_i^{cp} приписується частота влучення в даний розряд p_i^* . Наближене значення статистичного середнього m_x^* визначається як сума добутків x_i^{cp} на p_i^* .

$$m_x^* = \sum_{i=1}^N x_i^{cp} * p_i^* . \quad (1.57)$$

Статистичний другий початковий момент $\alpha_2^*[X]$ обчислюємо по формулі

$$\alpha_2^*[X] = \sum_{i=1}^N \left(x_i^{cp} \right)^2 * p_i^* . \quad (1.58)$$

Статистична дисперсія визначається за допомогою вираження

$$D_x^* = \alpha_2^*[X] - \left(m_x^* \right)^2 ,$$

$$\sigma_x^* = \sqrt{D_x^*} . \quad (1.59)$$

Оскільки відомі у вираженні щільності розподілу випадкової величини математичне очікування і дисперсія, необхідно визначити значення на границях розрядів. У цьому випадку гістограма і вирівнююча нормальна крива розподілу $f(x)$ схематично прийме вид, представлений на рис. 1.25.

1.2.3.2. Інтервал сформований на основі інтервальних значень. Даний випадок аналогічний випадку, описаному в пункті 1.2.3.1, однак вихідною інформацією є інтервал, усередині якого маємо набір інтервальних значень $[a_i^{min}; a_i^{max}]$ для кожного вагового коефіцієнта a_i . Границі інтервалів погоджені за допомогою моделі, описаної в пункті 1.2.2.1 і 1.2.2.2. Наступним етапом є визначення переваги усередині інтервалу. Для цього застосуємо процедуру, аналогічну описаної вище.

Інтервал, усередині якого необхідно визначити переваги розбиваємо на непарне число однакових підінтервалів, скориставшись формулою (1.55).

Наступним етапом є побудова стовпчикової діаграми. Висота кожного «стовпчика» визначається кількістю влучень інтервальних значень у даний підінтервал, тобто кількість інтервалів які повністю або частково перетинають даний підінтервал Δa_i .

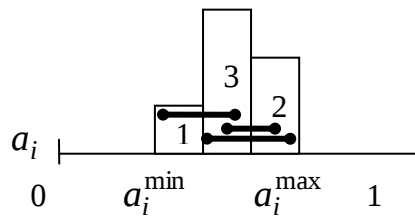


Рисунок 1.26 - Стовпчикова діаграма переваг усередині інтервалу зміни вагових коефіцієнтів, при інтервальних перевагах ОПР

Аналіз стовпчикової діаграми проводиться з урахуванням числа інтервальних оцінок і рівномірності розподілу їх на числовій шкалі.

1) Якщо інтервальних оцінок усередині інтервалу мало і вони розподілені рівномірно, наприклад як показано на рисунку 1.27, у цьому випадку не можна зробити статистичні висновки і припускаємо, що або можливі значення усередині інтервалу розподілені за законом рівної ймовірності, або ж переваги усередині інтервалу не визначені. Для цього випадку аналітик припускає, що функція приналежності розмитій множині «знаходиться в інтервалі від a_i^{min} до a_i^{max} » має вигляд показаний на рисунку 1.22.

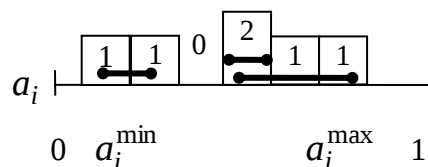


Рисунок 1.27 - Стовпчикова діаграма при рівномірному розподілі інтервальних оцінок

2) Якщо інтервальних оцінок усередині інтервалу середня кількість (від 6 до 12), то в цьому випадку важко зробити адекватні статистичні висновки. Таким чином, у випадку рівномірного розсіювання таких оцінок припускаємо, що переваги мають рівномірну функцію приналежності (рисунк 1.22), а якщо ні, то ухвалюємо трикутну або трапецієподібну функції приналежності (рисунки 1.28, 1.29) розмитим множинам.

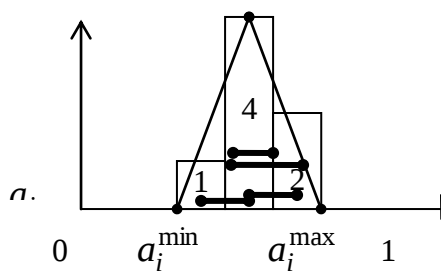


Рисунок 1.28 - Трикутна функція приналежності при інтервальних оцінках ОПР

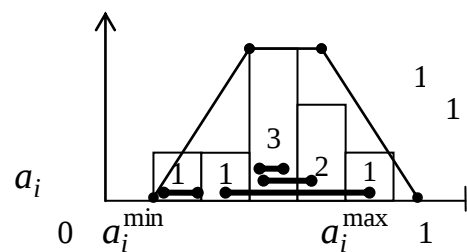


Рисунок 1.29 - Трапецієподібна функція приналежності при інтервальних оцінках ОПР

3) При великій кількості (більш 15) інтервальних оцінок усередині аналізованого інтервалу можна робити статистичні висновки, і апроксимувати гістограму нормальним законом розподілу, як показано на рисунку 1.30.

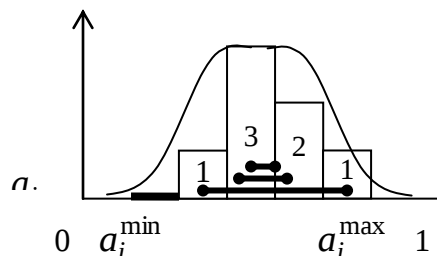


Рисунок 1.30 - Апроксимація стовпчикової діаграми нормальним законом розподілу

Рішення цієї задачі описано в пункті 1.2.3.1, тому в цьому підрозділі не вимагає детального опису.

Розглянемо задачу перевірки правдоподібності гіпотез. Припустимо, що необхідно встановити, чи суперечать досвідчені дані гіпотезі про те, що випадкова величина розподілена за якимось законом, для даного випадку – розподілена за нормальним законом. Для відповіді на це питання користуються так званими критеріями згоди, зокрема можна використовувати критерій χ^2 Пірсона.

Припустимо, що зроблене n незалежних досвідів, у кожному з яких випадкова величина прийняла певні значення. На основі цих досвідів складений статистичний ряд розподілу випадкової величини X :

$$X : \frac{|x_1| |x_2| \dots |x_i| \dots |x_k|}{|p_1^*| |p_2^*| \dots |p_i^*| \dots |p_k^*|}, \quad (1.60)$$

де $p_i^* = n_i/n$ – частота події $\{X = x_i\}$,

n_i – число досвідів, у яких з'явилася ця подія.

Висуваємо гіпотезу, що полягає в тому, що випадкова величина має ряд розподілу:

$$X : \frac{|x_1| |x_2| \dots |x_i| \dots |x_k|}{|p_1| |p_2| \dots |p_i| \dots |p_k|}, \quad (1.61)$$

а відхилення частот p_i^* від імовірностей p_i пояснюються випадковими причинами. Щоб перевірити правдоподібність цієї гіпотези, треба вибрати яку-небудь міру розбіжності статистичного розподілу з гіпотетичним.

За міру розбіжності R між гіпотетичним розподілом (1.60) і статистичним (1.61) при користуванні критерієм χ^2 береться сума квадратів

відхилень $p_i^* - p_i$ статистичних імовірностей p_i^* від гіпотетичних p_i , узятих з деякими «вагами» c_i :

$$R = \sum_{i=1}^k c_i (p_i^* - p_i)^2. \quad (1.62)$$

Коефіцієнти c_i вводяться тому, що відхилення, що відносяться до різних значень p_i не можна вважати рівноправними по значимості: те саме по абсолютній величині відхилення $p_i^* - p_i$ може бути малозначимим, якщо сама ймовірність p_i велика, і дуже помітним, якщо вона мала. Тому, природно ваги c_i взяти зворотно пропорційно ймовірностям p_i . Однак, необхідно визначити з яким коефіцієнтом пропорційності. Пірсон довів, що якщо покласти

$$c_i = n/p_i, \quad (1.63)$$

то при великій кількості опитів n закон розподілу величини R має досить прості властивості: він практично не залежить від закону розподілу випадкової величини X і мало залежить від числа опитів n , а залежить тільки від числа значень випадкової величини k , і при збільшенні n наближається до розподілу χ^2 . При такому виборі коефіцієнтів c_i міра розбіжності R звичайно позначається χ^2 :

$$\chi^2 = n \sum_{i=1}^k (p_i^* - p_i)^2 / p_i.$$

Вводячи величину n під знак суми і враховуючи, що $p_i^* = n_i/n$, де n_i – число значень в i -м розряді; $\sum_{i=1}^k n_i = n$, отримаємо

$$R = \chi^2 = \sum_{i=1}^k (n_i - np_i)^2 / (np_i). \quad (1.64)$$

Розподіл χ^2 залежить від параметра r , називаного «числом ступенів свободи». При користуванні критерієм (1.64) число ступенів свободи покладається рівним числу розрядів k мінус число незалежних умов, накладених на частоту p_i^* . Прикладами таких умов можуть бути:

$$\sum_{i=1}^k p_i^* = 1, \quad (1.65)$$

щоб сума частот дорівнювала одиниці (ця вимога накладається у всіх випадках); або ж

$$\sum_{i=1}^k x_i p_i^* = m_x, \quad (1.66)$$

потрібно, щоб збігалось статистичне середнє з гіпотетичним і т.д.

Розподіл χ^2 дає можливість оцінити розбіжності між гіпотетичним розподілом (1.60) і статистичним (1.61). Якщо ймовірність p дуже мала, це значить, що досвідчені дані суперечать гіпотезі H , що полягає в тому, що випадкова величина має розподіл (1.61): цю гіпотезу треба відкинути. Якщо ж ймовірність p не мала, можна визнати розбіжності між теоретичним і гіпотетичним розподілами несуттєвими і віднести їх за рахунок випадкових причин: гіпотезу H можна вважати правдоподібною, або, принаймні, не суперечить досвідченим даним.

1.2.4. Види і джерела невизначеності при рішенні задач багатокритеріальної оптимізації

Теорія прийняття рішень і її основні прикладні результати орієнтовані на прийняття рішень у детермінованих, тобто повно і однозначно певних умовах. Однак на практиці рішення доводиться приймати в умовах більшої або меншої невизначеності різних видів. Метою підрозділу є класифікація видів, виявлення і аналіз джерел невизначеності при рішення задач багатокритеріальної оптимізації.

Усі дані, які використовує людина, у принципі є в більшій або меншій мірі невизначеними. Джерелами невизначеності є обмеженість знань, неточне або свідомо спрощений опис властивостей, елементів і відносин, створюючих систему, погрішності вимірів, обчислювальні погрішності, невраховані фактори, дія випадкових зовнішніх і внутрішніх збурювань. Ступінь невизначеності залежить від величини інтервалу, усередині якого перебуває дійсне значення і виду інформації про розподіл можливих значень усередині інтервалу.

Поняття величини інтервалу невизначеності є відносним і залежить від особливостей предметної області, цілей моделювання, необхідної точності, абсолютного значення величини. Саме тому найпоширенішою оцінкою погрішності є відносна помилка. Якщо ОПР вважає, що з урахуванням усіх перелічених факторів, величина інтервальної погрішності відносно мала, то параметр приймається детермінованим і надалі розглядається як точне значення. Процедура детермінізації є евристичною і її коректність визначається досвідом, знаннями ОПР, результатами практичного користування.

Якщо величина інтервалу є значимою, то виникає проблема інтервального аналізу. Правила і особливості інтервального аналізу суттєво залежать від виду інтервальної невизначеності, тобто способу визначення границь інтервалу, а також виду і повноти інформації про розподіл можливих значень величини усередині інтервалу. Із цього погляду можна виділити наступні класи:

- об'єктивні інтервальні невизначеності;

- імовірнісні об'єктивні і суб'єктивні інтервальні невизначеності;
- інтервальні невизначеності, задані у вигляді розмитих множин і їх функціями приналежності.

Для об'єктивних інтервальних невизначеностей характерні наступні риси:

- інтервал кінцевий і його границі задані точковими детермінованими значеннями;
- інформація про перевагу значень усередині інтервалу повністю відсутня, тобто всі значення рівноможливі.

Методи аналізу таких величин у цей час інтенсивне розвивається.

Імовірнісний інтервальний аналіз у цей час є найбільш розвиненим. У цьому випадку величина інтервалу визначається дисперсією випадкової величини, конкретні значення його границь задаються як функції довірчої ймовірності, яка характеризує ймовірність того, що випадкова величина перебуває усередині інтервалу. Імовірність реалізації конкретних значень величини характеризується функцією щільності.

Усі статистичні параметри імовірнісного інтервалу, отримані на нескінченній вибірці реалізацій, є детермінованими, а на кінцевій – імовірнісними оцінками, вірогідність яких залежить від величини вибірки. У деяких випадках експериментальна статистична вибірка недостатня для визначення коректних статистичних оцінок. У цьому випадку ОПР може заповнити недостатню інформацію на основі евристичних міркувань, заснованих на досвіді, знаннях, результатах аналізу аналогічних ситуацій і призначити значення статистичних параметрів і закон розподілу. Такі імовірнісні інтервали надалі будемо називати евристичними.

Інтенсивні дослідження в області формалізації інтелектуальної діяльності обумовили інтерес до формалізації нечітких лінгвістичних висловлень типу «приблизно рівно...», «знаходиться в інтервалі...», «близько...». Апаратом формалізації таких висловлень (лінгвістичних змінних) є теорія нечітких множин. Згідно із цією теорією нечітке число

визначається інтервалом можливих значень і функцій приналежності $\mu(x)$, яка може приймати будь-які значення в інтервалі $[0,1]$. Функція приналежності характеризує ступінь істинності лінгвістичного висловлення. Границі інтервалу задаються евристично у вигляді точкових детермінованих значень, а $\mu(x)$ у вигляді деякої функції – трикутної, трапецієподібної, гаусової або колоколообразної залежно від представлення ОПР. Таким чином, це повністю евристична форма представлення інтервальної невизначеності.

Розглянемо тепер джерела виникнення невизначеності і їх вид.

Загальна постановка задачі багатокритеріальної оптимізації, що базується на ідеї формування узагальненої багатофакторної скалярної оцінки ефективності (корисності) рішення $P(x)$ має такий вигляд:

$$x^0 = \arg \max_{x \in X} P(x), \quad (1.67)$$

$$P(x) = F[\lambda_i, k_j(x)], \quad (1.68)$$

де x – множина припустимих рішень.

Будь-який рішення $x \in X$ згідно з визначенням абстрактної системи представляє собою множину конкретних елементів M упорядкованих відносинами R в структуру

$$S = \langle M \times R \rangle, \quad (1.69)$$

яка породжує явні та емерджентні властивості системи. Цей взаємозв'язок описується моделлю, яка встановлює залежність між властивостями системи P , характеризуєними вихідними змінними моделі, і структурою системи, описуваної вхідними змінними

$$P = F(M, R). \quad (1.70)$$

Задані цільові властивості системи можуть бути реалізовані в загальному випадку не єдиним способом, тобто на різних структурах, що

відрізняються складом елементів і властивостей, а також їх кількісними характеристиками. Можливі варіанти структур будемо називати рішеннями x , а множина всіх припустимих рішень позначимо X .

Якщо потужність множини $|X| > 1$, виникає задача вибору найбільш ефективного рішення $x^0 \in X$, відома як задача прийняття рішень. Для рішення цієї задачі необхідна деяка зовнішня метрика, у якій проводиться вимір і порівняння ефективності різних рішень $x \in X$. Така метрика називається критерієм оцінки ефективності.

При цьому, як правило, не вдається визначити єдиний критерій $K(x)$, що досить повно і однозначно характеризує ефективність рішення. Це пов'язане з необхідністю враховувати як властивості (вихід) системи, так і різні характеристики структури (елементів і відносин), які їх породжують. Для цього необхідний набір різних метрик (часткових критеріїв) $k_j(x)$, $j = \overline{1, m}$ і відповідних їм шкал виміру. Вибір кортежу часткових критеріїв $K(x) = \langle k_j(x) \rangle$, $j = \overline{1, m}$ є евристичною процедурою, але незалежно від його складу надалі будемо вважати, що модель досліджуваної системи, процесу або явища дозволяє визначити значення $k_j(x)$, як функції рішень.

Проведений аналіз показує, що процес прийняття ефективних рішень можна розділити на два етапи:

- постановки задачі вибору ефективного рішення;
- обґрунтування принципу визначення ефективного рішення, розробка відповідної математичної моделі і її обчислювальна реалізація.

Результатами першого етапу, який є зовнішнім стосовно другого, є:

- обґрунтування і вибір відомої або синтез оригінальної імітаційної моделі досліджуваного процесу;
- завдання обмежень, що визначають припустиме множину рішень X ;
- визначення кортежу часткових критеріїв оцінки ефективності $\langle k_j(x) \rangle$, $j = \overline{1, m}$ і відповідно часткових моделей їх обчислення. Останні дві

задачі вирішуються на основі аналізу моделі.

Імітаційна модель завжди несе в собі невизначеність за рахунок неповноти знань, неточності вихідних даних, використовуваних при синтезі моделі, свідомих спрощень і т.д. Це призводить до того, що вхідні і вихідні змінні моделі, а, отже, часткові критерії ефективності визначаються з деякою погрішністю. Ця помилка при коректному синтезі моделі має інтервальну оцінку із заданими деяким способом, границями і інформацією про розподіл можливих значень усередині інтервалу. Таким чином, у загальному випадку значення $k_j(x), j = \overline{1, m}$ – представляють собою інтервальні величини з невизначеностями різного виду. Крім цього, набір часткових критеріїв $k_j(x), j = \overline{1, m}$ може бути неповним, тому що формується евристично. Але цей фактор розглядається як зовнішній стосовно процедури прийняття рішень і надалі не враховується.

Обмеження, що визначають область припустимих рішень також можуть містити невизначеність за рахунок можливих інтервальних варіацій параметрів лівої частини і неточності завдання значення правої частини обмежень. Тому що ефективні рішення лежать на границі області припустимих рішень, зазначена невизначеність може привести до неточних рішень.

Таким чином, вихідна постановка задачі багатокритеріальної оптимізації в загальному випадку містить два види інтервальної невизначеності:

- неточність обчислення значень часткових критеріїв $k_j(x), j = \overline{1, m}$;
- неточність завдання границь припустимої області рішень X .

Залежно від особливостей системи, виду і джерела вихідної інформації, використовуваного методу ідентифікації, невизначеність зазначених величин може бути імовірнісною, інтервальною або представленою у вигляді нечітких чисел.

Оцінювання реалізується людиною, тобто є інтелектуальним процесом.

Тому формалізація цього процесу можлива тільки на основі знань, носієм яких є людина, і виникає специфічна задача отримання цих знань. Труднощі полягають в тому, що процес формування багатофакторної оцінки, як і всі інтелектуальні процеси, є частково неспостережуваним. Це пов'язане з тим, що в цей час відсутня методологія та інструментальні засоби безпосереднього виміру кількісного значення оцінки людиною якості (ефективності) можливих альтернативних рішень. Тому виникає задача опосередкованого визначення необхідної інформації, яка зважується на основі експертного оцінювання або шляхом компараторної ідентифікації.

У першому випадку джерела інформації (експерти) активізуються спеціальними методами (опитування, інтерв'ювання, анкетування і т.д.) до усвідомлення, структуризації і кількісному оцінюванню структури та параметрів моделі інтелектуального процесу. Такі оцінки носять суб'єктивний індивідуальний характер. Тому в основі методу експертного оцінювання лежить гіпотеза, яка припускає, що усереднення суб'єктивних думок дасть оцінку, наближення до об'єктивної. Очевидно, що усереднена оцінка не точна і має інтервальний характер. Ступінь її невизначеності залежить від складності оцінюваної процедури, кількості і кваліфікації експертів, ступеню їх ангажирування і можливого авторитарного тиску.

Альтернативний підхід заснований на методі компараторної ідентифікації.

Враховуючи, що структура функції корисності представляє собою деякий фрагмент полінома Колмогорова-Габора, який є лінійним по входу, тобто за значеннями часткових критеріїв $k_j(x)$, $j = \overline{1, m}$, система описує опуклий поліедр. На основі цієї інформації можна вирішити задачу структурно-параметричної ідентифікації моделі функції корисності $P(x)$. Однак ця задача є некоректною по Адамару, тому що система нерівностей описує деяку область можливих рішень, а не єдине рішення. Це означає, що в результаті рішення задачі для кожної фіксованої структури моделі $P(x)$

параметри можна визначити тільки в інтервальному виді

$$a_j^{\min} \leq a_j \leq a_j^{\max}. \quad (1.71)$$

Таким чином, незалежно від того, яким способом, експертним або компараторним, проводиться параметрична ідентифікація моделі багатофакторного оцінювання, результати мають інтервальний вид.

Підводячи підсумок, відзначимо, що при рішенні задач багатокритеріальної оптимізації можна виділити три основні джерела невизначеності:

- невизначеність завдання або обчислення значень часткових критеріїв $k_j(x)$, $j = \overline{1, m}$;
- неточність завдання обмеження, тобто області припустимих рішень X ;
- інтервальна невизначеність завдання параметрів функції корисності $P(x)$.

Як відзначено вище, невизначеність має три основні види: імовірнісний, нечіткий і інтервальний, при якому повністю відсутня інформація про перевагу значень усередині інтервалу. Останній вид невизначеності може бути досить коректно інтерпретований як імовірнісна невизначеність із рівновірогідним розподілом можливих значень усередині інтервалу.

У загальному випадку в задачах багатокритеріальної оптимізації може зустрічатися композиція всіх трьох перелічених видів невизначеності. У зв'язку із цим для конструктивного рішення задачі виникає необхідність приведення їх до деякої однієї форми. У цьому підрозділі розглядається окремий випадок, коли всі невизначеності представлені в імовірнісній формі. Для цього нечітко задані величини трансформуються в суб'єктивну імовірнісну форму.

1.3 Моделі і методи прийняття багатокритеріальних рішень в умовах стохастичної невизначеності

Метою рішення задачі прийняття рішень є вибір із припустимої множини рішень X єдиного найбільш ефективного рішення $x^0 \in X$. У формальній постановці це означає, що необхідно вирішити задачу

$$x^0 = \arg \operatorname{extr}_{x \in X} E(x), \quad (1.72)$$

де $E(x)$ – узагальнений скалярний показник якості рішень.

При прийнятті рішень в умовах багатокритеріальності, коли ефективність рішення характеризується кортежем суперечливих різнорідних часткових показників (критеріїв) $\langle k_j(x) \rangle, j = \overline{1, m}$, для яких не існує рішення $x = \arg \operatorname{extr}_{x \in X} \langle k_j(x) \rangle, \forall j = \overline{1, m}$ виникає додаткова задача ідентифікації моделі узагальненої скалярної оцінки ефективності рішень, відомої як функція корисності $P(x)$

$$P(x) = F \langle k_j(x) \rangle, j = \overline{1, m}. \quad (1.73)$$

Задача синтезу моделі обчислення такої оцінки розглянуто в підрозділі 1.2, де показано, що, в остаточному підсумку, вона може бути представлена у вигляді

$$P(x) = \sum_{j=1}^m a_j k_j^H(x), j = \overline{1, m}, \quad (1.74)$$

де $a_j, j = \overline{1, m}$ – кортеж параметрів моделі;

$k_j^H(x), j = \overline{1, m}$ – нормалізований простір характеристик якості рішення.

Особливість розглянутої ситуації полягає в тому, що багатofакторна оцінка ефективності рішення є не точковою детермінованою величиною, а інтервальною невизначеною оцінкою. Це обумовлене тим, що, по-перше, як показано в підрозділі 1.2, коефіцієнти a_j незалежно від методу їх ідентифікації є інтервальними величинами, а по-друге, значення часткових критеріїв повністю або частково, також носять інтервальний характер.

Останнє обумовлене тим, що будь-яка система є відкритою, тобто

взаємодіє із зовнішнім середовищем (метасистемою), яка не контролюється локальною системою, а ОПР не має повної інформації про її стан. Усе вище сказане, у свою чергу, означає, що всі або частина показників ефективності рішень $k_j(x)$ є інтервально невизначеними.

У роботі розглядається тільки стохастична інтервальна невизначеність, що означає, що інформація про розподіл значень змінних усередині інтервалу можливих значень сформульована в термінах теорії ймовірностей.

В остаточному підсумку, це означає, що рішення необхідно приймати по моделі

$$x^o = \arg \operatorname{extr}_{x \in X} \sum_{j=1}^m \bar{a}_j \bar{k}_j^H(x), j = \overline{1, m}, \quad (1.75)$$

де знаком « $-$ » позначені випадкові величини.

Розгляду методів і інструментальних засобів рішення цієї задачі присвячена цей підрозділ.

1.3.1. Обчислення оцінки ефективності рішень в умовах стохастичної невизначеності

Задача прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності (1.75), на відміну від детермінованої ситуації, коли ефективним є рішення, що екстремізує узагальнений показник якості, є двокритеріальною. Це означає, що рішення необхідно вибирати з урахуванням, як ефективності, так і ймовірності її реалізації. Синтезу моделей обчислення зазначених двох показників присвячений цей параграф.

1.3.1.1. Детермінізація кортежу вагових коефіцієнтів

Оцінки ефективності рішень є не абсолютними, а відносними, тобто вони встановлюють відношення порядку і силу переваги на обмеженій конкретній множині припустимих рішень X . При цьому, щоб отримати універсальну метрику, вагові коефіцієнти оцінки (1.75) повинні задовольняти вимогам

$$0 \leq a_j \leq 1, \forall j = \overline{1, m}; \sum_{j=1}^m a_j = 1. \quad (1.76)$$

Це відкриває перспективи детермінізації значень кортежу вагових коефіцієнтів $a_j, j = \overline{1, m}$.

Як показано у підрозділі 1.2, при будь-якому методі ідентифікації вагових коефіцієнтів $a_j, j = \overline{1, m}$ їх значення визначаються як інтервальні величини

$$a_j \in [a_j^{\min}, a_j^{\max}], \quad (1.77)$$

де $a_j^{\min}, a_j^{\max}$ – відповідно мінімальне і максимальне значення індивідуальних (експертних або отриманих методом компараторної ідентифікації) оцінок.

Якщо потужність множини індивідуальних оцінок досить велика, можна з великою довірчою ймовірністю визначити статистичні параметри (математичне очікування та дисперсію) і функцію щільності розподілу ймовірностей розподілу значень коефіцієнтів a_j на інтервалах (1.77).

У тому випадку, якщо потужність статистичної вибірки індивідуальних оцінок коефіцієнтів $a_j, j = \overline{1, m}$ недостатня для формування якісних оцінок статистичних параметрів невизначеність, що виникає, компенсується суб'єктивними оцінками експертів і ОПР, заснованими на досвіді рішення подібних задач. У крайньому випадку розподіл значень на інтервалі (1.77) приймається рівновірогідним. Виходячи зі сказаного, надалі будемо вважатися, що оцінки математичних очікувань значень вагових коефіцієнтів $M(a_j), j = \overline{1, m}$ є відомими.

Як відзначено вище, одним із двох часткових критеріїв оцінки ефективності рішень в умовах стохастичної невизначеності є ймовірність його реалізації. Це означає, що із усіх можливих випадкових припустимих

значень кортежів вагових коефіцієнтів $a_j, j = \overline{1, m}$ у моделі прийняття рішень (1.75) необхідно прийняти

$$\bar{a}_j = M(a_j), \forall j = \overline{1, m}. \quad (1.78)$$

Однак у більшості випадків цю вимогу неможлива виконати, тому що

$$\sum_{j=1}^m M(a_j) \neq 1. \quad (1.79)$$

Разом із цим, враховуючи, що коефіцієнти $a_j, j = \overline{1, m}$ є масштабними множниками, а оцінка ефективності рішень, по визначенню, відносна, пронормуємо вагові коефіцієнти за правилом

$$a_j^H = \frac{M(a_j)}{\sum_{j=1}^m M(a_j)}, \forall j = \overline{1, m}. \quad (1.80)$$

Очевидно, у цьому випадку завжди буде виконуватися умова

$$\sum_{j=1}^m a_j^H = 1. \quad (1.81)$$

і хоча положення екстремального значення оцінки ефективності зміниться, відносне значення залишиться незмінним у просторі рішень $x \in X$.

Таким чином, інтервальні значення коефіцієнтів a_j у моделі (1.75) можна замінити точковими детермінованими значеннями, а модель (1.75) відповідно прийме вид

$$x^0 = \arg \extr_{x \in X} \sum_{j=1}^m \bar{a}_j^H \bar{k}_j^H(x). \quad (1.82)$$

1.3.1.2. Аналітичне обчислення стохастичної оцінки

ефективності рішень. Задача полягає в синтезі моделі обчислення стохастичної оцінки ефективності рішень $x \in X$, тобто функції корисності

$$\bar{P}(x) = \sum_{j=1}^m \sum_{h=1}^m a_j^h \bar{k}_j^h(x), \quad (1.83)$$

де a_j^h – детерміновані безрозмірні значення вагових коефіцієнтів;

$\bar{k}_j^h(x)$ – безрозмірні випадкові величини, з однаковим інтервалом можливих значень $[0,1]$ різномірні часткові критерії.

При рішенні поставленої задачі в даному параграфі прийняті наступні припущення:

1. Передбачається, що відомі об'єктивні або суб'єктивні функції розподілу ймовірностей випадкових характеристик $\bar{k}_j^h(x)$ рішень. При цьому розглядаються тільки два закони розподілу ймовірностей: нормальний (Гауса) і рівновірогідний. Це обумовлене тим, що значення кожної характеристики $\bar{k}_j^h(x)$, $j = \overline{1, m}$ є результатом додавання багатьох випадкових факторів, сума яких дає нормальний розподіл. Тому переважна більшість реальних стохастичних рядів коректно апроксимуються законом Гауса. У випадку малої статистичної вибірки, коли неможливо отримати коректну об'єктивну статистичну інформацію невизначеність, що виникає, замінюється евристичними міркуваннями експертів. При цьому самим толерантним є закон рівномірного розподілу ймовірностей.

2. Випадкові величини $\bar{k}_j^h(x)$, $j = \overline{1, m}$ взаємно незалежні, тобто не корельовані.

3. Інтервал можливих значень $[c_j, b_j]$ усіх випадкових величин $\bar{k}_j^h(x)$, $j = \overline{1, m}$ відомий. Аналіз моделі (3.12), показує, що для обчислення $\bar{P}(x)$ необхідно реалізувати операції множення випадкової величини на

детермінований коефіцієнт і підсумовування отриманих результатів. Крім того, як показано в параграфі 1.2.2, простір змінних $\bar{k}_j^H(x)$ містить змінні виду

$$\bar{k}_i^H(x) \text{ и } \bar{k}_i^H(x) \cdot \bar{k}_i^H(x), \quad (1.84)$$

для обчислення яких необхідна операція множення випадкових величин.

Відповідно до центральної граничної теореми узагальнена корисність (1.83) є випадковою величиною, розподіленої за нормальним законом. При цьому необхідна умова порівнянності окремих випадкових доданків забезпечується приблизно однаковими інтервалами зміни. Крім того, центральна гранична теорема коректна навіть при невеликій кількості доданків. Так, наприклад, сума навіть двох випадкових величин, розподілених за законом рівної ймовірності підкоряється закону Сімпсона (трикутника).

Нормальний закон розподілу повністю і однозначно характеризується двома статистичними параметрами: математичним очікуванням і дисперсією (середньоквадратичним відхиленням). Це означає, що для обчислення узагальненої стохастичної корисності ефективності рішень $x \in X$ необхідно

обчислити математичне очікування $M[\bar{P}(x)] = M\left[\sum_{j=1}^m a_j \bar{k}_j^H(x)\right]$ і дисперсію

$D[\bar{P}(x)] = D\left[\sum_{j=1}^m a_j \bar{k}_j^H(x)\right]$. Необхідні для цього відповідні арифметичні

операції строго визначені і мають такий вигляд.

Математичне очікування суми випадкових лінійних функцій рівно

$$M\left[\sum_{i=1}^n a_i Y_i\right] = \sum_{i=1}^n a_i M[Y_i], \quad (1.85)$$

де a_i – детерміновані коефіцієнти;

Y_i – випадкові величини значень часткових критеріїв.

Дисперсія суми випадкових лінійних функцій дорівнює

$$D\left[\sum_{i=1}^n a_i Y_i\right] = \sum_{i=1}^n a_i^2 D[Y_i]. \quad (1.86)$$

Відповідно для добутку декількох випадкових незалежних величин

$$M\left[\prod_{i=1}^n Y_i\right] = \prod_{i=1}^n M(Y_i), \quad (1.87)$$

$$D\left[\prod_{i=1}^n Y_i\right] = \prod_{i=1}^n D(Y_i). \quad (1.88)$$

Відповідно до цього моделі обчислення статистичних параметрів узагальненої стохастичної оцінки ефективності рішень мають вигляд

$$M[\bar{P}(x)] = \sum_{j=1}^m a_j M[\bar{k}_j^H(x)]; \quad (1.89)$$

$$D[\bar{P}(x)] = \sum_{j=1}^m a_j^2 D[\bar{k}_j^H(x)]. \quad (1.90)$$

При прийнятих допущеннях про те, що закон розподілу імовірнісних величин $\bar{k}_j^H(x)$ заданий і інтервал їх можливих значень відомий, визначення статистичних параметрів: математичного очікування $M[\bar{k}_j(x)]$ і дисперсії $D[\bar{k}_j(x)]$, $j = \overline{1, m}$ не викликає затруднень. Для нормального закону розподілу ймовірностей з обліком того, що 99,9% значень випадкової величини попадає в інтервал, рівний 6σ , отримуємо

$$D\left[\bar{k}_j^H(x)\right] = \sigma^2\left[\bar{k}_j^H(x)\right] = \left(\frac{b_j - c_j}{6}\right)^2. \quad (1.91)$$

Відповідно математичне очікування дорівнює

$$M\left[\bar{k}_j^H(x)\right] = \frac{b_j - c_j}{2}, \forall j = \overline{1, m}. \quad (1.92)$$

Для закону рівної ймовірності відповідні формули мають вигляд

$$M\left[\bar{k}_j^H(x)\right] = \frac{b_j - c_j}{2}, \forall j = \overline{1, m} \quad (1.93)$$

$$D\left[\bar{k}_j^H(x)\right] = \frac{b - c}{2}, \forall j = \overline{1, m} \quad (1.94)$$

З урахуванням отриманих співвідношень (1.92) – (1.94) моделі обчислення математичного очікування і дисперсії стохастичної оцінки узагальненої корисності рішень приймуть вид:

а) для нормального закону розподілу ймовірностей часткових характеристик $\bar{k}_j(x)$

$$M\left[\bar{P}(x)\right] = \sum_{j=1}^m a_j^H \frac{b_j - c_j}{2}; \quad (1.95)$$

$$D\left[\bar{P}(x)\right] = \sum_{j=1}^m (a_j^H)^2 \left(\frac{b_j - c_j}{6}\right)^2; \quad (1.96)$$

б) для закону рівної ймовірності

$$M[\bar{P}(x)] = \sum_{j=1}^m a_j^H \frac{b_j - c_j}{2}; \quad (1.97)$$

$$D[\bar{P}(x)] = \sum_{j=1}^m (a_j^H)^2 \frac{b_j - c_j}{12}; \quad (1.98)$$

в) для суміші нормального закону і закону рівної ймовірності

$$M[\bar{P}(x)] = \sum_{j=1}^m a_j^H \frac{b_j - c_j}{2}; \quad (1.99)$$

$$D[\bar{P}(x)] = \sum_{l=1}^m (a_l^H)^2 \left(\frac{b_l - c_l}{6} \right)^2 + \sum_{L=1}^m (a_L^H)^2 \frac{b_L - c_L}{12}; \quad (1.100)$$

Як відзначено вище, з урахуванням центральної граничної теореми можна вважати, що при будь-якій комбінації законів розподілу ймовірності випадкових величин $\bar{k}_j^H(x)$ узагальнена оцінка ефективності рішення буде розподілена за нормальним законом з функцією щільності розподілу ймовірностей виду

$$f[\bar{P}(x)] = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\bar{P}(x) - M[\bar{P}(x)]]^2}{2\sigma^2}}; \quad (1.101)$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{l=1}^m (a_l^H)^2 \left(\frac{b_l - c_l}{6} \right)^2 + \sum_{L=1}^m (a_L^H)^2 \frac{b_L - c_L}{12}}. \quad (1.102)$$

Таким чином, синтезована модель аналітичного обчислення статистичних параметрів функції щільності розподілу узагальненої багатофакторної оцінки ефективності рішень $\bar{p}(x), x \in X$.

1.3.1.3. Обчислення стохастичної оцінки ефективності рішень методом Монте-Карло. Метод Монте-Карло (статистичних випробувань) є інструментальним засобом дослідження стохастичних систем. Його ідея полягає в тому, що на вході детермінованої математичної моделі формується випадкова реалізація вхідного впливу. Для цього вхідного

впливу визначаються значення вихідних змінних, які, незважаючи на детермінізм основної моделі, є випадковими величинами в силу випадковості вхідних змінних. Багаторазове повторення описаної процедури моделювання дозволяє отримати вибірку випадкових значень вихідних змінних, на основі аналізу якої визначаються закон розподілу і статистичні параметри вихідного процесу. Такий підхід дозволяє враховувати велику кількість змінних різної природи і отримати більш точні стохастичні характеристики.

У даній задачі випадковим входом детермінованої моделі (1.74) є багатомірна випадкова змінна $K(x) = \langle k_j^H(x) \rangle, j = \overline{1, m}$ – кортеж часткових критеріїв, а результатом моделювання – стохастична оцінка ефективності рішення $x \subseteq X$, яку позначимо $\bar{P}(x)$. Таким чином, задача визначення статистичних характеристик ефективності $\bar{P}(x)$ може бути інтерпретована в термінах методу статистичних випробувань. Необхідно конкретизувати алгоритм формування випадкових реалізацій кортежу $\langle k_j^H(x) \rangle, j = \overline{1, m}$.

Загальна структурна схема формування статистичних оцінок ефективності рішень $\bar{P}(x)$ показана на рис. 1.31.

Блок 1. Інтерфейс користувача призначений для введення необхідної вихідної інформації і управління обчислювальним процесом. Перед початком обчислень користувач формує всю необхідну інформацію про якісні і кількісні характеристики моделі (1.74, структурі кортежу вхідних змінних $\langle k_j^H(x) \rangle, j = \overline{1, m}$, закони розподілу і статистичні параметри його компонент і т.д. В окремому випадку користувач може безпосередньо сформувати і увести конкретну реалізацію кортежу вхідних змінних, тобто реалізувати евристичну процедуру формування $\langle k_j^H(x) \rangle, j = \overline{1, m}$.

Блок 2 являє собою бібліотеку алгоритмів формування конкретної реалізації компонент кортеж вхідних змінних $\langle k_j^H(x) \rangle, j = \overline{1, m}$. У якості таких компонентів можуть виступати випадкові події з неспільної групи, випадкові

величини, розподілені за заданим законом з певними статичними параметрами, детерміновані значення і параметри, задані лінгвістичними змінними (нечіткими множинами). Тому бібліотека містить підпрограми формування змінних із заданими характеристиками, якісні і кількісні значення яких зберігаються в *блоці 3*.

Загальною ідеєю цих алгоритмів є перетворення випадкових чисел розподілених за законом рівної ймовірності в інтервалі від 0 до 1. Джерелом таких чисел є датчик псевдовипадкових чисел (*блок 4*), що представляє собою детерміновану алгоритмічну процедуру. Ці алгоритми широко відомі і тут не розглядаються.

Блок 5 формує випадкову реалізацію кортежу часткових критеріїв ефективності $\langle k_j^H(x) \rangle, j = \overline{1, m}$. Для цього послідовно, за допомогою підпрограм з бібліотеки (*блок 2*) формування змінних, реалізуються випадкові значення компонентів кортежу $\langle k_j^H(x) \rangle, j = \overline{1, m}$. Результуючий випадковий кортеж надходить на вхід моделі (1.74) (*блок 6*) і в результаті моделювання визначається випадкове значення оцінки ефективності рішення $x \leq X$ (*блок 7*).

Статистична обробка результатів N випадкових рішень $P(x)$ дозволяє отримати оцінки статистичних параметрів розподілу функції $\bar{P}(x)$, таких як $M[\bar{P}(x)]$, $D[P(x)]$ і функції щільності розподілу ймовірності. При цьому точність оцінок є зворотно пропорційної кореню квадратному із числа випробувань N , тобто

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{N}}. \quad (1.103)$$



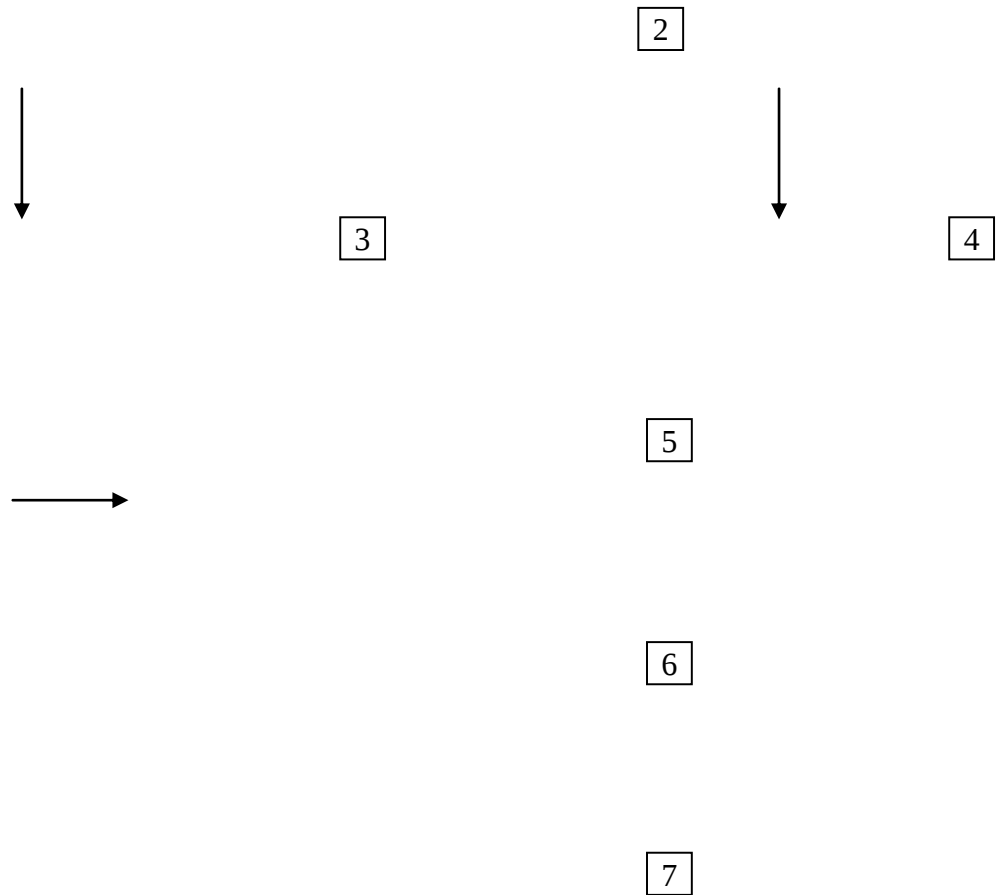


Рисунок 1.31 - Структурна схема обчислення статистичних оцінок ефективності рішення методом Монте-Карло

Аналіз загальної блок-схеми показує, що центральною ланкою розглянутого підходу є блок 2, тобто алгоритми формування конкретних реалізацій випадкових значень компонент кортежу $\langle k_j^H(x) \rangle, j = \overline{1, m}$.

1.3.2. Особливості прийняття багатокритеріальних рішень у нестационарних умовах

У традиційній постановці задача математичного програмування за замовчуванням припускає стаціонарність об'єкта, а, отже, і математичної моделі (1.72), що означає незмінність структури і кількісних характеристик моделі на інтервалі планування. Однак не виключається наявність більшої

або меншої невизначеності в інформації про структуру і параметри моделі, яка виражається в завданні параметрів у вигляді інтервалів можливих значень за допомогою статистичних характеристик або нечіткими множинами. Поряд зі стаціонарними системами існує великий клас систем, що розвиваються. Для них характерна динамічна зміна в процесі функціонування структури, складу і кількісних значень параметрів, переваг, цільових настанов і т.д. Прикладами таких нестаціонарних об'єктів є економічні і соціально-економічні об'єкти: підприємства, фірми, біржі, банки, муніципальні системи і т.д. Їхня нестаціонарність збільшується в умовах нестабільної, перехідної економіки. Для таких об'єктів характерні наступні риси.

Структура об'єкта нестаціонарна. Її зміна відбувається як у результаті внутрішнього розвитку, у тому числі при вимірі чисельних значень параметрів, так і під впливом зовнішнього середовища, зокрема в результаті дії зовнішніх директивних керуючих впливів, таких як зміна законодавства, постанови виконавчих органів влади, політика центрального банку і т.д. Фоновими зовнішніми впливами є зміна цін, кон'юнктура ринку і т.д.

Більша частина параметрів є нестаціонарними.

Наявність великої кількості нелінійних залежностей.

Для об'єкта характерна множина зворотних зв'язків.

Об'єкт не має кінцевого горизонту планування.

Часті зовнішні директивні управляючі впливи розбивають тимчасові ряди вихідних змінних на короткі статистично неоднорідні послідовності, що утрудняє коректний рішення задач прогнозування, визначення статистичних параметрів процесів і оцінки їх значень.

У цих умовах необхідно вибрати ефективну стратегію поведінки, тобто реалізувати задачу прийняття рішень. Рішення проблеми вимагає розгляду трьох задач:

синтезу адекватної імітаційної математичної моделі системи;

визначення цільового функціонала;

вибору правила (алгоритму) прийняття рішення.

Справжня робота не ставить метою розгляд задачі синтезу моделей системи. Тому, не зупиняючись на складності синтезу адекватних моделей нестационарних систем, що пов'язане із чітким визначенням предметної області, специфіки функціонування, урахуванням нелінійності, зворотних зв'язків, динаміки зміни структури і т.п., будемо вважати, що імітаційна модель задана. При цьому для стаціонарних систем характерна однозначність реакції і стійкість поведінки до малих варіацій вхідних впливів, якщо вони не виходять за межі області припустимих значень. Для моделювання поведінки таких систем досить завдання початкового стану системи. Для моделювання нестационарних систем необхідно задати часовий сценарій поведінки зовнішнього середовища $Y(t)$ і кожному сценарію буде відповідати поведінка системи, тобто траєкторія зміни структури, параметрів, вихідних змінних. Формально це означає, що оптимізаційна модель (1.72) прийме вид

$$\begin{aligned} x^0 &= \arg \underset{x \in X}{extr} P(x, y, t), x \in E_N, y \in E_M; \\ h_s(x, q_h, y, t) &\leq 0, \quad s = \overline{1, S}; \\ g_l(x, q_g, y, t) &= 0, \quad l = \overline{1, L}, \end{aligned} \quad (1.104)$$

де h_s, g_l – обмеження, що визначають припустиму множину рішень X ;

q_h, q_g – відповідні параметри.

З моделі (1.104) видно, що кожної конкретної реалізації сценарію розвитку зовнішнього середовища $Y(t)$ відповідає деяке ефективне рішення x^0 . Слід зазначити, що зовнішнє середовище не повністю кероване і контрольоване навіть із позицій метасистеми, тому на рівні конкретної локальної системи точний сценарій зміни зовнішнього середовища невідомий і, у силу зазначених вище причин, погано піддається прогнозу. Виходячи із цього можна робити тільки стохастичні евристичні припущення

про можливі значення $Y(t)$. У таких умовах будь-яке рішення x^0 , обране для конкретного сценарію $Y(t)$, для іншого сценарію $Y(t)$ може виявитися неприйнятним. Це обумовлене тим, що екстремальне рішення задачі умовного математичного програмування перебуває на границі припустимої області X . Тому що для нестационарних систем, як видно з (1.104), обмеження, що визначають область припустимих рішень X , явно залежать від сценарію зміни зовнішнього середовища $Y(t)$, то рішення x^0 , обране для конкретного $Y(t)$, для іншого сценарію $Y'(t)$ є в найкращому разі неефективним, а в гіршому – неприпустимим або навіть катастрофічним. Останнє пов'язане з тим, що в силу нелінійності нестационарних систем, і особливо наявності в них перемикальних функцій типу булевих змінних, у деяких ситуаціях система стає нестійкою, а її модель некоректною по Адамару. Це означає, зокрема, що невеликі зміни $Y(t)$ приводять до непропорційно великих змін вихідних змінних. У результаті можуть виникнути катастрофічні наслідки, які для соціально-економічних систем можуть означати банкрутство, глибока фінансова криза, різкий стрибок цін або інфляції і т.д.

Разом із цим слід зазначити, що в силу таких особливостей соціально-економічних систем як консервативність, більша інерційність багатьох процесів, необоротність деяких процесів традиційні для технічних і технологічних систем методи оперативного регулювання і адаптивного управління виявляються неефективними.

Процедуру прийняття рішень у нестационарних системах пропонується структурувати на два етапи.

На першому етапі формується множина альтернативних виходів $X_k = \{x_{k_i}\}, i = \overline{1, n}$, відповідних до можливих сценаріїв поведінки зовнішнього середовища $y_i(t), t \in [t_0, t_k], i = \overline{1, n}$, де t_0, t_k – відповідно початковий і кінцевий моменти інтервалу планування. Для рішення цієї

задачі необхідна математична модель, яка повинна містити в собі досить адекватну імітаційну модель, що дозволяє отримувати відповіді на запитання типу "що буде якщо ...". При цьому, будемо вважати, що цільова настанова на момент прийняття рішення t_0 є стабільною (незмінною). Це дозволяє сформулювати відповідну цільову функцію, яка екстремізується шляхом вибору значень керованих змінних x . Таким чином, для кожного конкретного сценарію $Y_i(t)$ на момент t_k буде отриманий стан x_{k_i} , що екстремізує цільову функцію системи. У результаті буде визначена множина можливих станів системи $X_k = \{x_{k_i}\}, i = \overline{1, n}$.

Задача другого етапу полягає у виборі на основі аналізу множини можливих станів X_k стратегії поведінки системи в $x(t_0)$, тобто в момент t_0 . При цьому передбачається, що на інтервалі часу $t \in [t_0, t_k]$ зміна початкового рішення $x(t_0)$ неможлива. Наприклад, у момент t_0 приймається рішення про конверсію або модернізацію деякого підприємства. Це пов'язано з прийняттям рішення про номенклатуру і об'єми майбутнього виробництва, визначенні потужності і типу устаткування, його постачальників, джерел ресурсів і т.д. Ці рішення приймаються на основі аналізу оцінок місткості ринку, цін на продукцію, обладнання і ресурси, податків, процентних ставок на кредити і т.д.

У процесі реалізації проекту, коли багато рішень уже необоротні (наприклад, замовлене і сплачене обладнання) змінюються по різних причинах попит, ціни, ставки податків, курси валют і т.д. Задача полягає в тому, щоб у момент t_0 прийняти ефективний рішення.

Розглянемо більш докладно і формалізуємо виділені етапи прийняття рішень у нестационарних умовах.

1.3.2.1 Математична модель і алгоритми формування множини альтернатив. Метою справжнього етапу є формування аналога матриці платежів, яка використовується в якості вихідної інформації при прийнятті рішень в умовах ризику і невизначеності традиційними методами. Для цього

необхідно:

- сформулювати оптимальні опорні рішення;
- оцінити їхню чутливість і ефективність в умовах варіацій сценаріїв поведінки зовнішнього середовища.

Формування множини опорних рішень.

Припускаємо, що для розглянутої системи відома оптимізаційна модель виду (1.104), яку для зручності подальшого аналізу з урахуванням (1.103) представимо в такий спосіб:

$$\begin{aligned} x^0 = \arg \underset{x}{extr} F[a_i, k_i^H(x), Y, t], x \in R^N, Y \in R^N \\ h_s(x, q_h, Y, t) \leq 0, s = \overline{1, S}; \\ g_l(x, q_g, Y, t) = 0, l = \overline{1, L}. \end{aligned} \quad (1.105)$$

Цільова настанова на момент прийняття рішення t_0 є незмінною і не залежить від сценарію поведінки зовнішнього середовища $Y(t)$. Це означає, що перелік керованих змінних x , структура цільової функції (оператор F) і склад часткових критеріїв $k_i^H(x)$, $i = \overline{1, n}$ залишаються стабільними. У цьому випадку $Y(t)$ впливає на кількісні значення вагових коефіцієнтів важливості часткових критеріїв a_i , структуру і параметри моделей обчислення часткових критеріїв $k_i^H(x)$, тобто

$$a_i = f_a[Y(t)]; \quad k_i(x) = f_k(x, Y, t). \quad (1.106)$$

Що стосується обмежень, то залежно від зовнішнього середовища можуть змінюватися структура обмежень, тобто вид операторів h_s, g_l , кількість обмежень, тобто S та L , і значення параметрів q_h, q_g .

Розглянемо без втрати спільності найпростіший приклад. Припустимо, що модель (1.105) є лінійною моделлю планування виробничої програми. Тоді цільова функція представляє собою прибуток; $a_i, i = \overline{1, n}$, – нормовані

доходи від виробництва i -го типу продукції; $k_i^H(x)$ – обсяги виробництва i -го типу продукції. Обмеження відображають виробничі ресурси, кон'юнктуру ринку, наприклад попит на продукцію, і т.д. Аналіз проводиться в умовах нестабільного попиту, цін і лімітів на вихідні ресурси: орендну плату, енергоносії і т.д. У цьому випадку сценарії поведінки зовнішнього середовища $Y(t)$ представляють собою різні варіанти рівня попиту на продукцію, цін, платежів, лімітів на зовнішні ресурси, що приводить до зміни значень a_i , вільних членів обмежень, що визначають попит, чисельних параметрів обмежень, появи нових обмежень по лімітуємым ресурсам.

Наявність моделі системи (1.105) дозволяє визначити для кожного конкретного сценарію поведінки зовнішнього середовища $Y_j(t)$, $j = \overline{1, m}$, що відповідає йому оптимальне рішення x_j^0 , яке надалі будемо називати опорним. Відзначимо, що в окремому випадку $Y(t)$ може не залежати від часу на інтервалі $t \in [t_0, t_k]$, а бути постійним, наприклад $Y(t) = Y(t_0)$.

Таким чином, визначення множини опорних рішень x_j , $j = \overline{1, m}$, пов'язане з формуванням вихідних сценаріїв поведінки зовнішнього середовища $Y_j(t)$. Можливі два підходи до рішення цієї задачі:

- евристичний,
- формальний.

У першому випадку можливі конкретні сценарії поведінки зовнішнього середовища, їх кількість і параметри формуються експертами-аналітиками на інтуїтивному рівні, що не виключає використання на різних етапах попереднього аналізу формальних процедур. Другий підхід орієнтований на створення деяких більш-менш глибоко формалізованих процедур формування сценаріїв $Y_j(t)$. Розглянемо більш докладно цей підхід.

Як ми вже відзначали, зовнішнє середовище є не повністю керованим і контрольованим навіть із позиції метасистеми, наприклад держави в цілому.

Тому стосовно будь-якої локальної системи вона може розглядатися як середовище з випадковими характеристиками. Будемо вважатися, що виконуються наступні досить природні гіпотези.

1. Зовнішнє середовище характеризується багатомірною змінною $Y = \{y_m\}, m = \overline{1, M}$, де кількість M і функціональний зміст змінної індивідуальні для кожної конкретної системи і задачі.

2. Компоненти y_m змінної Y є взаємно незалежними. Очевидно, що існують групи залежних змінних. Так, у розглянутому вище прикладі планування виробництва зміна ціни продукції тягне зміну попиту і навпаки. У кожній такій групі виділяється базова змінна, але базові змінні вважаються незалежними.

3. Компоненти y_m змінної Y можуть бути:

- випадковими подіями;
- випадковими величинами;
- випадковими функціями;
- детермінованими змінними.

У загальному випадку Y є конкретною композицією зазначених типів змінних.

Крім того, вважаємо, що для кожної з компонентів випадкової змінної Y з більшою або меншою визначеністю відома інформація про статистичні параметри, наприклад, таких, як імовірність появи випадкової події, закон розподілу ймовірностей, математичне очікування, дисперсія і т.д. Для кожного конкретного компонента зазначена інформація може бути:

- задана точно;
- задана приблизно у вигляді інтервалів можливих значень або за допомогою лінгвістичних змінних (нечітких множин);
- невідома.

Для цих умов необхідно розробити алгоритм формування змінною $Y(t)$, що описує поведінку зовнішнього середовища.

У результаті реалізації попереднього етапу будуть визначені кілька опорних рішень x^0 . Кожне з них оптимально в рамках коректності моделей (1.105) і конкретного сценарію $Y(t)$. Для простоти подальшого аналізу, але без втрати спільності, розглянемо одне опорне рішення x^0 . Воно отримане для конкретної реалізації сценарію зміни характеристик зовнішнього середовища $Y_0(t)$ і визначається значеннями керованих змінних $x^0 = \{x_v\}, v = \overline{1, N}$, які на інтервалі прийняття рішення $t \in [t_0, t_k]$ по визначенню залишаються незмінними. У силу зазначеної вище нестабільності зовнішнього середовища реальний сценарій її зміни $Y_k(t)$ буде відрізнятися від $Y_0(t)$, тому рішення x^0 для умов $Y_k(t)$ є неоптимальним. Необхідно визначити якісні і кількісні наслідки (необов'язково негативні) такої не оптимальності. Для цього необхідно синтезувати математичну модель оцінки цих наслідків.

Варіації сценарію $Y(t)$ можуть мати наступні формальні наслідки:

зміна параметрів (кількісних характеристик) цільового функціонала без зміни обмежень, що визначають область припустимих значень керованих змінних;

трансформація обмежень при незмінному цільовому функціоналі;

одночасна зміна цільового функціонала і обмежень.

Розглянемо математичні моделі оцінки наслідків варіацій $Y(t)$ у кожному з виділених випадків.

Оцінка наслідків зміни цільової функції.

У загальному виді, як витікає з (1.107), цільову функцію в розглянутому випадку можна представити у вигляді

$$P = F[a_i, k_i(x), Y, t], x \in E_N, Y \in E_M, \quad (1.107)$$

де a_i – кількісні параметри функції; $k_i(x) = f_i(x)$ – часткові критерії, $i = \overline{1, n}$.

Цільова настанова на момент прийняття рішень залишається

незмінною, тому будемо вважати, що оператор F не залежить від $Y(t)$, а зовнішнє середовище може частково або повністю змінювати кількісні характеристики $a_i, i = \overline{1, n}$, і вид операторів формування часткових критеріїв $f_i(x)$. При цьому значення керованих змінних залишаються у всіх випадках незмінними: $x = x^0$, тобто відповідними до сценарію $Y(t)$. Наприклад, цільова функція представляє собою прибуток підприємства і дорівнює

$$P = \sum_{i=1}^n a_i x_i, \quad (1.108)$$

де a_i – нормативний прибуток при виробництві і реалізації одиниці i -го продукту;

$x = \{x_i\}, i = \overline{1, n}$, – керована змінна, що визначає номенклатуру і об'єми продукції, яка випускається.

У свою чергу, коефіцієнти a_i залежать від собівартості і відпускної ціни продукції і їх можна інтерпретувати як часткові критерії k_1 і k_2 відповідно. Поряд з іншими факторами значення k_1 і k_2 у визначальному ступені залежать від таких параметрів зовнішнього середовища як кон'юнктура ринку, ставки податків, вартість первинних ресурсів і т.д. Таким чином, в остаточному підсумку, функцію мети (1.108) можна записати у вигляді

$$P = \sum_{i=1}^n a_i(Y) x_i. \quad (1.109)$$

Позначимо через x^0 оптимальне рішення, отримане з урахуванням обмежень. У загальному випадку цільова функція має вигляд моделі (1.105) для конкретного сценарію зовнішніх умов $Y_0(t)$. Значення цільової функції (1.109) у цьому випадку дорівнює

$$P^o = \sum_{i=1}^n a_i(Y_o) x_i^o, \quad (1.110)$$

а для будь-якої іншої конкретної реалізації сценарію зміни параметрів зовнішнього середовища $Y_j(t)$, $j = \overline{1, m}$, маємо

$$P_j = \sum_{i=1}^n a_i(Y_j) x_i^o. \quad (1.111)$$

Оцінка наслідків зміни параметрів зовнішнього середовища в даному прикладі дорівнює

$$\Delta P_j = \sum_{i=1}^n a_i(Y_o) x_i^o - \sum_{i=1}^n a_i(Y_j) x_i^o. \quad (1.112)$$

$$P = F(x, Y), \quad (1.113)$$

її оптимальне значення для $Y(t)$ представимо як

$$P = F[x^o, Y_o(t)], \quad (1.114)$$

а оцінка наслідків зміни сценарію розвитку зовнішнього середовища щодо опорного рішення x^o визначиться вираженням

$$\Delta P_j = P^o - F[x^o, Y_j(t)], \quad j = \overline{1, m}. \quad (1.115)$$

Відзначимо, що ΔP_j може приймати як позитивне, так і негативне значення.

Конструктивна реалізація оцінок (1.115) пов'язана із синтезом конкретних моделей, що описують взаємозв'язок a_i і $k_i(x)$ зі змінними Y (1.106). Питання синтезу таких моделей у даній роботі не розглядаються,

тому що вимагають глибокого вивчення предметної області, особливостей функціонування і т.д. Надалі вважають, що такі моделі є заданими, тому що неможливо дати загальних рекомендацій з їхнього синтезу.

Модель визначення наслідків зміни обмежень. У цьому випадку вважаємо, що цільова функція (1.107) є стабільною, тобто не залежить від варіацій вектора зовнішніх умов $Y(t)$, але останній визначає зміни обмежень у моделі (1.105). У результаті може змінитися вид операторів обмежень нерівностей $h_s, s = \overline{1, S}$, рівностей $g_l, l = \overline{1, L}$, їхні чисельні параметри q_h, q_g і навіть кількість обмежень S і L . Таким чином,

$$h_s = f_s(Y); \quad g_l = f_l(Y); \quad (1.116)$$

$$q_h = f_h(Y); \quad q_g = f_g(Y); \quad (1.117)$$

$$S = f_1(Y); \quad L = f_2(Y). \quad (1.118)$$

При цьому, як і раніше вважаємо, що математичні моделі (1.116) – (1.118) відомі.

У цілому з моделей (1.116) – (1.118) витікає, що зміни вектора зовнішніх умов Y призводить до деформації області припустимих рішень X ,

$$X = \Theta[Y], \quad (1.119)$$

у той час як опорне рішення x^0 по визначенню залишається незмінним. У результаті можуть виникнути дві ситуації:

$$x^0 \in X(Y); \quad x^0 \notin X(Y). \quad (1.120)$$

У першому випадку опорне рішення x^0 задовольняє усім новим обмеженням і система не несе прямих втрат. Можна говорити тільки про упущені можливості, тому що опорне рішення у загальному випадку не

оптимально в нових умовах. Наприклад, збільшення попиту на продукцію відкриває можливості збільшення прибутки, але на даному етапі прийняття рішення вона не буде реалізована.

Друга ситуація означає, що опорне рішення не належить новій припустимій області, тобто не задовольняє усім або частині обмежень. Це призводить до прямих втрат системи. Наприклад, скорочення попиту на продукцію приводить до втрат через заморожування обігових коштів, за рахунок додаткових витрат на зберігання надлишкової продукції і т.д. Поява нових або жорсткість існуючих лімітуючих обмежень на дефіцитні зовнішні ресурси приводить до необхідності скорочення виробництва або сплаті штрафу за їхню перевитрату. Величина сумарних втрат за рахунок порушення обмежень рівностей визначається вираженням

$$\Delta P_g = \sum_{l=1}^{L(Y)} H_l |g_l(x^\circ, Y)|, \quad (1.121)$$

де H_l – оператор (лінійний або нелінійний) штрафу за порушення l -го обмеження; $L(Y)$ – число обмежень рівностей залежно від конкретної реалізації Y . Модуль у формулі прийнятий тому, що будь-яке порушення обмеження рівності незалежно від його знака приводить до негативних наслідків.

На відміну від (1.121) сумарні втрати за рахунок порушення обмежень нерівностей рівні

$$\Delta P_h = \sum_{s=1}^{S(Y)} \delta_s [H_s h_s(x^\circ, Y)], \quad (1.122)$$

де H_s – оператор штрафу за порушення s -го обмеження; $S(Y)$ – кількість обмежень нерівностей залежно від Y ;

$$\delta_s = \begin{cases} 0, & s\text{- нерівність задовольняється;} \\ 1 & \text{в іншому випадку.} \end{cases} \quad (1.123)$$

Нарешті, загальні втрати при порушенні обмежень за рахунок зміни сценарію поведінки зовнішнього середовища $Y(t)$ визначаються вираженням

$$\Delta P_Y = \sum_{l=1}^{L(Y)} H_l |g_l(x^o, Y)| + \sum_{s=1}^{S(Y)} \delta_s [H_s h_s(x^o, Y)]. \quad (1.124)$$

Відзначимо, що ці втрати завжди не позитивні, тобто

$$\Delta P_Y \leq 0. \quad (1.125)$$

Оцінка комплексних наслідків зміни вектора Y .

У багатьох випадках зміна вектора Y або деяких його компонент приводить до комплексних наслідків, тобто до одночасної зміни функції мети і обмежень. Наприклад, зміна попиту на продукцію, що формалізується як обмеження, приводить не тільки до описаних вище наслідків, але і до зміни цільової функції за рахунок зменшення ціни реалізації продукції. З урахуванням (1.115), (1.122) і (1.124) математична модель оцінки комплексних наслідків зміни сценарію поведінки зовнішнього середовища $Y_j(t)$ прийме вид

$$\Delta P_{kj} = F[x^o, Y_0(t)] - F[x^o, Y_j(t)] + \sum_{l=1}^{L(Y)} H_l |g_l(x^o, Y_j(t))| + \sum_{s=1}^{S(Y)} \delta_s [H_s h_s(x^o, Y_j(t))],$$

$$\delta_s = \begin{cases} 0, & \text{если } s\text{-е неравенство удовлетворяется;} \\ 1 & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (1.126)$$

значення ΔP_{kj} може бути як негативним, так і позитивним.

Припускаючи, що математична модель (1.126) визначена, на її підставі для кожного опорного рішення x^o можна обчислити оцінку наслідків зміни поведінки зовнішнього середовища для конкретних реалізацій вектора $Y_j(t)$.

Для того щоб різні опорні рішення можна було порівнювати між собою по ефективності і ступеню стійкості до варіацій характеристик зовнішнього середовища, доцільно аналізу всіх x^o проводити з урахуванням однакових значень $Y_j(t)$. Результати такого аналізу відображені в табл. 1.22.

Таблиця 1.22

Оцінка результатів зміни зовнішнього середовища

Опорні рішення x_j^o	Варіації зовнішніх умов			
	$Y_1(t)$	$Y_2(t)$	...	$Y_m(t)$
x_1^o	$P_{11}^o[x_1^o, Y_1(t)]$	$\Delta P_{12}[x_1^o, Y_2(t)]$	...	$\Delta P_{1m}[x_1^o, Y_m(t)]$
x_2^o	$\Delta P_{21}[x_2^o, Y_1(t)]$	$P_{22}^o[x_2^o, Y_2(t)]$	...	$\Delta P_{2m}[x_2^o, Y_m(t)]$
...	...	...	...	...
x_m^o	$\Delta P_{m1}[x_m^o, Y_1(t)]$	$\Delta P_{m2}[x_m^o, Y_2(t)]$	...	$P_{mm}^o[x_m^o, Y_m(t)]$

У цій таблиці по діагоналі записані значення функції мети для кожного з опорних рішень x_j^o , що відповідають реалізації зовнішніх умов $Y_j(t)$, а всі інші елементи кожного рядка є оцінками наслідків варіацій $Y_j(t)$, $j = \overline{1, m}$.

Таблиця 1.22 аналогічна за формою і змістом матриці платежів, яка використовується при прийнятті рішень в умовах ризику та невизначеності.

Ця таблиця є вихідною інформацією для прийняття ефективного рішення.

У розглянутому ілюстративному прикладі цільова функція є частковим випадком багатofакторної оцінки, оскільки має вартісну розмірність, як і всі її компоненти. Тому не виникає проблеми багатofакторного оцінювання.

У загальному випадку кінцева ефективність може характеризуватися набором різнорідних суперечливих факторів (часткових критеріїв). У цьому

випадку необхідно для оцінки узагальненого ефекту (цільової функції) скористатися (залежно від конкретної ситуації) однією з метрик багатофакторного оцінювання, описаних у підрозділі 1.2. Для кожної з них, описані вище, моделі залишаються справедливими.

1.3.3. Методи та моделі прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності

Існує велика кількість моделей прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності, які, з одного боку, орієнтовані на облік як об'єктивних особливостей ситуації прийняття рішень, таких як розмірність задачі, ступінь і форма невизначеності представлення вихідної інформації і т.д., так і суб'єктивних переваг ОПР, змушеного тим або іншим способом відшкодовувати відсутню об'єктивну інформацію.

Однак, незважаючи на ці відмінності, можна сформулювати узагальнену постановку задачі прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності.

Будемо вважати, що множина станів зовнішнього середовища Y задана явно, а стохастична невизначеність проявляється у випадковій реалізації станів $y = Y$, які не залежать від вибору альтернативи $x \in X$. Стохастична невизначеність описується щільністю розподілу ймовірності $p(y)$.

Для наочності, але без втрати спільності, надалі будемо вважати, що множини X і Y є рахунковими, тобто $X = \{x_i\}, i = 1, n$; $Y = \{y_j\}, j = 1, m$. Тоді при виборі конкретного рішення $x_i \in X$ і випадкової реалізації одного з можливих станів зовнішнього середовища $y_j \in Y, j = \overline{1, m}$, ефективність рішення $E(x, s)$ характеризується двома частковими критеріями: оцінкою очікуваного ефекту $f(x_i, y_j)$ та ймовірністю його реалізації $p(y_j), j = \overline{1, m}$ тобто

$$E(x_j) = \Phi[f(x_i, y_j), p(y_j)]. \quad (1.127)$$

Комбінаторна множина значень зазначених часткових критеріїв утворює множину можливих рішень, які наочно можуть бути представлені у вигляді таблиці 1.23, відомої як матриця платежів. Ціль задачі прийняття рішення полягає в максимізації ефекту

$$x_1^o = \arg \max_{x_i \in X, p(y_j)} \Phi_1[f(x_i, y_j), p(y_j)]. \quad (1.128)$$

Таблиця 1.23

Множина можливих рішень				
Імовірності Рішення	$p(y_1)$	$p(y_2)$	...	$p(y_m)$
x_1	$f(x_1, y_1)$	$f(x_1, y_2)$	...	$f(x_1, y_m)$
x_2	$f(x_2, y_1)$	$f(x_2, y_2)$	...	$f(x_2, y_m)$
...	...	...	...	...
x_n	$f(x_n, y_1)$	$f(x_n, y_2)$	...	$f(x_n, y_m)$

У якості альтернативної оцінки ефективності прийнятого рішення можна використовувати так званий «ризик» $r(x_i, y_j)$, який характеризує упущений ефект. Ризик представляє собою різницю між максимально можливим потенційним ефектом, який можна було б отримати в умовах повної визначеності про стан зовнішнього середовища, і дійсним ефектом:

$$r(x_i, y_j) = \max_i f(x_i, y_j) - f(x_i, y_j). \quad (1.129)$$

У цьому випадку ціль задачі прийняття рішень полягає в мінімізації ризику, тобто

$$x_2^o = \arg \max_{x_i \in X, p(y_j)} \Phi_2[r(x_i, y_j), p(y_j)]. \quad (1.130)$$

Незалежно від виду оцінки (1.127) або (1.130) для конструктивного рішення задачі прийняття рішення необхідно сформулювати узагальнений критерій вибору, враховуючий два зазначених вище часткових критерія. Це суб'єктивна процедура, реалізована ОПР.

Критерій максимального математичного очікування (Байєса-Лапласа). Критерій орієнтований на максимізацію математичного очікування ефекту або мінімізацію математичного очікування ризику і відповідно має для дискретного випадку вид

$$x_1^o = \arg \max_{x \in X} \sum_{j=1}^m f(x_i, y_j) \cdot p(y_j), \quad (1.131)$$

$$x_2^o = \arg \min_{x \in X} \sum_{j=1}^m r(x_i, y_j) \cdot p(y_j). \quad (1.132)$$

У випадку, якщо множина Y безперервна, формули (1.131) і (1.132) приймуть відповідно вид

$$x_1^o = \arg \max_{x \in X} \int_{y \in Y} f(x_i, y) p(y) dy, \quad (1.133)$$

$$x_2^o = \arg \min_{x \in X} \int_{y \in Y} f(x_i, y) p(y) dy. \quad (1.134)$$

Слід підкреслити, що в силу особливості математичного очікування, яке є середнім значенням багаторазово повторюваної випадкової величини, рішення x_1^o і x_2^o є ефективними в середньому по множині багаторазового застосування в однорідних стохастичних умовах і не придатні для рішень, які приймаються та використовуються один раз. У цьому випадку ефект або ризик можуть прийняти будь-яке значення з інтервалу

$$[M(E) \pm 3\sigma(E)] \text{ или } [M(r) \pm 3\sigma(r)], \quad (1.135)$$

де $\sigma = \sqrt{D}$.

Вимога багаторазової реалізації прийнятого рішення дозволяє трохи зм'якшити критерій мінімальної дисперсії.

Критерій мінімальної дисперсії орієнтований на вибір такого рішення із припустимої множини X , яка мінімізує величину інтервалів (1.135), а, отже, знижує ризик отримання невисокого виграшу при реалізації конкретного одиничного рішення за рахунок його відхилення від математичного очікування. Оптимальними за цим критерієм приймаються рішення

$$x^o = \arg \max_{x \in X} \int_{y \in Y} [f(x, y) - M(x)]^2 p(y) dy, \quad (1.136)$$

$$x^o = \arg \min_{x \in X} \sum_{j=1}^m [f(x_i, y_j) - M(x_i)]^2 p(y_j) \quad (1.137)$$

відповідно для безперервного і дискретного випадків.

Критерій компромісу між математичним очікуванням і дисперсією.

Це адаптивний критерій, який дозволяє користувачу і реалізувати рішення, що представляє компроміс між очікуванням сприятливого стану зовнішнього середовища (оптимізмом) і страхом отримати більші втрати (ризик) за рахунок несприятливого стану Y_j (песимізмом). Критерій має вигляд

$$x^o = \arg \max_{x \in X} p[(1-k)M(x) - kD(x)], \quad (1.138)$$

де $0 \leq k \leq 1$; а $M(x)$ й $D(x)$ визначаються відповідно формулами (1.131) і (1.137). При $k = 0$ реалізується критерій максимуму математичного очікування (1.131), а при $k = 1$ – критерій мінімуму дисперсії (1.137). В усіх

інших випадках реалізується компромісне рішення.

Критерій граничного рівня орієнтований на максимізацію ймовірності отриманого деякого ефекту f^* , що лежить в інтервалі

$$\min_{x \in X, y \in Y} f(x, y) \leq f^* \leq \max_{x \in X, y \in Y} f(x, y), \quad (1.139)$$

тобто вибір альтернативи за критерієм

$$x^o = \arg \max_{x \in X} P[f(x, y) \geq f], \quad (1.140)$$

при цьому значення f^* призначається евристично користувачем.

Критерій найбільш імовірного результату забезпечує вибір такого рішення $x \in X$, який забезпечує максимальний очікуваний ефект при найбільш імовірному стані зовнішнього середовища y^* .

$$y^* = \arg \max_j p(y_j). \quad (1.141)$$

Вибір рішення здійснюється за правилом

$$x^o = \arg \max_{x_i \in X} f(x_i, y^*). \quad (1.142)$$

Цей критерій не доцільно застосовувати, якщо зовнішнє середовище може приймати багато станів з невеликими ймовірностями, а також, якщо кілька станів мають рівні або близькі ймовірності реалізації.

Вибір конкретного виду критерію вибору точкового рішення з інтервалу можливих значень здійснюється ОПР і тому рішення завжди носять суб'єктивних характер.

1.4 Методи, моделі та інструментальні засоби прийняття рішень в умовах нечіткої невизначеності

1.4.1. Представлення невизначеності у вигляді нечітких множин

При вирішенні проблем користувачі часто зустрічаються із множиною джерел невизначеності використовуваної інформації, але в більшості випадків їх можна розділити на дві групи: недостатньо повне знання предметної області і недостатня інформація про конкретну ситуацію.

Теорія предметної області (тобто знання про цю область) може бути неясною або неповною: у ній можуть використовуватися недостатньо чітко сформульовані концепції або недостатньо вивчені явища.

Як показано у підрозділі 1.3, у цей час для прийняття рішень в умовах невизначеності широко використовується статистичне (імовірнісне) представлення невизначеностей.

Більшість дослідників, що займаються проблемами штучного інтелекту, до якого безсумнівно належить теорія прийняття рішень, прийшли до єдиної думки, що альтернативні методи повинні відігравати важливу роль у розробці експертних систем. Багато дослідників згодні із твердженням, що теорія імовірності не являється адекватним інструментом для вирішення задач подання невизначеності знань і даних. Висуваються наступні аргументи на користь цієї думки:

теорія імовірності не дає відповіді на запитання, як комбінувати ймовірності з кількісними даними;

призначення ймовірності певним подіям вимагає інформації, якою ми в багатьох випадках просто не володіємо;

незрозуміло, як кількісно оцінювати такі поняття, що часто зустрічаються на практиці, як "у більшості випадків", "у виняткових випадках", або такі приблизні оцінки, як "приблизно" або "близько";

застосування теорії ймовірності вимагає "занадто багато чисел", що змушує інженерів давати точні оцінки тим параметрам, які вони не можуть оцінити;

оновлення ймовірнісних оцінок обходиться дуже дорого, оскільки вимагає великого обсягу експериментальних даних, отримання яких вимагає великих витрат часових, матеріальних і обчислювальних ресурсів.

Всі ці міркування породили новий формальний апарат для роботи з невизначеностями, який отримав назву нечіткі множини (fuzzy sets) або теорія функцій довіри (belief functions). Цей апарат широко використовується при вирішенні задач штучного інтелекту.

При лінгвістичній невизначеності змінні задаються за допомогою лінгвістичних змінних типу « a знаходиться приблизно в інтервалі від b до c ». Це означає, що корисність кожного з альтернативних рішень $x \in X$ є нечіткою інтервальною величиною.

З урахуванням сказаного, для вирішення задачі вибору ефективності рішення в умовах невизначеності необхідно:

- розробити метод обчислення фазифіцикованих інтервальних значень корисності альтернативних рішень;
- визначити правило ранжирування нечітких інтервальних величин;
- обґрунтувати правило дефазифікації і визначення ефективного точкового рішення.

Методи, моделі та інструментальні засоби вирішення цих задач розглянуті в даному підрозділі.

1.4.2. Завдання функції належності і вибір типу нечітких множин

У цей час математичний апарат нечітких множин широко застосовується в системах прийняття рішень (ПР) в умовах нечіткої вихідної інформації.

Математична теорія нечітких множин дозволяє формалізувати нечіткі поняття і знання, оперувати цими знаннями і здійснювати нечіткі висновки.

Однак для використання в моделях прийняття рішень інформації, формалізованої на основі теорії нечітких множин, необхідні процедури побудови відповідних функцій належності. Побудова останніх є важливим компонентом у формалізації задач прийняття рішень. Від того, наскільки адекватно побудована функція відображає знання експерта або експертів, багато в чому залежить якість прийнятих рішень.

Виходячи із цього, для обробки і представлення експертної інформації необхідно використовувати спеціальні методи теорії нечітких множин і нечіткої логіки. Для забезпечення обґрунтованого вибору конкретного методу (групи методів), що адекватно представляють формалізуючу задачу прийняття рішень, необхідно здійснити їхній порівняльний аналіз. Побудова функцій належності і логіко-лінгвістичних шкал можливий різними способами, вибір яких залежить від виду задачі прийняття рішення. До таких способів відносять дві групи методів побудови функцій належності: прямі і непрямі методи (рис. 1.32).

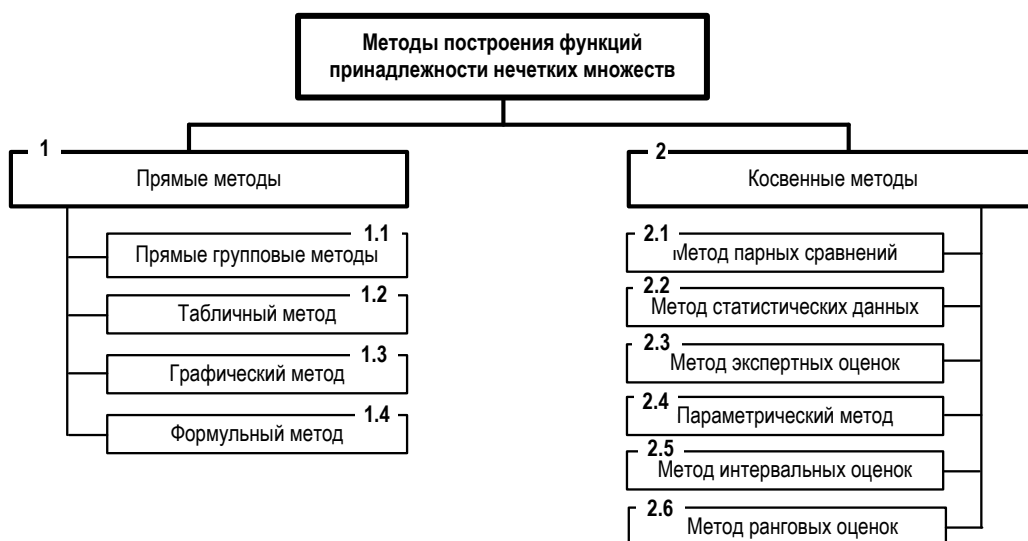


Рисунок 1.32 – Класифікація методів побудови функцій належності нечітких множин

Прямі методи характеризуються тим, що експерт безпосередньо задає правила визначення значень функції належності $\mu_A(x_1)$, що характеризує елемент x . Ці значення узгодяться з його перевагами на множині елементів X у такий спосіб:

1) для будь-яких $x_1, x_2 \in X$, $\mu_A(x_1) < \mu_A(x_2)$ тоді і тільки тоді, коли x_2 переважніше x_1 , тобто більшою мірою характеризується властивістю A ;

2) для будь-яких $x_1, x_2 \in X$, $\mu_A(x_1) = \mu_A(x_2)$ тоді і тільки тоді, коли x_1 і x_2 нерозрізнені щодо властивості A .

Як правило, прямі методи завдання функції належності використовуються для вимірних понять, таких як швидкість, час, відстань, тиск, температура і т.д., або коли виділяються полярні значення.

Різновидами прямих методів є прямі групові методи, коли, наприклад, групі експертів пред'являють конкретний об'єкт, і кожен повинен дати один із двох відповідей: належить чи ні, цей об'єкт до заданої множини. Тоді число позитивних відповідей, поділене на загальне число експертів, дає значення функції належності об'єкта до даної нечіткої множини.

Прямими методами є також безпосереднє завдання функції приналежності таблицею, графіком або формулою.

З аналізу результатів досліджень і вирішення практичних задач, пов'язаних з необхідністю обробляти інформацію, відомо, що прямі методи переважно використовуються в якості допоміжних, тому що характеризуються великою часткою суб'єктивізму. Як правило, прямі методи використовуються для опису понять, які характеризуються вимірними ознаками (висотою, зростом, масою, об'ємом).

Непрямі методи побудови значень функції приналежності використовуються у випадках, коли немає елементарних вимірних властивостей, які визначають нечіткі множини.

Ступінь належності елементів множині визначається за допомогою парних порівнянь. Для порівняння елементів використовуються оцінки, наведені в таблиці 1.24.

Таблиця 1.24 – Шкала для визначення матриці судження

Оцінка важливості	Якісна оцінка	Примітка
1	Однакова значимість	За даним критерієм альтернативи мають однаковий ранг

3	Слабка перевага	Міркування про перевагу однієї альтернативи перед іншою малопереконливою
5	Сильна (або суттєва) перевага	Є надійні докази суттєвої переваги однієї альтернативи
7	Очевидна перевага	Існують переконливі свідчення на користь однієї альтернативи
9	Абсолютна перевага	Свідectво на користь переваги однієї альтернативи перед іншою найвищою мірою переконливо
2, 4, 6, 8	Проміжні значення між сусідніми оцінками	Використовуються, коли необхідний компроміс

Незважаючи на різноманітність прямих і непрямих методів формування функцій приналежності нечітким множинам усі вони ґрунтуються на прагненні формалізувати суб'єктивні експертні оцінки. Функції приналежності нечітким множинам відображає суб'єктивну, індивідуальну або групову думку (відчуття) про ступінь істинності деякого лінгвістичного ствердження (тип – малий, середній, великий, ...) для деякого значення конкретного параметра. Тому всі спроби побудови «точної» функції приналежності принципово безперспективні, так «об'єктивно точної» форми, незалежної від суб'єктивної думки експерта, просто не існує. Разом із цим, різні форми функцій належності відрізняються компактністю на 4-6 % і в більшості випадків мало впливають на остаточне рішення. Тому доцільно не витратити додаткових зусиль на «data mining» суб'єктивних даних, а приймати трикутні або трапеціодальні форми функцій належності.

Теорія нечітких множин оперує наступними поняттями: нечітке відношення, нечіткі числа, нечіткі міри та інтеграли, нечітка логіка і наближені міркування, нечіткі алгоритми.

Нечіткі відношення використовуються при якісному аналізі взаємозв'язків між об'єктами системи, коли взаємозв'язки носять дихотомічний характер і можуть бути проінтерпретовані в термінах «зв'язок присутній», «зв'язок відсутній», або коли методи кількісного аналізу взаємозв'язків за якимись причинами незастосовні, і взаємозв'язки штучно приводяться до дихотомічного виду.

Нечіткі міри та інтеграли припускають ймовірнісну інтерпретацію оброблюваних даних і отриманих статистичних висновків.

У нечіткій логіці істинне значення висловлення або формули може приймати довільне значення з відрізка $[0,1]$. Також відбувається узагальнення

добре відомої для булевих функцій задачі їх канонічного та мінімального подання в класі диз'юнктивних і кон'юнктивних нормальних форм.

Під наближеним міркуванням розуміється процес, при якому з нечітких посилок утворюються деякі наслідки, можливо, теж нечіткі.

Нечіткий алгоритм визначається впорядкованою множиною нечітких інструкцій (нечітких висловлень), що містять поняття, обумовлених нечіткими множинами.

Усі вище перелічені поняття (крім нечітких чисел) якоюсь мірою в процесі роботи втрачають частину інформації про невизначеність даних, а нечіткі числа дозволяють побудувати математичні моделі з використанням лінгвістичних змінних і звичайних арифметичних операцій, що дозволяє використовувати традиційні методи теорії управління для аналізу нечітких систем без втрати інформації.

Як згадувалося раніше, нечіткі числа є математичною основою для побудови математичних моделей з використанням лінгвістичних змінних і звичайних арифметичних операцій.

Нечітким числом (НЧ) A називається нечітка підмножина числової осі R , що має функцію належності $\mu_A : R \rightarrow [0,1]$, де R - множина дійсних чисел, $F(R) = \{\mu \mid \mu : R \rightarrow [0,1]\}$ - множина всіх нечітких підмножин числової осі.

Нечітке число називається нормальним, якщо

$$\max_x \mu_A(x) = 1, \quad x \in R. \quad (1.143)$$

При вирішенні задач математичного моделювання нечітких систем можна використовувати нечіткі числа $(L - R)$ - типу, які припускають більш просту інтерпретацію розширених бінарних операцій. Нечіткі числа $(L - R)$ - типу – це різновид нечітких чисел спеціального виду, тобто, що задаються за визначеними правилами з метою зниження обсягу обчислень при операціях над ними.

НЧ $(L - R)$ - типу може бути задане за допомогою функції приналежності $(L - R)$ - типу, що задовольняє властивостям

1. $L(-x) = L(x), R(-x) = R(x),$
2. $L(0) = R(0) = 1,$

де L і R - незростаючі функції на множині ненегативних дійсних чисел.

Нехай $L(y)$ і $R(y)$ — функції $(L - R)$ -типу. Унімодальне нечітке число A з модою a (тобто $\mu_A(a) = 1$) задається за допомогою $L(y)$ і $R(y)$ у такий спосіб:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} L(\frac{a-x}{\alpha}), & \text{если } x \leq a; \\ R(\frac{x-a}{\beta}), & \text{если } x \geq a. \end{cases}$$

де a – мода; $\alpha > 0, \beta > 0$ – лівий і правий коефіцієнти нечіткості.

Таким чином, при заданих $L(y)$ і $R(y)$ нечітке число (унімодальне) задається трійкою $A = (a, \alpha, \beta)$.

Одним з найпоширеніших видів унімодальних нечітких чисел $(L - R)$ - типу є нечіткі трикутні числа. Трикутні числа формалізують висловлення типу "приблизно рівно a ". Нечіткі трикутні числа — це найбільше часто використовуваний тип нечітких чисел, причому найчастіше — у якості прогнозних значень параметра.

Нечіткі трикутні числа дозволяють досить точно формалізувати велику кількість ситуацій при прогнозуванні значень певних величин, коли статистичні методи не застосовні в даній ситуації і/або не потрібна велика точність. Нечіткі числа в цілому дозволяють оцінити значення величини або можливість визначеної події з кількісної точки зору.

Нечітким трикутним числом (рисунок 1.32) із центром $\alpha, \gamma > 0$ лівою шириною та $\delta > 0$ правою шириною називається нечітка множина, функція належності якого має вигляд:

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 - \frac{a-x}{\gamma}, & \text{если } a-\gamma \leq x; \\ 1 - \frac{x-a}{\delta}, & \text{если } a < x \leq a+\delta; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (1.144)$$

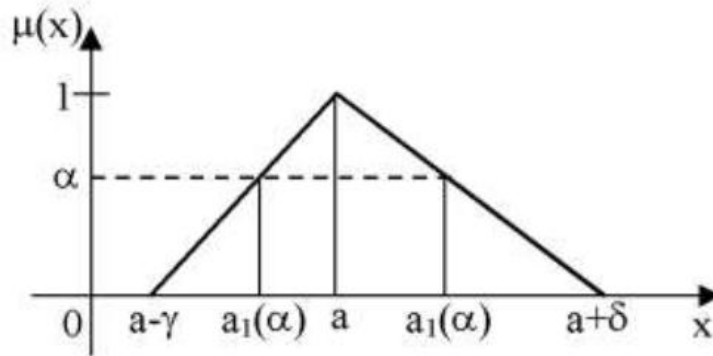
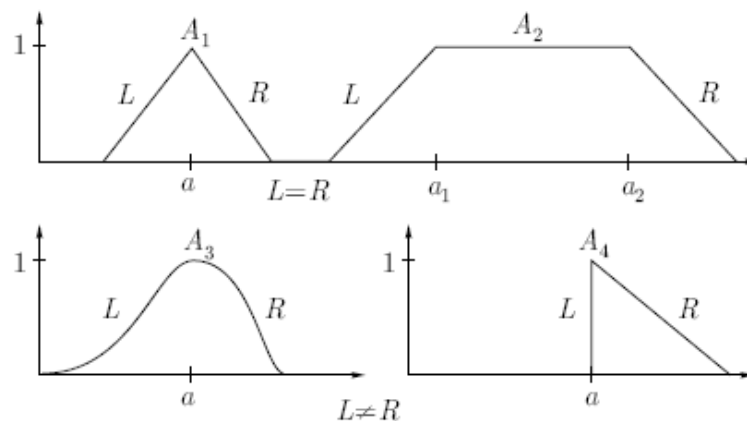


Рисунок 1.32 - Нечітке трикутне число

Толерантне нечітке число задається, відповідно, четвіркою параметрів $A = (a_1, a_2; \alpha, \beta)$, де a_1 й a_2 – межі толерантності, тобто в проміжку $[a_1, a_2]$ значення функції належності дорівнює 1.

Рисунок 1.33 – Приклади графіків функцій належності нечітких чисел $(L - R)$ -типу

1.4.3. Дефазифікація вагових коефіцієнтів заданих нечіткими числами

Для конструктивного рішення задачі багатокритеріальної оптимізації необхідно визначити чисельні значення вагових коефіцієнтів a_j . Ця задача

може бути вирішена двома способами: методом експертного оцінювання або методом компараторної ідентифікації. Однак в обох випадках можна визначити не точкову, а інтервальну оцінку значень a_j , $j = \overline{1, n}$. Це обумовлене тим, що обидва методи базуються на визначенні, хоча й різними способами, деякої обмеженої множини індивідуальних, суб'єктивних оцінок і наступній їхній обробці шляхом усереднення. Таким чином, вихідну інформацію можна представити у вигляді

$$a_j^{\min} \leq a_j \leq a_j^{\max}, \forall j = \overline{1, n}, \quad (1.145)$$

а точкову оцінку, як

$$a_j^{\text{cp}} = \frac{a_j^{\min} + a_j^{\max}}{2}; \forall j = \overline{1, n}. \quad (1.146)$$

При цьому в загальному випадку

$$\sum_{j=1}^n a_j^{\min} < 1, \sum_{j=1}^n a_j^{\max} > 1, \sum_{j=1}^n a_j^{\text{cp}} \neq 1. \quad (1.147)$$

Метою даного підрозділу є усунення виникаючої в процесі ідентифікації параметрів a_j , $j = \overline{1, n}$ інтервальної невизначеності, тобто детермінізація параметрів моделі багатокритеріального оцінювання.

Один з можливих підходів до рішення сформульованої задачі полягає в інтерпретації інтервалів (1.145), як нечітких множин.

Будемо вважати, що кортеж вагових коефіцієнтів $A = \langle a_j \rangle$, $j = \overline{1, n}$ заданий у вигляді інтервалів, на яких експертним шляхом визначені функції приналежності $\mu(a_j)$, $j = \overline{1, n}$. При цьому значення a_j^* відповідають функції приналежності $\mu(a_j^*) = 1$. Носієм кожної нечіткої оцінки a_j , $\forall j = \overline{1, n}$, є відповідний інтервал $[a_j^{\min}, a_j^{\max}]$, а a_j^* відповідає $\mu(a_j^*) = 1$. Для простоти, але без втрати спільності розглядаються функції приналежності трикутного виду.

Необхідно визначити детерміновані точкові значення a_j^D , при цьому повинна виконуватися умова

$$\sum_{j=1}^m a_j^D = 1. \quad (1.148)$$

Якщо $\sum_{j=1}^m a_j^* = 1$, то рішення задачі тривіально, тобто $a_j^D = a_j^*$. А якщо ні, то, тобто у випадку якщо $\sum_{j=1}^m a_j^* \neq 1$ необхідно визначити такий кортеж значень $A^D = \langle a_j^D \rangle$ для якого:

- 1) задовольняється умова $\sum_{j=1}^n a_j^* = 1$;
- 2) мінімізується відхилення

$$\Delta \mu_{\sum a_j} = \mu\left(\sum_{j=1}^n a_j^*\right) - \mu\left(\sum_{j=1}^n a_j^D\right) \quad (1.149)$$

або з урахуванням, що $\mu\left(\sum_{j=1}^n a_j^*\right) = 1$ максимізується $\mu\left(\sum_{j=1}^n a_j^D\right)$.

Тому що, по визначенню, значення функції приналежності суми нечітких чисел визначається мінімальним значенням μ_{a_j} на множині доданків, то очевидно, що умова (1.149) буде виконуватися при рівності всіх $\mu(a_j)$, $\forall j = \overline{1, n}$. Це означає, що в якості a_j^D , $\forall j = \overline{1, n}$, необхідно вибрати такі значення з інтервалу невизначеності, для яких

$$\mu(a_j^D) = \mu\left(\sum_{j=1}^n a_j^D = 1\right), \quad \forall j = \overline{1, n}. \quad (1.150)$$

Для трикутних функцій приналежності неважко отримати наступну формулу

$$a_j^D = a_j^* \pm [1 - \mu\left(\sum_{j=1}^n a_j^D = 1\right)] \cdot \frac{a_j^{\max} - a_j^{\min}}{2}. \quad (1.151)$$

Знак (+) відповідає, случаю, коли

$$\sum_{j=1}^n a_j^* < 1, \quad (1.152)$$

а (-) протилежному випадку. Формула досить добре апроксимує і нелінійні (колоколообразні, гаусові) функції приналежності.

Вихідні дані для розрахунків наведено в таблиці 1.25.

Таблиця 1.25 - Вихідні дані для формування рішення у випадку завдання вагових коефіцієнтів – нечіткими числами

Альтернативи	Значення часткових критеріїв			Значення вагових коефіцієнтів		
	k_1	k_2	k_3	a_1	a_2	a_3
x_1	0,45	0,7	0,52	(0,24;0,33;0,51)	(0,28;0,46;0,63)	(0,11;0,24;0,37)
x_2	0,28	0,5	0,47	(0,24;0,33;0,51)	(0,28;0,46;0,63)	(0,11;0,24;0,37)
x_3	0,3	0,6	0,53	(0,24;0,33;0,51)	(0,28;0,46;0,63)	(0,11;0,24;0,37)
x_4	0,39	0,59	0,24	(0,24;0,33;0,51)	(0,28;0,46;0,63)	(0,11;0,24;0,37)
x_5	0,48	0,34	0,65	(0,24;0,33;0,51)	(0,28;0,46;0,63)	(0,11;0,24;0,37)
x_6	0,25	0,58	0,39	(0,24;0,33;0,51)	(0,28;0,46;0,63)	(0,11;0,24;0,37)
x_7	0,48	0,67	0,32	(0,24;0,33;0,51)	(0,28;0,46;0,63)	(0,11;0,24;0,37)

Перевіряємо значення a_j при яких функція приналежності $\mu(a) = 1$.

$$0,33+0,46+0,24=1,03$$

тобто сума даних значень більше одиниці, значить потрібно промасштабувати вагові коефіцієнти по формулі (1.146). У результаті отримаємо наступні детерміновані значення коефіцієнтів a_j :

$$a_1^D = 0.320388 \quad a_2^D = 0.4466 \quad a_3^D = 0.23301$$

Визначимо величину відхилення детермінованих значень від еталонних по формулі:

$$\Delta a_j = a_j - a_j^D \quad (1.153)$$

У результаті отримаємо наступні значення:

$$\Delta a_1 = a_1^3 - a_1^D = 0.32 - 0.320388 = -0.000388$$

$$\Delta a_2 = a_2^3 - a_2^D = 0.45 - 0.4466 = 0.003$$

$$\Delta a_3 = a_3^3 - a_3^D = 0.23 - 0.23301 = -0.003.$$

Обчислюємо значення корисності альтернатив, які представлено в таблиці 1.26.

Таблиця 1.26 - Результати розрахунків корисності альтернатив для дефазифікованих вагових коефіцієнтів a_j

Альтернатива	$P(x)^*$
x_1	0,51184
x_2	0,27269
x_3	0,62524
x_4	0,58391
x_5	0,3777
x_6	0,54545
x_7	0,59307

Аналіз таблиці 1.26 показує, що екстремальною по корисності є альтернатива x_3 ($P(x_3) = (0.62524)$), а відношення порядку на множині X має вигляд

$$x_3 \succ x_7 \succ x_4 \succ x_6 \succ x_1 \succ x_5 \succ x_2 . \quad (1.154)$$

Знайдемо відхилення отриманих функцій корисності від «еталонних» по формулі

$$\Delta P(x) = P(x) - P(x)^* . \quad (1.155)$$

Значення	$\Delta P(x_1)$	$\Delta P(x_2)$	$\Delta P(x_3)$	$\Delta P(x_4)$	$\Delta P(x_5)$	$\Delta P(x_6)$	$\Delta P(x_7)$
	0,0025	-0,0021	0,0011	0,0032	-0,0032	0,0021	0,0032

Дані результати були отримані, коли значення вагових коефіцієнтів (функція приналежності $\mu(a) = 1$) були зрушені убік збільшення вихідних значень на 0,01, тобто симетрично і зміна в одну сторону (випадок №1).

Обчислимо функцію корисності при завданні вагових коефіцієнтів у вигляді нечітких чисел, тільки значення при яких функція приналежності $\mu(a) = 1$ будуть зрушені в різні сторони (вагові коефіцієнти a_1, a_3 - убік збільшення на 0,03, а вагові коефіцієнт a_2 - убік зменшення на 0,03) – випадок №2.

Вихідні дані для розрахунків наведено в таблиці 1.27. При цьому значення часткових критеріїв нормалізовані.

Таблиця 1.27 - Вихідні дані для формування рішення у випадку завдання вагових коефіцієнтів – нечіткими числами

Альтернативи	Значення часткових критеріїв			Значення вагових коефіцієнтів		
	k_1	k_2	k_3	a_1	a_2	a_3
x_1	0,45	0,7	0,52	(0,24;0,35;0,51)	(0,28;0,42;0,63)	(0,11;0,26;0,37)
x_2	0,28	0,5	0,47	(0,24;0,35;0,51)	(0,28;0,42;0,63)	(0,11;0,26;0,37)

x_3	0,3	0,6	0,53	(0,24;0,3 5;051)	(0,28;0,4 2;0,63)	(0,11;0,2 6;0,37)
x_4	0,39	0,59	0,24	(0,24;0,3 5;051)	(0,28;0,4 2;0,63)	(0,11;0,2 6;0,37)
x_5	0,48	0,34	0,65	(0,24;0,3 5;051)	(0,28;0,4 2;0,63)	(0,11;0,2 6;0,37)
x_6	0,25	0,58	0,39	(0,24;0,3 5;051)	(0,28;0,4 2;0,63)	(0,11;0,2 6;0,37)
x_7	0,48	0,67	0,32	(0,24;0,3 5;051)	(0,28;0,4 2;0,63)	(0,11;0,2 6;0,37)

Перевіряємо значення a_j при яких функція приналежності $\mu(a) = 1$.

$$0,35+0,42+0,26=1,03$$

тобто сума даних значень більше одиниці, значить потрібно промасштабувати вагові коефіцієнти по формулі (1.151). У результаті отримаємо наступні детерміновані значення коефіцієнтів a_j :

$$a_1^D = 0.339806 \quad a_2^D = 0.4078 \quad a_3^D = 0.252427$$

Визначимо величину відхилення детермінованих значень від еталонних по формулі (1.153), і отримаємо наступні значення:

$$\Delta a_1 = a_1^{\mathcal{D}} - a_1^D = 0.32 - 0.339806 = -0.01981$$

$$\Delta a_2 = a_2^{\mathcal{D}} - a_2^D = 0.45 - 0.4078 = 0.042233$$

$$\Delta a_3 = a_3^{\mathcal{D}} - a_3^D = 0.23 - 0.252427 = -0.02243$$

Обчислюємо значення корисності альтернатив, які представлено в таблиці 1.28.

Таблиця 1.28 - Результати розрахунків корисності альтернатив для дефазифікованих вагових коефіцієнтів a_j

Альтернатива	$P(x)$
x_1	0,4784

x_2	0,2832
x_3	0,6013
x_4	0,5534
x_5	0,4059
x_6	0,5149
x_7	0,5631

Аналіз таблиці 1.28 показує, що екстремальною за корисністю є альтернатива x_3 ($P(x_3) = (0,6013)$), а відношення порядку на множині X має вигляд

$$x_3 \succ x_7 \succ x_4 \succ x_6 \succ x_1 \succ x_5 \succ x_2, \quad (1.156)$$

тобто повністю збігається з еталонним.

Знайдемо відхилення отриманих функцій корисності від «еталонних» по формулі (1.155)

Значення	$\Delta P(x_1)$	$\Delta P(x_2)$	$\Delta P(x_3)$	$\Delta P(x_4)$	$\Delta P(x_5)$	$\Delta P(x_6)$	$\Delta P(x_7)$
	0,036	-0,013	0,025	0,034	-0,031	0,033	0,033

Обчислимо функцію корисності при завданні вагових коефіцієнтів у вигляді нечітких чисел, тільки значення при яких функція приналежності $\mu(a) = 1$ будуть зрушені в різні сторони (a_1 - убік збільшення на 0,03, a_2 - убік зменшення на 0,04, a_2 - убік збільшення на 0,06) – випадок №3.

Вихідні дані для розрахунків наведено в таблиці 1.29. При цьому значення часткових критеріїв нормалізовані.

Таблиця 1.29 - Вихідні дані для формування рішення у випадку
завдання вагових коефіцієнтів – нечіткими числами

Альтернативи	Значення часткових критеріїв			Значення вагових коефіцієнтів		
	k_1	k_2	k_3	a_1	a_2	a_3
x_1	0,45	0,7	0,52	(0,24;0,35;0,51)	(0,28;0,41;0,63)	(0,11;0,29;0,37)
x_2	0,28	0,5	0,47	(0,24;0,35;0,51)	(0,28;0,41;0,63)	(0,11;0,29;0,37)
x_3	0,3	0,6	0,53	(0,24;0,35;0,51)	(0,28;0,41;0,63)	(0,11;0,29;0,37)
x_4	0,39	0,59	0,24	(0,24;0,35;0,51)	(0,28;0,41;0,63)	(0,11;0,29;0,37)
x_5	0,48	0,34	0,65	(0,24;0,35;0,51)	(0,28;0,41;0,63)	(0,11;0,29;0,37)
x_6	0,25	0,58	0,39	(0,24;0,35;0,51)	(0,28;0,41;0,63)	(0,11;0,29;0,37)
x_7	0,48	0,67	0,32	(0,24;0,35;0,51)	(0,28;0,41;0,63)	(0,11;0,29;0,37)

Перевіряємо значення a_j при яких функція приналежності $\mu(a) = 1$.

$$0,35+0,42+0,26=1,05$$

тобто сума даних значень більше одиниці, значить потрібно промасштабувати вагові коефіцієнти по формулі (1.151). У результаті отримаємо наступні детерміновані значення коефіцієнтів a_j :

$$a_1^D = 0.333333 \quad a_2^D = 0.3905 \quad a_3^D = 0.27619$$

Знайдемо відхилення отриманих детермінованих вагових коефіцієнтів від заданих «еталонних» по формулі (1.153). Визначимо величину відхилення детермінованих значень від еталонних по формулі (1.153), і отримаємо наступні значення:

$$\Delta a_1 = a_1^D - a_1^J = 0.32 - 0.333333 = -0.013$$

$$\Delta a_2 = a_2^D - a_2^J = 0.45 - 0.3905 = 0.0595$$

$$\Delta a_3 = a_3^D - a_3^J = 0.23 - 0.27619 = -0.046$$

Перевіряємо отримані нові значення вагових коефіцієнтів на виконання умови, умова виконується, після чого, обчислюємо значення корисності альтернатив, які представлено в таблиці 3.8.

Таблиця 1.30 - Результати розрахунків корисності альтернатив для дефазифікованих вагових коефіцієнтів a_j

Альтернатива	$P(x)$
x_1	0,4678
x_2	0,301
x_3	0,6022
x_4	0,5333
x_5	0,4267
x_6	0,5076
x_7	0,5429

Аналіз таблиці 1.30 показує, що екстремальною по корисності є альтернатива x_3 ($P(x_3) = (0,6022)$), а відношення порядку на множині X має вигляд

$$x_3 \succ x_7 \succ x_4 \succ x_6 \succ x_1 \succ x_5 \succ x_2, \quad (1.157)$$

тобто, повністю відповідає «еталонному».

Знайдемо відхилення отриманих функцій корисності від «еталонних» по формулі (1.155)

Значення	$\Delta P(x_1)$	$\Delta P(x_2)$	$\Delta P(x_3)$	$\Delta P(x_4)$	$\Delta P(x_5)$	$\Delta P(x_6)$	$\Delta P(x_7)$
	0,0466	-0,0304	0,02408	0,0538	-0,0522	0,04	0,0534

Для аналізу результатів обчислення корисності при заданих нечітких вагових коефіцієнтів і детермінованих часткових критеріїв приведемо всі результати в таблиці 3.9.

Таблиця 1.31 - Результати обчислення функції корисності при заданих нечітких вагових коефіцієнтів і детермінованих часткових критеріїв

$P(x)$	Еталонне рішення	Випадок №1	Випадок №2	Випадок №3
$P(x_1)$	0,5144	0,5118	0,4784	0,4678
$P(x_2)$	0,2706	0,2727	0,2832	0,301
$P(x_3)$	0,6263	0,6252	0,6013	0,6022
$P(x_4)$	0,5871	0,5839	0,5534	0,5333
$P(x_5)$	0,3745	0,3777	0,4059	0,4267
$P(x_6)$	0,5476	0,5455	0,5149	0,5076
$P(x_7)$	0,5963	0,5931	0,5631	0,5429

Якщо порівнювати отримані результати, то можна сказати, що порядок переваг функцій корисності залишається незмінним.

Якщо порівнювати отримані оптимальні рішення по альтернативі x_3 , то можна сказати, що найкращим рішенням буде «еталонне», потім іде випадок №1, потім випадок №3, і тільки потім випадок №2.

Було проведено дослідження, доки можна проводити відхилення від «еталонних» значень вагових коефіцієнтів, щоб не мінявся порядок переваг отриманих рішень функції корисності.

1.4.4 Облік часткових критеріїв, заданих нечіткими множинами

У більшості задач багатокритеріальної оптимізації, значення часткових критеріїв задаються в інтервальному виді і статистична інформація про характер розподілу значень усередині інтервалу невідома. Експерт у такому

випадку може призначити функцію приналежності усередині інтервалу. Тоді значення часткового критерію буде презентовано у вигляді нечіткого числа з функцією приналежності, при цьому, те значення функції приналежності, при якому вона дорівнює одиниці не обов'язково буде перебувати на середині інтервалу.

У даному підрозділі розглянемо рішення задачі багатокритеріальної оптимізації при двох варіантах завдання вагових коефіцієнтів (детермінованому і дефазифікованому видах), причому значення часткових критеріїв задані у вигляді нечітких чисел (НЧ).

Вихідні дані для розрахунків наведено в таблиці 1.32.

Таблиця 1.32 - Вихідні дані для формування рішення у випадку завдання часткових критеріїв нечіткими числами

Альтернативи	Значення часткових критеріїв			Значення вагових коефіцієнтів		
	k_1	k_2	k_3	a_1	a_2	a_3
x_1	(0,22;0,43;0,62)	(0,42;0,68;0,83)	(0,37;0,54;0,71)	0,32	0,45	0,23
x_2	(0,15;0,26;0,4)	(0,32;0,45;0,61)	(0,33;0,43;0,59)	0,32	0,45	0,23
x_3	(0,25;0,32;0,44)	(0,34;0,62;0,76)	(0,39;0,51;0,67)	0,32	0,45	0,23
x_4	(0,26;0,37;0,56)	(0,36;0,57;0,73)	(0,15;0,26;0,42)	0,32	0,45	0,23
x_5	(0,3;0,46;0,7)	(0,22;0,36;0,58)	(0,41;0,67;0,83)	0,32	0,45	0,23
x_6	(0,13;0,23;0,51)	(0,4;0,56;0,7)	(0,26;0,41;0,63)	0,32	0,45	0,23
x_7	(0,3;0,51;0,64)	(0,45;0,65;0,8)	(0,21;0,34;0,5)	0,32	0,45	0,23

Для обчислення функції корисності, коли часткові критерії задані у вигляді НЧ, а вагові коефіцієнти – у вигляді детермінованих значень, необхідно дефазифікувати часткові критерії і знайти точкові значення оцінки альтернатив. Для цього необхідно виділити модальні значення нечітких

чисел, тобто значення при яких функція приналежності рівна 1, і обчислити детерміновану оцінку функції корисності.

Виділяємо для кожного часткового критерію, представленого у вигляді НЧ (табл. 1.32), модальні значення функції приналежності які рівні 1.

Таблиця 1.33 - Вихідні дані для формування рішення у випадку завдання часткових критеріїв модальними значеннями нечітких чисел

Альтернативи	Значення часткових критеріїв			Значення вагових коефіцієнтів		
	k_1	k_2	k_3	a_1	a_2	a_3
x_1	0,43	0,68	0,54	0,32	0,45	0,23
x_2	0,26	0,45	0,43	0,32	0,45	0,23
x_3	0,32	0,62	0,51	0,32	0,45	0,23
x_4	0,37	0,57	0,26	0,32	0,45	0,23
x_5	0,46	0,36	0,67	0,32	0,45	0,23
x_6	0,23	0,56	0,41	0,32	0,45	0,23
x_7	0,51	0,65	0,34	0,32	0,45	0,23

Перевіряємо вагові коефіцієнти на виконання умови: $0,32+0,45+0,23=1$.

Тому що умова виконується, обчислюємо детерміновані оцінки корисності альтернатив. Результати представлено в таблиці 1.34.

Таблиця 1.34 - Результати розрахунків корисності альтернатив для дефазифікованих значень часткових критеріїв $k_j(x)$

Альтернатива	$P(x)$
x_1	0,5678
x_2	0,3846
x_3	0,4987
x_4	0,4347

x_5	0,4633
x_6	0,4199
x_7	0,5339

Аналіз таблиці 1.34 показує, що екстремальною по корисності є альтернатива x_1 ($P(x_1) = (0,5678)$), а відношення порядку на множині X має вигляд

$$x_1 \succ x_7 \succ x_3 \succ x_5 \succ x_4 \succ x_6 \succ x_2. \quad (1.158)$$

Обчислимо значення корисності альтернатив при дефазифікованих значеннях часткових критеріїв (табл.1.33) і дефазифікованих вагових коефіцієнтів a_j^D :

$$a_1^D = 0.320388 \quad a_2^D = 0.4466 \quad a_3^D = 0.23301$$

Результати розрахунків представлено в таблиці 1.35.

Таблиця 1.35 - Результати розрахунків корисності альтернатив для дефазифікованих часткових критеріїв $k_j(x)$ і вагових коефіцієнтів a_j^D

Альтернатива	$P(x)$
x_1	0,5673
x_2	0,3836
x_3	0,4983
x_4	0,4337
x_5	0,4643
x_6	0,4193
x_7	0,5329

Аналіз таблиці 1.34 показує, що екстремальною по корисності є альтернатива x_1 ($P(x_1) = (0,5673)$), а відношення порядку на множині X має вигляд

$$x_1 \succ x_7 \succ x_3 \succ x_5 \succ x_4 \succ x_6 \succ x_2, \quad (1.159)$$

тобто порядок повністю збігається з (1.158).

Знайдемо відхилення отриманих функцій корисності від «еталонних» по формулі (1.155)

Значення	$\Delta P(x_1)$	$\Delta P(x_2)$	$\Delta P(x_3)$	$\Delta P(x_4)$	$\Delta P(x_5)$	$\Delta P(x_6)$	$\Delta P(x_7)$
Відхилення для табл. 1.34	-0,0005	-0,001	-0,0004	-0,001	0,001	-0,0006	-0,001
Відхилення для табл. 1.35	-0,0529	-0,113	0,128	0,1534	-0,0898	0,1282	0,0633

1.4.5 Обчислення функції корисності у фазифікованому виді

Розглянемо випадок обчислення функції корисності для нечітких часткових критеріїв $k_j(x)$ і вагових коефіцієнтів a_j^H , заданих у вигляді нечітких чисел. Вихідні дані для розрахунків наведено в таблиці 1.36.

Таблиця 1.36 - Вихідні дані для формування рішення у випадку завдання часткових критеріїв і вагових коефіцієнтів – нечіткими числами

Альтернативи	Значення часткових критеріїв			Значення вагових коефіцієнтів		
	k_1	k_2	k_3	a_1	a_2	a_3
x_1	(0,22;0,43;0,62)	(0,42;0,68;0,83)	(0,37;0,54;0,71)	(0,24;0,320388;0,51)	(0,28;0,4466;0,63)	(0,11;0,23301;0,37)
x_2	(0,15;0,26;0,4)	(0,32;0,48;0,61)	(0,33;0,43;0,59)	(0,24;0,320388;0,51)	(0,28;0,4466;0,63)	(0,11;0,23301;0,37)
x_3	(0,25;0,32;0,44)	(0,34;0,62;0,76)	(0,39;0,51;0,67)	(0,24;0,320388;0,51)	(0,28;0,4466;0,63)	(0,11;0,23301;0,37)
x_4	(0,26;0,37;0,56)	(0,36;0,57;0,73)	(0,15;0,26;0,37)	(0,24;0,320388;0,51)	(0,28;0,4466;0,63)	(0,11;0,23301;0,37)

			0,42)			
x_5	(0,3;0,46;0,7)	(0,22;0,36;0,58)	(0,41;0,67;0,83)	(0,24;0,320388;051)	(0,28;0,4466;0,63)	(0,11;0,23301;0,37)
x_6	(0,13;0,23;0,51)	(0,4;0,56;0,7)	(0,26;0,41;0,63)	(0,24;0,320388;051)	(0,28;0,4466;0,63)	(0,11;0,23301;0,37)
x_7	(0,3;0,51;0,64)	(0,45;0,65;0,8)	(0,21;0,34;0,5)	(0,24;0,320388;051)	(0,28;0,4466;0,63)	(0,11;0,23301;0,37)

У таблиці 1.36 наведені вже нормалізовані вагові коефіцієнти

$$0,320388+0,4466+0,23301=1$$

Значення корисності альтернатив, при заданні параметрів задачі багатокритеріальної оптимізації у вигляді НЧ обчислені за допомогою формул нечіткої арифметики. В огляді показано, що різний підхід вихідних аксіом приводить по різних алгебрах, що дають суттєво відрізняючі результати операцій підсумовування і множення нечітких чисел.

У даній роботі використана алгебра визначаюча підсумовування та множення нечітких чисел представлених функціями приналежності $L-R$ типу трикутної форми. У цьому випадку функція приналежності має вигляд

$$\mu_i(k_i) = \begin{cases} 0, & k_i(x) < a_i \\ \frac{k_i(x) - a_i}{b_i - a_i}; & a_i \leq k_i(x) < b_i \\ \frac{c_i - k_i(x)}{c_i - b_i}; & b_i \leq k_i(x) < c_i \\ 0, & k_i(x) > c_i, \end{cases} \quad (1.160)$$

де $\langle c_i, \mu(c_i) \rangle = \langle c_i, \mu(c_i) = 1 \rangle$ — модальне значення трикутного нечіткого числа.

Операції підсумовування і множення трикутних НЧ $L-R$ типу здійснюються по формулах

$$(a, \alpha, \beta)_{LR} + (b, \gamma, \delta)_{LR} = (a + b, \alpha + \gamma, \beta + \delta)_{LR} \quad (1.161)$$

$$(a, \alpha, \beta)_{LR} * (b, \gamma, \delta)_{LR} \sim (ab, a\gamma + b\alpha, a\delta + b\beta)_{LR}.$$

Формули (1.161) є наближеними. Більш точно результат можна отримати, якщо замість трикутних прийняти функції приналежності описувані гаусовими кривими. Але погрішність не перевершує 15% і

враховуючи суб'єктивність вихідних оцінок функцій приналежності є цілком припустимою.

Результати представлено в таблиці 1.37.

Таблиця 1.37 - Результати розрахунків корисності альтернатив для нечітких часткових критеріїв $k_j(x)$ і нечітких вагових коефіцієнтів a_j

Альтернатива	$P(x)$	Величина інтервалу
x_1	(0,211;0,697;0,97)	0,7619
x_2	(0,16;0,503;0,732)	0,57
x_3	(0,2;0,63;0,88)	0,68
x_4	(0,18;0,56;0,8)	0,6202
x_5	(0,18;0,575;0,865)	0,6863
x_6	(0,17;0,54;0,802)	0,6304
x_7	(0,22;0,68;0,95)	0,7257

Аналіз показує, що абсолютне значення модальної корисності $\mu[P(x_i)] = 1$ збільшити приблизно однаково (табл. 1.37), тобто змінюється масштаб по відношенню порядку і сила переваги рішень збігається з детермінованою оцінкою.

Таким чином, можна рекомендувати наступну модель прийняття рішень у нечітких умовах

$$x^\circ = \arg \max_{x \in X} \mu_i[P(x)] \quad (1.162)$$

1.4.6 Альтернативний метод прийняття багатокритеріальних рішень в умовах нечіткої інформації

Нехай задана припустима множина рішень $x \in X$. Кожний рішення характеризується кортежем різномірних часткових критеріїв $k_i(x)$, $i = \overline{1, m}$, представлених у вигляді інтервальних нечітких чисел $\langle k_i(x), \mu_i(k_i(x)) \rangle$.

Необхідно в цих умовах синтезувати модель вибору компромісного ефективного рішення $x^\circ \in X$.

Введемо нечітку множину «екстремальне значення i -го часткового критерію», з функцією приналежності виду

$$\mu[k_i(x)] = \left[\frac{k_i^*(x) - k_i^{HX}}{k_i^{HL} - k_i^{HX}} \right]^{\alpha_i}, \quad (1.163)$$

де $k_i^*(x)$ — модальне значення i -го часткового критерію для рішення $x \in X$;

k_i^{HL} , k_i^{HX} — відповідно найкраще і найгірше значення i -го часткового критерію на множині припустимих рішень X ; α_i — параметр нелінійності.

Носієм зазначеної нечіткої множини є числовий інтервал $[k_i^{HX}, k_i^{HL}]$.

Значення k_i^{HL} й k_i^{HX} визначаються за правилом

$$k_i^{HL} = \begin{cases} \min_{x \in X} k_i(x), & \text{если } k_i(x) \rightarrow \min, \\ \max_{x \in X} k_i(x), & \text{если } k_i(x) \rightarrow \max; \end{cases} \quad (1.164)$$

$$k_i^{HX} = \begin{cases} \min_{x \in X} k_i(x), & \text{если } k_i(x) \rightarrow \max, \\ \max_{x \in X} k_i(x), & \text{если } k_i(x) \rightarrow \min. \end{cases} \quad (1.165)$$

Використовуючи модель (1.163-1.165) для кожного рішення $x \in X$, визначаємо кортеж значень функцій приналежності

$$\mu[k_i(x)] = \langle \mu_i[k_i^*(x)] \rangle, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1.166)$$

де кожне значення $\mu_i[k_i^*(x)]$ визначає ступінь приналежності часткового критерію $k_i(x)$ $x \in X$ нечіткій множині «екстремальне значення $k_i(x)$ критерію», а кортеж (1.166) у цілому, ступінь приналежності рішення $x_j \in X$ нечіткій множині, «екстремальний по ефективності рішення x° на припустимій множині X » з функцією приналежності

$$\mu(x^\circ) = F\{A, \mu[k_i^*(x)]\}. \quad (1.167)$$

Згідно з теорією корисності екстремальним компромісним рішенням на множині X є рішення, що має максимальну відносну корисність $P(X)$. При цьому $P(X)$ може ухвалювати значення тільки на інтервалі $[0, 1]$. Із цього погляду функція приналежності (1.167) є аналогом $P(X)$. Відповідно до цього в якості моделі (1.167) можна використовувати адитивну оцінку виду

$$\mu_1(x^\circ) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_i[k_i(x)]; \quad (1.168)$$

зважену адитивну оцінку

$$\mu_2(x^\circ) = \sum_{i=1}^n a_i \mu_i[k_i(x)], \quad 0 \leq a_i \leq 1, \quad \sum_{i=1}^n a_i = 1; \quad (1.169)$$

мультиплікативну оцінку

$$\mu_3(x^\circ) = \prod_{i=1}^n \mu_i[k_i(x)]; \quad (1.170)$$

оцінку Кобба-Дугласа

$$\mu_4(x^\circ) = \sum_{i=1}^n \mu_i[k_i(x)]^{\alpha_i}, \quad 0 < \alpha_i \leq 2; \quad (1.171)$$

оцінку, що представляє будь-який фрагмент полінома Колмогорова-Габора

$$\mu_5(x^\circ) = \sum_{i=1}^n a_i \mu_i[k_i(x)] + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \mu[k_i(x)] \mu[k_j(x)] + \dots \quad (1.172)$$

Незалежно від виду $\mu(x^\circ)$ загальне правило вибору ефективного компромісного рішення x° буде мати вигляд

$$x^\circ = \arg \max_{x \in X} \mu(x^\circ). \quad (1.173)$$

Крім того, можна реалізувати такі методи регуляризації задачі багатокритеріальної оптимізації як принцип головного критерію і принцип послідовної оптимізації.

Запишемо *принцип головного критерію* в нечіткому виді

$$\begin{aligned}\mu(x^o) &= \arg \max_{x \in X} \mu[k_j^*(x)], \\ \mu[(k_i(x))] &\geq \alpha_i, i = \overline{1, n-1},\end{aligned}\tag{1.174}$$

де $\mu[k_j^*(x)]$ – модальне значення головного (оптимізаційного) критерію;

α_i –припустимі значення α рівнів функцій приналежності часткових критеріїв, які переведені в обмеження.

Принцип послідовної оптимізації (лексикографічного впорядкування).

Усі часткові критерії ранжуються в порядку убуття важливості

$$k_1 \succ k_2 \succ \dots \succ k_n.\tag{1.175}$$

У цій послідовності вирішуються однокритеріальні задачі за частковими критеріями. Найкраще рішення у цьому випадку визначається за наступною схемою. На першому кроці з вихідної множини припустимих рішень X виділяється підмножина x_1^o рішень, еквівалентних (рівноцінних) по першому (найбільш важливому) критерію. Для цього вирішується однокритеріальна оптимізаційна задача виду

$$x_1^o = \arg \max_{x \in X} \mu[k_1(x)].\tag{1.176}$$

Якщо множина x_1^o містить більш одного рішення – переходимо до наступного етапу, тобто вирішуємо задачу вибору еквівалентних рішень по другому по важливості критерію, але вже із множини x_1^o :

$$x_2^o = \arg \max_{\substack{x \in X \\ x \in X_1^0}} \mu[k_2(x)]. \quad (1.177)$$

У загальному випадку

$$x_i^o = \arg \max_{\substack{x \in X \\ x \in X_{i-1}^o}} \mu[k_i(x)]; \quad i = \overline{1, n}. \quad (1.178)$$

Оптимізація триває доти, поки на i -му кроці буде отримано єдине рішення або вичерпаються всі критерії. Отримане рішення приймається в якості найкращого (оптимального).

1.5 Аналіз результатів тестових обчислень

1.5.1. *Постановка задачі.* Найбільш загальний підхід до рішення задачі багатокритеріальної оптимізації заснований на формуванні на множині різнорідних часткових критеріїв узагальненої скалярної оцінки (функції корисності). Як показано вище, у загальному випадку модель обчислення функції корисності $P(x)$ представляє собою деякий фрагмент полінома Колмогорова – Габора, обчислення якого вимагає реалізації тільки арифметичних операцій. У випадку детермінованих значень усіх змінних, тобто часткових критеріїв і відносних значень вагових коефіцієнтів. Такі обчислення не представляють принципових труднощів.

Разом із цим часткові критерії представляють собою обмірювані властивості альтернативних рішень. Враховуючи, що абсолютно точних вимірювальних обладнань не існує, часткові критерії будуть містити більшу або меншу інтервальну невизначеність. Те ж можна затверджувати і за значеннями вагових коефіцієнтів, які визначаються методами експертного оцінювання і компараторної ідентифікації. Особливість обох методів ідентифікації вагових коефіцієнтів полягає в тому, що вони обов'язково дають інтервальну методичну помилку. Таким чином, усі змінні, які входять у модель обчислення скалярного значення функції корисності містять інтервальну невизначеність, тобто

$$\bar{P}(x) = F[(\bar{A}, \bar{k}_i''(x_j)], i = \overline{1, n}, \quad (1.179)$$

де знаком « $\bar{}$ » відзначені інтервальні невизначені величини різного виду;

F – оператор, що представляє собою деякий лінійний по параметрах фрагмент полінома Колмогорова – Габора;

$A = \langle a_i \rangle$ – коефіцієнти відносної важливості, що задовольняють вимогам

$$0 \leq a_i \leq 1, \forall i = \overline{1, n}, \sum_{i=1}^n a_i = 1. \quad (1.180)$$

Особливість моделі (1.179) полягає в тому, що результат оцінювання, тобто корисність $\bar{P}(x)$, є інтервальним числом. Разом із цим кінцева задача процедури прийняття рішень полягає у виборі конкретного точкового рішення.

Для кожного виду інтервальної невизначеності (імовірнісного, нечіткого, рівноможливого) існує спеціалізована арифметика і обчислення інтервального значення корисності (1.179), у випадку якщо всі змінні містять невизначеності одного виду, не представляє труднощів.

Принципові труднощі виникають у тому випадку, якщо модель (1.179) містить змінні з різними типами інтервальної невизначеності. Тому що всі перераховані вище типи невизначеності мають різну семантику, тобто розмірність, їх принципово не можна поєднувати в одній обчислювальній моделі. Це робить неможливим обчислення інтервального значення корисності.

Можливі наступні способи подолання зазначених труднощів:

– детермінізацією усіх змінних, тобто виключення всіх невизначеностей;

- трансформацією різних видів невизначеностей до одного базового виду (імовірнісного, нечіткого або рівноможливого);
- комбінація першого і другого підходів.

Реалізація зазначених підходів пов'язана втратою корисної інформації, але у першому випадку ці втрати значно більше, тому що призводять до повної втрати інформації про інтервал можливих точкових рішень. У другому випадку втрати корисної інформації менше, але при переході до базового виду, доводиться не враховувати частини корисної інформації заміщаючи її ентропією. При цьому виникає можливість прийняття не ефективного рішення за рахунок викривлення вихідного відношення порядку на множині припустимих рішень і втрати за рахунок цього екстремального по ефективності рішення. Метою справжнього підрозділу є дослідження коректності моделей взаємної трансформації різних видів невизначеності шляхом проведення тестових обчислювальних експериментів. Критерієм оцінки коректності є відносини порядку на вихідній множині альтернатив і збереження сили переваги альтернатив, тобто різниця корисностей прилеглих альтернатив рішень.

1.5.2. Методика проведення тестових обчислювальних експериментів полягає в наступному.

Тестовому аналізу за допомогою обчислювальних експериментів зазнали моделі функції корисності, що представляють собою як лінійні адитивні фрагменти полінома Колмогорова - Габора, так і більш складні моделі, що містять нелінійні члени не вище другого порядку. Варіювання виду і складності функції корисності, дозволяє перевірити ступінь залежності кінцевого результату від виду моделі.

Для того, щоб перевірити ступінь впливу на кінцевий результат тестування, варіювалася кількість альтернативних рішень ($m = 7, 12$), на яких установлювалося відношення порядку, і розмірність кортежу часткових характеристик (критеріїв) ($n = 2, 4, 7$). При тому точкові значення часткових

критеріїв для кожної альтернативи формувалися випадковим чином за допомогою датчика випадкових чисел, розподілених за законом рівної ймовірності. Ці точкові значення часткових критеріїв ухвалювалися в якості опорного (еталонного) варіанта і для нього розраховувалися детерміновані значення функції корисності всіх альтернатив. На основі значень функції корисності встановлювалося відношення порядку на множині альтернатив і обчислювалася сила їх переваги. Коефіцієнти відносної важливості обчислювалися по моделях представлених у розділі 1.3 і надалі вважалися детермінованими.

Для детермінованих значень часткових критеріїв задавався однаковий для всіх видів невизначеності інтервал можливих значень, який потім трансформувався в імовірнісну (розподілену по нормальному і рівновірогідному законам), у нечітку із трикутною функцією приналежності і рівноможливу невизначеність. Для кожної альтернативи обчислювалося інтервальне значення, відповідне до виду невизначеності. Ранжирування інтервальних корисностей проводилося за точковими значеннями відповідним до центрів (математичному очікуванню, моді, середньому значенню) інтервалів. Результати розрахунків наведені нижче.

1.5.3. Висновки по розділу

Результати обчислювальних досліджень, проведених у розділі з метою оцінки принципової можливості, точності і вірогідності взаємної трансформації різних видів невизначеності дозволяє зробити наступні висновки.

1. Базова форма представлення різнорідних форм інтервальної невизначеності при обчисленні функцією корисності альтернатив не впливає на відношення порядку альтернатив. Це означає, що вибір екстремального рішення не залежить від форми представлення інтервальної невизначеності.

2. Відношення порядку альтернативних рішень є інтервальним не тільки за формою представлення інформації про вид інтервальної

невизначеності, але й не залежить від виду поліноміальної моделі обчислення функції корисності в рамках фіксованого полінома.

3. Результати розрахунків показали, що самою інформаційною формою представлення інтервальних невизначеностей є імовірнісна форма. Для імовірнісних інтервальних невизначеностей, за інших рівних умов характерний найменший інтервал можливих значень функції корисності альтернатив, як узагальненої багатофакторної ефективності альтернатив. Це пояснюється тим, що інформація про імовірнісні характеристики невизначеностей є об'єктивною, і визначається за результатами прямих експериментальних досліджень.

4. Аналіз розподілу величини інтервалів функції корисності альтернативних рішень виявило наступну стабільну закономірність: найменший інтервал (інтервальна точність) відповідає імовірнісній інформації представленій нормальним законом розподілу можливих значень усередині інтервалу, потім інтервали з рівновірогідним законом розподілу, потім рівноможливі інтервальні значення, і, нарешті, нечіткі інтервальні значення. Такий розподіл можна пояснити тим, що в перших трьох випадках границі інтервалу є об'єктивними значеннями, у той час як границі нечітких змінних визначаються на основі суб'єктивних міркувань і, отже, менш інформативні.

5. З вищесказаного випливає, що в якості базової форми представлення інтервальних невизначеностей при рішенні задач прийняття рішень в умовах багатокритеріальності та інтервальної невизначеності можна рекомендувати інтервальні рівноможливі значення, або інтервали з рівновірогідним розподілом значень.

Форма з нормальним розподілом значень усередині інтервалу вимагає для коректного представлення великої кількості статистичної інформації, яка в проблемній ситуації прийняття рішень практично недоступна.

Перелік посилань у розділі 1

1. Макаров Н.М. Теория выбора и принятия решений. Н.М. Макаров, Т.М. Виноградская, А.А. Рубчинский, В.Б. Соколов. – М.: Наука, 1982. – 326 с.
2. Волошин О.Ф. Терія прийняття рішень: Навчальний посібник / О.Ф. Волошин, С.О. Мащенко.– К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2006. – 304 с.
3. Глушков В.М. Введение в АСУ/ В. М. Глушков. – Киев: Техника, 1972. – 312 с.
4. Бурбаки Н. Теория множеств / Н. Бурбаки, пер. с франц. Г.Н. Поваров, Ю.А. Шихович. – М.: Мир, 1965. – 457с.
5. Петров Е.Г. Методи і засоби прийняття рішень в соціально – економічних системах / Е.Г. Петров, М.В. Новожилова, І.В. Гребеннік. – К.: Техніка, 2004. – 256 с.
6. Пискалова О.А. Анализ особенностей решения задач многокритериальной оптимизации в условиях неопределенности / О.А. Пискалова, Н.А. Брынза, Д.И. Филиппская // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ – Выпуск 3(56). – Днепропетровск, 2008. – С. 147-157.
7. Подиновский В.В. Парето - оптимальные решения багатокритеріальних задач / В.В.Подиновский, В.Д. Ногин. – М.: Наука, 1982. – 256 с.
8. Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа / Ж. Адамар. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
9. Тихонов А.Н. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация / А.Н. Тихонов., А.В. Гончарский, В.В. Степанов, А.Г. Ягола. – М.: Наука. 1983. – 200 с.

10. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин – М.: Наука, 1986. – 288 с.
11. Подиновский В.В. Оптимизация по последовательно применяемым критериям / В.В. Подиновский, В.М. Гаврилов. – М.: Сов. радио, 1975. – 192 с.
12. Щеглов А.Ю. Многокритериальная оптимизация сложных систем при распределении параметров в порядке убывающей важности / А.Ю. Щеглов // Кибернетика и системный анализ. – 1991. – № 6. – С. 167–171.
13. Кузьмин И.В. Оценка эффективности АСКУ / И.В. Кузьмин. – М.: Сов. радио, 1971. – 296с.
14. Хитч Ч. Руководство обороной / Ч. Хитч. – М.: Сов. радио, 1968. – 106 с.
15. Нейман Дж. Теория игр и экономическое поведение. Пер. с англ. Н.Н. Воробьева. / Дж. Нейман, О. Моргенштерн – М.: Наука, 1970. – 124 с.
16. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений / П. Фишберн. – М.: Наука, 1978. – 352с.
17. Крючковский В.В. Интроспективный анализ. Методы и средства экспертного оценивания: монография / В.В. Крючковский, Э.Г. Петров, Н.А. Соколова, В.Е.Ходаков; под ред. Э.Г.Петрова. – Херсон: Гринь Д.С., 2011. – 168с.
18. Овезгельдыев А.О. Адаптивная математическая модель многофакторного оценивания / А.О. Овезгельдыев, К.Э. Петров // Кибернетика и системный анализ. – 1997. – №3. – С.90 – 97.
19. Трахтенгерц Э.А. Компьютерная поддержка принятия решений / Э.А. Трахтенгерц. – М.: Синтег, 1998. – 376 с.
20. Самарский А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. – М.: Физматлит, 2001. – 316 с.
21. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Л. Льюнг. – М.: Наука, 1991. – 432 с.

22. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико - статистической теории обработки наблюдений / Ю.В. Линник. – М.: Физматлит, 1962. – 338 с.
23. Поспелов Д.А. Ситуационное управление. Теория и практика / Д.А. Поспелов. – М.: Наука, Физматлит, 1986. – 288 с.
24. Овезгельдыев А.О. Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации/ Овезгельдыев А.О., Петров Э.Г., Петров К.Э. –К: Наукова думка, 2002. –164с.
25. Литвак Б.Г. Экспертная информация: методы получения и анализа / Б.Г. Литвак. – М.: Радио и связь, 1982. – 184 с.
26. Панкова Л.А. Организация экспертизы и анализ экспертной информации / Л.А. Панкова, А.М. Петровский, М.В. Шнейдерман. – М.: Наука, 1984. – 120 с.
27. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, расчет и приложения / Р. Штойер. – М.: Радио и связь, 1992. – 504 с.
28. Трухаев Р.И. Инфлюентный анализ и принятие решений / Р.И. Трухаев. – М.: Наука, 1984. – 235с.
29. Петров К.Э. Мультипликативно - аддитивная функция оценки полезности / К.Э. Петров // Радиоэлектроника и информатика. – 2000. – №4. С. 35-36.
30. Ивахненко А.Г. Самоорганизация прогнозирующих моделей / А.Г. Ивахненко, Й.А Мюллер. – К.: Техника, 1985. – 223 с.
31. Колмогоров А.Н. О представление непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиций непрерывных функций одного переменного и сложения / А.Н. Колмогоров // Доклады АН СССР. – 1957. – т.5 (114). – С. 953-956.
32. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Саати. – М.: Радио и связь, 1993. – 278 с.
33. Roy B. Multicriteria Methodology for Decision Aiding / B. Roy. – Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1996. – 292 p.

34. Лурия А.Р. Основы нейропсихологии / А.Р. Лурия. – М.: Изд. центр «Академия», 2003. – 384 с.
35. Мах Э. Познание и заблуждение. Очерки по психологии исследования / Э. Мах. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2003. – 456 с.
36. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. Заде. – М.: Мир, 1976. – 128 с.
37. Дюк В. Data Mining / В. Дюк, А. Самойленко. – СПб: Питер, 2001 – 368 с.
38. Петров Э.Г. Организационное управление городом и его подсистемами. Методы и алгоритмы / Э.Г. Петров. – Х.: Вища шк., 1986. – 144 с.
39. Овезгельдыев А.О. Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации / А.О. Овезгельдыев, Э.Г. Петров, К.Э. Петров – К.: Наукова думка, 2002. – 164 с.
40. Овезгельдыев А.О. Компараторная идентификация моделей интеллектуальной деятельности / А.О. Овезгельдыев, К.Э. Петров // Кибернетика и системный анализ. – 1996. - №5. – С. 48-58.
41. Кривий С.Л. Дискретна математика. Вибранні питання / С.Л. Кривий. – К.: Видавничий дім «Києво-Могилянська академія», 2007. – 572 с.
42. Дэвид Г. Метод парных сравнений / Г. Дэвид. – М.: Статистика, 1978. – 114 с.
43. Cover T.M. Geometrical and statistical properties of system of linear inequalities with application parent recognition / T.M. Cover // IEEE Trans. on Electronic Computers. – 1965. – V 14. – P. 326-334.
44. Ньютон И. Оптика или трактат об отражениях, преломлениях, изгибаниях и цветах света / И. Ньютон. – М.: Гостехтеориздат, 1954. – 365 с.
45. Моисеев Н.Н. Методы оптимизации / Н.Н. Моисеев, Ю.П. Иванилов, Е.М. Столярова. – М.: Наук, 1978. – 352 с.

46. Овезгельдыев А.О. Оценка численных значений матрицы предпочтений ОПР при компараторной идентификации параметров модели многофакторного оценивания / А.О. Овезгельдыев // Кибернетика и системный анализ. – 1998. - №6. – С. 112-115.

47. Чарин В.С. Линейные преобразования и выпуклые множества / В.С. Чарин. – М.: Мир, 1975. – 190 с.

48. Зуховицкий С. И. Линейное и выпуклое программирование / С. И. Зуховицкий, Л. И. Авдеева. – М.: Наука, 1967. – 460 с.

49. Петров К.Э. Компараторная структурно-параметрическая идентификация модели скалярного многофакторного оценивания / К.Э. Петров, В.В. Крючковский. – Херсон: Олди-плюс, 2009. – 294 с.

50. Панкова Л.А. Организация экспертизы и анализа экспертной информации / Панкова Л.А., Петровский А.М., Шнейдерман М.В. – М.: Наука. – 120с.

51. Тоценко В.Г. Согласование и агрегация оценок экспертов с учетом их компетентности при групповом оценивании альтернатив для поддержки принятия решений // Проблемы управления и информатики. – 2002. – № 4. – С. 128–141.

52. Левин В.И. Непрерывно-логический метод объединения индивидуальных оценок предпочтений объекта / В.И. Левин // Кибернетика и системный анализ. – 2004. – №1. – С. 34-46.

53. Китаев Н.Н. Групповые экспертные оценки – М.: Знание, 1975. – 60 с.

54. Доленко Г.А. Задание вектора предпочтения критериев на интервалах в задачах векторной оптимизации // Кибернетика и вычислительная техника. – 1981. – Вып. 51. – С. 101-108.

55. Брандт З. Анализ данных. Статистические и вычислительные методы для научных работников и инженеров / З. Брандт. – М.: Мир: АСТ, 2003. – 686 с.

56. Вентцель Е.С. Теория вероятности и ее инженерное приложение / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Высшая школа, 2000. – 480с.
57. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 2000. – 479 с.
58. Алефельд Г. Введение в інтервальні вычисления / Г. Алефельд, Ю. Херцбергер. – М.: Мир, 1987. – 360 с.
59. Колмыков С.А. Методы интервального анализа / С.А. Колмыков, Ю.И. Шокин, З.Х. Юлдашев. – Новосибирск: Наука, 1986. – 224с.
60. Лабскер Л.Г. Общая методика конструирования критериев оптимальности решений в условиях риска и неопределенности / Л.Г. Лабскер, Е.В. Яновская // Финансовый менеджмент. – 2002. – № 5. – С. 58 – 74.
61. Зайченко Ю.П. Исследование операций: нечеткая оптимизация / Ю.П. Зайченко. – К.: Вища шк., 1991. – 191с.
62. Раскин Л.Г. Нечеткая математика. Основы теории принятия решений / Л.Г. Раскин, О.В. Серая. – Харьков: Парус, 2008. – 352 с.
63. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Наука, 2004. – 560 с.
64. Бусленко Н.П. Метод статистических испытаний (метод Монте Карло) / Н.П. Бусленко, Д.И. Голенко и др. – М.: изд. физ-мат. литературы, 1962. – 330 с.
65. Хастингс Н. Справочник по статистическим распределениям / Н. Хастингс, Дж. Пикос. – М.: Статистика, 1980. – 36 с.
66. Кугаенко А.А. Использование методов динамического моделирования для совершенствования управления национальной экономикой / А.А. Кугаенко // Управляющие системы и машины – 1957. – № 1/3. – С. 53 – 60.
67. Полякова О.Ю. Моделирование системных характеристик экономики / О.Ю. Полякова, А.В. Милов. – Харьков: ИНЖЕК, 2004. – 296 с.
68. Бабенко П.О. Коллонациоанльные модели прогнозирования в

финансовой сфере / П.О. Бабенко. – М.: Экзамен, 2001. – 288 с.

69. Баутин Н.Н. Поведение динамических систем вблизи границ устойчивости / Н.Н. Баутин – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. литературы. – 1984. – 176 с.

70. Витминский В.В. Анализ, моделирование и управление экономическим риском / В.В. Витминский, П.Г. Верченко. – К.: КНЕУ, 2000. – 292 с.

71. Згуровский М.З. Информационная платформа сценарного анализа в задачах технологического предвидения / М.З. Згуровский, Н.Д. Панкратова // Кибернетика и системный анализ. – 2003. – № 4. – С. 112 – 125.

72. Фомин Г.П. Методы и модели линейного программирования коммерческой деятельности / Г.П. Фомин. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 197 с.

73. Самочкин В.Н. Гибкое развитие предприятия / В.М. Самочкин, Ю.Б. Пронин, Е.Н. Логачева. – М.: Дело, 2000. – 352 с.

74. Балаганов И.Т. Финансовый анализ и менеджмент хозяйственного субъекта / И.Т. Балаганов. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 300 с.

75. Немцов В.Д. Статистический менеджмент / В.Д. Немцов, Л.Е. Довгань. – К.: Техника, 2002. – 260 с.

2 СТРУКТУРНИЙ СИНТЕЗ ТЕРИТОРІАЛЬНО РОЗПОДІЛЕНИХ ОБ'ЄКТІВ В УМОВАХ НЕПОВНОЇ ВИЗНАЧЕНОСТІ ДАНИХ

2.1 Обґрунтування методології автоматизованого системного проектування територіально розподілених об'єктів в умовах неповної визначеності вхідних даних

Сучасна методологія багатofакторного структурно-топологічного синтезу територіально розподілених систем транспорту, зв'язку, моніторингу, управління, виробництва і збуту продукції, обслуговування дозволяє автоматизувати основні етапи процесів їх системного проектування та управління. Разом з тим, необхідність раціонального використання ресурсів, накопичений досвід розв'язання задач синтезу, розвиток інтелектуальних технологій та засобів обчислювальної техніки роблять актуальними постановки нових задач розвитку і вдосконалення методології та інструментарію для оптимізації територіально розподілених об'єктів. Зокрема, виникає необхідність постановки та розв'язання комплексних задач багатокритеріального синтезу територіально розподілених об'єктів з урахуванням їх динамічних властивостей та неповної визначеності вихідних даних. При цьому такі антропогенні об'єкти призначені для обслуговування людини і по суті можуть розглядатися як множина територіально розподілених сервісних систем (ТРСС).

Для ТРСС характерною є залежність показників функціональної ефективності і вартості від структури, топології системи і технології її функціонування при одночасному глибокому взаємозв'язку цих характеристик. Це призводить до проблеми структурно-функціонально-параметричної та топологічної оптимізації, що виникає в процесі синтезу ТРСС. У загальному випадку вона може бути сформульована так [1]. Для заданої множини територіально розосереджених об'єктів, що потребують обслуговування, необхідно визначити: структурні (кількість рівнів системи, кількість підсистем та елементів на кожному з рівнів, схему їх взаємозв'язків і списки обслуговуваних ними об'єктів), топологічні характеристики

(розміщення підсистем, елементів і зв'язків), параметри (потужності підсистем, елементів, пропускні спроможності зв'язків між ними) і технологію функціонування системи (алгоритми обслуговування об'єктів), що задовольняють заданим обмеженням (за витратами, оперативністю, надійністю, живучістю) і екстремізують обрані показники ефективності системи.

Процеси проектування і створення територіально розподілених об'єктів займають значний час, протягом якого можуть змінитися вартості (приведені витрати) створення елементів і зв'язків між ними. Крім того, в процесі їх експлуатації вихідні дані щодо об'єктів обслуговування (кількість, топологія, потреби в обслуговуванні), мета створення та функції системи можуть також змінюватись. Такі зміни можуть бути викликані змінами характеру вимог обслуговуваних об'єктів, обсягами фінансування, вимог нормативних актів, іншими причинами. Це призводить до необхідності вибору достатньо стійких (робастних) структур ТРСС, здатних із мінімальними або прийнятними витратами адаптуватися до змін перерахованих факторів [2].

Через складність більшості ТРСС розв'язання задач їх синтезу здійснюється з використанням систем автоматизованого проектування (САПР) [3 – 5]. Основні компоненти типового маршруту проектування в середовищі САПР передбачають виконання процедур аналізу та синтезу, що виступають у діалектичній єдності, а декомпозиція і ієрархічність процесу проектування обумовлює різноманіття вирішуваних завдань, їх цілей і використовуваних на різних стадіях і етапах математичних моделей.

Задача структурного синтезу є центральною задачею проектування систем. Проблема структурного синтезу великомасштабних систем може бути подана у вигляді метазадачі, яка складається з множини завдань, що відносяться до різних ієрархічних рівнів декомпозиції, з їх взаємозв'язками за вихідними даними і результатами розв'язання [6] .

Технології системного проектування, які становлять основу

структурного синтезу TPCC, традиційно реалізуються на базі ітераційних схем, що включають процедури (рис. 2.1): визначення принципів побудови TPC $DesProc_1^2$; вибору структури $DesProc_2^2$; визначення топології елементів і зв'язків $DesProc_3^2$; вибору технології функціонування $DesProc_4^2$; визначення параметрів елементів та зв'язків $DesProc_5^2$; оцінки ефективності варіантів і вибіру рішень $DesProc_6^2$.

Рішення, що приймаються в процесі системного проектування TPCC на макрорівні, формуються виходячи з вхідних даних задачі $InDat_2^1$, а також вхідних даних $InDat_{iE}^2$, $i = \overline{1,6}$, обмежень $InDat_i^2$, $i = \overline{1,6}$ і розв'язків $DesDec_i^2$, $i = \overline{1,6}$ задач мікрорівня.

Найважливішою задачею цієї проблеми вважається задача структурно-топологічного синтезу. Вона полягає в довизначенні варіанта побудови об'єкта (при заданих технології функціонування, параметрах елементів і зв'язків) кількістю вузлів (підсистем), зв'язками між ними та їх територіальним розміщенням (топологією) [7 – 8].

Для аналізу синтезованих проектних рішень використовуються різні математичні моделі, у залежності від рівня ієрархії, ступеня декомпозиції задачі, аспекту моделювання, стадії та етапу проектування.

При цьому часто виявляється недоцільним (у сенсі обчислювальної складності) використання одних і тих же математичних моделей на різних рівнях, оскільки, чим нижче рівень розгляду, тим більш детальним є опис окремих елементів і загальна модель об'єкта, що проектується, ускладнюється. Використання ж спрощень може спочатку зробити неможливим отримання єдиного оптимального рішення. Однак саме в цьому сенсі обґрунтовано використання вже на передпроектній стадії узагальнених аналітико-імітаційних підходів до формалізації опису складних систем у вигляді метамоделей, що дозволяють подальше уточнення і використання різних видів моделей та їх комбінацій на мікрорівні.

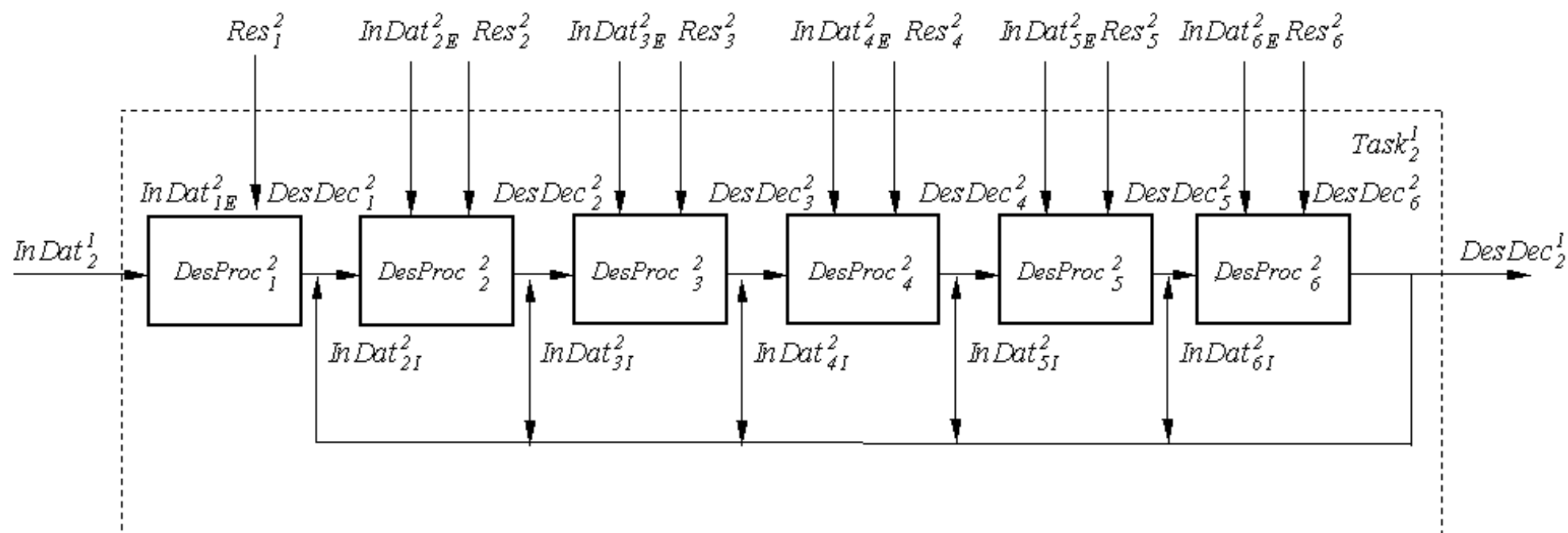


Рисунок 2.1 – Ітераційна схема системного проектування ТРСС

Досвід становлення сучасних глобальних бізнес-систем показує, що в процесі будь-якої господарської діяльності стратегічно обґрунтованим є прагнення до сталого розвитку [9 – 10]. Планування, проектування і реінжиніринг сучасних об'єктів здійснюються вже не в умовах тактичної оптимізації статичних критеріїв, а за критерієм стійкості розвитку синтезованого об'єкта (і лише в свою чергу, показники розвитку можуть включати поточні або сумарні витрати, прибуток, ефект і т.і.) [11 – 13].

З пошуком умов стійкого, надійного функціонування складних динамічних систем пов'язана необхідність розробки нових якісних і кількісних методів моделювання динаміки систем. З урахуванням цього, задача структурно-топологічного синтезу, по можливості, повинна розв'язуватися спільно з задачами аналізу їх динаміки та оцінки стійкості.

Важливість вибору обґрунтованих рішень на всіх етапах створення і управління ТРСС, необхідні при цьому значні матеріальні, часові та фінансові витрати роблять необхідними вдосконалення методів структурного синтезу, використання вбудованих процедур багатокритеріального аналізу динаміки синтезованого об'єкта в умовах неповної визначеності вихідних даних.

2.2 Розробка математичних моделей і методів формування та багатофакторного оцінювання проектних рішень з урахуванням неповної визначеності вхідних даних

Суть задачі структурно-топологічного синтезу ТРСС може бути сформульована у такому вигляді [1]. Задані: множина розосереджених по території елементів системи $El = \{el_i\}, i = \overline{1, n_E}$ та їх характеристики, типи вузлів і зв'язків, на базі яких створюється система, місця можливого розміщення її вузлів і основні положення технології її функціонування. Передбачається, що в системі використовуються вузли та зв'язки, ресурси яких достатні для обслуговування закріплених елементів. Необхідно

визначити: місце розміщення центру (центрального вузла); оптимальну кількість вузлів (підсистем) системи n_U^o ; місця їх розміщення $Y = \{y_i^g\}$, $i = \overline{1, n_U^o}$, $g \in G$; підмножини елементів, безпосередньо зв'язаних із кожним із вузлів $El_j = \{el_{ij}\}$, $j = \overline{1, n_U^o}$. При цьому бажаною метою є екстремізація обраних часткових критеріїв ефективності: витрат, оперативності; живучості; надійності.

У багатьох випадках вважається, що центр і вузли ТРСС можуть розміщуватися в безпосередній близькості від одного з їх елементів. Виходячи з цього, надалі будемо припускати, що центр і вузли системи можуть розміщуватися на базі одного з її елементів.

На практиці зустрічаються часткові варіанти сформульованої задачі, коли задано місце розміщення центрального вузла, задано кількість вузлів, обмежено кількість елементів, що підключаються до вузла, місця можливого розміщення вузлів не збігаються з місцями розміщення елементів і т.і. У переважній більшості задач синтезу та оптимізації ТРСС в якості єдиного або основного критерію виступають витрати на її створення і (або) експлуатацію. Витрати на ТРСС можна подати як такі, що складаються з витрат на її центр C_C , вузли C_U , елементи C_E , зв'язки між вузлами та центром C_{UC} , зв'язки між елементами та вузлами C_{EU}

$$C = C_C + C_U + C_{UC} + C_E + C_{EU}. \quad (2.1)$$

Для формалізованого подання топологічної структури ТРСС використаємо апарат теорії графів: елементи, вузли і центр будемо подавати вершинами графа, а зв'язки між ними – його дугами. Для завдання графа використаємо матрицю суміжності $R = [r_{ij}]$, $i, j = \overline{1, n_E}$, де $r_{ij} = 1$, якщо вершини i і j зв'язані дугою, $r_{ij} = 0$ – у протилежному випадку. Для всіх вершин $i = \overline{1, n_E}$, що відображають елементи, на базі яких розміщуються вузли $r_{ii} = 1$.

При використанні в якості показника витрат на ТРСС оцінки її приведеної вартості C відповідний критерій може бути поданий у вигляді

$$C = C_C + \sum_{i=1}^{n_E} (c_U + c'_{iC} + c'_{Ci}) \cdot r_{ii} + c_E n_E + \sum_{i=1}^{n_E} \sum_{j=1}^{n_E} c_{ij} r_{ij} \rightarrow \min_{r_{ij}}, \quad (2.2)$$

де C_C – вартість центра;

n_E – кількість елементів, що входять до складу системи;

c_U – вартість вузла;

c'_{iC} , c'_{Ci} – вартість зв'язку i -го вузла з центром і центра з i -м вузлом;

c_E – вартість елемента;

c_{ij} – вартість зв'язку між елементами i та j .

Основні обмеження: кожен елемент повинен бути зв'язаним з одним із

вузлів, тобто $\sum_{i=1}^{n_E} r_{ij} = 1$ для всіх $j = \overline{1, n_E}$, для яких $r_{jj} = 0$; до вузла повинно

бути підключено не менше одного елемента $\sum_{i=1}^{n_E} r_{ij} = 1$ для всіх $j = \overline{1, n_E}$, для

яких $r_{jj} = 1$; загальна кількість зв'язків $\sum_i \sum_j r_{ij} = 2 \cdot (n_E - 1) + n_U$, де n_U –

кількість вузлів в системі, $n_U = \sum_i r_{ii}$; елемент j підключається до вузла i за

показником мінімуму вартості $\min_i c_{ij}$; кожен із вузлів $i = \overline{1, n_U}$ зв'язується з

центром $r_{ii} = 1 \rightarrow (r_{iC} = 1, r_{Ci} = 1)$; вузли не зв'язуються між собою

$(r_{ii} = 1, r_{jj} = 1) \rightarrow (r_{ij} = 0, r_{ji} = 0)$; кількість вузлів n_U може змінюватися від 0

до n_E , тобто $1 \leq \sum_{i=1}^{n_E} r_{ii} \leq n_E$.

Характер функцій $C(n_U)$ (2.1) – (2.2) дозволяє використовувати для розв'язання задачі синтезу радіально-вузлової топологічної структури ТРСС ідею спрямованого перебору *MDR* (*Method of directed recalculation*).

Спрямований перебір варіантів можна здійснювати за кількістю вузлів у системі і місць їх розміщення. Реалізуючи різні стратегії перебору за кількістю вузлів і місць їх розміщення, отримаємо множину різних методів розв'язання задачі.

Ідея базового методу спрямованого перебору *MDR* полягає в такому [1].

1. Визначити початкове значення допустимої кількості вузлів n'_U , необхідних для обслуговування всієї множини елементів (зокрема $n'_U = 1$).

2. Для заданої кількості вузлів $n_U = n'_U$ за показником мінімуму вартості $\min_i c_{ij}$ (де c_{ij} – вартість зв'язку між елементом j та вузлом i) розв'язати задачу найкращого розміщення вузлів та розподілення множини елементів між вузлами $El_k = \{el_i\}$, $k = \overline{1, n_U}$. Визначити вартість отриманого варіанту $C(n_U)$.

3. Змінювати кількість вузлів в системі $n_U := n_U \pm 1$ і розв'язувати задачу розподілення множини елементів між вузлами до отримання найкращого розв'язку за критерієм вартості $n_U^o = \arg \min C(n_U)$.

На ранніх етапах проектування має місце не повна визначеність вихідних даних. Зокрема, значення вартостей (приведених витрат) центра C_C , вузла c_U , зв'язків i -го вузла з центром та центра з i -м вузлом c'_{iC} , c'_{Ci} , елемента c_E і зв'язків між елементами i та j – c_{ij} можуть задаватися не точно, а, наприклад, у вигляді ймовірних значень та можливих відхилень від них. У цьому випадку доцільно використовувати підходи на основі інтервального аналізу [15 – 17].

Перевагою підходів на основі інтервального аналізу є те, що не потрібним є завдання ймовірнісних характеристик для вихідних даних. При таких підходах отримують оцінки для розв'язків задач, а не для ймовірностей чи математичних сподівань, визначаються гарантовані двосторонні апроксимації шуканих рішень.

Множини можливих значень вартостей (наведених витрат) подаються інтервальними числами

$$c = [\underline{c}, \bar{c}] = \{t \mid \underline{c} \leq t \leq \bar{c}, \underline{c}, \bar{c} \in E\},$$

де $\underline{c}, \bar{c}$ – нижня та верхня границі інтервалу;

E – множина дійсних чисел.

Математичні моделі цієї та інших задач, що розв'язуються у процесі проектування ТРСС включають бінарні і унарні операції щодо параметрів і змінних. Нехай $*$ $\in \{+, -, \cdot, : \}$ – бінарна операція на множині дійсних чисел. Тоді для двох інтервально заданих параметрів v і y бінарна операція визначається у такий спосіб

$$[v] * [y] = \{z = v * y \mid v \in [v], y \in [y]\}.$$

При цьому для операції ділення $0 \notin y$.

Результати операцій над інтервальними числами $[v] = [\underline{v}, \bar{v}]$ и $[y] = [\underline{y}, \bar{y}]$ визначаються так [15 – 16]:

$$[v] + [y] = [\underline{v} + \underline{y}, \bar{v} + \bar{y}];$$

$$[v] - [y] = [\underline{v} - \bar{y}, \bar{v} - \underline{y}];$$

$$[v] \cdot [y] = [\min\{\underline{v} \underline{y}, \underline{v} \bar{y}, \bar{v} \underline{y}, \bar{v} \bar{y}\}, \max\{\underline{v} \underline{y}, \underline{v} \bar{y}, \bar{v} \underline{y}, \bar{v} \bar{y}\}];$$

$$[v] : [y] = [\underline{v}, \bar{v}] \cdot [1/\bar{y}, 1/\underline{y}], \quad 0 \notin [\underline{y}, \bar{y}].$$

Якщо один із операндів являє собою точковий інтервал y , для якого $\underline{y} = \bar{y}$, результат операції може бути визначений по спрощеному правилу $[v] * y = \{z = v * y \mid v \in [v]\}$.

Основна відмінність моделей, методів і алгоритмів, що

розроблятимуться для розв'язання задач в умовах неповної невизначеності складатиметься в їх комп'ютерній реалізації. Кожен невизначений параметр моделі замість одного значення буде подаватися двома: нижньою і верхньою межами.

Евристика для методів розв'язання задачі структурно-топологічного синтезу ТРСС. Аналіз численних рішень задач структурно-топологічного синтезу ТРСС з радіально-вузловими структурами (рис. 2.2) призвів до такого спостереження: у переважній більшості випадків граф, що відповідає оптимальній топологічній структурі, містить у собі гілки, що з'єднують кожен вузол із найближчим до нього елементом. Тобто до списку елементів $El_j = \{el_i\}$, що підключаються до вузла j , входить найближчий до нього елемент $el_{i^o} \in El_j$, $i^o = \arg \min_i c_{ji}$, $\forall j = \overline{1, n_U^o}$.

Виходячи з цього зроблено припущення: на базі двох найближчих елементів одночасно не можуть створюватися вузли. Якщо один з них є вузлом, то інший належить множині пов'язаних з ним елементів:

$$(el_{i^o}, el_{j^o}), i^o = \arg \min_i c_{i,j^o} \quad j^o = \arg \min_j c_{i^o,j}, i^o \neq j^o \neq 1, \quad (2.3)$$

$$y_{i^o} \in Y \rightarrow el_{j^o} \in El_{i^o}.$$

Для задачі синтезу топологічної структури взаємно найближчі елементи системи (el_{i^o}, el_{j^o}) можуть бути взаємно альтернативними в сенсі розміщення на їх базі вузлів одного ієрархічного рівня. З урахуванням цього пошук розв'язку задачі структурно-топологічного синтезу трирівневої ТРСС може бути здійснений на скороченій множині варіантів структур.

Твердження. Пара взаємно найближчих елементів завжди належить мінімальному стягуючому дереву (МСД).

Доказ (від зворотного). Нехай (a,b) – пара взаємно найближчих елементів, така що ребро, яке їх з'єднує, не належить МСД.

Виходячи з алгоритму побудови, МСД містить всі мінімальні за

довжиною ребра, крім тих, що утворюють цикли. Ребро (a,b) є для обох вершин мінімальним, бо елементи a і b є взаємно найближчими. Ребро (a,b) не належить МСД тоді і тільки тоді, коли воно утворює цикл. Ребро (a,b) може утворювати цикл, якщо на момент спроби його включення в дерево обидва елемента a, b уже будуть в дерево включені.

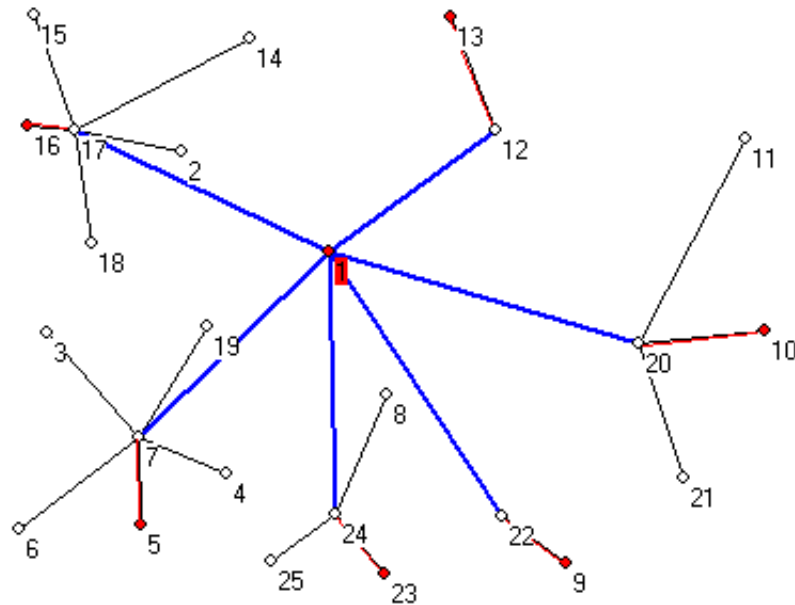


Рисунок 2.2 – Схема топологічної структури трирівневої централізованої ТРСС

Нехай елемент a був включеним до МСД першим. Тоді для того, щоб елемент b був включений, але не за рахунок ребра (a,b) , повинен існувати елемент c , такий що $\|(c,a)\| = \arg \min_i \|(c,i)\| = \|(a,c)\| \leq \|(a,b)\|$. Останнє протирічить умові найбільшою взаємної близькості елементів a і b . Таки чином ребро (a,b) ніколи не утворює циклів при побудові МСД, а значить завжди належить МСД, що і необхідно було довести.

Наслідок доведеного твердження: два взаємно найближчих елемента в МСД завжди належать різним рівням ієрархії.

Доведене твердження і наслідок з нього, дозволяють стверджувати, що із збільшенням заданого числа рівнів в ієрархічній структурі, евристика, що

враховує сильно зв'язані елементи, перестане бути евристикою .

Ідея запропонованих модифікацій методів скороченого перебору полягає в такому. Спочатку визначається множина неупорядкованих пар альтернативних один одному елементів $L = (el_{i_o}, el_{j_o})_i, i = \overline{1, l}$. У процедуру комбінаторного перебору варіантів розміщення вузлів включається перевірка умови: чи є пункт, який претендує на місце розміщення нового вузла, альтернативним до якого-небудь вже закріпленого у варіанті структури вузлу. Якщо ні, то перебір здійснюється без змін. Якщо так, то даний пункт слід пропустити. Ефективність евристики залежить від потужності множини L .

Модифікація метода спрямованого перебору варіантів ТРСС з регулярним розподілом елементів. Аналіз розв'язків задач структурно-топологічного синтезу трирівневих централізованих ТРСС з регулярним (гратчастим і гексагональним) розподілом елементів дозволив зробити наступне спостереження. Оптимальна топологічна структура ТРСС з регулярним розподілом елементів не містить в собі двох вузлів, таких, що один з них знаходиться в найближчій околиці іншого. У нашому випадку найближчою околицею деякого елемента будемо називати множину елементів, що знаходяться від даного на відстані, меншій або рівній мінімальній відстані між елементами, помноженому на $\sqrt{2}$ (щоб включити найближчі «по діагоналі» елементи). Найближчу околицю центрального елемента назвемо центральною околицею. Кількістю околиць від центру назвемо максимальну кількість елементів, розміщених топологічно на промені, що виходить з центрального елемента.

Помічено, що околиця центрального елемента, межі якої необхідно масштабувати співвідношенням вартостей ліній зв'язку, містить потенційні вузли оптимальної ТРСС. Пропонується скорочувати межі «центральної околиці» у стільки разів, у скільки разів вартість зв'язку центру з вузлом більше вартості зв'язку вузла зі своїми елементами (або збільшувати в

протилежному випадку) і не враховувати множини елементів, що належать до «центральної околиці», як неефективні місця розміщення додаткових вузлів у варіантах структур.

Модифікації наближених методів структурно-топологічного синтезу ТРСС. Значний відносний виграш у часі або в переборі варіантів разом з малою похибкою модифікації методу спрямованого перебору не дозволяють говорити про її переваги над відомими наближеними методами, кращим з яких можна назвати метод, заснований на ідеї покоординатного спуску [18]. Так, наприклад, при оптимізації топології системи ($n_E = 100$, $n_U^o = 30$):

- спрямований перебір складе приблизно $8,09 \cdot 10^{25}$ варіантів структур;
- запропонована модифікація спрямованого перебору – $1,21 \cdot 10^{23}$ (відносний виграш 99,85%);
- метод, заснований на ідеї покоординатного спуску, – порядку 10^5 варіантів.

Порівняльні показники ефективності методів наведені в табл. 2.1 (δW – відносне скорочення кількості варіантів, що аналізуються; $\delta \mathcal{C}$ – відносні похибки розв’язків; p – частота отримання неоптимального розв’язку).

Таблиця 2.1 – Показники ефективності методів відносно метода спрямованого перебору ($n_E > 30$)

Метод	δW , %	p	$\delta \mathcal{C}_{\max}$, %	$\delta \tilde{\mathcal{C}}_{\text{срєдн}}$, %
Модифікація спрямованого перебору	від 30	до 0,002	2,18	до 0,00084
Спрощена модифікація спрямованого перебору	від 45	до 0,021	1,4	до 0,01323
Покоординатний спуск	від 99	від 0,251	3,85	від 0,22088

Детально була досліджена можливість застосування запропонованої евристики в методі, заснованій на ідеї покоординатного спуску.

Таблиця 2.2 – Порівняння модифікацій методів поординатного оптимізації¹

n_E	$\delta \tilde{W}_{\text{срєдн}}, \%$			$\delta \tilde{t}_{\text{срєдн}}, \%$			p			$\delta C_{\text{макс}}, \%$			$\delta \tilde{C}_{\text{срєдн}}, \%$		
	Mod1	Mod2	Mod3	Mod1	Mod2	Mod3	Mod1	Mod2	Mod3	Mod1	Mod2	Mod3	Mod1	Mod2	Mod3
30	18,99	46,29	10,42	23,68	46,81	3,7	0,62	0,34	0	6,39	4,38	0	1,55	0,94	–
40	20,77	49,42	9,62	14,94	45,47	3,3	0,71	0,45	0,01	6,89	3,20	0,52	1,12	0,58	0,52
50	17,16	50,37	9,03	10,51	40,1	2,6	0,65	0,47	0,01	5,44	2,70	0,14	0,81	0,44	0,14
60	17,70	53,19	8,10	19,83	50,99	4,4	0,76	0,51	0,01	4,80	2,73	0,07	0,87	0,57	0,07
70	18,26	53,08	7,34	20,86	48,51	6,9	0,75	0,61	0,01	4,67	2,05	0,08	0,68	0,33	0,08
80	19,95	54,71	7,51	22,89	50,76	7,6	0,80	0,60	0	3,34	3,21	0	0,60	0,38	–
90	17,45	55,75	6,73	22,16	53,67	6,4	0,79	0,75	0,01	3,77	2,44	0,06	0,48	0,27	0,06
100	15,82	55,58	7,10	20,25	52,2	6,8	0,78	0,81	0	3,74	1,51	0	0,49	0,34	–

¹ Mod1 – пошук нового місця розміщення для вузла здійснюється на множині елементів, що знаходяться в його околиці, заданий коефіцієнтом відносно максимальної відстані (0,38);
Mod2 – пошук нового місця розміщення на множині підключених до нього елементів;
Mod3 – пошук за допомогою запропонованої евристичної процедури.

Показники ефективності модифікацій методу у порівнянні з базовим методом покоординатного оптимізації наведені в табл. 2.2.

зведення в один узагальнений критерій. Багатофакторне оцінювання проектних рішень в рамках кардіналістичного підходу базується на використанні лінійних або нелінійних функцій корисності часткових критеріїв (ФКЧК).

Функції корисності часткових критеріїв. Одним із способів реалізації процесу прийняття рішень при необхідності аналізу множин чинників є їх Основний недолік відомих ФКЧК – різний ступінь наближення їх значень до 0 і 1 при $x \rightarrow x_{нх}$ и $x \rightarrow x_{нл}$, що скорочує їх здатність до диференціації корисності різних значень часткового критерію. Крім того, вони мають великий кут входження в одну або обидві зони нечутливості, і, отже, якщо значення часткового критерію будуть близькі до екстремальних, то похибка в їх визначенні сильно відіб'ється на обчислювану корисність.

В якості нової моделі оцінки корисності проектного рішення за частковими критеріями пропонується модифікація ФКЧК, заснована на функції Гауса, із введенням параметра ступеня

$$\xi(x) = e^{-\frac{(\bar{x}-a)^{2\cdot\alpha}}{b}}, \quad (2.4)$$

де α – параметр, що визначає випуклість функції.

Таким чином, шляхом введення додаткового параметра може бути усунуто недолік ФКЧК, заснованої на функції Гауса (обмежена формалізація опуклих функцій).

Як ще одна ФКЧК пропонується модифікація логістичної функції із додатковими параметрами $\alpha, \beta \geq 1$ (модифікований гіперболічний тангенс – МГТ).

$$\xi(x, \alpha, \beta) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^{\alpha \cdot x} + e^{-\beta \cdot x}}. \quad (2.5)$$

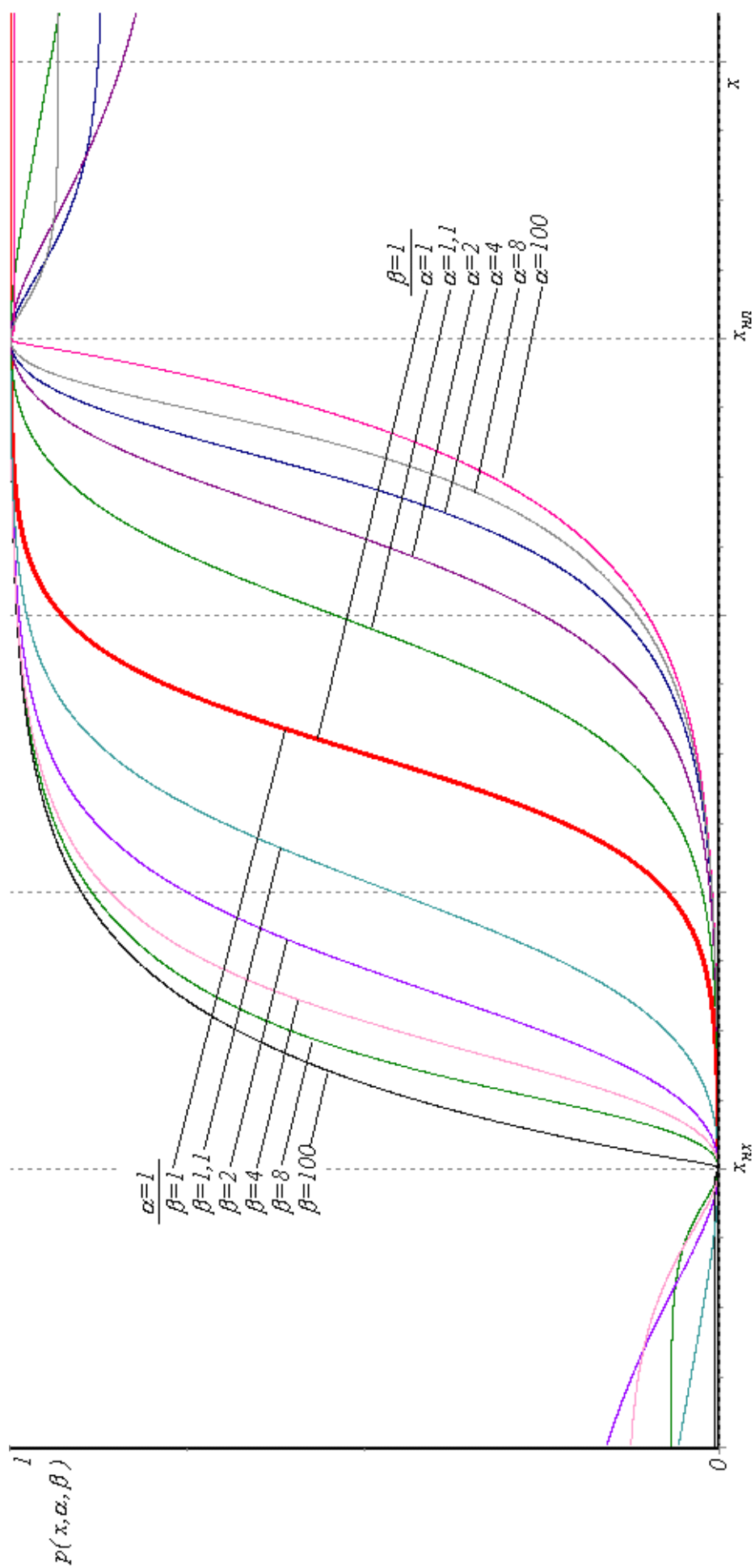


Рисунок 2.3 – Сімейство S-образних функцій (модифікований гіперболічний тангенс

після операції масштабування)

Кожен із введених статичних параметрів МГТ практично незалежно впливає на ліву і праву частини відображення функції.

Функція (2.5), масштабована від точки мінімуму $(\bar{x}, \xi(\bar{x}, \alpha, \beta))$ до точки максимуму $(\hat{x}, \xi(\hat{x}, \alpha, \beta))$, визначає сімейство гладких S-образних функцій (рис. 2.3):

$$\xi'(x, \alpha, \beta) = \frac{\xi(h(x), \alpha, \beta) - \xi(\bar{x}, \alpha, \beta)}{\xi(\hat{x}, \alpha, \beta) - \xi(\bar{x}, \alpha, \beta)},$$

$$\text{де } h(x) = (\hat{x} - \bar{x}) \cdot \frac{x - x_{hx}}{x_{hl} - x_{hx}} + \bar{x}.$$

Запропонована функція відображає всю множину дійсних чисел на інтервал $[0, 1]$. Її перевагами є гладкість, безперервність і мінімальні кути входження в нечутливі зони, вона має два параметри (які можуть бути подані відношенням між ними). При цьому для експерта інтерпретація параметрів запропонованої функції може бути наступною: «У скільки разів зростання критерію поблизу найгіршого значення важливіше (корисніше) його зростання поблизу найкращого значення?» У такому випадку зазначене експертом співвідношення можна використовувати безпосередньо для оцінки параметрів як відношення β/α .

У результаті аналізу відомих моделей оцінки корисності проектних рішень удалося підтвердити такий теоретичний висновок щодо ФКЧК, побудованої на основі полінома Колмогорова-Габора (ПКГ). При будь-яких значеннях його параметрів значення критерію обмежено зверху мінімальним ступенем (рівний 1) максимального з значень часткових критеріїв. В певному сенсі поверхня, утворена ФКЧК на основі ПКГ, знаходиться завжди нижче поверхні, утвореної функцією адитивного узагальненого критерію.

Виходячи з результатів аналізу, зроблено висновок, що моделі принципово різняться класом ідентифікованих ситуацій вибору, тому непорівнянні один з одним безпосередньо.

У разі, коли більш кращий (на думку експерта) варіант знаходиться в

просторі часткових критеріїв нижче гіперплощини, що проходить через менш переважні, у порівнянні з ним, то ситуація вибору може бути ідентифікована мультиплікативною складовою узагальненого критерію, а для інших моделей система однозначно несумісна.

У випадку, коли менш переважний варіант знаходиться у просторі часткових критеріїв вище гіперплощини, що проходить через більш переважні, то ситуація вибору легко ідентифікується за допомогою моделі на основі ПКГ (найбільшу роль грають члени зі ступенем більше одиниці), а для інших моделей система є несумісною.

Моделі оцінки корисності проектних рішень. У системах підтримки прийняття рішень традиційно використовують три основних види узагальнених критеріїв: адитивні, мультиплікативні та змішані (сума адитивної і мультиплікативної функцій, зокрема, ПКГ).

Для подолання виявлених недоліків пропонуються дві нелінійні моделі оцінки корисності проектних рішень, що не мають додаткових параметрів: експонентна і ентропійна; а також модифікації відомих змішаних моделей, що дозволяють охопити більш широкий спектр умов.

Запропонована модель на основі функції Харрінгтона має такий вид:

$$P(x) = \sum_{i=1..m} (1 - e^{-\lambda_i \xi_i(x)}). \quad (2.6)$$

Пропонована функція корисності, побудована за принципом інформаційної ентропії (2.7), відображає смислове наповнення поняття «корисність» як інформаційної категорії:

$$P(x) = \sum_{i=1..m} \lambda_i \cdot \xi_i(x)^{\lambda_i}. \quad (2.7)$$

З метою охоплення більш широкого кола умов, у функцію адитивно-мультиплікативної узагальненої корисності можна додати ступені, більше

одиниці (2.8), а до ПКГ – дробові ступені

$$P(x) = a \cdot \sum_{i=1..m} \lambda_i \xi_i(x) + b \cdot \prod_{i=1..m} \xi_i(x)^{\lambda_i} + (1-a-b) \cdot \prod_{i=1..m} \xi_i(x)^{1/\lambda_i}. \quad (2.8)$$

В якості модифікації (у напрямку універсалізації та мінімізації кількості параметрів) моделі узагальненого критерію, побудованого на основі ПКГ з параметром гнучкості (за аналогією з параметром ступеня базового полінома), може бути взятий такий варіант:

$$P(x) = \sum_{i=1..m} [\lambda_i \xi_i(x) + \lambda_{2,i} \xi_i(x)^v + \lambda_{3,i} \xi_i(x)^{1/v}]. \quad (2.9)$$

Дослідження моделей багатокритеріальної оцінки проектних рішень.
Для оцінки точності та часової складності запропонованих моделей багатокритеріальної оцінки проектних рішень та порівняння їх із відомими моделями за допомогою спеціально розробленого програмного модуля в середовищі пакета математичних програм було проведено ряд експериментів. За допомогою генератора випадкових чисел (з рівномірним розподілом) генерувалась ситуація прийняття рішення (вибиралися 6 альтернатив з області Парето, поданих 4 частковими критеріями). Згідно заданому відношенню строгої переваги $B = \{(x_1, x_2), (x_2, x_3), (x_3, x_4), (x_4, x_5), (x_5, x_6)\}$ чисельними методами компараторної ідентифікації, здійснювався пошук найкращих значень параметрів різних узагальнених критеріїв різними методами. Критерій оптимізації (ідентифікації вибору):

$$D = \max_{h=1..Card(B)} [P(\Lambda, x_2^h) - P(\Lambda, x_1^h)] \rightarrow \min,$$

де $\Lambda = \{\lambda_{l=1..m}\} \cup d\lambda$ – множина параметрів узагальнених критеріїв, що

складається з підмножини вагових коефіцієнтів часткових критеріїв і підмножини додаткових параметрів.

Показники ефективності використання узагальнених критеріїв: максимальне (найгірше) і середнє значення критерію ідентифікації – ($K_{\max} = \max_j K_j$ и $K_{\text{ср}} = \sum_j K_j / n$); максимальна і середня похибки щодо найкращого $K_j^* = \min_{i=1..n} K_j^i$ для поточних вихідних даних узагальненого критерію – ($\Delta K_{\max} = \max_j (K_j - K_j^*)$ и $\Delta K_{\text{ср}} = \sum_j (K_j - K_j^*) / n$); середній час розв'язання задачі параметричної оптимізації – $t_{\text{ср}}$; кількість експериментів, коли узагальнений критерій виявився кращим – W ; кількість випадків, коли порядок альтернатив був повністю відновлений – L .

Складність узагальненого критерію на основі ПКГ була обмежена другим ступенем ($u = 2$). Параметр для моделі (2.9) був прийнятий рівним потужності множини відношення строгої переваги ($v = \text{Card}(B) = 5$).

Дослідження ефективності використання різних узагальнених критеріїв здійснювалося за допомогою спеціально розробленого програмного модуля (у середовищі пакета математичних програм) різними методами (табл. 2.3 – 2.6): симплекс методом Нелдера-Мида (*Nelder-Mead*), методом випадкового пошуку, методом покоординатного оптимізації, методом покрокового пошуку.

Таблиця 2.3 – Результати 100 експериментів (симплекс метод Нелдера-Мида)

Модель	$\text{Card}(\Lambda)$	$K_{\max}$	$K_{\text{ср}}$	$\Delta K_{\max}$	$\Delta K_{\text{ср}}$	$t_{\text{ср}}, \text{с}$	W	L
Адитивна (А)	m	0,142	0,041	0,142	0,044	0,15	2	19
Мультиплікативна (М)	m	0,256	0,056	0,257	0,060	0,16	10	19
А-М	$m+1$	0,137	0,040	0,137	0,044	0,36	5	20
На основі ПКГ	$C_{m+u}^u - 1$	0,201	0,067	0,202	0,070	0,97	1	7

Експоненційна (2.6)	m	0,105	0,030	0,105	0,033	0,16	0	18
Ентропійна (2.7)	m	0,079	0,021	0,079	0,024	0,18	6	19
Модифікація А-М (2.8)	$m+2$	0,056	0,001	0,056	0,004	0,33	66	16
Модифікація ПКГ (2.9)	$m(2v-1)$	0,101	0,024	0,096	0,027	0,81	10	20

Таблиця 2.4 – Результати 1000 експериментів (випадковий пошук)

Модель	$K_{\max}$	$K_{\text{серед}}$	$\Delta K_{\max}$	$\Delta K_{\text{серед}}$	W	L
Адитивна (А)	0,313	0,048	0,295	0,046	43	129
Мультиплікативна (М)	0,414	0,071	0,356	0,068	45	97
А-М	0,326	0,052	0,307	0,050	21	128
На основі ПКГ	0,463	0,093	0,445	0,090	13	61
Експоненційна (2.6)	0,239	0,038	0,220	0,036	4	121
Ентропійна (2.7)	0,170	0,025	0,134	0,023	57	136
Модифікація А-М (2.8)	0,058	0,005	0,046	0,002	720	131
Модифікація ПКГ (2.9)	0,239	0,034	0,220	0,032	97	145

Таблиця 2.5 – Результати 1000 експериментів (покоординатний спуск)

Модель	$K_{\max}$	$K_{\text{серед}}$	$\Delta K_{\max}$	$\Delta K_{\text{серед}}$	$t_{\text{серед}}, \text{с}$	W	L
Адитивна (А)	0,281	0,0544	0,281	0,060	0,016	5	123
Мультиплікативна (М)	0,360	0,0761	0,360	0,082	0,019	33	111
А-М	0,265	0,0515	0,265	0,058	0,024	14	125
На основі ПКГ	0,243	0,0434	0,234	0,049	0,224	71	176
Експоненційна (2.6)	0,246	0,0417	0,246	0,048	0,012	3	119
Ентропійна (2.7)	0,127	0,0270	0,128	0,033	0,013	24	118
Модифікація А-М (2.8)	0,255	-0,0001	0,158	0,006	0,332	680	140
Модифікація ПКГ (2.9)	0,191	0,0183	0,191	0,024	0,156	179	261

Таблиця 2.6 – Результати 100 експериментів (повний перебір)

Модель	$K_{\max}$	$K_{\text{серед}}$	$\Delta K_{\max}$	$\Delta K_{\text{серед}}$	$t_{\text{серед}}$	W	L
Адитивна (А)	0,16	0,0469	0,160	0,056	0,0046 с	0	10
Мультиплікативна (М)	0,20	0,0656	0,207	0,074	0,0158 с	0	9

A-M	0,16	0,0432	0,160	0,052	0,2783 с	0	15
На основі ПКГ	0,16	0,0286	0,160	0,038	26 хв 36 с	17	25
Експоненційна (2.6)	0,12	0,0346	0,119	0,044	0,0114 с	0	10
Ентропійна (2.7)	0,15	0,0271	0,166	0,036	0,0158 с	0	11
Модифікація A-M (2.8)	0	-0,0026	0,046	0,006	5,06 с	61	16
Модифікація ПКГ (2.9)	0,04	0,0005	0,045	0,009	3 хв 38с	22	39

За результатами експериментального дослідження ефективності застосування відомих і запропонованих узагальнених критеріїв для задач багатофакторного оцінювання можна зробити такі висновки. Найбільш точною є запропонована модифікація критерію у вигляді ПКГ (складність нижче базового критерію). Експонентна і ентропійна моделі порівнянні з адитивною по точності і складності. Модифікація адитивно-мультиплікативної моделі складніше, однак і точніше базової.

2.3 Розробка програмного забезпечення розв'язання задач структурного синтезу територіально розподілених об'єктів в умовах неповної визначеності даних

Запропоновані математичні моделі і методи для автоматизації проектних і дослідницьких робіт зі структурно-топологічного багатокритеріального синтезу та аналізу системної динаміки ТРСС були реалізовані у вигляді програмного продукту *STO_version_0.exe*.

Відомих аналогів розробки немає. Окремі її функції можуть бути реалізовані в математичних пакетах програм, спеціальних пакетах математичного моделювання, інших додатках, що підтримують математичні обчислення. У програмі, поряд з відомими методами, реалізовані запропоновані методи структурно-топологічної оптимізації трирівневих сервісних систем.

У програму вбудований дослідний блок для реалізації порівняльного аналізу досліджуваних моделей і методів.

Основні характеристики розробленого програмного засобу: *Windows-*

додаток, 972 КБ (додатково *Help.txt* – 4 КБ, *ProductionModel.txt* – 1 КБ, *ServiceModel.txt* – 1 КБ). Файл *Help.txt* зберігає загальну інформацію щодо програми (час створення, автор, тематика). Файл *ProductionModel.txt* містить короткий опис моделі системної динаміки виробничо-збутової системи [19]. Файл *ServiceModel.txt* – опис моделі системної динаміки сервісного підприємства.

Мінімальні технічні вимоги використання: ПК зі встановленою ОС *Windows 2000*, відеокартою *VGA*, процесором *x86*, *3000 + PR*.

Програма дозволяє після графічного введення або зчитування з файлу координат розміщення елементів системи та інших вихідних даних:

- здійснювати її структурно-топологічну оптимізацію (різними методами за кількома критеріями);
 - здійснювати аналіз топології шляхом виконання структурно-топологічної оптимізації синхронно з інтерактивною зміною координат обраного елемента системи;
 - здійснювати ідентифікацію транспортних запізнювань для заданої топологічної структури (порядок і постійна запізнювання);
 - виконувати моделювання системної динаміки об'єкта в цілому з урахуванням транспортних запізнювань у заданій топологічній розв'язці (на основі двох базових моделей функціонування трирівневих сервісних систем);
 - проводити аналіз об'єкта шляхом моделювання його системної динаміки з можливістю зміни в інтерактивному режимі значень параметрів моделі;
 - в автоматичному режимі здійснювати порівняльний аналіз методів структурно-топологічної оптимізації ТРСС.
- У програмі реалізовано 15 методів структурно-топологічної оптимізації:
- повний спрямований перебір варіантів (побудований послідовним і рекурсивним алгоритмами) ;
 - Запропонована модифікація спрямованого перебору (побудована

послідовним і рекурсивним алгоритмами) ;

- запропонована спрощена модифікація спрямованого перебору (побудована послідовним і рекурсивним алгоритмами);

- метод «найближчих сусідів» (Дисарта-Георганаса);

- модифікація спрямованого перебору варіантів, коли в якості потенційних вузлів не розглядаються «висячі» вершини МСД;

- модифікація спрямованого перебору варіантів, коли в якості потенційних вузлів не розглядаються «висячі» вершини мінімального стягуючого до центру дерева (МСЦД);

- метод, заснований на ідеї покоординатної оптимізації;

- модифікація методу, заснованого на ідеї покоординатної оптимізації, коли в якості потенційного вузла розглядаються лише елементи, приєднані до поточного вузла;

- модифікація методу, заснованого на ідеї покоординатної оптимізації, коли в якості потенційного вузла розглядаються елементи, що знаходяться на заданій відстані від поточного вузла;

- запропонована в роботі модифікація методу, заснованого на ідеї покоординатної оптимізації;

- метод, заснований на ідеї покоординатної оптимізації, коли при збільшенні кількості вузлів спочатку генерується випадковий варіант рішення;

- метод однокрокової покоординатної оптимізації, коли в якості потенційного вузла розглядається найближчий до поточного вузла елемент;

- модифікація методу, заснованого на ідеї покоординатної оптимізації, з евристикою «найближчих сусідів»;

- модифікація методу, заснованого на ідеї покоординатної оптимізації, коли в якості потенційних вузлів не розглядаються «висячі» вершини МСД;

- модифікація методу, заснованого на ідеї покоординатного оптимізації, коли в якості потенційних вузлів не розглядаються «висячі» вершини МСЦД.

В якості критеріїв структурно-топологічної оптимізації запрограмовано обчислення таких часткових критеріїв:

- приведена вартість ТРСС;
- динаміка заданого критичного параметра системи, відповідної змінної моделі, у вигляді суми одного з критеріїв для кількох змінних:
 - а) потоки заявок в центральній ланці, ланці вузлів, ланці елементів;
 - б) темпи обслуговування заявок у ланках центру (ЛЦ), вузлів (ЛВ), елементів (ЛЕ) ;
 - в) фактичні рівні резервів у ЛЦ, ЛВ, ЛЕ;
 - г) рівні невиконаних заявок у ЛЦ, ЛВ, ЛЕ;
 - д) запізнювання виконання заявок у ЛЦ, ЛВ, ЛЕ;
- мінімізація відхилення від ідеальної динаміки заданого критичного параметра системи, відповідного змінної моделі, у вигляді суми одного з критеріїв для кількох змінних (ті ж обирали змінні).

У програмі реалізована можливість багатокритеріального вибору та багатокритеріальної оптимізації на основі зазначених часткових критеріїв. Багатокритеріальний вибір здійснюється на множині оптимальних за частковими критеріями варіантів рішень. Параметри запропонованих ФКЧК задаються користувачем.

Вагові коефіцієнти ФКЧК для багатокритеріального вибору й вагові коефіцієнти часткових критеріїв для багатокритеріальної оптимізації задаються користувачем.

Програма складається з семи модулів:

- *STOpas* – модуль обробки подій основного вікна додатку;
- *Optimization* – модуль методів оптимізації;
- *Exp* – модуль генерації вхідних даних і проведення експериментів, оцінки ефективності розв’язання задачі структурно-топологічної оптимізації одним із методів відносно іншого обраного метода;
- *Criteria* – модуль обчислення критеріїв оптимізації;
- *Simulation* – модуль обробки подій вікна моделювання динаміки

TPCC;

- *Models* – модуль рівнянь моделей системної динаміки;
- *About* – модуль обробки подій вікна опису програми;

Схема навігації у процесі реалізації функціональних можливостей програми подана на рис. 2.4. Структурна схема програми подана на рис. 2.5.

Перед запуском процедури структурно-топологічного синтезу необхідно ввести вхідні дані (кількість і значення координат елементів, вартості елементів, вузлів центру і зв'язків між ними).

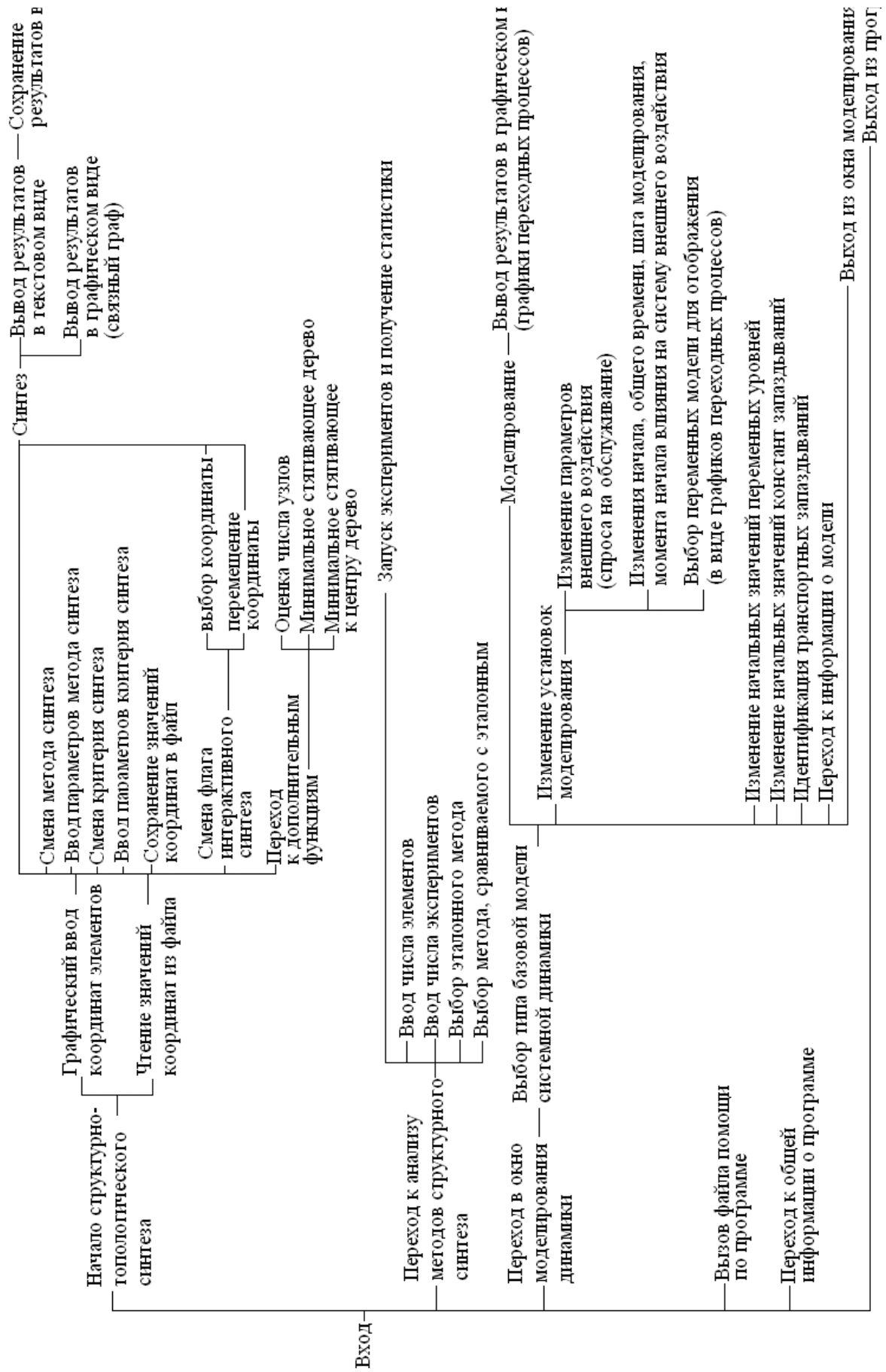


Рисунок 2.4— Схема меню програми

Установка курсору в точці з необхідними координатами (значення вказуються в лівому нижньому куті) і подальше натиснення лівої клавіші миші додає новий елемент.

Зчитування значень координат з файлу, а також їх запис здійснюється через пункт «Файл» головного меню.

Інші пункти головного меню: «Синтез», «Інтерактивний синтез», «Аналіз методів», «Додатково», «Довідка».

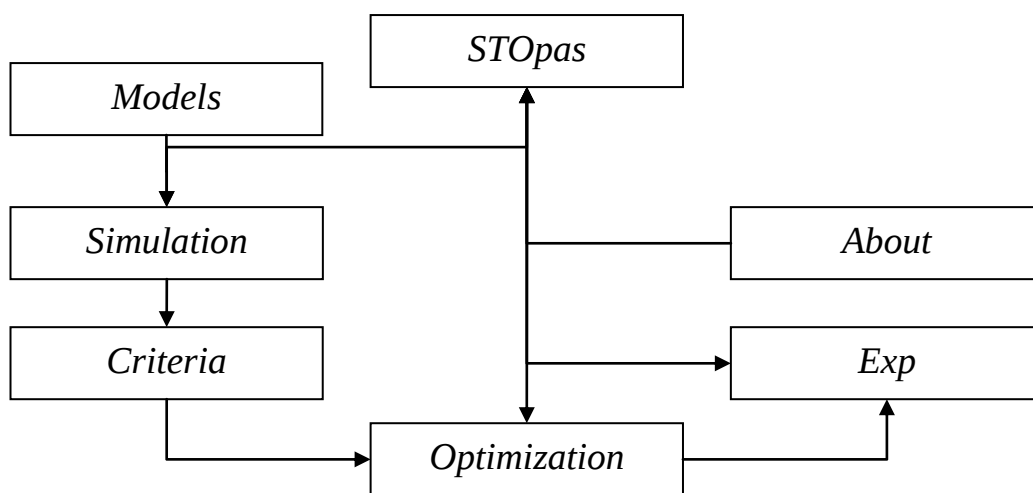


Рисунок 2.5 – Структурна схема програми

Графічне завдання координат здійснюється в полі для введення на закладці «Топологічна схема» основного вікна програми (рис. 2.6).

За допомогою пункту меню «Синтез» можна здійснити запуск процедури структурно-топологічної оптимізації або перейти до установки параметрів синтезу. На закладці «Параметри синтезу» (рис. 2.7) здійснюється вибір методу структурно-топологічного синтезу, вибір критерію, введення значень параметрів.

Виведення результатів синтезу здійснюється автоматично по його завершенню. Інформація надається в основному вікні програми:

- у графічному вигляді – це зв’язний граф на закладці «Топологічна схема»;
- у текстовому вигляді у файлі data.txt, вміст якого виводиться на

закладці «Текстова інформація», де його можна зберегти в іншій текстовий файл (права клавіша миші, контекстне меню «Зберегти», нова назва).

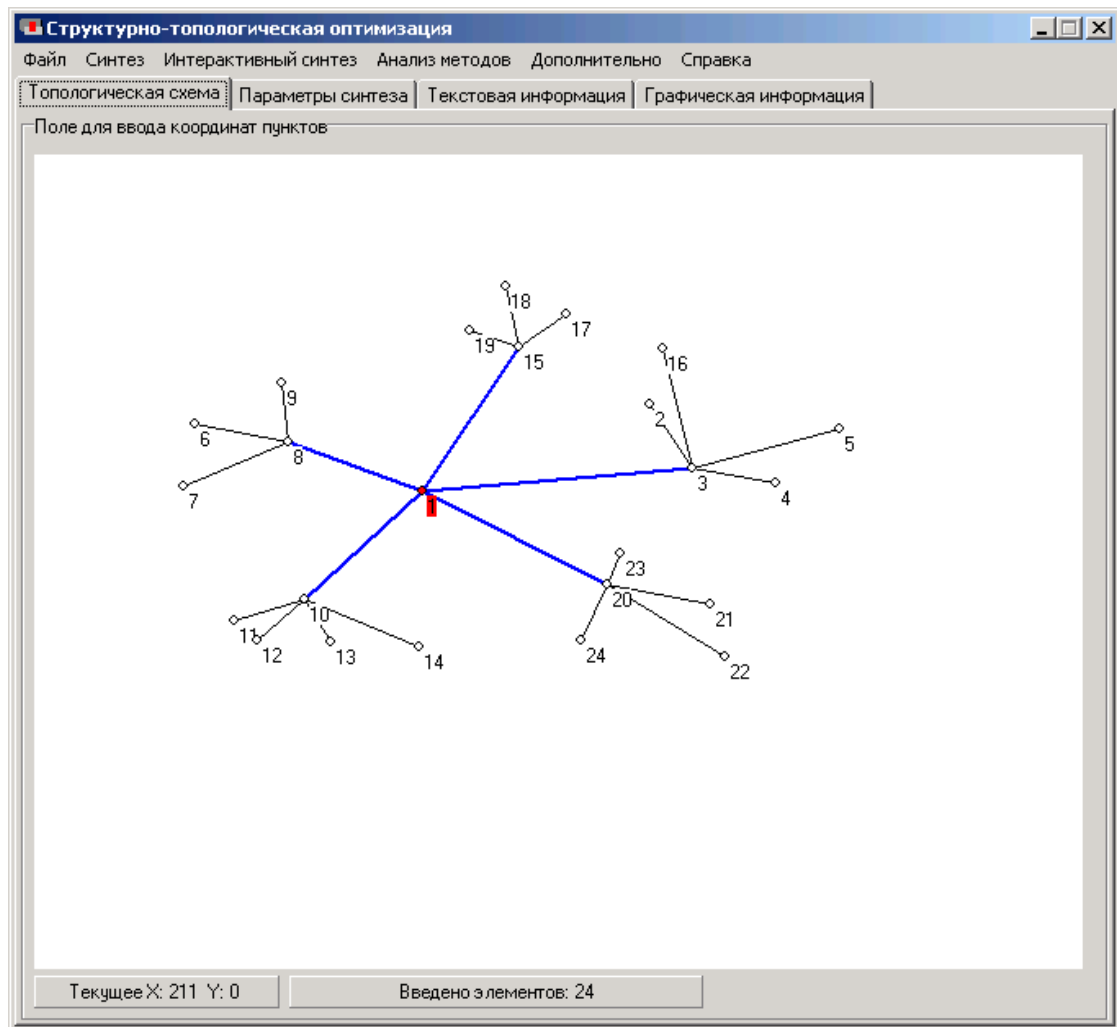


Рисунок 2.6 – Закладка «Топологічна схема» основного вікна

За допомогою пункту меню «Додатково» можна перейти до виконання додаткових функцій, що реалізують такі завдання на заданій множині елементів територіально розподіленої системи: оцінка оптимального числа вузлових елементів, побудова мінімального стягуючого дерева, побудова мінімального стягуючого до центру дерева.

Структурно-топологічна оптимізація територіально розподіленої системи. Працездатність запропонованої евристики продемонстрована на прикладі розв’язання задачі структурно-топологічної оптимізації трирівневої централізованої ТРСС.

Дано координати розміщення елементів системи (табл. 2.7, рис. 2.8) з центром у пункті 1 і координатами (217; 176). Координати розміщення виражені в кілометрах щодо деякої точки, обраної як початок координат. Кількість елементів, що входять до складу системи – $n_E = 25$.

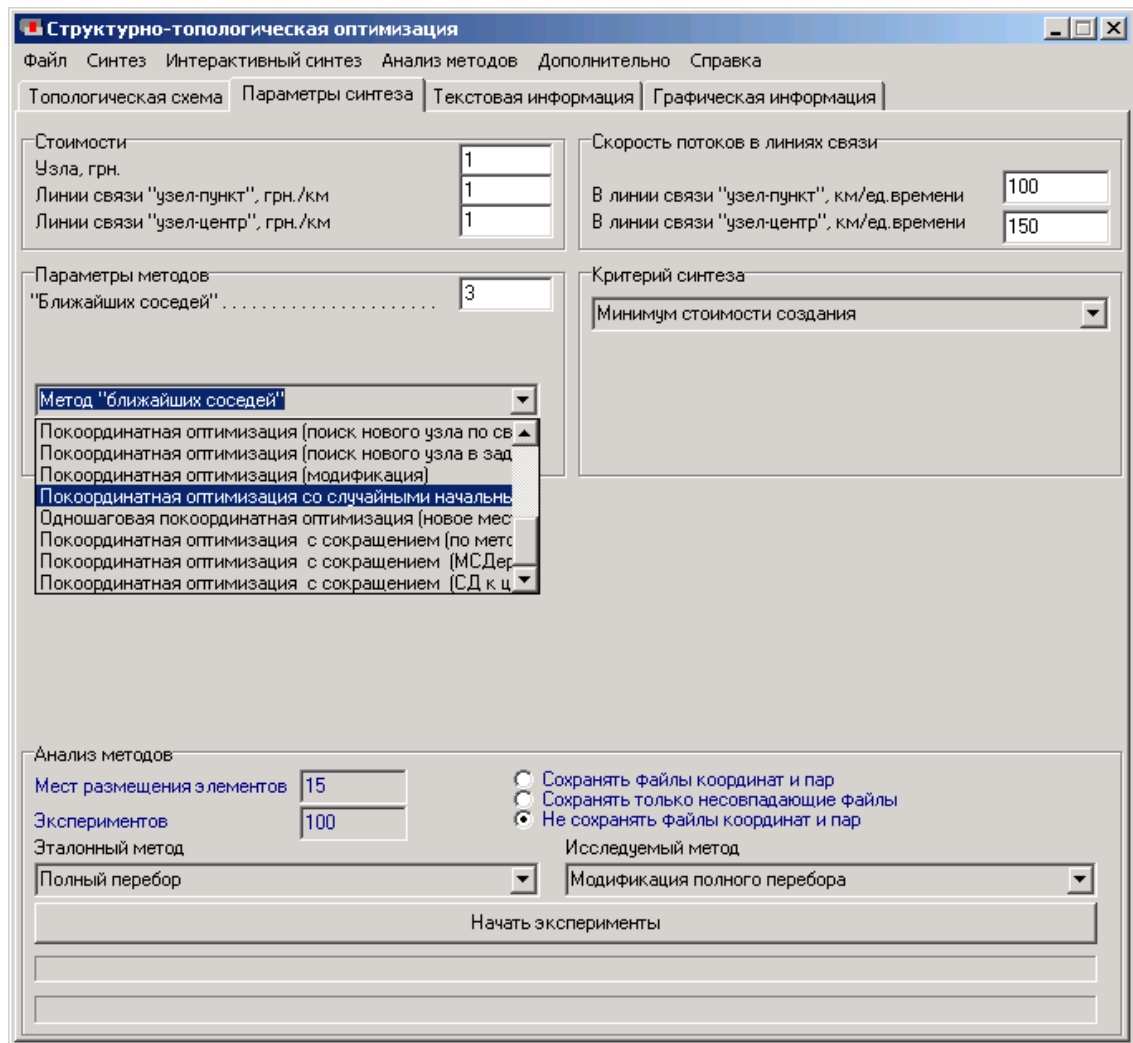


Рисунок 2.7 – Закладка «Параметри синтезу» основного вікна

Відомі вартості зв'язку елементів з вузлами і вузлів із центральним пунктом обслуговування (рис. 2.9). Вартість центру і вартість елементів не враховувалися, так як вони не впливають на вибір кращого проектного рішення. Вартість вузла $c_U = 12\,000$ грн., вартість зв'язку i -го вузла з центром і центра s i -м вузлом $c'_{iC} + c'_{Ci} = 1\,500$ грн., вартість зв'язку між елементами i та j $c_{ij} = 500$ грн.

Необхідно методом повного спрямованого перебору за критерієм мінімуму вартості визначити пункти оптимального розміщення вузлів і схему взаємозв'язків елементів, вузлів і центра.

Таблиця 2.7 – Координати розміщення елементів системи, км

Пункт	Координати		Пункт	Координати		Пункт	Координати		Пункт	Координати	
	x	y		x	y		x	y		x	y
2	239	137	8	320	118	14	501	291	20	105	114
3	214	246	9	391	166	15	517	225	21	58	185
4	197	218	10	399	209	16	489	168	22	54	210
5	123	201	11	341	282	17	449	174	23	105	247
6	141	134	12	274	307	18	427	121	24	181	300
7	212	127	13	422	311	19	202	79	25	100	291

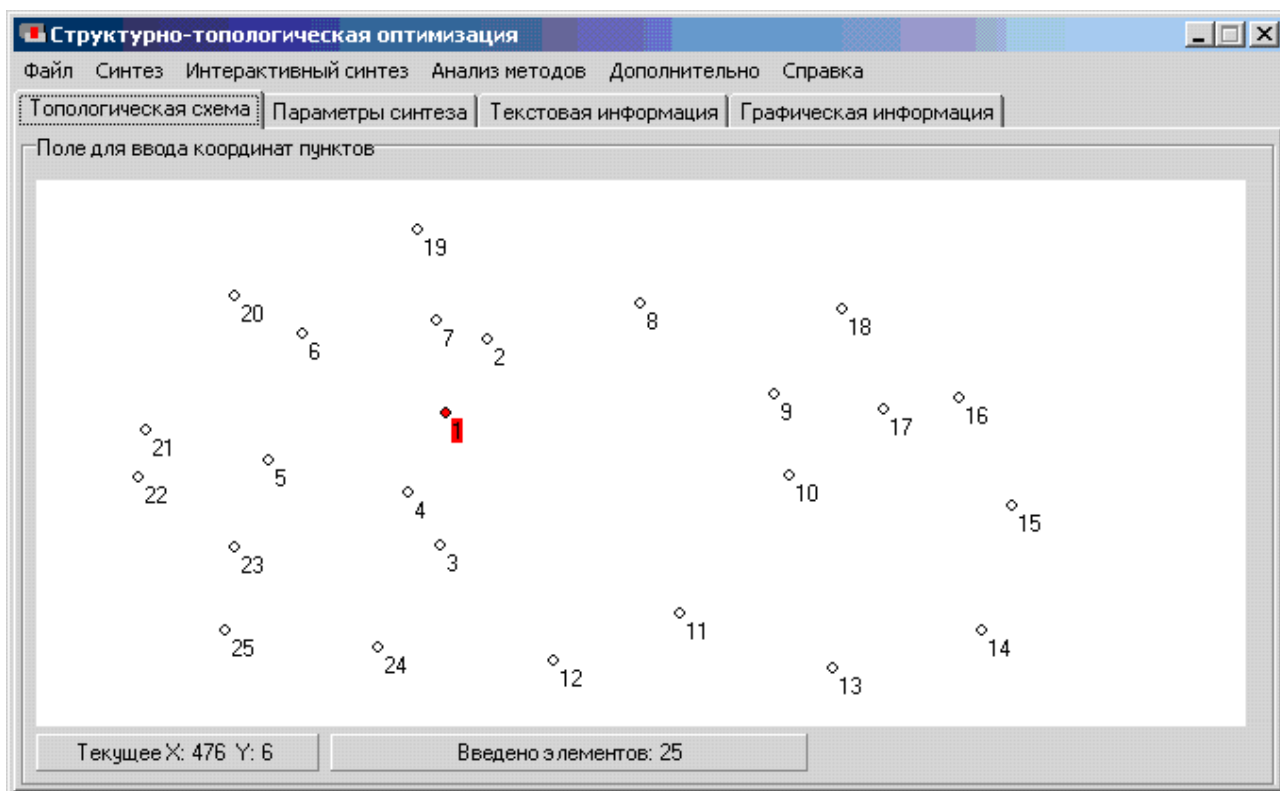


Рисунок 2.8 – Вікно програми з вихідним розміщенням елементів

Результати рішення задачі структурно-топологічної оптимізації в даній постановці за допомогою розробленого програмного засобу наведено на рис. 2.10 в графічному вигляді (у вигляді зв'язного графа) і на рис. 2.11 в текстовому вигляді (наведено хід рішення і результати).

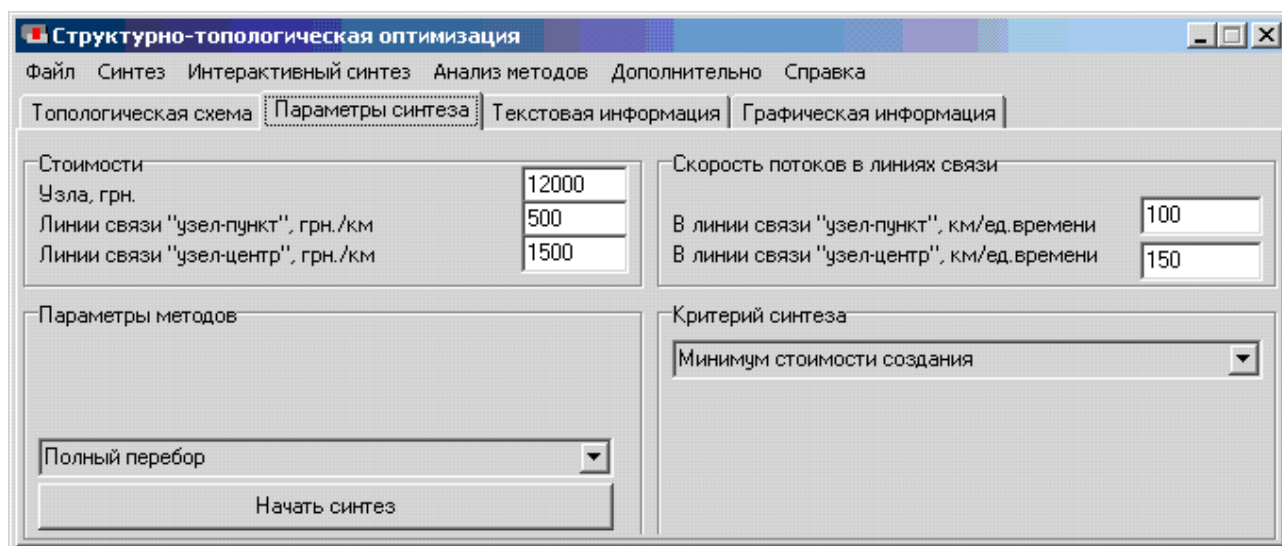


Рисунок 2.9 – Вікно програми з вхідними параметрами задачі

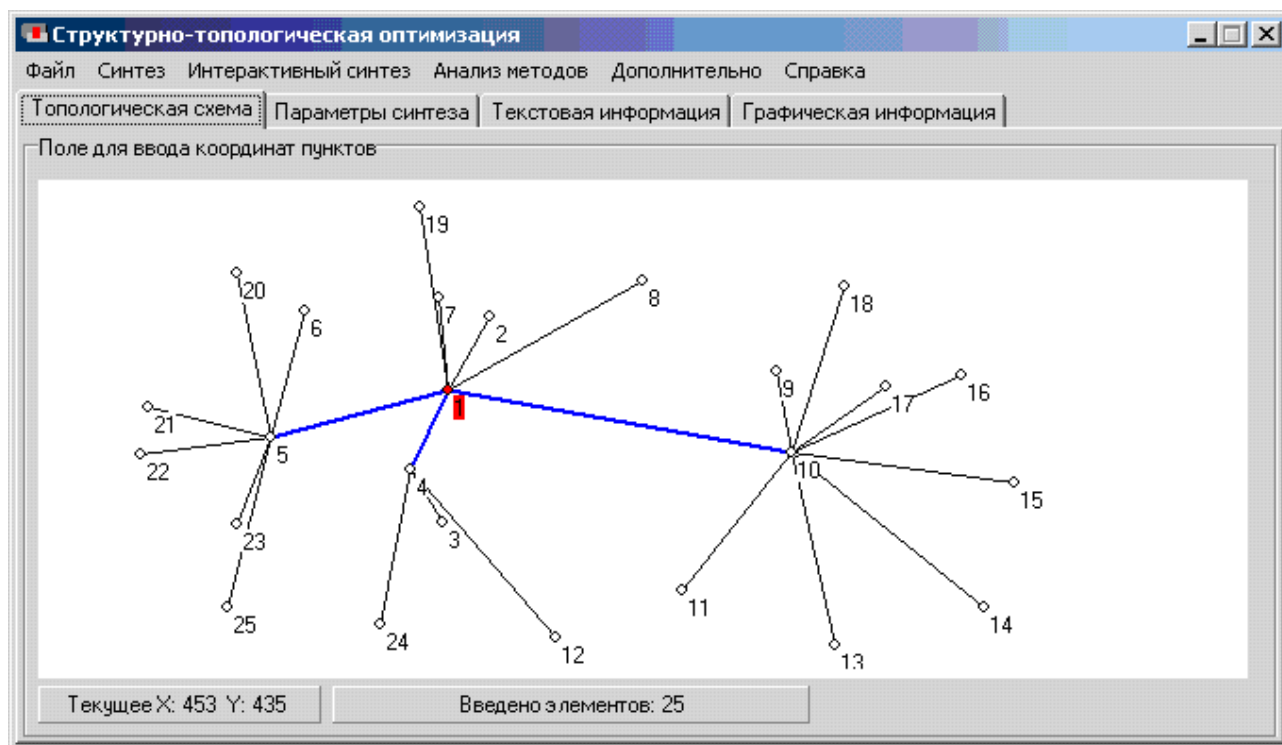


Рисунок 2.10 – Вікно програми графічного подання результатів розв'язання

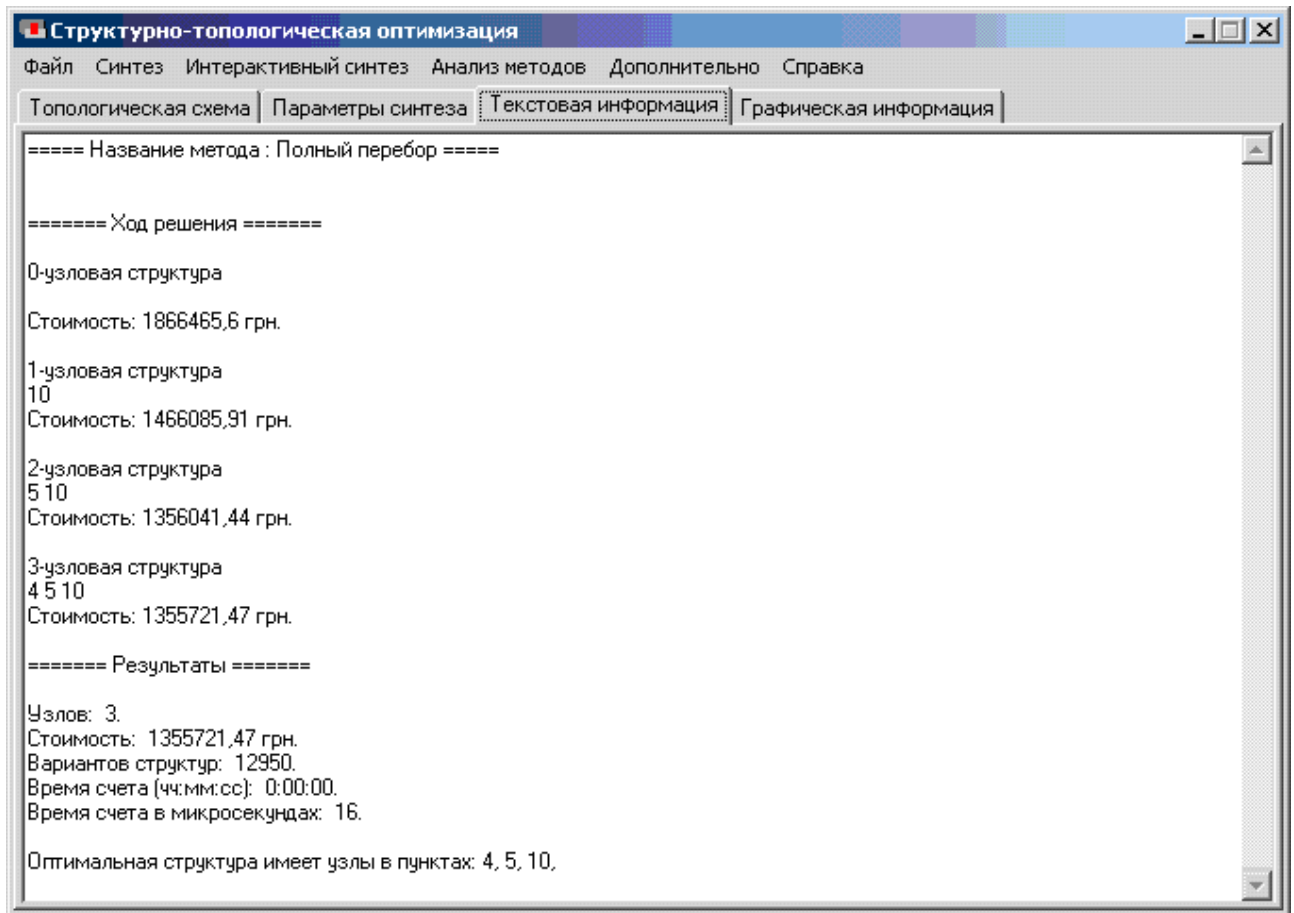


Рисунок 2.11 – Вікно програми текстового подання результатів розв’язання

2.4 Висновки по розділу 2

У результаті виконання розділу науково-дослідної роботи отримано вирішення важливої науково-практичної задачі підвищення ефективності систем автоматизації проектування територіально розподілених об’єктів шляхом розробки ефективних математичних моделей, методів, алгоритмів і програмного засобу для структурно-топологічної оптимізації централізованих територіально розподілених систем в умовах неповної визначеності вихідних даних.

Виконано системологічний аналіз сучасного стану проблеми структурно-топологічного синтезу територіально розподілених сервісних систем, в результаті якого встановлено, що: незважаючи на численні публікації, присвячені проблемам їх структурного синтезу та оптимізації, більшість з них присвячено вирішенню окремих завдань для конкретних видів систем; практично відсутні роботи, в яких пропонуються ефективні

моделі і методи розв'язання задач з урахуванням неповної визначеності вихідних даних і оцінкою альтернативних варіантів одночасно множиною функціонально-вартісних показників.

Виходячи з того, що топологія ТРСС багато в чому визначає їх раціональні структурні, параметричні та технологічні характеристики, отримання ефективних проектних рішень можливе тільки шляхом спільного визначення структури, параметрів елементів і зв'язків, їх топології і технології функціонування. Неможливість точного вирішення всього комплексу завдань для систем з великою кількістю елементів призводить до необхідності використання технологій проектування на основі декомпозиційно-агрегативного підходу. У рамках обраного підходу доцільно використовувати інтерактивні ітераційні технології проектування з застосуванням найбільш ефективних методів для кожної з задач проблеми, виходячи з її розмірності, вимог по точності її розв'язання та ресурсних обмежень. При цьому найбільш важливими в процесі проектування подібних систем вважаються задачі структурно-топологічної оптимізації.

Як результат отримала подальший розвиток системологічна модель загальної задачі структурного синтезу ТРСС, що дозволяє отримувати рішення за множиною функціонально-вартісних критеріїв з урахуванням невизначеності та динамічних характеристик, що дозволяє підвищити ефективність процесів проектування.

У результаті дослідження вперше виявлена характерна особливість оптимальних структур ієрархічних територіально розподілених об'єктів, на основі якої запропонована евристика, що дозволяє істотно скоротити кількість аналізованих варіантів в процесі їх проектування (за результатами експериментів залежно від розмірності задачі в середньому на 38,12 – 52,70 %).

Удосконалено в частині зниження часової складності комбінаторний метод і метод покоординатної структурно-топологічної оптимізації трирівневих ТРСС з нерегулярним і регулярним розміщеннями їх елементів,

що дозволяє за прийнятний час розв'язувати практичні задачі більш високої розмірності. За результатами експериментів скорочення часу розв'язання задачі становить залежно від її розмірності 12,08 – 86,39 %. Вперше на основі методології системної динаміки розроблена модель трирівневої територіально розподіленої сервісної системи, що дозволяє на етапі проектування аналізувати її стійкість до зміни попиту на обслуговування.

Для системи підтримки прийняття багатокритеріальних проектних рішень запропоновані модифікації функцій корисності часткових критеріїв гіперболічного тангенса і Гауса, які дозволяють розширити можливості формалізації переваг особи, що приймає рішення, і частіше базових функцій на 22 – 30 % відновлюють його переваги. Запропоновано моделі оцінки узагальненої корисності проектних рішень на основі експоненційної функції, функції інформаційної ентропії, адитивно-мультиплікативної функції та функції на основі полінома Колмогорова-Габора, що дозволяють відновлювати порядок переваг особи, що приймає рішення, частіше на 30 – 40 %, ніж відомі моделі.

Розроблені математичні моделі та методи багатofакторного синтезу топологічних структур розвивають методологічну основу для створення ефективних інструментальних засобів систем підтримки прийняття рішень в сучасних технологіях автоматизованого проектування територіально розподілених об'єктів. Вони реалізовані програмно, апробовані, показали свою працездатність і ефективність на прикладах розв'язання задач синтезу топологічних структур і моделювання динаміки трирівневих централізованих сервісних систем, вибору багатofакторних проектних рішень.

Розроблені моделі, методи та програмне засіб можуть бути використані при розв'язанні задач синтезу, планування розвитку та реінжинірингу структур корпоративних інформаційно-обчислювальних мереж, систем моніторингу, транспорту, зв'язку, виробництва і збуту продукції, управління, інших ТРСС. Практичне використання результатів роботи дозволяє: підвищити ступінь автоматизації процесів проектування, планування

розвитку, реінжинірингу, управління; скоротити час проектування об'єктів; підвищити якість одержуваних рішень і на цій основі скоротити витрати на їх створення і експлуатацію.

Основні результати цього розділу опубліковані в роботах [20 – 32] .

Перелік посилань у розділі 2

1. Петров Э.Г. Территориально распределенные системы обслуживания / Э.Г. Петров, В.П. Писклакова, В.В. Бескоровайный. – К.: Техника, 1992. – 208 с.
2. Бескоровайный В.В. Методы анализа и синтеза решений при автоматизированном проектировании структур территориально распределенных объектов: дис. ... доктора техн. наук.: 05:13:12 / Бескоровайный Владимир Валентинович; Харьковский национальный ун-т радиоэлектроники. - Х., 2004. – 389 с.
3. Джонс Дж. К. Методы проектирования / Дж. К. Джонс. – М.: Мир, 1986. – 326 с.
4. Марка Д. Методология структурного анализа и проектирования / Д. Марка, К. Макгоун. – М.: Метатехнология, 1993. – 240с.
5. Тимченко А.А. Основы системного проектування та аналізу складних об'єктів: У 2-х кн. Кн. 1. Основы САПР та системного проектування складних об'єктів / А.А. Тимченко; за ред. В.І. Бикова. – К.: Либідь, 2000. – 272 с.
6. Бескоровайный В.В. Системологический анализ проблемы структурного синтеза территориально распределенных систем / В.В. Бескоровайный // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. – 2002. – Вып. 120. – С. 29 – 37.
7. Бескоровайный В.В. Синтез логической схемы системного проектирования территориально распределенных объектов / В.В. Бескоровайный // Радиоэлектроника и информатика. – 2002. – №3.– С.

94 – 96.

8. Комяк В.М. Алгоритм оптимізації розміщення пожежних депо при проектуванні нових районів міст (реконструкції існуючих) / В.М. Комяк, А.Г. Косе, О.К. Пандорін, О.В. Панкратов // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2000. – Вип. 68. – С. 62 – 64.

9. Хрусталеv М. М. Система моделей для исследования динамики развития и устойчивости функционирования отрасли / М.М. Хрусталеv, Б.И. Пустовит, В.Е. Зотов, В.А. Дроздов // Информационные технологии. – 1998. – № 12. – С. 13 – 18

10. Шихов Л. А. Современный подход к организации отказоустойчивой инфраструктуры предприятия / Л. А. Шихов // Информационные технологии. – 1998. – № 9. – С. 72 – 80.

11. Тельнов Ю.Ф. Реинжиниринг бизнес-процессов / Ю.Ф. Тельнов. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 256 с.

12. Кутелеv П.В. Организационный инжиниринг. Технологии реинжиниринга бизнеса / П.В. Кутелеv. – Ростов н/Д.: Феникс, 2003. – 220 с.

13. Воловщиков В.Ю. СППР управления развитием корпоративной информационно-вычислительной системы при нечеткой исходной информации / В.Ю. Воловщиков, М.Д. Годлевский // Східно-європейський журнал передових технологій. – Харків, 2007. – №2/2 (26). – С. 3 – 6.

14. Бескоровайный В.В. Модификация метода направленного перебора для синтеза топологии систем с радиально-узловыми структурами / В.В. Бескоровайный // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. – 2003. – Вып. 123. – С. 110 – 116.

15. Алефельд Г., Херцбергер Ю. Введение в интервальные вычисления / Г. Алефельд, Ю. Херцбергер. – Мир, 1987. – 360 с.

16. Шокин Ю.И. Интервальный анализ / Ю.И. Шокин. – Новосибирск: Наука, 1981. – 112 с.

17. Алтунин А.Е. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: монография / А.Е. Алтунин, М.В. Семухин. – Тюмень:

Издательство Тюменского государственного университета, 2000. – 352 с.

18. Бескоровайный В.В. Алгоритмы оптимизации топологии ИВС на множестве радиально-узловых структур / В.В. Бескоровайный, З.А. Имангулова // Радиоэлектроника и информатика. – 2000. – № 2. – С. 100 – 104.

19. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия (индустриальная динамика) / Дж. Форрестер; пер. с англ.; под общ. ред. Д.М. Гвишиани. – М.: Прогресс, 1971. – 340 с.

20. Бескоровайный В.В. Модификация метода направленного перебора для оптимизации топологии систем с регулярным распределением элементов / В.В. Бескоровайный, Е.В. Соболева // Системи обробки інформації. – 2013. – №1 (108). – С. 12 – 16.

21. Бескоровайный В.В. Исследование эффективности критериев обобщенной полезности для задач многокритериального оценивания / В.В. Бескоровайный, Е.В. Соболева // Системи управління, навігації та зв'язку. – 2011. – №3 (19). – С. 145 – 151.

22. Бескоровайный В.В. Модель динамики территориально распределенной сервисной системы / В.В. Бескоровайный, Е.В. Соболева // Радиоэлектроника. Информатика. Управление. – 2012. – №2 (27). – С. 74 – 81.

23. Бескоровайный В.В. Композиционная модель динамической распределенной задачи структурного синтеза территориально распределенных систем / В.В. Бескоровайный, Е.В. Соболева // Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Системний аналіз, управління та інформаційні технології». – 2013. – №2 (967). – С. 60 – 76.

24. Бескоровайный В.В. Моделирование динамики при проектировании территориально распределенных сервисных систем / В.В. Бескоровайный, Е.В. Соболева // Стан, досягнення і перспективи інформаційних систем і технологій. Матеріали XII Всеукраїнської науково-технічної конференції молодих учених, аспірантів та студентів, Одеса, 11-12 квітня 2012 року. – Одеса: Видавництво ОДАХ, 2012. – С. 88 – 90.

25. Бескоровайный В.В. Модель системной динамики муниципальной системы оперативного обслуживания / В.В. Бескоровайный, Е.В. Соболева // Математичне моделювання та інформаційні технології. Збірник наукових праць одинадцятої всеукраїнської науково-технічної конференції, Одеса, 21-23 листопада 2012 року. – Одеса: Видавництво ННІХКтаЕ, 2012. – С. 56 – 57.

26. Соболева Е.В. Исследование эффективности критериев обобщенной полезности для задач многокритериального оценивания / Е.В. Соболева // System analysis and information technologies: 14-th International conference SAIT 2012, Kyiv, Ukraine, April 24, 2012. Proceedings. – ESC “IASA” NTUU “KPI”, 2012 – С. 236 – 237 [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://sait.kpi.ua/books/sait2012.ebook.pdf/view>.

27. Бескоровайный В.В. Оптимизация размещения информационных ресурсов распределенных баз данных для CALS-технологий / В.В. Бескоровайный, З.А. Имангулова, О.С. Ульянова, Н.М. Сердаков // Системи управління, навігації та зв'язку. – 2011. – № 3(19). – С. 139 – 144.

28. Бескоровайный В.В. Оптимизация количества и местоположения распределительных центров транспортно-складской системы / В.В. Бескоровайный, З.А. Имангулова, А.И. Петрова // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2012. – № 5/3 (59). – С. 24 – 28.

29. Бескоровайный В.В. Управление проектами реинжиниринга топологических структур транспортных сетей / В.В. Бескоровайный, З.А. Имангулова, А.И. Петрова // Информационные системы и технологии: материалы Международ. научно-техн. конф., Морское-Харьков, 22-29 сентября 2012 г.: тезисы докладов. Харьков: НТМТ, 2012. – С. 86.

30. Бескоровайный В.В. Системологический анализ проблемы проектирования региональных транспортных систем / В.В. Бескоровайный, А.И. Петрова // Математичне моделювання та інформаційні технології: тези доп. XI Всеукр. наук.-техн. конф., 21 – 23 лист. 2012 р. – Одеса, 2012. – С. 16.

31. Бескоровайный В.В. Реинжиниринг распределённых баз данных в

глобальных системах мониторинга / В.В. Бескоровайный, К.Е. Подоляка // Математичне моделювання та інформаційні технології: тези доп. XI Всеукр. наук.-техн. конф., 21 – 23 лист. 2012 р. – Одеса, 2012. – С. 17.

32. Бескоровайний В.В. Структурно-топологічна оптимізація транспортно-складської мережі регіонального рівня / В.В. Бескоровайний З.А. Імангулова, А.К. Перескокова // Системи обробки інформації. Проблеми і перспективи розвитку ІТ-індустрії. – 2012. – Вип. 8 (106). – С. 188.

3 РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ І МЕТОДІВ КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПРИ СТВОРЕННІ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ СИСТЕМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ РОЗМІЩЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

3.1 Генерація комбінаторних множин із заданими властивостями

3.1.1 Вступ

Генерація різноманітних комбінаторних об'єктів використовується при розробці й реалізації методів і алгоритмів розв'язання багатьох наукових і прикладних задач [1-6]. Під генерацією в них розуміється побудова всіх комбінаторних структур певного типу [3]. У зазначених джерелах головним чином вирішуються задачі генерації досить простих комбінаторних об'єктів – перестановок, сполучень, розбивок, дерев, двійкових послідовностей. Результати генерації комбінаторних об'єктів використовуються при розв'язанні задач моделювання, комбінаторної оптимізації і в інших галузях [7-10]. Розв'язання проблеми генерації більш складних комбінаторних об'єктів утрудняється відсутністю спеціальних конструктивних засобів і необхідністю значних обчислювальних витрат, пов'язаних з надлишковістю результатів застосування відомих методів і алгоритмів генерації.

Досить складні комбінаторні конфігурації можуть бути формально описані й сгенеровані за допомогою конструктивних засобів опису композиційних k -образів комбінаторних множин (k – множин), запропонованих в [11, 12]. При цьому під комбінаторною множиною розуміється множина кортежів, побудованих з кінцевої множини довільних елементів (так званих породжувальних елементів) відповідно до певних правил [13]. Прикладами класичних комбінаторних множин можуть служити перестановки, сполучення, розміщення, двійкові послідовності.

Апарат k -множин досліджений досить докладно [11–13], розглянуті загальні принципи їхньої генерації [13], однак сама задача генерації k -множин у загальному випадку залишилася невирішеною, досліджений лише один з її окремих випадків [14].

Задача генерації k – множин, у свою чергу, вимагає розв'язання задач генерації базових комбінаторних множин, використовуваних при побудові k – множин. Базовими можуть бути комбінаторні множини з відомими описами й алгоритмами генерації: як класичні комбінаторні множини (перестановки, сполучення, розміщення, кортежі), так і некласичні, наприклад, перестановки кортежів, композиції перестановок, перестановки із заданою кількістю циклів і т.д. [12-14]. Для багатьох базових комбінаторних множин описані алгоритми їхньої генерації [1-3, 5, 15], однак у більшості випадків кожний алгоритм генерації заснований на специфічних властивостях комбінаторних множин.

У даній роботі пропонується загальний підхід до генерації композиційних k – образів комбінаторних множин (k – множин) на основі єдиного підходу до генерації різних базових комбінаторних множин.

Метою даної роботи є розв'язання задачі генерації композиційних k – образів комбінаторних множин.

3.1.2 Композиційні k -образи комбінаторних множин (k -множини).

Нехай $z^\beta = \{z_1^\beta, z_2^\beta, \dots, z_{n_\beta}^\beta\} \subseteq Z_{\beta_i}$, Z_{β_i} – множини довільних елементів,

$\beta \in \beta_i$, $i \in J_k^0 = \{0, 1, \dots, k\}$, де $\beta_0 = \{0\}$,

$\beta_i = \{\beta_j, j = 1, 2, \dots, \eta_i\}$, $\beta_j = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i)$, $\alpha_1 \in J_n$, $\alpha_2 \in J_{n_{\alpha_1}}$, $\dots$, $\alpha_i \in J_{n_{\alpha_1 \dots \alpha_{i-1}}}$,

$$\eta_1 = n, \eta_2 = \sum_{j=1}^n n_j, \eta_i = \sum_{\alpha_1=1}^n \sum_{\alpha_2=1}^{n_1} \dots \sum_{\alpha_{i-1}=1}^{n_{1 \dots i-2}} n_{\alpha_1 \dots \alpha_{i-1}}, i = 3, 4, \dots, k,$$

(3.1)

Розглянемо відображення [12, 13]:

$$\Gamma_{\beta_0}: Z_{\beta_0} \rightarrow Y^0, \Gamma_{\beta_i}: Y^{i-1} \times Z_{\beta_i} \rightarrow Y^i,$$

де

$$Y^0 = \{Y_{\beta_0}(z^\beta), \beta \in \beta_0\}, Y^i = \{Y_{\beta_i}(Y_{\beta_{i-1}}, z^\beta), \beta \in \beta_i\}, i \in J_k, J_t = \{1, 2, \dots, t\},$$

$Y_{\beta_i} = \Gamma_{\beta_i}(Y_{\beta_{i-1}}, z^{\beta_i}) = F(Y_{\beta_{i-1}}, \tilde{\Gamma}_{\beta_i}(z^{\beta_i}))$, $i \in J_k$, $F(Y_{\beta_{i-1}}, \tilde{\Gamma}_{\beta_i}(z^{\beta_i}))$ – відображення, що реалізує операцію n -заміщення, що складається в заміні кожного породжувального елемента множини $Y_{\beta_{i-1}}$ елементами базових комбінаторних множин $Y_{\beta} = \tilde{\Gamma}_{\beta}(z^{\beta})$, $\beta \in \beta_i$, відповідно,

$\tilde{\Gamma}_{\beta_i}(z^{\beta_i}) = (\tilde{\Gamma}_{\beta}(z^{\beta}), \beta \in \beta_i)$, $z^{\beta_i} = (z^{\beta}, \beta \in \beta_i)$, $\tilde{\Gamma}_{\beta}(z^{\beta})$ – базові відображення [12,13]. Це означає, що

$$(z_{l_1}^{\beta}, z_{l_2}^{\beta}, \dots, z_{l_{\beta}}^{\beta}) \in Y_{\beta}, \quad z_{l_t}^{\beta} \in Y_{\delta}, \quad l_t \in J_{l_{\beta}}, \quad \beta \in \beta_{i-1}, \quad \delta \in \beta_i, \quad i \in J_k.$$

Позначимо

$$\Gamma_i = \{\Gamma_{\beta_i}\}, \quad i \in J_k. \quad (3.2)$$

Визначення. Композиційним k -образом комбінаторних множин $Y_0, Y_1, Y_2, \dots, Y_n, Y_{11}, Y_{12}, \dots, Y_{1n_1}, \dots, Y_{1\dots 1}, \dots, Y_{nn_1\dots n_{k-1}}$ (k -множиною), породженим множинами z^{β_k} , $\beta_k \in \beta_k$, називається комбінаторна множина вигляду [12, 13]:

$$W_z = \Gamma_k \circ \Gamma_{k-1} \circ \dots \circ \Gamma_0(z), \quad (3.3)$$

де відображення $\Gamma_i \in \Gamma_i$, $i \in J_k$, визначаються співвідношенням (3.2).

Потужність множини (3.3) визначається співвідношенням [12, 13]

$$Card(W_z) = \sum_{\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_r\} \subset J_n} \alpha_{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_r} \cdot \prod_{i=1}^k \prod_{\beta_i = (\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_i)} Card Y_{\beta_i} \quad (3.4)$$

Оскільки генерація k -множин ґрунтується на генерації базових комбінаторних множин, необхідний алгоритм для генерації цих множин.

3.1.2 Генерація базових комбінаторних множин.

З кожною базовою комбінаторною множиною T зв'яжемо множину $p(T) = \{A, m, S\}$, де $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ – множина породжувальних елементів, m – довжина кортежу $t \in T$ (вважаємо, що всі кортежі множини мають рівну довжину), S – набір параметрів, що

характеризують множину T , наприклад, $n_1, n_2, \dots, n_k$ параметри для перестановок з повтореннями й інші параметри, характерні для різних класів комбінаторних множин. Під класом комбінаторної множини будемо розуміти його приналежність перестановкам, сполученням і т.д.

Нехай задана базова комбінаторна множина T і її параметри $p(T)$. Необхідно згенерувати всі елементи $t \in T$, кожний з яких є кортежем довжини m . Уведемо позначення $t^i = (t_1, t_2, \dots, t_i)$, $\forall t_i \in A$, $A \in p(T)$, $i \in J_n$. Тоді $t^0 = ()$ – порожній кортеж, $t^m = t \in T$. Результатом генерації є множина T .

Викладемо спочатку ідею алгоритму генерації базових множин. Алгоритм працює рекурсивно, на кожному рівні рекурсії $i \in J_{m-1}^0$ додаючи в поточний кортеж $t^i = (t_1, t_2, \dots, t_i)$ наступний елемент t_{i+1} , одержуючи на рівні $i+1$ кортеж $t^{i+1} = (t_1, t_2, \dots, t_{i+1})$. На рівні $m \leq n$ алгоритм додає кортеж $t^m = t$ у множину T .

Приналежність множини T певному класу комбінаторних множин установлює деякі обмеження на елемент $t_{i+1} \in A$. На кожному рівні $i \in J_{m-1}^0$ позначимо через $F^i = \{f_1, f_2, \dots, f_k\} \subseteq A$ множину всіх породжувальних елементів, що задовольняють ці обмеження. Тоді у вхідний кортеж $t^i = (t_1, t_2, \dots, t_i)$ алгоритм додає елемент $t_{i+1} = f_j$ для кожного $j \in J_k$ й рекурсивно викликає себе з параметром $t^{i+1} = (t_1, t_2, \dots, f_j)$.

Розглянемо особливості побудови множини F^i для деяких класів комбінаторних множин. Для розміщень із повтореннями в множину F^i входять всі елементи, що породжують: $F^i = A$.

Для розміщень без повторень і перестановок як їхнього часткового випадку в множину F^i входить $n-i$ породжувальних елементів, незадіяних в t^i :

$$F^i = \{f_1, f_2, \dots, f_{n-i}\} \subseteq A: f_l \neq t_j, \forall j \in J_i, \forall l \in J_{n-i}.$$

Оскільки в сполученнях порядок елементів не важливий, будемо генерувати їх у вигляді впорядкованих наборів, для яких $t_1 < t_2 < \dots < t_i$ у випадку сполучень без повторень і $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_i$ для сполучень із повтореннями.

Тоді для сполучень без повторень у множину F^i входять породжувальні елементи, не задіяні в t^i і більші t_i :

$$F^i = \{f_1, f_2, \dots, f_k\} \subseteq A: f_l \neq t_j, f_l > t_i, \forall l \in J_k, \forall j \in J_{i-1}$$

у випадку сполучень із повтореннями в F^i також входять породжувальні елементи, рівні t_i :

$$F^i = \{f_1, f_2, \dots, f_k\} \subseteq A: f_l \neq t_j, f_l \geq t_i, \forall l \in J_k, \forall j \in J_{i-1}.$$

Опишемо алгоритм **GenBase**, що реалізує описані дії. Вхідні дані **GenBase** – множина T , набір параметрів $p(T)$, а також кортеж t^i . На кожному рівні рекурсії $i \in J_{m-1}^0$ алгоритм формує множину F^i , після чого в t^i послідовно додає кожний елемент F^i , починаючи з першого, і рекурсивно викликає себе.

Для генерації всіх необхідних елементів множини **GenBase** викликається з параметрами $T, (), p(T)$.

Відзначимо, що базова комбінаторна множина може складатися з єдиного вже заданого кортежу. Тоді **GenBase** нічого не додає до вже заданого кортежу й припиняє роботу.

```

function GenBase( $T, t^i, p(T)$ );
  local  $F^i$ ;
  if  $i = m$  then  $T := T \cup t^i$ ; exit;
  end if;
  case  $T$  of
     $\overline{A}_n^m : F^i = A$ ;
     $A_n^m : F^i = \{f_1, f_2, \dots, f_{n-i}\} \subseteq A: f_l \neq t_j, \forall j \in J_i, \forall l \in J_{n-i}$ ;
  
```

```

 $\bar{C}_n^m : F^i = \{f_1, f_2, \dots, f_k\} \subseteq A : f_l \neq t_j, f_l \geq t_i, \forall l \in J_k, \forall j \in J_{i-1};$ 
 $C_n^m : F^i = \{f_1, f_2, \dots, f_k\} \subseteq A : f_l \neq t_j, f_l > t_i, \forall l \in J_k, \forall j \in J_{i-1};$ 
 $T_n : \text{exit};$ 
end case;
for  $j = 1, 2, \dots, |F^i|$  do
    GenBase( $t^{i+1} = (t_1, t_2, \dots, t_i, f_j)$ );
end for;
end function;

```

Рис. 3.1. Алгоритм генерації базових комбінаторних множин

Для генерації комбінаторних множин інших класів за допомогою даного алгоритму досить визначити відповідні правила формування множини F^i .

3.1.3 Генерація k -множин

Нехай дані комбінаторні множини $Y_0, Y_1, Y_2, \dots, Y_n, Y_{11}, Y_{12}, \dots, Y_{1n_1}, \dots, Y_{1\dots 1}, \dots, Y_{nn_1\dots n_{k-1}}$, а також параметри $p(Y_0), p(Y_1), \dots, p(Y_{nn_1\dots n_{k-1}})$. Необхідно одержати k -множину $W_z = \Gamma_k \circ \Gamma_{k-1} \circ \dots \circ \Gamma_0(z)$, $z = A_0 \in p(Y_0)$. Уведемо деякі позначення.

Множину $Y_{i_1 i_2 \dots i_n}$ будемо називати батьківською множиною множини $Y_{j_1 j_2 \dots j_n j_{n+1}}$, якщо $i_1 = j_1, i_2 = j_2, \dots, i_n = j_n$. Множину $Y_{j_1 j_2 \dots j_n j_{n+1}}$ будемо називати дочірньою множиною множини $Y_{i_1 i_2 \dots i_n}$. Для зручності подання алгоритму розв'язання задачі змінимо систему індексації базових множин, перейшовши від індексів змінної довжини до індексів фіксованої довжини. Кожна базова множина на рівні $i \in J_{k-1}^0$ будемо позначати як Y_{ij} , де $j \in J_{\eta_i}$ – порядковий номер базової множини, а η_i визначається формулою (3.1). З

міркувань зручності для множини Y_0 у формулах будемо застосовувати позначення Y_{01} .

Приклад 1. Нехай задані базові множини $Y_0, Y_1, Y_2, Y_{11}, Y_{21}, Y_{22}, Y_{111}, Y_{211}, Y_{221}$, зв'язок між якими можна схематично представити у вигляді дерева:

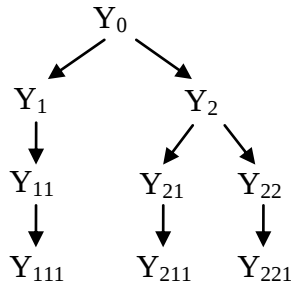


Рис. 3.2. Схема зв'язку базових множин

На першому рівні такого дерева перебувають множини Y_1 й Y_2 , на другому – Y_{11}, Y_{21} і Y_{22} , на третьому – Y_{111}, Y_{211} і Y_{221} . Відповідно до нової індексації множини першого рівня позначимо Y_{11} й Y_{12} , другого – Y_{21}, Y_{22} і Y_{23} , третього Y_{31}, Y_{32} і Y_{33} . Тоді схема на рис. 3.2 приймає вигляд:

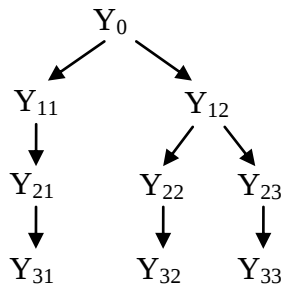


Рис. 3.3. Схема зв'язку базових множин при зміні індексації

Запропонований спосіб індексації дозволяє неявно задати зв'язок між дочірньою й батьківською множинами. Нехай множина Y_{ij} породжена елементами множини $A_{ij} \in p(Y_{ij})$, потужність якої $n_{ij} = |A_{ij}|$. Тоді зі способу побудови k -множини випливає, що на рівні $i+1$ є n_{ij} дочірніх множин множини Y_{ij} . Базові множини можна задати так, щоб перші n_{i1} множин на

рівні $i+1$ були дочірніми множинами Y_{i1} , наступні n_{i2} множин – дочірніми для Y_{i2} і т.д. для всіх Y_{ij} , $\forall j \in J_{\eta_i}$. Тоді для кожної базової множини можна однозначно встановити всі її батьківські й дочірні множини.

При цьому встановимо, що при виконанні операції n -заміщення породжувальний елемент $a_l \in A_{ij}$ батьківської Y_{ij} множини буде заміщений елементами l -ої дочірньої множини.

Приклад 2. Нехай k - множина представлена деревом вигляду:

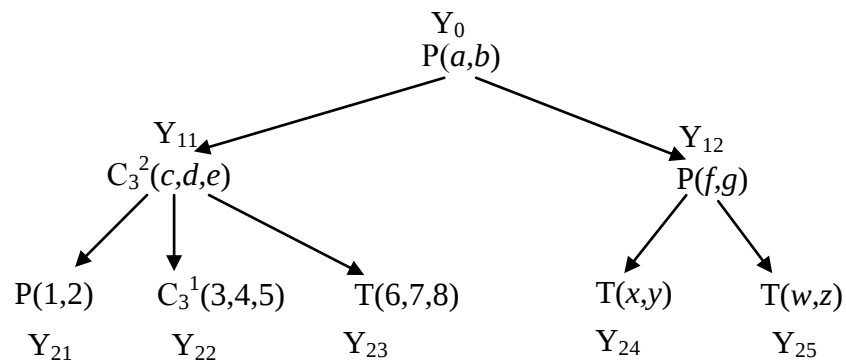


Рис. 3.4. Представлення k -множини для прикладу 2.

Тут $P(a,b)$ – множина перестановок елементів a й b , $C_3^2(c,d,e)$ – множина сполучень із 3 по 2, $T(6,7,8)$ – кортеж $(6,7,8)$ і т.д.

Тут множина Y_{11} породжена трьома елементами c,d,e , які при виконанні операції n -заміщення будуть замінені елементами множин Y_{21} , Y_{22} і Y_{23} відповідно. Породжувальні елементи f і g множини Y_{12} будуть замінені елементами множин Y_{24} і Y_{25} відповідно.

3.1.4 Алгоритм генерації k -множин.

Опишемо алгоритм генерації k -множин. На початку його роботи за допомогою алгоритму **GenBase** генеруються елементи кожної базової множини Y_{ij} . Після цього послідовно реалізуються відображення

$\Gamma_{i+1} \circ \Gamma_i \circ \dots \circ \Gamma_0(z)$, $z = A_0 \in p(Y_0)$ для кожного $i \in J_{k-1}^0$, тобто провадиться

операція n -композиції, де породжувальні елементи батьківської множини замінюються елементами-кортежами його дочірніх множин.

На рівні $i=0$ батьківською множиною є множина Y_0 , дочірніми – множини $Y_{11}, Y_{12}, \dots, Y_{1\eta_1}$. На рівні $i=1$ батьківська множина – результат композиції відображень $\Gamma_1 \circ \Gamma_0(z)$, отримана на нульовому рівні, дочірніми множинами є $Y_{21}, Y_{22}, \dots, Y_{2\eta_2}$. На рівні i батьківська множина – результат композиції відображень $\Gamma_i \circ \Gamma_{i-1} \circ \dots \circ \Gamma_0(z)$, дочірні множини – $Y_{(i+1)1}, Y_{(i+1)2}, \dots, Y_{(i+1)\eta_{i+1}}$.

Уведемо множину P^i , що являє собою результат застосування композиції відображень $\Gamma_i \circ \Gamma_{i-1} \circ \dots \circ \Gamma_0$ до вихідної множини $z = A_0 \in p(Y_0)$. Позначимо $P^i = \Gamma_i \circ \Gamma_{i-1} \circ \dots \circ \Gamma_0(z)$, множину його породжувальних елементів через A^i , довжину кожного його елемента-кортежу – через m^i . Оскільки на рівні i множина P^i складається з елементів-кортежів множин $Y_{i1}, \dots, Y_{i\eta_i}$, то його породжувальна множина

$$A^i = \bigcup_{j=1}^{\eta_i} A_{ij}, \quad A_{ij} \in p(Y_{ij}), \quad (3.5)$$

а довжина кожного його елемента-кортежу дорівнює

$$m^i = \bigcup_{j=1}^{\eta_i} m_{ij}, \quad m_{ij} \in p(Y_{ij}), \quad (3.6)$$

де A_{ij} й m_{ij} – відповідно множина породжувальних елементів і довжина кожного елемента-кортежу базової множини Y_{ij} .

Для нульового рівня $P^0 = Y_0$, $A^0 = A_0 \in p(Y_0)$, $m^0 = m_0 \in p(Y_0)$.

Для обчислення η_i при новій індексації можна використовувати формулу

$$\eta_i = \sum_{j=1}^{\eta_{i-1}} |A_{(i-1)j}|, \quad A_{(i-1)j} \in p(Y_{(i-1)j}),$$

аналогічну формулі (3.1).

В операції n -заміщення елементарною операцією є заміна одного кортежу іншим. Опишемо функцію **replace**, що виконує таку заміну. Входом функції є кортеж $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, його довжина m , множина елементів $A = \{a_i\}$, якою породжений кортеж x , і множина $R = \{r_i\}, i \in J_n, n = |A|$ така, що кожний елемент $a_i \in A$ необхідно замінити на $r_i \in R$. Виходом функції є кортеж x , де виконані всі заміни. Функція **replace** наведена на рис. 3.5.

```

function replace( $x, m, A, R$ );
for  $i := 1, 2, \dots, |A|$ 
    for  $j := 1, 2, \dots, m$ 
        if  $x_j = a_i$  then  $x_j := r_i$ ;
    end if;
    end for;
end for;
return  $x$ ;
end function;
```

Рис. 3.5. Функція заміни кортежів

Вхідними даними алгоритму **Gen_ k-set** генерації k -множини є число k (число рівнів дерева дорівнює $k+1$), класи базових множин Y_{ij} і їхні параметри $p(Y_{ij}), i \in J_k^0, j \in J_{\eta_i}$. Виходом алгоритму є послідовність елементів згенерованої k -множини.

Алгоритм **Gen_ k-set** генерації k -множини наведений на рис. 3.6.

```

procedure Gen_k-set;
 $\eta_0 := 1$ ;
for  $i := 0, 1, \dots, k$  do
    if  $i \neq 0$  then  $\eta_i := \sum_{j=1}^{\eta_{i-1}} |A_{(i-1)j}|, A_{(i-1)j} \in p(Y_{(i-1)j})$ ;
    for  $j := 1, 2, \dots, \eta_i$  do
         $Y_{ij} := \text{Gen\_Base}(( ), Y_{ij}, p(Y_{ij}))$ ;
    end for;
end for;
 $P^0 := Y_0$ ;  $c^0 := c \in p(Y_0)$ ;  $A^0 := A_0 \in p(Y_0)$ ;  $m^0 := m_0 \in p(Y_0)$ ;
for  $i := 0, 1, \dots, k-1$  do
     $P^{i+1} := \emptyset$ ;
     $A^i = \bigcup_{j=1}^{\eta_i} A_{ij}$ ;
     $m^i = \bigcup_{j=1}^{\eta_i} m_{ij}$ ;
    foreach  $x \in P^i$  do
        foreach  $p_1 \in Y_{(i+1)1}$ 
            foreach  $p_2 \in Y_{(i+1)2}$ 
                .....
                foreach  $p_{\eta_{i+1}} \in Y_{(i+1)\eta_{i+1}}$ 
                     $P^{i+1} := P^{i+1} \cup \text{replace}(x, m^i, A^i, \{p_1, p_2, \dots, p_{\eta_{i+1}}\})$ ;
                end for;
            .....
        end for;
    end for;
    end for;
    if  $i+1 = k$  then print  $P^{i+1}$ ;
end for;
end procedure;

```

Рис. 3.6. Алгоритм генерації k-множини

На кожному рівні $i \in J_{k-1}^0$ в кожному кортежі поточної батьківської множини P^i його елементи-кортежі замінюються всіма можливими

комбінаціями елементів-кортежів дочірніх множин $Y_{(i+1)1}, Y_{(i+1)2}, \dots, Y_{(i+1)\eta_{i+1}}$. Проходячи в циклі по всіх елементах-кортежах кожної дочірньої множини, щораз одержуємо набір кортежів $\{p_1, p_2, \dots, p_{\eta_{i+1}}\}$, де $p_j \in Y_{(i+1)j}$ – поточний кортеж j -ї дочірньої множини, і за допомогою функції **replace** у кортежі $x \in P^i$ заміняємо кожний породжувальний елемент $a_j \in A^i$ на $p_j \in Y_{(i+1)j}$.

Істотною перевагою алгоритму є можливість одержання проміжних результатів, тобто множин P^i на кожному рівні $i \in J_{k-1}$, які можна розглядати як k -множини, де $k = i$.

Приклад 3. Нехай необхідно згенерувати множину перестановок двох заданих кортежів $T_1 = (1, 2)$, $T_2 = (3, 4)$. Тоді $k=1$ і множина Y_0 – це множина перестановок двох елементів або розміщень із двох елементів по двох, а $m_0 = 2$. Породжувальні елементи Y_0 можуть бути будь-якими, тому покладемо $A_0 = \{a, b\}$. Тоді $Y_0 = \{(a, b), (b, a)\}$.

Множини $Y_{11} = \{(1, 2)\}$, $Y_{12} = \{(3, 4)\}$, тобто задані кортежі T_1 і T_2 , мають параметри $A_{11} = \{1, 2\}$, $A_{12} = \{3, 4\}$, $m_{11} = m_{12} = 2$. Структуру k -множини можна представити так:

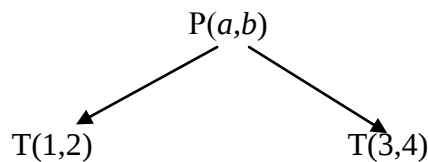


Рис. 3.7. Представлення k -множини для прикладу 3

В операції n -заміщення в батьківській множині Y_0 перший породжувальний елемент a буде замінений єдиним елементом множини Y_{11} , тобто кортежем $(1, 2)$, а елемент b – кортежем $(3, 4)$.

Розглянемо хід одержання множини $W_z = \Gamma_1 \circ \Gamma_0(z) = P^1$:

1 $x = (ab)$

1.1 $p_1 = (12)$

1.1.1 $p_2 = (34)$

$$P^1 = \emptyset \cup \mathbf{replace}((ab), 2, \{a, b\}, \{(12), (34)\});$$

$$// P^1 = \{(1234)\}$$

$$2 \ x = (ba)$$

$$2.1 \ p_1 = (12)$$

$$2.1.1 \ p_2 = (34)$$

$$P^1 := \{(1234)\} \cup \mathbf{replace}((ba), 2, \{a, b\}, \{(12), (34)\});$$

$$// P^1 = \{(1234), (3412)\}$$

В результаті отримаємо $W_z = \Gamma_1 \circ \Gamma_0(z) = P^1 = \{(1234), (3412)\}$.

3.1.5 Оцінка складності алгоритму Gen_ k-set

Складність алгоритму **Gen_ k-set** визначається складністю генерації базових множин, а також складністю виконання операцій *n-заміщення* й кількістю рівнів *k*-множини.

Для генерації базових множин можуть бути використані як відомі алгоритми з відомими оцінками складності (наприклад, [1–3,15]), так і описаний у даній роботі алгоритм **GenBase**. У кожному разі кожна базова множина Y_{ij} , $i \in J_k^0$, $j \in J_{\eta_i}$ повинне бути згенеровано одним з алгоритмів.

Тоді складність генерації базових множин визначається як

$$\sum_{i=0}^k \sum_{j=1}^{\eta_i} O(Y_{ij}), \quad (3.7)$$

де $O(Y_{ij})$ – складність генерації базової множини Y_{ij} , що залежить від використовуваного алгоритму. Оцінимо $O(Y_{ij})$ для алгоритму **GenBase**.

Виходячи зі способів оцінки складності рекурсивного алгоритму, наслідуючи F. Ruskey [5], під складністю алгоритму будемо мати на увазі кількість змін проміжних даних, проведених з моменту виклику алгоритму до закінчення його роботи. В алгоритмі **GenBase** до вхідного кортежу t^i на кожному рівні рекурсії $i \in J_{m-1}^0$ додаються елементи множини F^i й відбувається рекурсивний виклик **GenBase**. Таким чином, на рівнях $i \in J_{m-1}^0$

відбувається зміна проміжних даних (тобто кортежів t^i) і тому складність може бути оцінена як кількість рекурсивних викликів **GenBase** на рівнях $i \in J_{m-1}^0$.

Оскільки на кожному рівні рекурсії в кортеж t^i додається один елемент, для генерації кожного з N кортежів $t^m = t \in T$ **GenBase** викликається не більше m раз. Тоді складність генерації елементів однієї базової множини не перевищує mN , $N = \text{Card}(T)$.

Таким чином, якщо алгоритм **GenBase** використовується для генерації всіх базових множин, формула (3.7) приймає вигляд

$$\sum_{i=0}^k \sum_{j=1}^{\eta_i} m_{ij} \text{Card}(Y_{ij}), \quad m_{ij} \in p(Y_{ij}). \quad (3.8)$$

Дотримуючись обраного способу оцінки складності, складність виконання операцій *n-заміщення* в алгоритмі **Gen_ k-set** будемо визначати кількістю викликів функції **replace**, що змінює проміжні дані алгоритму, а саме кортежі $x \in P^i$. З алгоритму **Gen_ k-set** випливає, що на кожному рівні k -множини $i \in J_0^{k-1}$ функція **replace** викликається

$$M = \text{Card}(P^i) \cdot \text{Card}(Y_{(i+1)1}) \cdot \text{Card}(Y_{(i+1)2}) \cdot \dots \cdot \text{Card}(Y_{(i+1)\eta_{i+1}}) \quad (3.9)$$

разів. Величина $\text{Card}(P^i)$ може бути отримана з (3.4) при підстановці $k = i$. Величини $\text{Card } Y_{(i+1)j}$, $j \in J_{\eta_{i+1}}$ – це потужності базових множин, які визначаються по відомим для кожного класу комбінаторних множин формулам.

На всіх рівнях $i \in J_0^{k-1}$ кількість викликів функції **replace** дорівнює

$$\sum_{i=0}^{k-1} (\text{Card}(P^i) \prod_{j=1}^{\eta_{i+1}} \text{Card}(Y_{(i+1)j})). \quad (3.10)$$

Таким чином, справедливе наступне твердження.

Теорема. Обчислювальна складність алгоритму генерації k -множин **Gen_ k-set** визначається як :

$$\sum_{i=0}^k \sum_{j=1}^{\eta_i} O(Y_{ij}) + \sum_{i=0}^{k-1} (Card(P^i) \prod_{j=1}^{\eta_{i+1}} Card(Y_{(i+1)j})). \quad (3.11)$$

Випадок, коли всі базові множини є перестановками, визначений в [13] як k -композиція перестановок, отримана формула для кількості елементів в k -множині. З [13] можна одержати формулу для величини $Card(P^i)$. Якщо всі множини Y_{ij} є перестановками n_{ij} елементів, то $Card(Y_{ij}) = n_{ij}!$ й

$$Card(P^i) = \prod_{u=0}^i \prod_{j=1}^{\eta_u} (n_{uj})!. \quad (3.12)$$

Тоді для k -композиції перестановок формула (3.10) приймає вигляд

$$\sum_{i=0}^{k-1} \left(\prod_{u=0}^i \prod_{j=1}^{\eta_u} (n_{uj})! \cdot \prod_{v=1}^{\eta_{i+1}} (n_{(i+1)v})! \right). \quad (3.13)$$

Наслідок. Обчислювальна складність алгоритму генерації k -композиції перестановок становить

$$\sum_{i=0}^k \sum_{j=1}^{\eta_i} O(Y_{ij}) + \sum_{i=0}^{k-1} \left(\prod_{u=0}^i \prod_{j=1}^{\eta_u} (n_{uj})! \cdot \prod_{v=1}^{\eta_{i+1}} (n_{(i+1)v})! \right), \quad (3.14)$$

де n_{ij} – кількість породжувальних елементів множини Y_{ij} .

3.1.6 Обчислювальні експерименти

На основі запропонованого алгоритму розв'язання задачі розроблене програмне забезпечення, за допомогою якого можна генерувати k -множини різної структури й складності. Покажемо результат роботи програми для k -множини, представленої нижче ($k=2$):

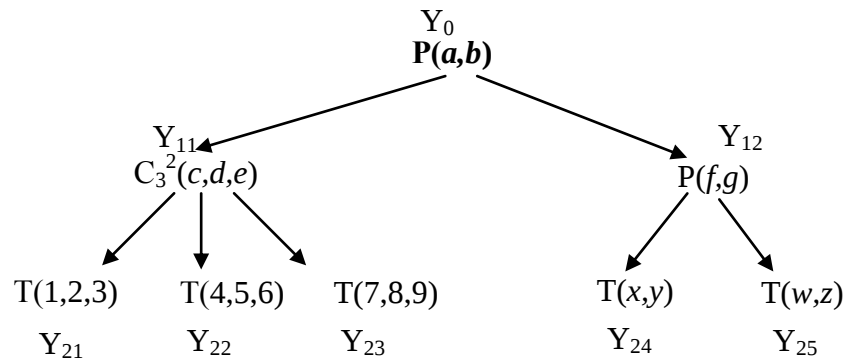


Рис. 3.8. Представлення k – множини для обчислювального експерименту
Параметри базових множин можна представити у вигляді таблиці.

Таблиця 3.1. – Параметри базових множин для побудови 2-множини

Множина	Тип	A_{ij}	m_{ij}	$Card(Y_{ij})$
Y_0	A_2^2	$\{a,b\}$	2	2
Y_{11}	C_3^2	$\{c,d,e\}$	2	3
Y_{12}	A_2^2	$\{f,g\}$	2	2
$Y_{21} = \{(123)\}$	T_3	$\{1,2,3\}$	3	1
$Y_{22} = \{(456)\}$	T_3	$\{4,5,6\}$	3	1
$Y_{23} = \{(789)\}$	T_3	$\{7,8,9\}$	3	1
$Y_{24} = \{(yx)\}$	T_2	$\{x,y\}$	2	1
$Y_{25} = \{(wz)\}$	T_2	$\{w,z\}$	2	1

Наприкінці нульової ітерації алгоритму **Gen_ k-set** одержимо

$$P^1 = \{(cdfg), (cdgf), (cefg), (cegf), (defg), (\deg f), \\ (f \gcd), (gfdc), (fgce), (gfce), (fgde), (gfde)\}.$$

Тут останні 6 кортежів є перестановками пар у перших шести кортежах, що відповідає перестановкам елементів a і b у множині Y_0 .

Наприкінці першої ітерації **Gen_ k-set** одержимо

$$P^2 = W_z = \{(123456xywz), (123456wzxy), (123789xywz), (123789wzxy),$$

$(456789xyzw), (456789wzxy), (xyzw123456), (wzxy123456),$
 $(xyzw123789), (wzxy123789), (xyzw456789), (wzxy456789)\}.$

По формулі (3.8) одержимо, що для генерації базових множин треба $(2 \cdot 2) + (2 \cdot 3 + 2 \cdot 2) + (3 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 1) = 29$ викликів функції **GenBase**. По формулі (3.10) виклик функції **replace** провадився $(2 \cdot (3 \cdot 2)) + (12 \cdot (1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1)) = 24$ рази. Отримана k -множина містить 12 елементів, що збігається з розрахунками по формулі (3.4).

3.1.7 Висновки

У роботі запропонований загальний підхід до генерації композиційних k – образів комбінаторних множин (k – множин) на основі єдиного підходу до генерації базових комбінаторних множин.

Алгоритм генерації базових множин дозволяє генерувати різноманітні комбінаторні множини, для яких можуть бути задані правила формування множини F^i . Якщо такі правила задати не вдається, алгоритм генерації k – множин допускає застосування інших відомих алгоритмів для генерації базових множин.

Перевагою запропонованого алгоритму для генерації k -множин є можливість одержання проміжних результатів генерації, тобто множин P^i на рівнях, менших k .

Досить важко визначити явну залежність часу виконання алгоритму генерації від вхідних даних, тому що базові множини можуть належати до різних класів, що мають різні властивості й залежності розмірності від вхідних даних. Однак для характерних випадків, таких як композиція перестановок, така залежність може бути отримана. Розроблене програмне забезпечення дозволяє генерувати k -множини різної складності.

3.2 Оптимізація лінійної функції на множині циклічних перестановок

3.2.1 Введення

Математичні моделі багатьох наукових і прикладних задач проектування, планування, розміщення, управління можуть бути адекватно представлені на основі різних моделей комбінаторної оптимізації [16–19]. У класі задач комбінаторної оптимізації досліджені багато задач на перестановках, поліперестановках, сполученнях і розміщеннях. Серед них задача комівояжера, лінійна й квадратична задачі про призначення, задача балансування обертових деталей і т.д. [18, 19].

Для створення адекватних математичних моделей комбінаторних задач побудови оптимальних циклічних маршрутів, математичного моделювання й розв'язання ряду задач планування й керування виникає необхідність у розв'язанні задач оптимізації на множині циклічних перестановок.

Аналіз літератури по комбінаторній оптимізації показує, що задачі оптимізації на циклічних перестановках не досліджені в достатньому ступені. Для розв'язання задач даного класу пропонується використання відомих методів, що не враховують специфіку комбінаторної множини циклічних перестановок.

Метою даної роботи є розв'язання деяких класів задач оптимізації функцій на множині циклічних перестановок.

3.2.2 Постановка задачі

Розглянемо задачу комбінаторної оптимізації в наступній постановці:

$$L(\alpha) = \sum_{i=1}^n c_i \alpha_i \rightarrow \min ; \quad (3.15)$$

$$\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in P_n^C \quad (3.16)$$

де $c_i \in R$, $i \in J_n = \{1, 2, \dots, n\}$,

P_n^C — множина циклічних перестановок без повторень із n дійсних чисел $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ [4, 20].

Розглянемо докладніше поняття перестановки. Далі будемо використовувати наступне визначення перестановки [4].

Визначення. Лінійне впорядкування елементів деякої породжувальної множини $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ називається перестановкою $\pi = \pi(a_1, a_2, \dots, a_n) = (\pi(a_1), \pi(a_2), \dots, \pi(a_n)) = (a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_n})$, або, якщо необхідно підкреслити той факт, що вона містить n елементів, n -перестановкою.

Множину перестановок, породжена елементами $a_1 < a_2 < \dots < a_n$, позначимо P_n .

Розглянемо деяку перестановку $\pi = (\pi(a_1), \pi(a_2), \dots, \pi(a_n)) \in P_n$, і її елемент $\pi(a_i) = a_j$, $\forall i, j \in J_n$. Тоді можна записати: $\pi(a_j) = \pi(\pi(a_i)) = \pi^2(a_i)$. Узагальнено можна цю формулу представити в такому вигляді: $\pi^{k-1}(a_j) = \pi(\pi^{k-1}(a_i)) = \pi^k(a_i)$, $\forall i, j \in J_n$, $k \leq n$.

У такий спосіб [20], якщо для якогось $l \geq 1$ маємо $\pi^l(a_i) = a_i$, $i \in J_n$, і елементи $a_i, \pi(a_i), \pi^2(a_i), \dots, \pi^{l-1}(a_i)$ всі різні, то послідовність $(a_i, \pi(a_i), \pi^2(a_i), \dots, \pi^{l-1}(a_i))$ називається циклом довжини l .

Циклічною є така перестановка π з n елементів, що містить єдиний цикл довжини n , тобто $\pi^n(a_i) = a_i$, $\forall i \in J_n$. Такі перестановки будемо позначати π_C .

Наведемо приклад циклічної перестановки:

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 7 & 6 & 8 & 2 & 1 & 3 \end{array} \right) = \\ & = \left(\begin{array}{cccccccc} 1 & 4 & 6 & 2 & 5 & 8 & 3 & 7 \\ 4 & 6 & 2 & 5 & 8 & 3 & 7 & 1 \end{array} \right) = (14625837) \end{aligned}$$

Позначимо множину циклічних перестановок, породжених числами $a_1 < a_2 < \dots < a_n$, через $P_n^C(a_1, a_2, \dots, a_n)$ або, для стислості, P_n^C . Відзначимо, що P_n^C є евклідовою комбінаторною множиною, або е-множиною [18, 19]. Розглянемо відображення множини P_n^C в арифметичний евклідів простір. У роботах [18, 19] поняття евклідової комбінаторної множини введено в такий спосіб.

Визначення. Множина E називається евклідовою комбінаторною множиною, якщо вона має наступну властивість: два елементи $\bar{e}, \bar{\bar{e}} \in E$ різні, якщо вони незалежно від інших особливостей відрізняються порядком проходження елементів.

Один з підходів до дослідження евклідових комбінаторних множин заснований на їхньому відображенні (зануренні) в арифметичний евклідів простір [18, 19].

Нехай E — евклідова комбінаторна множина, а $e = (j_1, j_2, \dots, j_n)$ — елемент E , де $j_i \neq j_t \quad \forall j_i, j_t \in J_n, \quad \forall i, t \in J_n$. Відображення $f: E \rightarrow E_f \subset R^n$ називається зануренням E в арифметичний евклідів простір, якщо f ставить множині E у взаємнооднозначну відповідність множину E_f відповідно до правила: для будь-якого $e = (j_1, j_2, \dots, j_n) \in E$, $x = f(e)$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in E_f$ де $x_i = j_i, \quad \forall i \in J_n$.

Позначимо $E_n^C = f(P_n^C)$ **образ множини** циклічних перестановок P_n^C при відображенні f .

У результаті занурення множини P_n^C в арифметичний евклідів простір може бути сформульована еквівалентна (3.15)–(3.16) задача оптимізації лінійної функції в просторі R^n :

$$L(x) = \sum_{i=1}^n c_i x_i \rightarrow \min; \quad (3.17)$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in E_n^C \subset R^n \quad (3.18)$$

де $c_i \in R$, $i \in J_n$.

Множина E_n^C має всі комбінаторні властивості множини P_n^C – отже, подальші викладення справедливі як для задачі (3.15)–(3.16), так і для (3.17)–(3.18).

Відзначимо, що задача пошуку мінімумів лінійних функцій на евклідових комбінаторних множинах перестановок, розміщень без додаткових обмежень вирішена, наприклад, в [18, 21].

Рішення цієї задачі на множині перестановок P_{nk} , породжених елементами $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$, має такий вигляд [18, 21]:

$$x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = \arg \min_{x \in P_{nk}} \sum_{j=1}^n c_j x_j, \quad c_j \in R^1, \quad \forall j \in J_n$$

де $x_{m_i}^* = a_i$, $\forall i \in J_n$, а послідовність $\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$ така, що $c_{m_1} \geq c_{m_2} \geq \dots \geq c_{m_n}$.

Відзначимо, що комбінаторні властивості множини циклічних перестановок P_n^C не дозволяють вирішити задачу (3.15)–(3.16) шляхом простого впорядкування.

Відомо [18, 21], що до задачі мінімізації функції (3.15) на множині перестановок P_{nk} зводиться наступна задача комбінаторної оптимізації:

$$g(\alpha) = \|\alpha - d\|^2 \rightarrow \min,$$

$$\text{де } \alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in P_n, \quad d = (d_1, d_2, \dots, d_n) \in R^n.$$

Маємо

$$\|\alpha - d\|^2 = \sum_{i=1}^n (\alpha_i - d_i)^2 = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 - 2 \sum_{i=1}^n \alpha_i d_i + \sum_{i=1}^n d_i^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 - 2 \sum_{i=1}^n \alpha_i d_i + \sum_{i=1}^n d_i^2;$$

$$\min_{\alpha \in P_n} \|\alpha - d\|^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 + \sum_{i=1}^n d_i^2 - 2 \min_{\alpha \in P_n} \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i d_i \right).$$

Оскільки множина циклічних перестановок P_n^C є підмножиною множини перестановок P_{nk} , для будь-якого $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in P_n^C$ справедливо співвідношення $\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2$.

Отже:

$$\min_{\alpha \in P_n^C} \|\alpha - d\|^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 + \sum_{i=1}^n d_i^2 - 2 \min_{\alpha \in P_n^C} \left(\sum_{i=1}^n \alpha_i d_i \right).$$

Розглянемо деякі властивості задач (3.15)–(3.16), (3.17)–(3.18).

3.2.3 Властивості задачі

Визначення 1. Нехай існують породжувальні елементи $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ і k з них ($k < n$) $a_{l_1}, a_{l_2}, \dots, a_{l_k}$ визначають k перших елементів у деякій перестановці:

$$\begin{aligned} x &= (x_1, x_2, \dots, x_n) \in P_n^C, \\ x_j &= a_{l_j}, j = 1, 2, \dots, k, k < n, \\ \{l_1, l_2, \dots, l_k\} &\subset J_n. \end{aligned}$$

Тоді $y^k = (a_{l_1}, a_{l_2}, \dots, a_{l_k})$ назвемо частковою перестановкою для перестановки $x \in P_n^C$.

Нехай часткова перестановка $y^k = (a_{l_1}, a_{l_2}, \dots, a_{l_k})$ не містить циклів довжини $1, 2, \dots, k$. І нехай у перестановці $x \in P_n^C$ фіксується $k+1$ -й елемент $a_{l_{k+1}}$, $l_{k+1} \in I_n$. Тоді утвориться часткова перестановка $y^{k+1} = (a_{l_1}, a_{l_2}, \dots, a_{l_k}, a_{l_{k+1}})$. Елемент $a_{l_{k+1}}$ залежно від індексу l_{k+1} може утворювати (замикати) або не утворювати цикл довжини $k+1$.

Твердження 1. Якщо

– $l_{k+1} > k+1$, то часткова перестановка y^{k+1} не буде містити циклів довжини $1, 2, \dots, k, k+1$;

– $l_{k+1} = k+1$, те часткова перестановка y^{k+1} буде містити нерухливу точку $y_{k+1}^{k+1} = a_{l_{k+1}}$.

Доведення.

Якщо $l_{k+1} > k+1$. Проведемо доказ від противного. Припустимо, елемент $a_{l_{k+1}}$ у частковій перестановці y^{k+1} утворить цикл довжини не більше $k+1$.

Тоді в множині елементів $y^k = (a_{l_1}, a_{l_2}, \dots, a_{l_k})$ повинен утримуватися елемент a_{l_i} , такий що $i = l_{k+1}$.

Оскільки $l_{k+1} > k+1$, представимо l_{k+1} у вигляді: $l_{k+1} = k+1 + \sigma$, де σ — деяке ціле додатне число. Тоді $i = k+1 + \sigma$, що неможливо, тому що i приймає значення $1, 2, \dots, k$. Одержуємо протиріччя, отже, вихідне припущення невірне.

Нехай $l_{k+1} = k+1$. Якщо l_{k+1} — номер відповідного породжувального елемента, а $k+1$ — порядковий номер у перестановці, то при їхній рівності елемент утворить нерухливу точку відповідно до визначення.

Розглянемо ситуацію, коли $l_{k+1} < k+1$. При цій умові елемент $a_{l_{k+1}}$ може замикати цикли довжиною від 2 до $k+1$ (тому що цикл довжини 1 — нерухлива точка). При цьому цикли довжини 2 охоплюють позицію $k+1$ й всі позиції від 1 до k . Цикли довжини 3 охоплюють позицію $k+1$ й кожен пару позицій від 1 до k . Таким чином, елемент $a_{l_{k+1}}$ може замикати $C_k^1 = k$ циклів довжини 1, C_k^2 циклів довжини 2, ..., $C_k^k = 1$ цикл довжини k , усього $2^k - 1$ циклів. Кожний з таких циклів довжини $m \in \{2, \dots, k+1\}$ містить позицію $k+1$ й позиції $i_1, i_2, \dots, i_{m-1} \in \{1, 2, \dots, k\}$.

Наприклад, при $k = 2$ елемент a_{l_3} може замикати 2 цикли довжини 2, що містить позиції 1 і 3, 2 і 3, тобто цикли $[31]$ і $[32]$. Також a_{l_3} може замикати цикли, що містять позиції 1, 2, 3, тобто цикли $[213] = [132]$.

З визначення циклічних перестановок випливає, що цикл довжини m , що охоплює позиції $i_1, i_2, \dots, i_m$, має місце в тому випадку, коли на цих позиціях у відповідному порядку стоять елементи $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_m}$, інакше кажучи, позиції $i_1, i_2, \dots, i_m$ містять будь-яку циклічну перестановку елементів $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_m}$.

Враховуючи [20], приймемо для простоти $a_i = i$ для всіх $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. Тоді можна сказати, що позиції $i_1, i_2, \dots, i_m$ містять цикл, якщо на цих позиціях у відповідному порядку стоять елементи $i_1, i_2, \dots, i_m$.

З вищевикладеного випливає справедливість наступного твердження.

Твердження 2. При $l_{k+1} < k + 1$ елемент $a_{l_{k+1}} = l_{k+1}$ замикає цикл довжини m , що містить позиції $i_1, i_2, \dots, i_{m-1}, k + 1$, тоді, коли всі попередні позиції $i_1, i_2, \dots, i_{m-1} \in \{1, 2, \dots, k\}$ зайняті $m - 1$ елементами із множини $\{i_1, i_2, \dots, i_{m-1}, k + 1\}$. Якщо на позиціях $i_1, i_2, \dots, i_{m-1}$ є хоча б один елемент, що не належить множині $\{i_1, i_2, \dots, i_{m-1}, k + 1\}$, то цикл не зможе бути замкнутим елементом $a_{l_{k+1}}$.

Наприклад, елемент $a_{l_3} = a_2 = 2$ може замкнути цикл $[312]$, якщо на позиціях 1 і 2 уже стоять елементи $a_{l_1} = a_3 = 3$ й $a_{l_2} = a_1 = 1$. Якщо ж, приміром, на позиції 1 стоїть елемент $a_{l_1} = a_4 = 4$, то $a_{l_3} = a_2 = 2$ не замкне цикл.

Твердження 1 і 2 дозволяють сформулювати наступні умови, при дотриманні яких новий елемент $a_{l_{k+1}}$ не буде утворювати в частковій перестановці y^{k+1} циклів довжини $1, 2, \dots, k, k + 1$:

- 1) $l_{k+1} > k + 1$;

2) при $l_{k+1} < k+1$ на позиціях $i_1, i_2, \dots, i_{m-1}$ повинен бути елемент, що не належить множині $\{i_1, i_2, \dots, i_{m-1}, k+1\}$. Умова повинна дотримуватися для всіх $m \in \{2, \dots, k+1\}$, $i_1, i_2, \dots, i_{m-1} \in \{1, 2, \dots, k\}$.

Наведені умови будемо використовувати при точному й евристичному рішеннях поставленої задачі оптимізації.

3.2.3 Алгоритм пошуку точного рішення задачі

Для точного рішення задачі застосуємо метод гілок і меж. Основними складової стратегії методу гілок і меж є правило розгалуження й правило вибору [16].

При розв'язанні задачі (3.15)–(3.16) розгалуження на кожному кроці алгоритму, тобто генерація дочірніх вершин, засноване на фіксації різних породжувальних елементів із числа ще не зайнятих відносно i -ого коефіцієнта c_i цільової функції $L(x)$, що відповідає даному рівню дерева.

Побудова оцінки для кожної вершини складається із двох етапів. Перший етап – підрахунок добутків уже зафіксованих породжувальних елементів на відповідні коефіцієнти вихідної функції:

$$L_1(x) = \sum_{i=1}^k a_{l_i} \cdot c_i \quad \text{де } c_i \text{ – коефіцієнти } L(x), \quad a_{l_i} \text{ – такі що}$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in P_n^C, \quad x_j = a_{l_j}, \quad j = 1, \dots, k, \quad k < n, \quad \text{елементи } y^k = (a_{l_1}, a_{l_2}, \dots, a_{l_k}).$$

При цьому використовуються всі вершини, для яких дана вершина є дочірньою. Другий етап — підрахунок залишку. Вільні породжувальні елементи перемножуються з коефіцієнтами вихідної функції, що залишилися, відповідно до правила пошуку мінімуму лінійної функції на множині P_n , використовуючи (3.15):

$$L_2(x) = \sum_{i=k}^n a_{l_i} \cdot c_i \quad \text{де} \quad c_i \quad - \quad \text{коефіцієнти} \quad L(x), \quad a_{l_i} \quad \text{такі} \quad \text{що}$$

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in P_n^C$, $x_j = a_{l_j}$, $j = k, \dots, n$, $k < n$, причому $c_k \geq c_{k+1} \geq \dots \geq c_n$,

$$a_{l_k} < a_{l_{k+1}} < \dots < a_{l_n}$$

Таким чином, оцінка вершини:

$$L_E(x) = L_1(x) + L_2(x)$$

При побудові дочірніх вершин новий елемент не повинен утворювати циклу довжини менше n (у тому числі нерухливої точки – циклу довжини 1). Щоб циклів не виникало, перевіряються сформульовані в п.2 умови.

Після одержання якого-небудь проміжного рішення задачі (рекорду) відбувається перевірка, чи є поточне рішення задачі (значення рекорду) оптимальним. Якщо існує хоча б одна "висяча" вершина, тобто вершина, що не породила ще дочірніх, із кращою оцінкою, то вона приймається як поточна й алгоритм продовжує побудову вершин дерева. Робота алгоритму закінчується, якщо отримане рішення (рекорд) для кінцевої вершини є найкращим із усіх можливих.

За допомогою цього алгоритму можливо одержати точне рішення вихідної задачі. Але через те, що потужність множини циклічних перестановок дорівнює $(n-1)!$, знаходження точного рішення стає важко здійсненим, а іноді й неможливим у кінцевих часових проміжках.

Таким чином, актуальним стає питання про знаходження наближеного або евристичного рішення задачі комбінаторної оптимізації в наведеній вище постановці.

3.2.5 Алгоритм пошуку евристичного рішення задачі

Розв'язання задачі про пошук *евристичного* рішення складається із двох етапів. Перший етап – побудова всіх часткових перестановок довжини k , що

задається вибірково. У результаті цього виходить дерево часткових перестановок з k рівнями, кожним листом якого є часткова перестановка y^k .

Потім на підставі заданого евристичного правила із всіх часткових перестановок вибирається деяка кількість «кращих», тобто перестановок із кращим значенням оцінки цільової функції. Евристичні правила можуть бути, наприклад, такими:

- 1) вибір у якості «кращих» перших $p\%$ перестановок с кращими значеннями оцінок;
- 2) вибір всіх перестановок, оцінка яких відхиляється від L_{opt} не більше ніж на задану величину q .

$L_{opt} = L_{\min} \vee L_{\max}$ залежно від вихідної задачі, де $L_{\min}$ й $L_{\max}$ – відповідно мінімальна й максимальна оцінки, отримані для всіх розглянутих перестановок;

- 3) вибір всіх перестановок, оцінка яких відхиляється від L_{opt} не більше ніж на задану долю $0 \leq v < 1$ від усього динамічного діапазону оцінок, тобто перестановок з оцінкою $L(x)$ такою, що $L(x) - L_{\min} \leq v \cdot (L_{\max} - L_{\min})$, де $L_{\min}$ й $L_{\max}$ – відповідно мінімальна й максимальна оцінки, отримані для всіх розглянутих перестановок.

Всі перестановки, що не задовольняють обраному правилу, виключаються з подальшого розгляду.

Другий етап розв'язання полягає в тому, що для кожної вершини дерева, що залишилася, будуються дочірні вершини на підставі тверджень 1 і 2. Таким чином, утворюється дерево часткових перестановок довжини $k + 1$. Із цих перестановок знову вибирається деяка кількість «кращих», а всі інші відкидаються. Процес триває, поки перестановки не досягнуть довжини n . Якщо наприкінці ітерацій залишилося кілька перестановок, як кінцеве рішення вибирається перестановка із кращим значенням цільової функції.

Якщо на деякому кроці алгоритму залишиться лише одна перестановка, вона добудовується до довжини n й вибирається як рішення.

Таким чином, утворюється деяке евристичне рішення задачі оптимізації лінійної функції на циклічних перестановках. Ступінь точності такого рішення залежить від розмірності n , рівня k , на якому відбувається зупинка (при $k = n$ виходить точне рішення), евристичного правила вибору «кращих» перестановок і коефіцієнтів цільової функції.

3.2.6 Обчислювальні експерименти

Як тестові параметри евристичного алгоритму були обрані значення $k = 3$ при $n = 7$, правило вибору складалося у виборі в якості «кращих» тих перестановок, оцінка яких перевищує мінімальну не більш, ніж на $v = 10\%$ від усього динамічного діапазону оцінок.

Як коефіцієнти цільової функції були взяті $c_1 = 5, c_2 = 2, c_3 = 3, c_4 = 4, c_5 = 1, c_6 = 9, c_7 = 7$. Результат наближеного рішення збігся з результатами для точного рішення: $x^{opt} = (3645712)$ з оцінкою $L(x^{opt}) = 89$.

Результати роботи програми по знаходженню точного рішення вихідної задачі з різними коефіцієнтами цільової функції представлені в таблиці 3.2.

В експериментах розглядалися лінійні функції з коефіцієнтами, сгенерованими випадковим способом у діапазоні $[-30; 30]$.

Результати порівняння роботи програм по знаходженню точного й евристичного рішень вихідної задачі з тими самими коефіцієнтами цільової функції представлені в таблиці 3.3. Обидві програми запускалися на одному комп'ютері, тому коректним було також включати в порівняння час роботи програм.

Таблиця 3.2. Результати роботи програми

Розмірність	20	30	40
Середній час роботи, в секундах	3,32	19,17	30,25
Середня кількість побудованих вершин	825,9	3665,2	7659,2
Кількість циклічних перестановок	1,2E+17	8,84E+30	2,04E+46
Кількість усіх вершин дерева	6,6E+18	7,20E+32	2,22E+48
Середнє відношення кількості побудованих вершин до кількості циклічних перестановок	6,80E-15	4,15E-28	3,75E-43
Середнє відношення кількості побудованих вершин до кількості всіх вершин дерева	1,25E-16	5,08E-30	3,45E-45

У ході обчислювальних експериментів по застосуванню точного методу розв'язання задачі була виявлена значна залежність швидкості одержання рішення від коефіцієнтів цільової функції, зокрема, від їхньої дисперсії. При невисокій дисперсії коефіцієнтів (менш 10–15) оцінки всіх вершин слабо відрізняються друг від друга й для знаходження точного рішення алгоритму необхідно перебрати тим більше вершин, чим менше дисперсія. Застосування методу гілок і меж гарантовано зводиться до повного перебору при нульовій дисперсії.

Евристичний метод, навпаки, дозволяє одержати більш точні результати при невеликій дисперсії коефіцієнтів, а погрішність результатів збільшується зі збільшенням дисперсії.

Для одержання результатів з таблиці 3.2 були використані коефіцієнти цільової функції з дисперсією, приблизно рівною 7, тому евристичне рішення дозволило одержати досить точні результати за значно менший час.

Таблиця 3.3. Результати обчислювальних експериментів

n	Точне рішення			Евристичне рішення			Відношення кількості і вершин	Відносна погрішність
	Знач. цільової функції	Побудовано вершин	Час роботи	Значення цільової функції	Побудовано вершин	Час роботи		
10	169,2	12290	6 с	172	1782	16 мс	0,145	1,65%
15	309,3	33990	12 с	319,3	4642	47 мс	0,137	3,23%
20	525,2	523760	102 с	571,3	3817	62 мс	0,007	8,78%
30	804,5	1600350	244 с	915,8	21540	485 мс	0,013	13,83%
40	1621,1	6105360	1074 с	1889,2	6662	203 мс	0,001	16,54%

Висновки

Для точного розв'язання завдання комбінаторної оптимізації на множині циклічних перестановок пропонується використання методу гілок і меж. При проведенні чисельних експериментів по застосуванню методу гілок і меж проявляються наступні тенденції:

- 1) експонентний ріст трудомісткості при збільшенні розмірів задачі;
- 2) істотна залежність трудомісткості рішення, як від способу розгалуження, так і від способу обчислення оцінок.

Якщо знаходження точного рішення задачі з будь-яких причин неможливо, пропонується алгоритм побудови евристичного рішення. Його перевага складається в можливості регулювання трудомісткості одержання результатів і їхньої точності за допомогою застосування різних евристичних правил вибору «кращих» перестановок.

При проведенні чисельних експериментів по застосуванню евристичного методу виявлена значна залежність точності рішення як від правила вибору «кращих» вершин, так і від коефіцієнтів цільової функції. При цьому кращі результати досягаються при коефіцієнтах цільової функції,

що мають невелику дисперсію, а також тоді, коли більші по модулю коефіцієнти мають менші індекси, тобто відповідають першим елементам перестановки.

Дані алгоритми показали свою працездатність у процесі проведення обчислювальних експериментів. При невеликій дисперсії коефіцієнтів цільової функції евристичний алгоритм дозволяє одержувати прийнятне рішення завдання за порівняно короткий час, при більшій дисперсії більш доцільно застосовувати точний алгоритм. Запропонований евристичний алгоритм може бути покращено за допомогою нових евристичних правил вибору «кращих» перестановок або застосуванням іншого правила побудови або розгалуження дерева.

Перелік посилань у розділі 3

1. Donald Knuth The Art of Computer Programming, Volume 4, Fascicle 2: Generating All Tuples and Permutations, Addison-Wesley, 2005. – 144 p.
2. Donald Knuth The Art of Computer Programming, Volume 4, Fascicle 3: Generating All Combinations and Partitions, Addison-Wesley, 2005.–160 p.
3. Donald L.Kreher, Douglas R.Stinson, Combinatorial Algorithms: Generation Enumeration and Search, CRC Press, 1999.– 329 p.
4. M. Bona Combinatorics of Permutations, Chapman Hall-CRC, 2004.– 383 p.
5. F. Ruskey (2003) Combinatorial generation, Dept. of Computer Science Univ. of Victoria, Canada, 1j-CSC 425/520.– 289 p.
6. Korsh J.F., LaFollette P. S. Loopless array generation of multiset permutations // The Computer Journal. – Vol. 47, № 5. – 2004. – P. 612 –621.
7. Семенова Н.В., Колечкина Л.Н. Многокритериальные задачи комбинаторной оптимизации на множестве полиразмещений: полиэдральный подход к решению // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 3. – С. 118 – 126.

8. Емец О.А., Емец Е.М. Модификация метода комбинаторного отсечения в задачах оптимизации на вершинно расположенных множествах // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 5. – С. 129 – 136.
9. Донец Г.А., Колечкина Л.Н. Метод упорядочения значений линейной функции на множестве перестановок // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 2. – С. 50 – 61.
10. Гребенник И.В., Панкратов А.В., Чугай А.М., Баранов А.В. Упаковка n -мерных параллелепипедов с возможностью изменения их ортогональной ориентации в n -мерном параллелепипеде // Кибернетика и системный анализ. – 2010. – № 5. – С. 122 – 131.
11. Стоян Ю.Г., Гребенник И.В. Композиционные образы комбинаторных множеств и некоторые их свойства // Пробл. машиностроения. – 2005. – т.8. – № 3. – С. 56–62.
12. Ю.Г. Стоян, И.В. Гребенник Описание классов комбинаторных конфигураций на основе отображений // Доповіді НАН України. – 2008. – №10. – С. 28 –31.
13. Yu.G. Stoyan, I.V. Grebennik Description and Generation of Combinatorial Sets Having Special Characteristics // International Journal of Biomedical Soft Computing and Human Sciences, Special Volume “Bilevel Programming, Optimization Methods, and Applications to Economics” Vol. 18, №1, 2011. – P. 85-90.
14. Гребенник И.В. Описание и генерация перестановок, содержащих циклы // Кибернетика и системный анализ. – 2010. – № 6. – С. 97 – 105.
15. Липский В. Комбинаторика для программистов. – М.: Мир, 1988. – 213 с.
16. Сергиенко, И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации/ И. В. Сергиенко – К.: Наук. думка, 1988. – 472 с.
17. Пападимитриу, Х. Комбинаторная оптимизация: Алгоритмы и сложность./ Х. Пападимитриу, К. Стайглиц– М.: Мир, 1985.– 512 с.

18. Стоян, Ю.Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації./ Ю.Г. Стоян, О.О. Ємець – К.: Інститут системних досліджень освіти, 1993. – 188 с.
19. Стоян, Ю.Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования. / Ю.Г. Стоян, С.В. Яковлев – К.: Наук. думка, 1986. – 268 с.
20. Стенли, Р. Перечислительная комбинаторика. / Р. Стенли – М.: Мир, 1990. – 440 с.
21. Стоян, Ю.Г. Свойства выпуклых функций на перестановочном многограннике. / Ю.Г. Стоян, С.В. Яковлев — ДАН УССР, Сер. А. 1988. – №3, с.238–240.

4. РОЗРОБКА МОДЕЛЕЙ, МЕТОДІВ ТА ІНСТРУМЕНТАЛЬНИХ ЗАСОБІВ СТРУКТУРНОЇ І ПАРАМЕТРИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ІНЖЕНЕРНИХ МЕРЕЖ З ВИТОКАМИ

4.1 Теоретичні основи переходу інженерних систем до багаторівневих ієрархічних структур

4.1.1 Теоретичні основи математичного моделювання режимів транспорту і розподілу цільових продуктів в інженерних мережах

Розглянемо інженерну мережу, як об'єкт управління, що функціонує в деякому середовищі. Виділення об'єкта із середовища – це штучний прийом, що дозволяє здійснити декомпозицію системи, виділити спостережувані та керовані змінні, розділити змінні на входи і виходи. До середовища відносять, як правило, некеровані підсистеми, а також ті підсистеми, управління якими здійснюється на інших ієрархічних рівнях у відповідності з іншими критеріями і практично не залежить від керованих змінних об'єкта, що виділяється. Виділення об'єкта із середовища і виявлення керованих змінних проводиться з точки зору заданої мети управління.

Основна мета управління інженерною мережею полягає в задоволенні потреб споживачів, які безперервно змінюються, у цільовому продукті, тобто в забезпеченні найбільш повної відповідності між станами об'єкта управління та навколишнього середовища. Така відповідність має бути реалізована при квазіоптимальних значеннях деяких критеріїв управління та виконанні технологічних обмежень.

При вирішенні задач оперативного управління потокорозподілом в інженерних мережах до навколишнього середовища слід віднести родовища цільового продукту і об'єкти з його переробки. Крім того, до середовища віднесемо споживачів, оскільки їх запитами (необхідними поставками цільового продукту) керувати не можна. Стан навколишнього середовища в кожен момент часу будемо характеризувати необхідними поставками цільового продукту споживачам в заданому діапазоні тисків і можливими відборами цього продукту у джерел.

Реальним інженерним мережам, середовищам, в яких вони функціонують, і критеріям оперативного управління даними мережами притаманні різні типи невизначеностей. Тому оптимальне управління інженерними мережами має досягатися адаптацією інженерної мережі до зовнішнього середовища, яке безперервно змінюється.

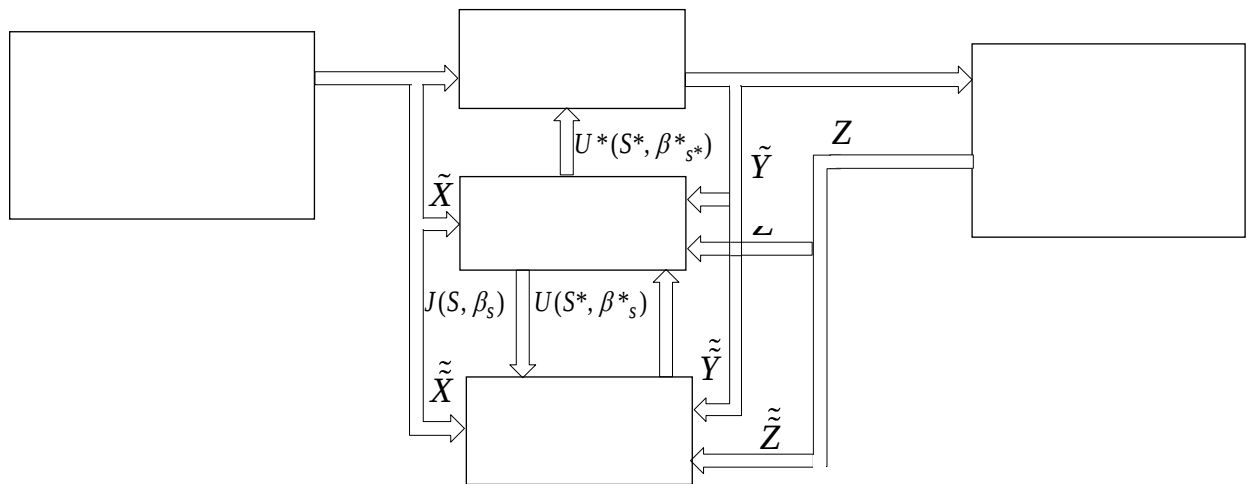


Рисунок 4.1 Блок-схема системи управління інженерною мережею

Відзначимо основні невизначеності, характерні для інженерної мережі як об'єкта управління:

- 1) невизначеність моделі об'єкта управління, яка виявляється у неповноті інформації про структуру, параметри і змінні цієї моделі;
- 2) невизначеність середовища, яка знаходить своє відображення в стохастичному характері процесів споживання цільового продукту основними споживачами, еквівалентності деяких споживачів моделі і в присутності поточної інформації про більшість споживачів;
- 3) невизначеність критеріїв управління, що виявляється у багатокритеріальності, невизначеності окремих критеріїв, невизначеності згортки критеріїв.

На Рис. 4.1 наведена блок-схема системи управління інженерною мережею. Вектор вхідних змінних X можна представити у вигляді двійки векторів $X = \langle q_{ex}, P_{ex} \rangle$ – вектора витрат цільового продукту q_{ex} та вектора

тисків P_{ex} , під якими цей продукт надходить до інженерної мережі. Розмірність векторів q_{ex} , P_{ex} залежить від кількості входів інженерної мережі. Аналогічно характеризується вектор вихідних змінних $Y = \langle q_{vix}, P_{vix} \rangle$. Компоненти векторів q_{vix} , P_{vix} відповідають величинам витрат і тисків цільового продукту, під якими вони надходять споживачам. Розмірність векторів q_{vix} , P_{vix} у загальному випадку залежить від кількості споживачів інженерної мережі. Вектор Z характеризує вимоги середовища і має вигляд $Z = \langle q_{vix}^{(mp)}, P_{vix}^{(mp)} \rangle$, де $q_{vix}^{(mp)}$, $P_{vix}^{(mp)}$ – вектори необхідних поставок цільового продукту споживачам і мінімально допустимих тисків на їх входах відповідно.

Нехай інженерна мережа описується оператором F , що перетворює вхідні змінні X у вихідні Y , тобто $Y = F(X)$. Оператор F будемо також характеризувати двійкою $F = \langle S, \beta_S \rangle$, де S – структура інженерної мережі; β_S – її параметри при структурі S .

Структура інженерної мережі S у свою чергу може бути представлена двійкою $S = \langle S_1, S_2 \rangle$, де S_1 – структура активних елементів; S_2 – структура ліній зв'язку.

Природна декомпозиція інженерної мережі на активні елементи та лінії зв'язку, а також різний характер параметрів, що характеризують ці підсистеми, дозволяють представити вектор параметрів β_S у вигляді двійки $\beta_S = \langle \beta_{S_1}, \beta_{S_2} \rangle$, де β_{S_1} – параметри активних елементів; β_{S_2} – параметри ліній зв'язку.

Управління інженерною мережею здійснюється шляхом зміни структури і параметрів її окремих підсистем. Управління параметрами і структурою можливо на активних елементах і лініях зв'язку. Про зміну параметрів і структури споживачів можна судити тільки по зміні стохастичної структури та параметрів процесів споживання цільового продукту. Вектор управління

U^* будемо також характеризувати двійкою $U^* = \langle S^*, \beta^* s^* \rangle$, де $S^*, \beta^* s^*$ – відповідно структура та параметри інженерної мережі, які повинні бути отримані в результаті реалізації управління. Безперервний розвиток навколишнього середовища, що виявляється у зміні кількості джерел і споживачів цільового продукту (входів і виходів) інженерної мережі, а також їх параметрів, призводить до безперервної зміни вимог, висунутих до них, і, тому, до зміни режимів функціонування та управління.

Таким чином, завдання оперативного управління інженерними мережами полягає в тому, щоб шляхом зміни структури і параметрів керованих підсистем компенсувати зміну структури і параметрів споживачів. Для забезпечення оптимального режиму функціонування інженерної мережі в мінливому середовищі задається критерій оптимальності $J(S, \beta_s)$.

Процес оперативного управління інженерними мережами на даному етапі розвитку систем управління є автоматизованим, тобто увазі наявність суб'єкта або особи, що приймає рішення (ОПР), в контурі управління системою. Завдання ОПР полягає в оцінці стану середовища та об'єкта, формулюванні мети управління, якщо стану його не задовольняють, і прийняття рішення про видачу керуючих впливів U^* . Для оцінки стану середовища та об'єкта управління ОПР отримує інформацію $I = (\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z})$, яка характеризує ситуацію, що склалася і лежить в основі процесу управління. Інформація I є вкрай неповною, і для таких складних систем, як інженерні мережі, ОПР не вдається сформулювати цей критерій, що призводить до необхідності векторної оптимізації. Тому критерій $J(S, \beta_s)$ – вектор. В автоматизованих системах управління вектор U^* в загальному випадку відрізняється від вектора U , що виробляється системою управління, так як в момент прийняття рішення ОПР має можливість врахувати всю додаткову інформацію. У автоматичних системах вектори U^* і U збігаються.

Основне призначення системи оперативного управління потокорозподілом в інженерній мережі – вироблення рекомендацій

(вектора U) щодо того, як змінити параметри і структуру керованих підсистем, щоб домогтися поставленої мет, оскільки відомі $\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}$. Рішення такого завдання здійснюється за допомогою алгоритму управління.

Під алгоритмом управління будемо розуміти чітке однозначне правило або інструкцію про те, що і як треба зробити в ситуації $\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}$, що склалася, щоб домогтися заданої мети, наприклад мінімізувати значення критерію $J(S, \beta_s)$. Інформація про стан середовища та об'єкта $I_1 = (\tilde{X}, \tilde{Y})$ надходить по каналах зв'язку від датчиків, за допомогою яких змінюються параметри, що характеризують стан середовища та об'єкта. Зауважимо, що стан середовища або об'єкта та інформація про цей стан – далеко не одне і те ж. Інформація $I_1 = (\tilde{X}, \tilde{Y})$ є неповною, оскільки вимірюються не всі змінні, і недостовірної внаслідок помилок вимірювань і шумів у каналах зв'язку.

Маючи у своєму розпорядженні інформацію про стани середовища, об'єкта і мети, можна подати управління U як результат роботи алгоритму $U(S^*, \beta_{s^*}^*) = \psi(I_1, J(S, \beta_s))$,

де ψ – оператор, що визначає алгоритм управління, який перетворює інформацію про середовище $\tilde{X}$, об'єкт $\tilde{Y}$ і цілі управління $J(S, \beta_s)$ у вектор управління $U(S^*, \beta_{s^*}^*)$. Основу всіх алгоритмів керування становить модель об'єкта управління, на якій можна «розіграти» або імітувати наслідки передбачуваного управління і вибрати найкраще. Вимоги, що пред'являються до моделі, визначаються цілями управління і відображають ті основні формальні зв'язки, які існують між входом і виходом об'єкта управління.

Модель об'єкта управління будується ітераційно і включає чотири основних етапи (Рис. 4.2) [1].

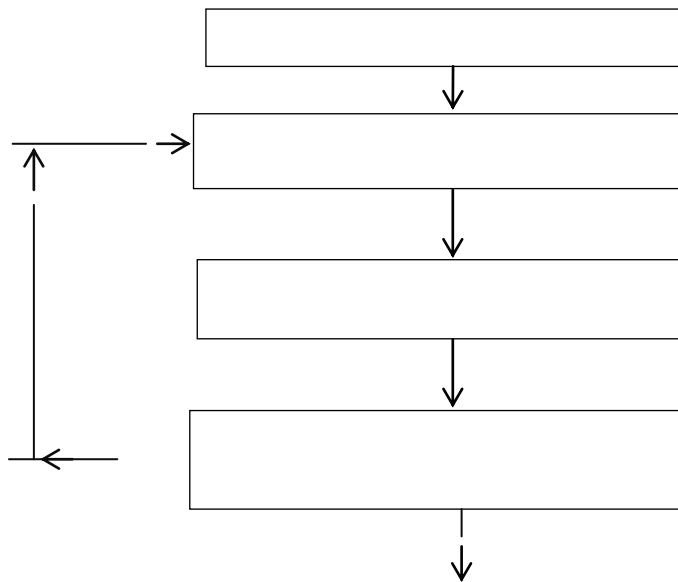


Рисунок. 4.2 Основні етапи побудови моделі об'єкта управління та навколишнього середовища

1. На підставі взаємодії теорії і практики обирається «корисний» клас моделей (для досягнення поставленої мети).

2. Обраний клас моделей виявляється занадто великим для безпосередньої підгонки до даних, тому розвиваються наближені методи ідентифікації підкласів цих моделей. Такі методи використовують наявні результати натурних експериментів, апріорне знання системи і дають для випробування відповідні економічні підкласи моделей. Крім того, процес ідентифікації може бути використаний для отримання попередніх (грубих) оцінок параметрів моделі.

3. Грубі оцінки, одержувані на етапі ідентифікації, тепер можна використовувати в більш точних ітераційних методах оцінки параметрів.

4. Перевірка адекватності моделі дозволяє виявити можливі дефекти підгонки і встановити їх причини. Якщо такі дефекти не виявлені, модель готова до використання. Якщо виявлено яку-небудь невідповідність, ітеративні цикли ідентифікації, оцінки та перевірки адекватності повторюються до тих пір, поки не буде знайдено відповідне представлення моделі.

Отримана таким чином модель лягає в основу побудови алгоритму управління інженерною мережею. Побудова моделі об'єкта управління є необхідною, але недостатньою умовою побудови алгоритму управління інженерної мережі. Необхідно мати ще й модель середовища, в якій об'єкт функціонує. Інженерні мережі є інерційними системами з великим часом перехідних процесів, а управління видається в дискретні моменти часу і виявляється тільки в майбутньому. Це призводить до необхідності так розраховувати управляючі дії, щоб стан об'єкта управління, в який він перейде у результаті реалізації управління, оптимальним чином відповідав майбутньому стану навколишнього середовища.

У прийнятому способі поділу системи на об'єкт управління і навколишнє середовище поняття стану середовища вимагає уточнення. Під станом середовища будемо, як і раніше, розуміти вектор вхідних змінних X а також вектор $Z = \langle q_{вих}^{mp}, P_{вих}^{mp} \rangle$ необхідних витрат цільового продукту $q_{вих}^{mp}$ і тисків $P_{вих}^{mp}$ на входах споживачів. розмірність вектора Z збігається з розмірністю вектора вихідних змінних об'єкта управління Y . Проте їх значення можуть істотно різнитися. Ця відмінність служить вихідною інформацією для ЛПР про вибір мети управління. компоненти вектора $P_{вих}^{mp}$ практично константи і визначаються технічними параметрами апаратури, встановленої на вході споживача. компоненти вектора $q_{вих}^{mp}$ в нормальних умовах функціонування (немає дефіциту) є реалізаціями процесів споживання цільового продукту (ПСЦП) окремими споживачами. Вплив на них величезної кількості неконтрольованих і не керованих факторів призводить до того, що ці процеси стають випадковими і залежно від типу споживача можуть носити як стаціонарний, так і нестаціонарний характер. компоненти вектора X – в загальному випадку також реалізації випадкових процесів подачі цільового продукту і зміни тисків, під якими він вступає в інженерну мережу.

Таким чином, завдання побудови моделі середовища полягає в отриманні стохастичних моделей випадкових процесів подачі та споживання цільового продукту по кожному входу і виходу моделі об'єкта управління. Побудова математичних моделей процесів подачі та споживання цільового продукту, адекватних реальним процесам, здійснюється також ітераційно, як і моделі об'єкта управління.

Основні проблеми побудови автоматизованої системи управління інженерного мережею. Інженерні мережі відносяться до класу великих систем, тому їм притаманні всі основні ознаки таких систем. Відзначимо найбільш істотні риси (але не ознаки) їх [8].

1. Відсутність або надзвичайна складність отримання формальної (математичної) моделі об'єкта управління пов'язані з тим, що інженерні мережі є системами з розподіленими параметрами, а математична модель режиму транспорту цільового продукту навіть на простому лінійному ділянці описується системою нелінійних диференціальних рівнянь в приватних похідних. Спроба описати за допомогою таких рівнянь реальні транспортні та розподільчі мережі і постановка на цій основі управління призводять до серйозних математичних проблем і практично не дозволяють отримати рішення. Але навіть подолавши математичні труднощі, ми опинилися б перед новими, чисто технічними проблемами. Величезна розмірність реальних інженерних мереж, здійснення контролю функціонування її елементів і підсистем зумовлюють необхідність збору такого об'єкта оперативної інформації, з обробкою якого в реальному масштабі часу не в змозі впоратися жодна з існуючих ЕОМ. Отже, виникає завдання дослідження специфічних властивостей інженерних мереж з метою знайти ефективні способи спрощення їх моделей і можливість синтезувати реалізоване управління потокорозподілом в даних мережах.

2. «Зашумлення» інженерної мережі визначається не стільки наявністю якихось спеціальних джерел випадкових перешкод, скільки складністю системи і пов'язаними з цим неминучою великою кількістю всякого роду

другорядних (з точки зору цілей управління) процесів. Зашумленість системи призводить до невизначеності її поведінки, тобто до відмінності очікуваної та фактичної реакції об'єкта на управління. Цю відмінність зручніше розглядати як випадковий фактор і трактувати її як зашумленість, ніж розбиратися у механізмі другорядних з погляду управління процесів, що протікають в складній системі і породжують невизначеність її поведінки.

3. Неповнота інформації про керований об'єкт і про середовище, в якому цей об'єкт функціонує, призводить до невизначеності оцінки стану об'єкта управління та стану об'єкта управління і стану середовища. Ця невизначеність, в свою чергу, веде до невизначеності вибору мети управління, що ще більше погіршує проблему управління інженерними мережами.

4. Нестационарність об'єкта управління є наслідком зростання обсягів споживання цільових продуктів і збільшення числа джерел і споживання цільових продуктів та збільшення числа джерел і споживачів інженерної мережі. Нестационарність інженерної мережі виявляється в дрейфі її характеристик, у зміні параметрів, у нестационарності процесів подачі та споживання цільового продукту, у еволюції системи в часі. У зв'язку з нестационарністю об'єкт управління перестає бути самим собою, а це, природно, створює серйозні труднощі при синтезі моделі такої системи і при управлінні нею. Більше того, мета управління об'єктом повною мірою ніколи не досягається (у всякому разі для цілей розвитку системи). Дійсно, вироблення управління потребує часу, за який об'єкт змінюється непередбачуваним чином, у результаті чого управління, побудоване на базі старої моделі, не може привести до бажаного результату, тобто до досягнення поставленої мети. Все це призводить до необхідності побудови адаптивних систем управління інженерними мережами, тобто таких систем, які еволюціонують у часі спільно з об'єктом управління. Управління системою буде тим ефективніше, чим менше затримка в часі між розвитком інженерної мережі і системою управління нею.

5. Не відтворюваність експериментів з інженерної мережею проявляється в різній реакції об'єкта на одне і те ж управління, здійснюване в різні моменти часу. Вона є прямим наслідком нестаціонарності і накладає спеціальні вимоги на процеси синтезу та корекції моделі інженерної мережі. Цим же можна пояснити низьку ефективність ретроспективного аналізу та використання минулих (старих) даних для підгонки (оцінки параметрів) моделі, використовуваної для управління. Нестационарність і невоспроизводимость об'єкта управління призводить до необхідності синтезу моделей середовища та об'єкта управління в реальному масштабі часу.

Основні етапи оперативного управління потокорозподілом в інженерних мережах. Велика інерційність об'єкта управління і значні витрати на реалізацію керуючих впливів призвели до того, що управління інженерними мережами здійснюється дискретно. Неповнота інформації та нестаціонарність об'єкта управління вимагають поділу процесу оперативного управління інженерними мережами на два етапи: планування режимів і їх стабілізація.

Завдання планування режимів в широкому сенсі полягає в узгодженні тенденцій розвитку середовища та об'єкта управління. Неповнота та недостовірність інформації про майбутні стани середовища та об'єкта управління неминуче призводять до помилок в їх оцінці і, отже, до помилок у планових режимах. Оперативна компенсація цих помилок здійснюється на етапі стабілізації режимів. На Рис. 4.3 показана періодичність вирішення завдань планування та стабілізації. Для реальних інженерних мереж інтервал планування режимів становить від одного тижня до одного місяця. Інтервал вирішення завдань стабілізації – від декількох хвилин до декількох годин. Діапазон управляючих впливів на етапі планування значно ширше, ніж на етапі стабілізації.

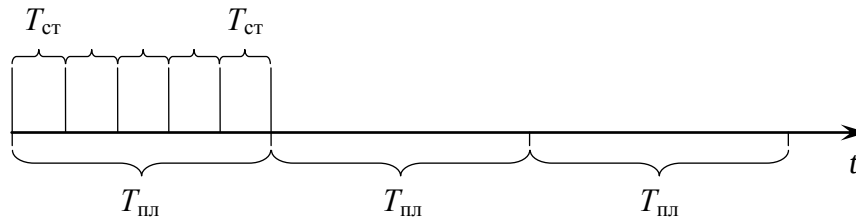


Рисунок 4.3 Періодичність вирішення завдань планування та стабілізації режимів в інженерних мережах: $T_{ст}$ – період вирішення завдань стабілізації; $T_{пл}$ – період вирішення завдань планування

Рішення завдань на кожному рівні вимагає різного обсягу та характеру оперативної інформації, математичних моделей, що описують об'єкт управління, критеріїв і методів вирішення завдань управління. Якщо розглядати процес оперативного управління у вигляді послідовності прийнятих рішень на кожному з рівнів, то цей процес можна представити у вигляді послідовності семи рівнів або етапів управління (Рисунок 4.4).



Рисунок 4.4 Структура процесу оперативного управління потокорозподілом у інженерних мережах

На систему управління, крім критерію управління $J(S, \beta_s)$, надходить технологічна інформація про поточний стан середовища та об'єкта управління $\tilde{X}$, $\tilde{Y}$, $\tilde{Z}$.

Перший етап роботи системи управління – оперативна обробка технологічної інформації. На цьому етапі визначають значення змінних, що характеризують стан середовища та об'єкта управління, тобто вирішують завдання збору, зберігання та оптимальної фільтрації технологічної інформації, необхідної для вирішення завдань на вищих рівнях управління.

Другий етап пов'язаний з побудовою моделі об'єкта управління. На підставі апріорної інформації про фізичну структуру об'єкта управління вибирають початкову структуру його моделі, яка відображатиме найважливіші взаємозв'язки між окремими підсистемами інженерної мережі. При виборі структури моделі визначають кількість некерованих і керованих входів і виходів моделі об'єкта управління. На етапі синтезу структури моделі вибирають також клас використовуваних моделей.

Для вирішення завдань оперативного планування процесів потокорозподілу в інженерній мережі адекватна математична модель об'єкта може бути отримана в класі моделей усталеного потокорозподілу. Для вирішення завдань стабілізації режимів використовують динамічні моделі.

Уточнення структури моделі і оцінка її параметрів здійснюються на етапі ідентифікації моделі. Даний етап закінчується перевіркою адекватності моделі. Адекватну модель використовують для вирішення завдань управління. Якщо модель неадекватна, діагностують причини цього і повертають модель на етапи ідентифікації її структури або параметрів.

На третьому етапі будується модель навколишнього середовища. Як зазначалося, вектор вхідних змінних X є виходом підсистеми попередньої обробки цільового продукту і побудова його моделі не викликає особливих труднощів. Найбільш складне завдання на даному етапі – побудова моделей ПСЦП для кожного виходу моделі об'єкта управління. Адекватні моделі ПСЦП доцільно будувати в класі мультиплікативних моделей авторегресії –

проінтегрованого змінного середнього. При цьому необхідно визначити структуру цих моделей, оцінити параметри і перевірити їх адекватність. Під структурою моделі ПСЦП розуміємо кількість різних факторів (метеорологічних, організаційних і хронологічних), що впливають на досліджуваний процес, а також порядки рівнянь, що зв'язують ПСЦП з цими факторами.

Четвертий етап – прогнозування зміни стану середовища. Отримана на попередньому етапі модель середовища використовується для обчислення майбутнього стану середовища. Величина попередження прогнозу L залежить від типу розв'язуваної задачі (планування, стабілізація) і відповідно $L = T_{\text{пл}}$ або $L = T_{\text{ст}}$. Як правило, при вирішенні завдання планування дискретність обчислення прогнозу з попередженням $L_{\text{пл}}$ дорівнює $T_{\text{ст}}$. Визначають дисперсії прогнозів і довірчу область можливих значень реалізацій процесів подачі та споживання цільового продукту в майбутні моменти часу. При прогнозуванні кількості джерел і споживачів враховуються плани більш високих і зовнішніх по відношенню до інженерних мереж рівнів управління.

В результаті розв'язання задач на цьому етапі отримуємо вектори прогнозів з попередженням L майбутніх станів середовища, відповідних потрібним поставкам цільового продукту споживачам $Z(L)$ та постачання цільового продукту в інженерну мережу після його обробки $X(L)$.

На п'ятому етапі прогнозують стан об'єкта управління в майбутні моменти часу, тобто обчислюють $Y(L)$. Далі перевіряють можливість виконання рівності $Y(L) = Z(L)$. Якщо рівність виконано, то відповідно до критерію управління $J(S, \beta_s)$ (тут і далі β – вектор) визначають вектор управління $U(L) = \langle S^*(L), \beta^*(L) \rangle$. Тут $S^*(L)$, $\beta^*(L)$ – відповідно прогнозована структура і параметри інженерної мережі в майбутні моменти часу з попередженням L .

У функціонуючих інженерних мережах намітилася стійка тенденція до зростання дефіциту цільового продукту, тому завдання оперативного управління поточним розподілом в умовах дефіциту цільового продукту стає особливо актуальним. В даний час ця проблема найбільш гостро стоїть для систем транспорту та розподілу води і газу. Дефіцит газу призводить до суттєвого погіршення техніко-економічних показників роботи підприємств і вимагає додаткових витрат, пов'язаних з переведенням (частково або повністю) підприємств на інші види палива. Дефіцит води викликає додаткові витрати на створення та обслуговування резервних джерел на промислових підприємствах, а також завдає моральної шкоди населенню.

Якщо через дефіцит поставок цільового продукту в мережу або через обмеженість пропускної здатності інженерної мережі не вдається узгодити значення $Y(L)$ та $Z(L)$, то попередньо вирішується завдання розподілу дефіциту цільового продукту між споживачами. Після розв'язання цього завдання знаходимо вектор управління $U(L)$.

Шостий етап пов'язаний з розрахунком траєкторії переведення об'єкта управління з поточного стану в нове з урахуванням технологічних обмежень на характер перехідних процесів. Якщо динаміка об'єкта відома, рішення даної задачі може бути зведене до вирішення оптимізаційної задачі. Якщо відомі тільки деякі оцінки динаміки перехідних процесів в інженерних мережах, розрахунок траєкторії здійснюється у вигляді «послідовності стаціонарних станів» з урахуванням кроку збільшення по кожній керованій змінній і часу витримки для видачі нового прирощення змінних. Час витримки визначається часом «закінчення» перехідних процесів.

Сьомий етап пов'язаний із забезпеченням виконання розрахункової траєкторії і є найбільш відповідальним. Невизначеність вихідних даних для вирішення завдань на всіх попередніх етапах управління призводить до значного ризику отримати фактичну траєкторію фазових координат об'єкта, відмінну від розрахункової. При автоматизованому управлінні

потокорозподілом в інженерних мережах виконання сьомого етапу управління здійснює ОПР.

Наведена послідовність вирішення завдань автоматизованого управління потокораспределенієм в інженерних мережах відповідає нормальним режимами їх функціонування. Така послідовність може порушуватися у зв'язку з відмовами (аваріями) окремих елементів інженерної мережі. Кількість відмов на інтервалі планування може бути значним, однак вони не призводять до відмови всієї системи, а тільки знижують ефективність її функціонування. Активні елементи інженерних мереж володіють високим ступенем резервування, тому відмова одного з них не надає значного впливу на зміну режиму функціонування інженерної мережі, так як він замінюється резервним. Відмова ліній зв'язку (лінійних ділянок) інженерної мережі завдає значної шкоди внаслідок прямих втрат цільового продукту, зміни режимів функціонування інженерної мережі, виникнення дефіциту цільового продукту в районі, прилеглому до аварійної ділянки, а в деяких випадках і у всій системі. Крім того, збитки можуть наноситися самим цільовим продуктом (розмив доріг, затоплення будівель, руйнування в результаті вибухів газу і т. п.). Тому одними з найважливіших для систем оперативного управління потокорозподілом в інженерних мережах є завдання виявлення, локалізації та усунення аварійних ситуацій.

Математичні моделі об'єкта управління та навколишнього середовища. Цілі і критерії управління. Виділення об'єкта управління з середовища здійснюється відповідно до заданої метою управління. Для інженерних мереж розрізняють два види цілей управління – якісні і кількісні.

Якісна мета визначається основним функціональним призначенням інженерних мереж і полягає в забезпеченні споживачів цільовим продуктом в необхідних кількостях і в діапазоні заданих тисків. Ця мета може бути досягнута або не досягнута. Для кількісної характеристики досягнення поставленої мети служить критерій управління, який в даному випадку може приймати тільки два значення: одиницю (у разі досягнення мети) і нуль (в

іншому випадку). Якісні цілі є стратегічними і використовуються на самому верхньому рівні ієрархії управління всією системою. Удавана простота такого критерію управління оманлива, оскільки функціональна залежність критерію від керованих параметрів може бути досить складним [3].

Інженерні мережі – штучні системи, які характеризуються низкою технічних параметрів, що залежать від значень керованих змінних. Досягнення якісних цілей можливе при різних значеннях керованих змінних і, отже, при різних значеннях цих параметрів. Більше того, для досягнення стратегічних цілей взагалі неважливо, якими будуть значення параметрів, лише б вони не виходили за допустимі межі. Однак при реалізації управління (реалізації досягнення якісної мети) далеко не байдуже, якою ціною буде досягнута поставлена мета. У цьому випадку на перший план виходить кількісне визначення мети управління.

Кількісні цілі управління полягають у прагненні зменшити (або збільшити) значення деяких параметрів (критеріїв оптимізації), що характеризують режими функціонування інженерної мережі. Для інженерної мережі, як і для будь-якої технічної системи, таких критеріїв багато. Відзначимо найбільш важливі з них.

1. Режимна стійкість інженерної мережі, тобто здатність протистояти випадковим збурень системи без необхідності зміни її структури і керованих параметрів $J_1(S, \beta_s)$, де, як і раніше S , – структура інженерної мережі β_s , – її параметри при структурі.

Забезпечення режимної стійкості інженерної мережі досягається шляхом створення запасів траєкторні фазових координат об'єкта управління, де під фазовими координатами інженерної мережі маються на увазі значення витрат, тисків і температур цільового продукту у вузлах мережі, відповідних його притоках або відбору.

2. Надійність функціонування інженерної мережі, тобто здатність системи забезпечити задану ефективність функціонування у нормальних

умовах, коли відмови її елементів викликані природними причинами, а ймовірності таких відмов можуть бути розраховані – $J_2(S, \beta_s)$.

Надійність інженерної мережі є комплексним властивістю системи, а критерій $J_2(S, \beta_s)$ у загальному випадку слід розглядати як вектор.

3. Живучість інженерної мережі, тобто здатність системи забезпечити задану ефективність функціонування в екстремальних умовах, коли ймовірність відмов її елементів розрахувати не вдається – $J_3(S, \beta_s)$.

4. Кількість цільового продукту, який транспортується і розподіляється – $J_4(S, \beta_s)$.

5. Енергетичні витрати на транспорт і розподіл цільового продукту – $J_5(S, \beta_s)$.

6. Ущерби споживачів від недоотримання ними цільового продукту – $J_6(S, \beta_s)$.

7. Непродуктивні витрати цільового продукту – $J_6(S, \beta_s)$.

При досягненні стратегічної мети прагнуть екстремізувати ці критерії: підвищити стійкість, живучість, надійність функціонування інженерної мережі, кількість продукту, що транспортується і одночасно зменшити непродуктивні витрати цільового продукту та енергетичні витрати на його транспорт і розподіл.

Таким чином, для досягнення якісної мети доводиться здійснювати управління відповідно з векторним критерієм оптимізації.

Нехай є k локальних критеріїв, тоді критерій оптимізації режимів функціонування інженерної мережі представимо у вигляді

$$J(S, \beta_s)' = [J_1(S, \beta_s), J_2(S, \beta_s), \dots, J_k(S, \beta_s)]. \quad (4.1.1)$$

У цьому випадку завдання оптимізації режиму інженерної мережі полягає в одночасній екстремізації k критеріїв:

$$J_i(S, \beta_s) \rightarrow \underset{\langle S, \beta_s \rangle \in \Omega}{ext} (i=1, 2, \dots, k), \quad (4.1.2)$$

де Ω – безліч допустимих значень керованих змінних S і β_s .

Припускаючи, що всі критерії мінімізуються (цього легко досягти, якщо у критеріїв, що максимізуємо, змінити знак на зворотний), задачу багатокритеріальної (векторної) оптимізації режимів функціонування інженерної мережі можна представити у вигляді

$$J_i (S, \beta_s) \rightarrow \min_{\langle S, \beta_s \rangle \in \Omega} \quad (i = 1, 2, \dots, k), \quad (4.1.3)$$

або у векторній формі:

$$J (S, \beta_s) \rightarrow \min_{\langle S, \beta_s \rangle \in \Omega}. \quad (4.1.4)$$

Завдання (4.1.4) в загальному випадку є некоректною [35]. Дійсно, вирішуючи незалежно кожен із k завдань, отримаємо k оптимальних рішень:

$$\langle S_i^*, \beta_{s_i}^* \rangle = \arg \min_{\langle S, \beta_s \rangle \in \Omega} \quad (4.1.5)$$

Вираз (1.5) можна записати так:

$$J_i (S_i^*, \beta_{s_i}^*) = \min_{\langle S, \beta_s \rangle \in \Omega} J_i (S, \beta_s) \quad (4.1.6)$$

Якщо виявиться, що

$$\langle S_1^*, \beta_{s_1}^* \rangle = \langle S_2^*, \beta_{s_2}^* \rangle = \dots = \langle S_k^*, \beta_{s_k}^* \rangle, \quad (4.1.7)$$

тобто все k локальних рішень збігаються, то отримано рішення вихідної задачі (4.1.4). Однак це суто теоретична можливість вирішення багатокритеріальної задачі. Як правило, рішення, оптимальне по одному з критеріїв, виявляється незадовільним за іншими критеріями, тобто

$$\langle S_i^*, \beta_{s_i}^* \rangle \neq \langle S_j^*, \beta_{s_j}^* \rangle, i \neq j \quad (4.1.8)$$

і, отже, жодне з локальних рішень не може служити рішенням вихідної багатокритеріальної задачі (4.1.4).

Проблема пошуку (вибору) оптимального рішення багатокритеріальної задачі носить концептуальний, а не обчислювальний характер. Ця проблема

безпосередньо пов'язана з вибором або коректуванням принципу оптимальності, що визначає властивості оптимального рішення і дає відповідь на головне питання – в якому сенсі оптимальне рішення перевершує всі допустимі. На відміну від завдань скалярної оптимізації, мають єдиний принцип оптимальності

$$J(S^*, \beta_{s^*}^*) \leq J(S, \beta_s), \quad \langle S, \beta_s \rangle \in \Omega, \quad (4.1.9)$$

в задачах векторної оптимізації є безліч різних принципів оптимальності і кожен принцип зазвичай призводить до вибору різних оптимальних рішень. При автоматизованому управлінні поточкорозподілом в інженерних мережах вибір принципу оптимальності управління здійснює ОПР. В даний час розроблений ряд формальних методів, що полегшують ЛПР прийняття рішення. Ці методи спрямовані на подолання трьох основних проблем векторної оптимізації.

Нормалізація критеріїв. При оптимізації режимів функціонування інженерної мережі локальні критерії змінюються в різних одиницях і мають різні несумірні масштаби. Порівнювати кількість рішень в таких умовах виявляється просто неможливо. Вихід з такої ситуації полягає в нормалізації критеріїв, приведенні їх масштабів до єдиного, зазвичай до безрозмірного. Способів нормалізації критеріїв досить багато [4, 3], і завдання полягає у виборі найбільш раціонального, що не ущемляє «прав» локальних критеріїв.

Визначення області компромісів або розв'язків, що належать множині Парето. Нагадаємо, що множиною Парето називають множину розв'язків, яка володіє властивістю – кожний розв'язок $\langle S^*, \beta_{s^*}^* \rangle$ не може бути покращено без погіршення якості хоча б одного з локальних критеріїв.

Пояснимо це більш докладно. У завданнях векторної оптимізації має місце протиріччя між локальними критеріями. Це протиріччя зазвичай є нестрогим. В області припустимих розв'язків існує, як правило, деяка область згоди Ω^* , в якій протиріччя немає, і якість розв'язання може бути покращено одночасно по всіх локальних критеріях. Крім того, є область

компромісів Ω^{**} , в якій існує суперечність розв'язання хоча б з одним з критеріїв. В цій області поліпшення якості розв'язків з одним критерієм викликає погіршення якості інших і вибір будь-якого рішення заснований на компромісі. Отже, область припустимих розв'язків Ω складається з двох непересічних областей:

$$\Omega = \Omega^* \cup \Omega^{**}, \quad \Omega^* \cap \Omega^{**} = \emptyset. \quad (4.1.10)$$

Оптимальний розв'язок не повинен належати області згоди, тому що будь-який розв'язок з даної області може бути покращено за всіма критеріями. Це означає, що оптимальний розв'язок $\langle S^*, \beta_s^* \rangle$ буде в області компромісів Ω^{**} і тільки цією областю необхідно обмежити область пошуку оптимального розв'язку. У безперервних задачах зазвичай можна отримати тільки точкову підмножину Парето, яка має давати достатньо повне уявлення про множину Парето. При заданій точності дослідження ε цій вимозі задовольняють кінцеві ε -мережі [7].

Визначення схеми компромісу. Подальший пошук оптимального розв'язку в області компромісів може бути здійснений тільки на основі деякої схеми компромісу, що відповідає цілком певним принципам оптимальності. Схемі компромісу відповідає деяка згортка локальних критеріїв у скалярний глобальний критерій.

Кожна точка множини Парето є оптимальною для деякої згортки локальних критеріїв, яка задає лінійний порядок у просторі критеріїв. Таким чином, щоб отримати точкове покриття множини Парето, необхідно задати набір згорток, кожна з яких індукує лінійний порядок у просторі критеріїв, і знайти оптимум кожної з них [5,6]. Для того, щоб отримана в цьому випадку точкова підмножина Парето була представницькою, наприклад кінцевою ε -мережею для множини Парето, необхідно, щоб сімейство згорток, з якого вибирається конкретний набір згорток, задовольняв наступним вимогам [7]:

I. Будь згортка з сімейства монотонна по кожному з локальних критеріїв (монотонність) .

II. Оптимум будь згортки з сімейства належить безлічі Парето (ненадмірність) .

III. Для будь-якої точки безлічі Парето знайдеться згортка з сімейства, оптимум якої досягається в цій точці (достатність) .

Можна назвати ряд сімейств згорток , що задовольняють вимогам I–III. У разі, коли Ω і все $J_i(S, \beta_s)$ опуклі , можна використовувати сімейство

$$\varphi(\lambda, J) = \sum_{i=1}^k \lambda_i J_i(S, \beta_s), \quad \lambda \in \Lambda$$

$$\Lambda = \left\{ \lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k,) : \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1 \right\}, \quad (4.1.11)$$

де λ_i вагові коефіцієнти.

В даний час в практиці оперативного планування режимів функціонування магістральних газопроводів використовується сімейство згорток, коли один з локальних критеріїв (наприклад, перший) вибирається як оптимізуємий функції, а на інші накладені обмеження

$$\varphi(C_2, C_3, \dots, C_k, J_1) = J_1(S, \beta_s), \quad J_i(S, \beta_s) \leq C_i$$

$$(i = 2, 3, \dots, k) \quad (4.1.12)$$

де C_i – чисельне значення обмеження по i -му локальному критерієм. У деяких випадках, коли всі $J_i(S, \beta_s) > 0$, доцільно використовувати згортки вид [7]

$$\varphi(\lambda, J) = \max \lambda_i J_i(S, \beta_s), \quad \lambda_i \in \Lambda$$

$$\Lambda = \left\{ \lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k,) : \lambda_i > 0, \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1 \right\} \quad (4.1.13)$$

Кожне з цих родин згорток володіє певними недоліками. Так, (4.1.11) можна використовувати, якщо всі локальні критерії, а також область зміни керованих змінних випуклі. Використання (4.1.12) приводить до необхідності вирішувати задачу оптимізації з додатковими функціональними обмеженнями, число яких на одиницю менше числа локальних критеріїв.

Використання (4.1.13) пов'язане з вирішенням мінімаксної завдання, що призводить до певних обчислювальним труднощам. У роботі [7] досліджується сімейство згорток виду

$$\varphi_{\alpha}(\lambda, J) = \left\{ \sum_{i=1}^k \lambda_i [J_i(S, \beta_s)] \right\}, \quad \alpha \geq 1;$$

$$\lambda \in \Lambda(\Delta) = \left\{ \lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k,): \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \lambda_i = 1 \right\}, \quad (4.1.14)$$

де

$$\Delta = \frac{C_{\min}}{C_{\max}}, \quad C_{\max} \geq J_i(S, \beta_s) \geq C_{\min}, \quad C_{\min} > 0.$$

Це сімейство задовольняє вимогам I, II, а вимога III кілька ослаблено і замінено на наступне – для будь-якої точки множини Парето знайдеться згортка, оптимум якої як завгодно близький до даної точки. Це сімейство значною мірою вільне від недоліків сімейств (4.1.11) – (4.1.13) і може бути використане в тих випадках, коли Ω – замкнута обмежена множина, а $J_i(S, \beta_s)$ – безперервні на Ω функції.

Умова безперервності $J_i(S, \beta_s)$ на Ω виконується в тому випадку, якщо оптимальна структура інженерної мережі апріорно відома або зафіксована. У загальному випадку $J_i(S, \beta_s)$ – кусково-безперервні функції відповідних параметрів, що природно, ускладнює завдання вибору схеми компромісу. При виборі схеми компромісу ОПР використовує додаткову інформацію у вигляді ранжирування критеріїв. Локальні критерії залежно від ситуації, що складається (співвідношення прогнозованих станів об'єкта управління та навколишнього середовища) мають різну важливість, пріоритет одного критерію над іншим. Це, природно, необхідно враховувати ОПР при виборі оптимального розв'язку, віддаючи відому перевагу більш важливим критеріям оптимізації на заданому інтервалі управління. Розглянуті критерії управління можуть бути реалізовані тільки на етапі планування режимів функціонування інженерних мереж. Критерієм

управління на етапі стабілізації є, як правило, мінімум дисперсій фазових координат об'єкта управління щодо їх розрахункових (планованих) значень. Формалізація критеріїв і вибір схеми компромісу далі будуть розглянуті більш докладно.

Не порушуючи загальності, одержані результати розглянемо на прикладі інженерних мереж водопостачання та газопостачання.

4.1.2 Моделювання стаціонарного режиму транспорту і розподілу цільових продуктів в інженерних мережах з витокami

При вирішенні завдань проектування та реконструкції інженерних мереж, зокрема водопровідних і газових, широке поширення на практиці отримала математична модель усталеного поточкорозподілу в цих мережах, що базується на таких передумовах:

- 1 . Мережа являє собою систему взаємодії великого числа підсистем трьох типів: навантажень або споживачів, активних джерел та ліній зв'язку.
- 2 . Кожна така підсистема характеризується двома змінними величинами: послідовною (витратою) q_i і паралельною (втратою напору) h_i , рядом параметрів, а також обраним напрямом. Втрата напору h_i являє собою різницю тисків, під яким знаходиться газ або вода на початку і в кінці i -го ділянки трубопроводу.
- 3 . В якості споживача в мережі розглядається деякий еквівалентний ділянку, званий фіктивним (або стоком) і спрямований від якого вузла мережі до деякій точці з нульовим тиском. Ця ділянка характеризується своїм витратою цільового продукту і його напором. Останній завжди збігається з тиском у вузлі мережі, з якого виходить стік. Для нормального функціонування споживача, ототожнюється із стоком, необхідно, щоб цей тиск було не менше деякого мінімально допустимого.
- 4 . До джерел водопостачання (активних елементів) слід віднести насосні станції.
- 5 . Лінії зв'язку (пасивні елементи) являють собою ділянки трубопроводу. Оскільки зі збільшенням витрати по такому ділянці втрати напору зростають,

а при рівних , але протилежних по напрямку витратах вони однакові за абсолютною величиною , але протилежні за знаком , залежність втрати напору від витрати є монотонною і непарною функцією . До пасивних елементів слід також віднести різні регульовані і нерегульовані засувки .

6 . Структурою інженерної мережі називається число підсистем різного типу і граф мережі , що відображає характер зв'язку між цими підсистемами .

7 . Загальний потік рідини , що подається в мережу , дорівнює сумарному потоку , споживаному з мережі. Це дозволяє за умови об'єднання джерел та стоків загальним фіктивним вузлом розглядати інженерну мережу як транспортну .

8 . У мережі мають місце закони Кірхгофа . 1 - алгебраїчна сума витрат у будь-якому вузлі мережі дорівнює нулю. 2 - сумарна втрата напору по будь-якому замкнутому циклу дорівнює нулю.

Зазначені припущення дають можливість розглядати водопровідну або газову мережу як сильно пов'язаний лінійний граф , на якому визначені два закони Кірхгофа . Цей граф містить v вершин і e дуг , кожній з яких поставлені у відповідність ряд активних і пасивних елементів і дві змінні величини : витрата або послідовна змінна q_i і втрата напору , або паралельна змінна h_i , пов'язані між собою монотонної залежністю , яка визначається параметрами цих елементів. Терміни « послідовна » і «паралельна » змінні підкреслюють основну характеристику змінних q_i і h_i за способом їх вимірювання , а саме: послідовна змінна (витрата) вимірюється при послідовному включенні вимірювального приладу , а паралельна (втрата напору) - при паралельному під'єднанні приладу .

Совокупність величин q_i и h_i ($i=1, \dots, e$) утворює два e -мірних вектора:

$$\bar{q}' = [q_1, q_2, \dots, q_e]$$

$$\bar{h}'_1 = [h_1, h_2, \dots, h_e] .$$

Ці вектори характеризують стан поточкораспределения в мережі , а їх компоненти (наприклад , i - ті) пов'язані залежністю , яка визначається

параметрами активних і пасивних елементів відповідної (i -тої) гілки мережі , але не залежить від її геометричної структури . З іншого боку , перший постулат мереж дозволяє знайти залежність між складовими вектора $q \in \mathbb{R}^n$, другий - залежність для компонентів вектора $h \in \mathbb{R}^n$. Ці залежності визначаються тільки графом мережі . Система n рівнянь параметрів гілок спільно з n рівняннями , витікаючими із законів Кірхгофа , є тією математичною моделлю процесу поточкораспределения в мережі , яка однозначно визначає взаємозв'язок між змінними , параметрами і структурою мережі при детермінованому підході . Ця модель лежить в основі рішення задач поточного аналізу та перспективного планування необхідного функціонування інженерних мереж.

Будемо розглядати схему з'єднань інженерної мережі як кінцевий зв'язний орієнтований граф , який повинен бути описаний математично. Такий опис необхідно для формалізації завдання дослідження та здійснення введення інформації про структуру мережі в комп'ютер. У процесі вирішення завдань аналізу і синтезу складних інженерних мереж ця інформація повинна бути приведена до вигляду , що описує деякі елементи графа мережі або системи його елементів. Елементами графа можуть бути ребра (дуги) , вершини , підмножини вершин або ребер (дуг) графа. Будемо розглядати такі підмножини графа , як дерево , головний перетин , фундаментальний цикл , вузлове підмножина і підмножина вузлів, що становлять вузлові орієнтовані пари , їх математичне представлення і існуючу між ними взаємозв'язок .

Розглянемо кінцевий орієнтований зв'язний лінійний граф з e ребрами (гілками) і v вершинами (вузлами). Математично лінійний граф однозначно відображається матрицею інцидентів A_a .

Деревом графа називається підграф , що містить всі вершини графа і не утворює жодного замкнутого циклу. Дуги , що входять в дерево , називаються гілками дерева , решта - хордами . Маємо $v - 1$ гілок дерева і $\mu = e - v + 1$ хорд . Число μ називається цикломатичним числом графа.

Будь-якому довільно обраному дереву графа однозначно відповідає $v - 1$ головний перетин (узагальнений вузол) і фундаментальна система μ циклів . Головний перетин являє собою підмножину дуг графа , що містить гілку дерева і хорди , що з'єднують два піддерева графа , що утворюються з дерева після видалення цієї гілки дерева. Фундаментальний цикл - підмножина ребер графа , що містить хорду і гілки дерева , що утворюють єдиний простий ланцюг , що з'єднує кінцеві точки цієї хорди .

Для орієнтованого графа $v - 1$ головний перетин математично описується матрицею головних перетинів $Q_a = [q_{ji}]$ розмірності $(v - 1) * e$ та рангу $v - 1$, а система фундаментальних циклів - цикломатическая матрицею $B_a = [b_{ri}]$ розмірності $\mu * e$ та рангу μ . Елементи матриці B_a рівні:

$$b_{ri} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } i\text{-та дуга входить в } r\text{-й фундаментальний цикл і її} \\ & \text{напрямок збігається з напрямком хорди в цьому циклі;} \\ -1, & \text{якщо } i\text{-та дуга входить в } r\text{-й фундаментальний цикл і її} \\ & \text{напрямок протилежний напрямку хорди } r \text{ в цьому} \\ & \text{циклі;} \\ 0, & \text{якщо } i\text{-та дуга не належить } r\text{-му циклу.} \end{cases}$$

4.1.3 Детермінована математична модель режиму транспорту і розподілу цільових продуктів в інженерних мережах з витокami

Оскільки на будь-якій ділянці трубопроводу, як правило , є перепад висот його початку і кінця , а кожне активне джерело безпосередньо працює на ділянку трубопроводу , недоцільно на етапі декомпозиції ці ділянки штучно розбивати на джерела та лінії зв'язку , так як це призведе до значного ускладнення графа мережі за рахунок додаткових вузлів , яким інцидентні тільки дві дуги. Тому будемо розглядати тільки два типи елементів мережі : реальний і фіктивний . При цьому реальній ділянці водопровідної мережі відповідає дуга , кожен вузол якої інцидентний не менше ніж трьом дугам графа і в загальному випадку складається з послідовно включених активних і пасивних елементів . Тоді залежність $h_i(q_i)$ для цієї ділянки визначається параметрами елементів i -ої гілки і може бути представлена у вигляді:

$$h_i = \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij}^{(n)}(q_i) - \sum_{j=1}^{n_i} h_{ij}^{(a)}(q_i) \quad (4.1.15)$$

($i=1, \dots, e$),

Де $h_{ij}^{(n)}$ і $h_{ij}^{(a)}$ – паралельні змінні j -го пасивного та активного елементу

i -ой гілки; m_i -число пасивних елементів мережі, n_i - число активних елементів

Будемо вважати, що послідовна змінна q_i позитивна, якщо напрямок цієї змінної збігається з напрямком i -ой дуги, і негативна в протилежному випадку. Передбачається також, що дуга і її активні джерела однаково орієнтовані, тобто напрямок послідовної змінної, створюваної j -им джерелом в i -ій гілці, збігається з її напрямком.

$h_{ij}^{(n)}(q_i)$ – монотонно зростаюча непарна функція q_i . Сумарна паралельна змінна, що визначається параметрами всіх пасивних елементів i -ой гілки:

$$h_{ij}^{(n)}(q_i) = \sum_{j=1}^{m_i} h_{ij}^{(n)}(q_i)$$

Також є монотонно зростаючою непарною функцією q_i . Існує кілька емпіричних залежностей $h_{ij}^{(n)}(q_i)$. Більшість цих залежностей може бути апроксимувати формулою:

$$h_{ij}^{(n)}(q_i) = \operatorname{sgn} q_{ij} r_{ij} |q_i|^{\kappa_{ij}}, \quad (4.1.16)$$

Де $r_{ij} > 0$, $\kappa \geq 1$ – відповідно опір і коефіцієнт нелінійності j -го пасивного елемента i -ой гілки, що визначаються експериментально або на підставі емпіричних формул і залежні від параметрів цього елемента, а іноді і від послідовної змінної q_i . У подальших розрахунках використовуються формули Шевельова для ненових сталевих і чавунних труб:

При $v \geq 1,2$ м/с

$$h = 0,001736 \frac{l}{d^{5,3}} |q|q.$$

Гідравлічний опір $r = 0,001736 \frac{l}{d^{5,3}}$

$$\text{При } v < 1,2 \text{ м/с} \quad h = \frac{0,00148 l}{d^{5,3}} \left(1 + \frac{0,688 d^2}{q}\right)^{0,3} |q|q$$

$$\text{Гідравлічний опір } r = \frac{0,00148 l}{d^{5,3}} \left(1 + \frac{0,688 d^2}{q} \right)^{0,3}$$

Коефіцієнт нелінійності $\kappa = 2$, l -довжина ділянки трубопроводу, d - діаметр трубопроводу.

Паралельна змінна j -го активного елемента i -ой гілки $h_{ij}^{(a)}(q_i)$ визначається навантажувальною характеристикою цього елемента і в більшості випадків може бути апроксимована в заданій робочій області $q_i^+ \leq q_i \leq q_i^{++}$ поліномом другого ступеня виду

$$h_{ij}^{(a)}(q_i) = \psi_{0ij} + \psi_{1ij}q_i + \psi_{2ij}q_i^2, \quad (4.1.17)$$

Де $h_{ij}^{(a)}(q_i)$ - постійна або монотонно спадна функція в робочій області $q_i^+ \leq q_i \leq q_i^{++}$.

Таким чином, залежність між паралельної і послідовної змінної для i -ой дуги графа інженерної мережі в сталому режимі:

$$h_i = \sum_{j=1}^{m_i} \text{sgn } q_{ij} r_{ij} |q_i|^{\kappa_{ij}} - \sum_{j=1}^{n_i} (\psi_{0ij} + \psi_{1ij}q_i + \psi_{2ij}q_i^2). \quad (i=1, \dots, e), \quad (4.1.18)$$

Ділянка мережі i , відповідний споживачеві, будемо характеризувати деяким вільним напором h_i^H і витратою q_i . Втрата напору збігається з тиском в початковому вузлі фіктивного ділянки, а самучасток являє собою деяку еквівалентну навантаження, характеризуемую своїми параметрами, що визначають взаємозв'язок між паралельної і послідовними змінними цього навантаження, тобто залежність

$h_i^{(H)} = h_i^{(H)}(q_i)$. Ця залежність з достатнім ступенем точності може бути апроксимована виразом, аналогічним (4.1.16)

$$h_i^{(H)} = \text{sgn } q_i r_i^H |q_i|^{\kappa_i^H} \quad (4.1.19)$$

При моделюванні усталеного потокорозподілу будемо вважати, що r_i^H и κ_i^H постійні і не залежать від часу.

Перший закон Кірхгофа стверджує, що алгебраїчна сума послідовних змінних, поставлених у відповідність дугам графа інженерної мережі, інцидентним будь-якого вузла або належать будь-якому перетину, дорівнює нулю. Закон може бути сформульований в матричному вигляді як

$$A_a \bar{q} = 0 \text{ або } Q_a \bar{q} = 0. \quad (4.1.20)$$

Згідно з другим законом Кірхгофа, нулю дорівнює алгебраїчна сума паралельних змінних, поставлених у відповідність дугам графа мережі, що належить будь-якому замкнутому циклу. Цей закон формулюється в матричному вигляді:

$$B_a \bar{h} = 0. \quad (4.1.21)$$

Для більш компактного математичного зображення законів Кірхгофа в матричній формі виберемо дерево графа мережі так: гілкам дерева присвоїмо номери від 1 до $v-1$, а хордам - від v до e . У результаті такої нумерації будуть справедливі наступні співвідношення:

$$Q_a = [I | Q_{a2}],$$

$$B_a = [B_{a1} | I],$$

$$Q_{a2} = -B'_{a1},$$

Де I – одинична матриця розмірності $v-1$ в Q_a й у B_a , Q_{a2} – підматриця розмірності $(v-1)*\mu$; B_{a1} – підматриця розмірності $\mu*(v-1)$.

Вектори $\bar{q}$ і $\bar{h}$ розіб'ються на два складових вектора:

$$\bar{q}' = (\bar{q}'_1, \bar{q}'_2),$$

$$\bar{h}' = (\bar{h}'_1, \bar{h}'_2),$$

Де i -а компонента $v-1$ -мірних векторів $\bar{q}'_1$ і $\bar{h}'_1$ відповідно послідовна і паралельна змінні i -ої гілки дерева; r -я компонента μ -мірних векторів $\bar{q}'_2$ і $\bar{h}'_2$ – паралельна і послідовна змінні r -ої хорди графа інженерної мережі.

З урахуванням цього, отримуємо наступні залежності для першого і другого постулатів інженерних мереж:

$$\bar{q}_1 = -Q_{a2} \bar{q}_2,$$

$$\bar{h}_2 = -B_{a1} \bar{h}_1.$$

Ці залежності показують, що значення послідовної змінної в гілках дерева мережі є лінійною комбінацією значень послідовних змінних в хордах, а значення паралельної змінної в хорді – лінійною комбінацією значень паралельних змінних в гілках дерева.

Перший і другий постулати можна виразити тільки через матрицю B_{a1} :

$$\begin{cases} \bar{h}_2 = -B_{a1} \bar{h}_1 \\ \bar{q}_1 = B'_{a1} \bar{q}_2 \end{cases}$$

У алгебраїчній формі:

$$q_i = \sum_{r=v}^e b_{1ri} q_r \quad (i=1, \dots, v-1), \quad (4.1.22)$$

$$h_r = -\sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} h_i \quad (r=v, \dots, e). \quad (4.1.23)$$

Будь-яке з виразів, що описує перший і другий постулати мереж, в сукупності з залежностями (4.1.15) або (4.1.18) являють собою математичну модель сталих процесів потокорозподілу в інженерній мережі, тобто є тією системою рівнянь, яка дозволяє однозначно відобразити взаємозв'язок між змінними, параметрами і геометричною структурою мережі. Ця математична модель лежить в основі рішення задач аналізу і синтезу мереж.

4.1.4 Пряма задача аналізу стаціонарних режимів транспорту і розподілу цільових продуктів в інженерних мережах

Розглянемо пряму задачу аналізу усталених процесів потокорозподілу в інженерній мережі, суть якої полягає в тому, щоб по відомих параметрам ділянок мережі і заданої її топології визначити вектори послідовної і паралельної змінних. Визначення цих змінних зводиться до рішення рівнянь математичної моделі, наприклад, (4.1.22), (4.1.23) і (4.1.15), щодо векторів $\bar{q}$ і $\bar{h}$, або після пониження порядку цієї системи в результаті підстановки h_i - складових вектора h з (4.1.15) в (4.1.23) до розв'язання системи μ нелінійних рівнянь

$$f_r = \sum_{j=1}^{m_r} h_{rj}^{(n)}(q_r) - \sum_{j=1}^{n_r} h_{rj}^{(a)}(q_r) + \sum_{i=v}^e b_{1ri} \left[\sum_{j=1}^{m_i} h_{ij}^{(n)}(q_i) - \sum_{j=1}^{n_i} h_{ij}^{(a)}(q_i) \right] = 0 \quad (4.1.24)$$

При $(v-1)$ -м лінійном рівнянні (4.1.22) відносно вектора $\bar{q}$.

Незважаючи на нелінійність рівнянь математичної моделі процесів потокорозподілу в інженерній мережі рішення прямої задачі аналізу єдине.

Підставивши значення складових q_i $(v-1)$ -мірного вектора послідовної змінної $\bar{q}_1$ з рівняння (4.1.22) у формулу (4.1.24), отримаємо систему μ нелінійних рівнянь з μ невідомими складовими $\bar{q}_r$ вектора послідовної змінної $\bar{q}_2$:

$$f_r = f_r(q_v, \dots, q_e) = 0, \quad (r=v, \dots, e). \quad (4.1.25)$$

Ітераційна формула методу Ньютона має вигляд:

$$\bar{q}_2^{(k+1)} = \bar{q}_2^{(k)} - (W^{-1})^{(k)} \bar{f}^{(k)}. \quad (4.1.26)$$

Де W – матриця Якоби системи функцій f_r ($r=v, \dots, e$).

Ітераційний процес уточнення кореня продовжується до тих пір, поки не буде досягнута задана точність обчислення ε , тобто поки $|f_r| - \varepsilon \leq 0$ для всіх r ($r = v, \dots, e$). Підставляючи отримані значення складових вектора послідовної змінної $\bar{q}$ в (4.1.15), визначаємо другий вектор, що характеризує стан потокораспределения інженерної мережі, - вектор паралельної змінної $\bar{h}$.

Алгоритм рішення задачі:

1. Обчислення $\bar{q}_1^{(k)}$ по формулі (4.1.22)
2. Обчислення $f_r^{(k)}$ ($r=v, \dots, e$) по формулі (4.1.24)
3. Аналіз закінчення рішення: якщо $|f_r^{(k)}| \leq \varepsilon$ ($r=v, \dots, e$), ішення знайдено при $\bar{q} = \bar{q}^{(k)}$ перехід до п.7. Якщо $|f_r^{(k)}| > \varepsilon$ хоча б для одного r ($r = v, \dots, e$) перехід далі до п. 4.
4. Обчислення матриці Якоби W і зворотної матриці W^{-1} .
5. Визначення вектора - поправки $-(W^{-1})^{(k)} \bar{f}^{(k)}$.
6. Визначення $\bar{q}_2^{(k+1)}$ по формулі (4.1.26) перехід до п. 1 на повторний цикл обчислень.
7. Обчислення складових вектора $\bar{h}$ по формулі (4.1.15).
8. Закінчення рішення.

4.1.5 Розрахунок стаціонарних режимів роботи в системі подачі і розподілу води (СПРВ)

Початковими даними для розрахунку водопровідних мереж є: структура мережі ; місце розташування насосних станцій і акумулюючих ємкостей (водонапірних башт) ; витрата води на насосних станціях; параметри магістральних ділянок (довжина , діаметр , геодезичні позначки початку і кінця ділянки трубопроводу) ; залежність між паралельної і послідовної змінної ділянки; витрата води і мінімально допустимі вільні напори на фіктивних ділянках (причому сумарний витрата по всім активним

джерелам збігається з сумарним витратою за фіктивними ділянками і ділянками з акумулюючими ємностями) ; рівні води в акумулюючих ємкостях.

Мета розрахунку - визначити режим роботи активних джерел та потокорозподіл в мережі, що забезпечують задані витрати на фіктивних ділянках. Таке завдання має нескінченну безліч рішень. Для однозначного рішення (самого економічного) необхідно визначити диктующую точку мережі, в якій вільний напір, отриманий в результаті рішення, повинен бути рівний мінімально допустимому.

Гідравлічний розрахунок водопровідної мережі може бути зведений до послідовності вирішення трьох завдань:

1. Ув'язка кілець мережі.
2. Вибір активних джерел живлення та їх характеристик з урахуванням мінімальних вільних напорів у вузлах мережі і заданих різниць геодезичних висот.
3. Визначення вільних напорів у вузлах мережі.

Ув'язочний розрахунок складної кільцевої мережі полягає у визначенні витрат і втрат напору води на магістральних ділянках при заданій геометричній структурі мережі і відомих вузлових витратах в джерелах і фіктивних гілках. На етапі вибору активних джерел живлення за мінімальними вільними напорами у вузлах мережі знаходять шлях з найбільшою втратою напору і встановлюють необхідні напори в точках харчування мережі.

Кінцевий етап гідравлічного розрахунку водопровідної мережі - обчислення істинних вільних напорів в її вузлах при відомих характеристиках активних джерел харчування і втрати напору по ділянках.

Для математичного формулювання завдання проводять наступне кодування мережі: дерево графа вибирають таким чином, щоб фіктивні ділянки мережі, ділянки з активними джерелами, крім одного, і ділянки з водонапірними вежами стали хордами. При цьому реальні ділянки частково стануть хордами, а частково - гілками дерева. Гілки дерева з насосом присвоюють

номер 1, решті гілкам – від 2 до $v-1$, хордам реальних ділянок – от v до $v + \eta_2 - 1$, фіктивним із заданими вузовими витратами – от $v + \eta_2$ до $v + \eta_2 + \xi_1 - 1$, хордам з водонапірними вежами – от $v + \eta_2 + \xi_1$ до $v + \eta_2 + \xi_1 + \xi_2 - 1$, з активними джерелами – від $v + \eta_2 + \xi_1 + \xi_2$ до e .

З урахуванням виробленої нумерації мережі, а також того факту, що

$$\sum_{i \in B} h_i^{(r)} = 0 \quad (4.1.27)$$

По любому замкнутому циклу B , який містить магістральні ділянки мережі, математична модель водопровідної мережі прийме вигляд:

$$f_r = \operatorname{sgn} q_r r_r |q_r|^{\alpha_r} + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} \operatorname{sgn} q_i r_i |q_i|^{\alpha_i} = 0,$$

$$(r=v, \dots, v + \eta_2 - 1); \quad (4.1.28)$$

$$f_r = h_r^{(c)} - h_1^{(a)} + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} (\operatorname{sgn} q_i r_i |q_i|^{\alpha_i} + h_i^{(r)}) = 0,$$

$$r=(v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1); \quad (4.1.29)$$

$$f_r = \operatorname{sgn} q_r r_r |q_r|^{\alpha_r} + h_r^{(r)} + \gamma_r h_r^{(6)} - h_1^{(a)} + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} (\operatorname{sgn} q_i r_i |q_i|^{\alpha_i} + h_i^{(r)}) = 0,$$

$$r=(v + \eta_2 + \xi_1, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 + \xi_2 - 1); \quad (4.1.30)$$

$$f_r = \operatorname{sgn} q_r r_r |q_r|^{\alpha_r} + h_r^{(r)} - h_r^{(a)} + h_1^{(a)} + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} (\operatorname{sgn} q_i r_i |q_i|^{\alpha_i} + h_i^{(r)}) = 0,$$

$$r=(v + \eta_2 + \xi_1 + \xi_2 - 1, \dots, e); \quad (4.1.31)$$

$$q_i = \sum_{r=v}^{v+\eta_2-1} b_{1ri} q_r + Q_i \quad (i=1, \dots, v-1), \quad (4.1.32)$$

$$Q_i = \sum_{r=v+\eta_2}^e b_{1ri} q_r = \text{const}. \quad (4.1.33)$$

γ_r - коефіцієнт, що враховує напрямок потоку води у вежу ($\gamma_r = -1$) або з вежі ($\gamma_r = 1$); $h_r^{(6)}$ - висота рівня води в баку вежі.

Передбачається, що ділянки з активними джерелами спрямовані від фіктивного вузла до мережі, а фіктивні ділянки і ділянки з вежами - навпаки.

Алгоритм розв'язання задачі гідравлічного розрахунку водопровідної мережі

:

1. Виробляється увязочная розрахунок, тобто вирішується система нелінійних алгебраїчних рівнянь (4.1.28) при $(v - 1)$ -му лінійному рівнянні зв'язку (4.1.32) з використанням методу Ньютона.

2. Визначаються необхідні напори активних джерел (насосних станцій). Для цього в рівняння (4.1.29) і (4.1.30) підставляються отримані в результаті увязочного розрахунку витрати і знаходяться значення f_r $r=(v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 + \xi_2 - 1)$ за умови, що $h_r^{(c)} = h_r^{(c)+}$, r_r и $h_r^{(a)}$ дорівнюють нулю, т. е.

$$H_r = h_r^{(c)} + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} (\operatorname{sgn} q_i r_i |q_i|^{\kappa_i} + h_i^{(r)}),$$

$$r=(v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1); \quad (4.1.34)$$

$$H_r = h_r^{(r)} + \gamma_r h_r^{(6)} + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} (\operatorname{sgn} q_i r_i |q_i|^{\kappa_i} + h_i^{(r)}),$$

$$r=(v + \eta_2 + \xi_1, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 + \xi_2 - 1). \quad (4.1.35)$$

Величини H_r , знайдені за формулами (4.1.34) і (4.1.35), відповідають втратам напору від початку гілки 1 до вузла з вузловим витратою q_r плюс втрати напору, що враховують мінімальні вільні напори у вузлах і рівні води в баках водонапірних башт.

Порівнюючи отримані величини H_r $r=(v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 + \xi_2 - 1)$, визначається шлях з максимальною втратою напору і вибирається $h_1^{(a)}$, рівній цій втраті напору:

$$h_1^{(a)} = \max\{H_r\}; \quad (4.1.36)$$

3. Знаходяться істинні вільні напори, опори водонапірних башт і необхідні значення напору інших джерел, підставивши значення $h_1^{(a)}$ з (100) в рівняння (4.1.29)-(4.1.31):

$$h_r^{(c)} = h_1^{(a)} - \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} (\operatorname{sgn} q_i r_i |q_i|^{\kappa_i} + h_i^{(r)}),$$

$$r=(v + \eta_2, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 - 1); \quad (4.1.37)$$

$$r_r = \frac{h_1^{(a)} - H_r}{\operatorname{sgn} q_r |q_r|^{\kappa_r}} \quad r=(v + \eta_2 + \xi_1, \dots, v + \eta_2 + \xi_1 + \xi_2 - 1); \quad (4.1.38)$$

$$h_r^{(a)} = \operatorname{sgn} q_r r_r |q_r|^{\alpha_r} + h_r^{(r)} + h_1^{(a)} + \sum_{i=1}^{v-1} b_{1ri} (\operatorname{sgn} q_i r_i |q_i|^{\alpha_i} + h_i^{(r)}),$$

$$r=(v + \eta_2 + \xi_1 + \xi_2 - 1, \dots, e). \quad (4.1.39)$$

4.1.6 Системи СПРВ з багаторівневою ієрархічною структурою

У системах водопостачання і водовідведення найбільш пріоритетною є проблема мінімізації неврахованих витрат і втрат води в СПРВ. Вирішення цієї проблеми дозволяє не тільки забезпечити енергозбереження (зниження витрат електроенергії на насосних станціях (НС) в системах водопостачання і водовідведення), а й ресурсозбереження як питної води, так і хімічних реагентів на підготовку питної води та очищення стічних вод.

В даний час технічний стан СПРВ характеризується наростаючим потоком аварійних ситуацій пов'язаних з природним старінням технологічного обладнання, порушенням герметичності трубопроводів, появою величезної кількості невиявлених і неусунених ушкоджень (свищів, тріщин, переломів, дефектів стикових з'єднань і т.п.), які призводять до витоку і непродуктивних втрат питної води, загальний обсяг яких залежить від режимів роботи СПРВ (надлишкових тисків) і може складати від одиниць до декількох десятків відсотків від загального обсягу води, що подається в мережу.

Розроблено один з ефективних шляхів вирішення проблеми мінімізації неврахованих витрат і втрат води в СПРВ за рахунок переходу від традиційних однорівневих систем водопостачання міст до багаторівневих системам оптимального стохастичного управління (Рис.4.5).

СПРВ є істотно нестационарними і їх можна представити у вигляді взаємопов'язаної послідовності квазістационарних режимів;

- модель УПР є детермінованою моделлю, в якій всі параметри і граничні умови (обурення на входах і виходах мережі) повинні бути відомі точно та не повинні змінюватися хоча б протягом деякого інтервалу часу. У реальних умовах збурення на входах мережі - процеси водоспоживання - є стохастическими процесами, залежними від величезної кількості що не контролюються і не керованих факторів, а параметри моделі, оцінювані за вибірками експериментальних даних кінцевої довжини, самі є випадковими величинами;
- величезна розмірність водопровідних мереж, обмеженість інформаційних ресурсів та оперативних даних не дозволяють досить адекватно оцінити не тільки параметри технологічних елементів систем водопостачання (ділянок трубопроводів, насосних агрегатів, встановлених на насосних станціях), а й структуру водопровідних мереж, т. я. водопровідні мережі знаходяться в експлуатації десятки і навіть сотні років, а їх паспортизація практично не проводиться;
- модель УПР не враховує природну залежність витрати у водопровідній мережі від величини надлишкового тиску у вузлах мережі, пов'язану з наявністю у водопровідній мережі величезної кількості невиявлених і неусунених ушкоджень (свищів, тріщин, переломів, дефектів стикових з'єднань і т.п.), які призводять до витoku і непродуктивних втрат питної води, загальний обсяг яких може становити від одиниць до декількох десятків відсотків від загального обсягу води, що подається в мережу.

Тому необхідною умовою переходу до систем оптимального стохастичного управління є побудова стохастичною моделі квазістационарного потоку розподілу у водопровідних мережах з витокami, яка найбільш адекватно описує режими роботи систем водопостачання в просторі контрольованих параметрів.

4.2 Стохастичні і моделі та методи структурної оптимізації інженерних мереж з витоками

4.2.1 Стохастична модель квазістаціонарних режимів роботи СПРВ з витоками

Задачу побудови стохастичної моделі квазістаціонарного потоку розподілу (КСПР) в СПРВ розглянемо для водопровідної мережі (ВМ), структура якої визначається у вигляді графа $G(V,E)$, де V - множина вершин, а E - множина дуг графа мережі. Для представлення структури ВМ у вигляді сільносвязаного лінійного орієнтованого графа $G(V,E)$, реальна ВМ доповнюється нульовий вершиною і фіктивними хордами, що з'єднують нульову вершину з усіма входами і виходами ВМ. Напрямок фіктивних дуг вибирається «з нульової вершини в усі входи» і «з усіх виходів у нульову вершину». У цьому випадку граф $G(V,E)$ складається з $e = \text{Card}(E)$ дуг і $v = \text{Card}(V)$ вершин. Множину E дуг графа мережі можна представити у вигляді $E = M \cup K$, де M – множина дуг графа мережі, що відповідають реальним ділянкам; $K = L \cup N$ – множина дуг відповідних фіктивних ділянок мережі; L, N – множини дуг, які відповідають входам і виходам мережі, відповідно.

Виберемо дерево графа ВМ $G(V,E)$ так, щоб воно не містило фіктивних дуг, відповідних виходам мережі. Тоді кожна з множин M, L, N розіб'ється на дві, відповідних гілкам дерева M_1, L_1, N_1 і хордам M_2, L_2, N_2 , причому $N_1 = \emptyset$. У кожному вузлі, відповідному входу чи виходу мережі (дугам множин L, N), задається значення тиску або витрати. Завдання цих величин розбиває кожен з множин L_1, L_2, N_2 на дві залежно від того, заданий у цих дугах витрата L_{11}, L_{21}, N_{21} або тиск L_{12}, L_{22}, N_{22} . Для визначеності до гілок дерева віднесемо дугу, відповідну входу мережі з заданим тиском, присвоїмо їй номер 1. У цьому випадку множина $L_{11} = \emptyset$, а стохастичну модель КСПР в ВМ можна представити у вигляді

$$M \left\{ c_r(\omega) q_r(\omega) | q_r(\omega) \right\}^{\chi_r - 1} + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i(\omega) q_i(\omega) | q_i(\omega) \right\}^{\chi_i - 1} = 0, r \in M_2; \quad (4.2.1)$$

$$M_{\omega} \left\{ P_1^{\alpha}(\omega) - P_r^{\alpha}(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i(\omega) q_i(\omega) | q_i(\omega) |^{\chi_i - 1} \right\} = 0, r \in L_{22}; \quad (4.2.2)$$

$$M_{\omega} \left\{ P_r^{\alpha}(\omega) - P_1^{\alpha}(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i(\omega) q_i(\omega) | q_i(\omega) |^{\chi_i - 1} \right\} = 0, r \in N_{22}; \quad (4.2.3)$$

$$M_{\omega} \left\{ P_1^{\alpha}(\omega) - P_r^{\alpha}(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i(\omega) q_i(\omega) | q_i(\omega) |^{\chi_i - 1} \right\} = 0, r \in L_{21}; \quad (4.2.4)$$

$$M_{\omega} \left\{ P_r^{\alpha}(\omega) - P_1^{\alpha}(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i(\omega) q_i(\omega) | q_i(\omega) |^{\chi_i - 1} \right\} = 0, r \in N_{21}; \quad (4.2.5)$$

$$M_{\omega} \left\{ q_i(\omega) - \sum_{r \in M_2 \cup L_{22} \cup N_{22}} b_{1ri} q_r(\omega) + \sum_{r \in L_{21} \cup N_{21}} b_{1ri} q_r(\omega) \right\} = 0, i \in M_1 \cup L_{12}. \quad (4.2.6)$$

$\text{де}(\Omega, B, P)$ — імовірнісний простір; Ω — простір елементарних подій; B — σ -алгебра подій из Ω ; P — імовірнісна міра на B ; $P_j(\omega)$ — випадкова величина що характеризує тиск на початку j -ой дуги ($j \in N$); b_{1ri} — елемент цикломатичної матриці B_1 , побудованої для гілок дерева графа мережі; $c_i(\omega), q_i(\omega)$ — випадкові величини що характеризують, відповідно, гідравлічний опір і витрати води на i -ой реальній дузі, $i \in M$;

Замінюючи в системі рівнянь (4.2.1) - (4.2.6) всі випадкові величини їх математичними очікуваннями, ми отримуємо систему рівнянь детермінованого еквівалента, в якості параметрів і змінних в якій виступають не значення випадкових величин, а їх математичні очікування. Система рівнянь (4.2.12) - (4.2.17) містить m рівнянь і $m+l+k$ змінних, де $m = \text{Card}(M)$ - кількість реальних ділянок, кожному з яких відповідає змінна $\bar{c}_j$; $l = \text{Card}(L)$ - кількість входів ВМ; $k = \text{Card}(K)$ - кількість виходів ВМ.

Для розв'язання детермінованого еквівалента системи рівнянь (4.2.1) - (4.2.6) вона доповнюється граничними умовами таким чином, щоб на кожному вході і виході ВМ було задано значення математичного очікування витрати або тиску. Виняток становить вхід, що відповідає гілці дерева із заданим математичним очікуванням тиску $\bar{P}_1$.

Особливістю моделі квазістаціонарного потоку розподілу у водопровідній мережі з витокami є необхідність у якості граничних умов задавати не тільки математичні очікування витрат або тисків на входах і виходах ВМ, але і їх дисперсії.

4.2.2 Метод побудови стохастичної моделі квазістаціонарного потоку розподілу в СПРВ з витокami

Аналіз фактичних режимів роботи СПРВ при стабілізації тисків у диктують точках водопровідної мережі, показує, що ці режими є циклічними з періодом 24 години і істотно нестационарними. Для проведення апроксимації вихідного нестационарного режиму, послідовністю квазістаціонарних режимів, розіб'ємо добовий інтервал режиму роботи $[0, T]$ на наступні підінтервали квазістаціонарності:

- нічний - від години ночі до п'ятої години ранку $[t_i, t_j]$, $t_i = 1, t_j = 5$;
- ранковий перехідною режим - від п'яти до восьми годин ранку $[t_i, t_j]$, $t_i = 5, t_j = 8$;
- денний - від восьми до двадцяти двох годин $[t_i, t_j]$, $t_i = 8, t_j = 22$;
- вечірній перехідний режим - від двадцяти двох до першої години ночі $[t_i, t_j]$, $t_i = 22, t_j = 1$.

Побудова моделі квазістаціонарних режимів роботи СПРВ з витокami необхідно виробляти для кожного подінтервала квазістаціонарності $[t_i, t_j]$

Нехай у результаті обстеження ВМ вдалося встановити її структуру і отримати оцінки її параметрів. Обмеження на засоби дистанційного контролю і управління (телемеханіки) призводять до того, що обсяг і склад оперативної інформації для реальних систем не забезпечують виконання умов топологічної спостережності та ідентифікування моделі КСПР [1]. Припустимо, що засоби телемеханіки дозволяють в кожен момент часу t контролювати p режимних параметрів. Вважаючи, що $p > 2Card(L)$, вибираємо як контрольованих параметрів витрати $\tilde{q}_{it}, i \in L$ і тиски $\tilde{p}_{it}, i \in L$ на

виходах насосних станцій (НС), які є входами ВМ. Тоді $w = p - 2Card(L)$ датчиків можуть бути використані для контролю тисків $P_{jt}, j \in N$ на виходах ВМ. Для визначення місця встановлення w датчиків тисків будемо використовувати евристичне припущення, що контролювати тиску необхідно тільки в диктуючі точках (ДТ) ВМ, які й увійдуть до множини вершин графа еквівалентної моделі КСПР.

Нехай $\tilde{R}^t = \tilde{R}(\tilde{q}_{it}, \tilde{p}_{it}, i \in L; \tilde{p}_{jt}, j \in N^*) t \in [t_i, t_j]$ - узагальнений вектор вимірних значень оперативних режимних даних в моменти часу $0, -1, -2, \dots$;

$\hat{R}^t = \hat{R}(\hat{q}_{it}, \hat{p}_{it}, i \in L; \hat{p}_{jt}, j \in N^*) t \in [t_i, t_j]$ - узагальнений вектор оцінок режимних даних, отриманий з використанням моделі КСПР;

$\mu = \tilde{R}^t - \hat{R}^t$ - узагальнений вектор нев'язок моделі.

Тоді завдання побудови моделі КСПР може бути сформульована таким чином [8] :

$$\Phi(F_{ll}) = \|\mu\| \rightarrow \min_{F_{ll}}, \quad (4.2.7)$$

де F_{ll} - оператор моделі КСПР; $l = 0, -1, -2, \dots$. Оператор F_{ll} визначається графом мережі $G(V, E)$, де V - множина вузлів графа мережі та E - множина дуг графа мережі; вектором параметрів реальних ділянок мережі C і вектором режимних параметрів R , т.е. $F_{ll} = \langle G(V, E), C, R \rangle$. У цьому випадку задача (4.2.1) може бути записана в наступному вигляді:

$$\Phi(F_{ll}) = \Phi(G(V, E), C, R) = \|\mu\| \rightarrow \min_{(V, E, C, R) \in \Omega}, \quad (4.2.8)$$

де Ω - область, яка визначається моделлю КСПР і має вигляд $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \Omega_3$, где $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ - допустимі множини станів, параметрів і структур моделі КСПР.

Задачу мінімізації (4.2.2) на множині операторів F_{ll} можна представити у вигляді задач послідовної оптимізації

$$F_{ll} [G(V^* E^*), C^* R^*] = \min_{V, E} \min_C \min_R \Phi(G(V, E), C, R). \quad (4.2.9)$$

Рішення задачі (4.2.3) здійснюється шляхом її декомпозиції на три ієрархічно пов'язані між собою завдання [9] :

1. Ідентифікація стану моделі КСПР

$$\Phi_1(R^*) = \min_{R \in \Omega_1} \Phi(G(V^+, E^+), C^+, R). \quad (4.2.10)$$

Символом "+", "*" відзначені, відповідно, фіксовані і оптимальні значення змінних.

2. Ідентифікація параметрів моделі КСПР

$$\Phi_2(C^*) = \min_{C \in \Omega_2} \Phi(G(V^+, E^+), C, R^*). \quad (4.2.11)$$

3. Ідентифікація структури моделі КСПР

$$\Phi_3(G(V^*, E^*)) = \min_{V, E \in \Omega_3} \Phi(G(V, E), C^*, R^*). \quad (4.2.12)$$

В результаті рішення задач (4.2.10) - (4.2.12) отримуємо структуру, параметри моделі КСПР, яку будемо використовувати для постановки та вирішення задачі оперативного планування режимів роботи СПРВ.

4.2.3. Ідентифікація структури стохастичної моделі квазістаціонарного потоку розподілу у водопровідній мережі з витокami

Нехай у результаті обстеження ВМ вдалося встановити її структуру у вигляді графа $G(V_0, E_0)$ і отримати оцінки її параметрів. Для забезпечення безперервного моніторингу режиму роботи ВМ необхідно контролювати тиск у всіх вершинах V_0 і витрати у всіх дугах E_0 графа мережі. Фізичні обмеження на засоби дистанційного контролю і управління (телемеханіки) призводять до того, що обсяг і склад оперативної інформації для реальних систем не забезпечують виконання умов топологічної спостерігаємості та ідентифікації моделі КСПР. Припустимо, що засоби телемеханіки дозволяють контролювати p режимних параметрів. Вважаючи, що $p > 2Card(L)$, вибираємо як контрольовані параметри витрат $\tilde{q}_i, i \in L$ і тиску $\tilde{P}_j, j \in L$ на входах мережі. Тоді $w = p - 2Card(L)$ датчиків можуть бути використані для контролю тисків $P_j, j \in N$ на виходах мережі. Для

визначення місця встановлення датчиків тисків будемо використовувати евристичне припущення про те, що контролювати тиск потрібно тільки в диктуючих точках ВМ, які й будуть вершинами графа еквівалентної моделі КСПР.

Множина вершин V^* графа $G(V^*, E^*)$ еквівалентної моделі визначається в результаті виконання наступних етапів.

1. Рішення рівнянь детермінованого еквівалента математичної моделі КСПР (1) - (6) при відповідному завданні граничних умов дозволяє отримати для графа $G(V_0, E_0)$ оцінки математичних очікувань залежних змінних вектора режимних параметрів $R_2 = \{\bar{q}_i, i \in L; \bar{P}_j, j \in N\}$ при заданих значеннях математичних очікувань незалежних змінних $R_1 = \{\bar{q}_j, j \in N; \bar{P}_i, i \in L\}$.

2. Обчислення оцінок дисперсій $\sigma_{P_r}^2, r \in N$ кожного з тисків $P_r, r \in N$ при заданих дисперсіях витрат на виходах мережі $\sigma_{q_i}^2, i \in N$ і тисків на входах мережі $\sigma_{P_r}^2, r \in L$. Отримання оцінок дисперсій $\sigma_{P_r}^2, r \in N$ здійснюється методом стохастичної лінеарізації моделі КСПР.

тоді:

$$\sigma_{P_r}^2 = \sum_{j \in N} \left[\left(\frac{\partial P_i}{\partial q_j} \right)^0 \right]^2 \sigma_{q_j}^2 + \sum_{j \in L} \left[\left(\frac{\partial P_r}{\partial P_j} \right)^0 \right]^2 \sigma_{P_j}^2, r \in N. \quad (4.2.13)$$

Проранжирувавши вузли, відповідні виходам мережі, в порядку убутання значень дисперсій $\sigma_{P_r}^2, r \in N$ і обмежуючись деяким граничним значенням, отримаємо множину вузлів графа мережі V^d , які відповідають диктуючим точкам $V^d \subset N$:

Можна показати, що отримана частково впорядкована множина V^d є множиною оптимальних місць установки датчиків тисків

3. Визначення множини вершин графа моделі мережі $G(V^*, E^*)$.

Якщо значення p відомо й дорівнює $p = w + 2\text{Card}(L)$, то множиною V^* є об'єднання множини вузлів, що відповідають входам мережі, і підмножини

$$V' \subset V^d \text{ перших } V' + l \text{ елементів множини } V^d, \text{ т.е. } \text{Card}(V^*) = p - l.$$

4. Вибір структури моделі мережі. Доцільно шукати структуру моделі мережі у вигляді дерева, тобто $\text{Card}(E) = V - 1$. У цьому випадку $\text{Card}(M_2) = 0$ і істотно зменшується розмірність системи рівнянь моделі КСПР (4.2.12) - (4.2.16). Крім того, в результаті розрахунку мережі, представленої графом $G(V_0, E_0)$, стають відомі всі компоненти вектора режимних параметрів R . Це дозволяє, вирішивши завдання розподілу витрат по вузлах мережі, що належать безлічі, перейти до структури мережі, для якої виконані умови топологічної наблюдаємості та ідентифікуються, і вирішити завдання оцінювання параметрів і станів моделі КСПР.

4.2.4. Оцінювання параметрів і станів стохастичної моделі квазістаціонарного потоку розподілу у водопровідній мережі з витоками

Нехай граф $G(V^*, E^*)$ моделі мережі являє собою дерево, тобто $\text{Card}(E) = V - 1$ и $\text{Card}(V) = \text{Card}(L) + \text{Card}(N^*)$.

Уявлення графа моделі мережі у вигляді дерева дає можливість вирішувати задачу спільного оцінювання параметрів і станів моделі КСПР, алгоритми рішення якої суттєво залежать від потужності множини диктуючих точок W .

Граф моделі мережі містить всі вузли вихідного графа, відповідні входів і виходів мережі відповідним ДТ ВМ тобто $\text{Card}(V) = \text{Card}(L) + \text{Card}(N^*)$, $W \equiv N^*$.

У вузлах, відповідних входам, відомі результати вимірювання витрат $\tilde{q}_i, i \in L$ і тисків $\tilde{P}_j, j \in L$, а також їх дисперсії $\sigma_{q_i}^2, i \in L, \sigma_{P_j}^2, j \in L$. Крім того, у вузлах, відповідних множині W , відомі вимірювання тисків $\tilde{P}_j, j \in W$ і їх дисперсії $\omega_{P_j}^2, j \in W$.

Для вирішення завдання спільного оцінювання параметрів і станів моделі КСПР попередньо вирішимо завдання розподілу витрат по вузлах мережі, що належать множині W . Дана задача може бути вирішена в результаті рішення задачі оцінювання параметрів $\bar{c}_r, r \in M$.

Конкретизуємо вигляд системи рівнянь детермінованого еквівалента математичної моделі КСПР (4.2.1), (4.2.6). Виберемо дерево графа мережі таким чином, щоб його гілками стали все фіктивні дуги, що відповідають входам і виходам мережі, тобто $E_1 = L \cup N^*$. Тоді всі дуги, відповідні реальним ділянкам, стануть хордами, тобто $E_2 = M$. У цьому випадку система рівнянь детермінованого еквівалента (4.2.1) - (4.2.6) перетворюється до наступного вигляду:

$$\bar{c}_r \bar{q}_r |\bar{q}_r| + \sum_{j \in N^*} b_{1ri} \bar{P}_j - \sum_{j \in L} b_{1ri} \bar{P}_j = 0, r \in M; \quad (4.2.14)$$

$$\bar{q}_i = \sum_{r \in M} b_{1ri} \bar{q}_r, i \in L \cup N^*. \quad (4.2.15)$$

Система рівнянь (4.2.14), (4.2.15) являє собою систему $m + l + n$ рівнянь відносно $2m + 2l + 2n$ змінних $\bar{q}_i, i \in M \cup L \cup N^*; \bar{P}_j, j \in L \cup N^*; \bar{c}_r, r \in M$. Розділимо змінні завдання на залежні і незалежні. До незалежних віднесемо тиск в дугах, відповідних входів і виходів мережі $\bar{P}_j, j \in L \cup N^*$ і параметри реальних ділянок $\bar{c}_r, r \in M$, до залежних – витрати $\bar{q}_i, i \in M \cup L \cup N^*$. Вираз (4.2.14) дозволяє явно виразити витрати в хордах $\bar{q}_r, r \in M$ через тиск на входах і виходах мережі $\bar{P}_j, j \in L \cup N^*$ та параметри $\bar{c}_r, r \in M$ і, згідно (4.2.15), витрати в гілках дерева $\bar{q}_i, i \in L \cup N^*$ також є явними функціями від $\bar{P}_j, j \in L \cup N^*$ и $\bar{c}_r, r \in M$.

Рівняння моделі (4.2.14), (4.2.15) представляють собою наведену форму моделі КСПР в припущенні, що незалежні змінні $\bar{P}_j, j \in L \cup W$ виміряні точно, тобто $\sigma_{p_j}^2 = 0, j \in L \cup W$. Тоді

$$\bar{q}_i = \bar{q}_i(\bar{c}_r, r \in M; \bar{P}_j, j \in W); i \in L \cup W. \quad (4.2.16)$$

Нев'язки такої моделі мають вигляд:

$$e_i = \tilde{q}_i - \bar{q}_i(\bar{c}_r, r \in M; \bar{p}_j, j \in W); i \in L \cup W. \quad (4.2.17)$$

Виміряні значення тисків і витрат можна представити в наступному вигляді:

$$\tilde{P}_i = P_i + \varepsilon_{P_i}, i \in L \cup N^*; \quad (4.2.18)$$

$$\tilde{q}_j = q_j + \varepsilon_{q_j}, j \in L \cup N^*, \quad (4.2.19)$$

де $\varepsilon_{P_i}, \varepsilon_{q_j}$ - помилки виміру тисків і витрат, відповідно.

Нехай помилки вимірювань ε_{P_i} і ε_{q_j} розподілені по нормальному закону з нульовими математичними очікуваннями і відомими значеннями дисперсій, $\sigma_{q_i}^2, i \in L \cup N^*, \sigma_{P_j}^2, j \in L \cup N^*$ причому статистично незалежні один від одного.

Для вирішення завдання оцінювання параметрів $\bar{c}_r, r \in M$ будемо використовувати метод найменших квадратів зі зважуванням вимірювань по змінним, функція мети згідно з яким має вигляд:

$$y = \sum_{i \in L} \sigma_{q_i}^{-2} (\tilde{q}_i - \bar{q}_i)^2 \rightarrow \min_{\bar{c}_r, r \in M}, \quad (4.2.20)$$

де параметри $\bar{c}_r, r \in M$ задовольняють рівнянням моделі КСПР (4.2.14), (4.2.15).

Апроксимуємо рівняння моделі КСПР (4.2.14), (4.2.15) в околиці точки $\bar{c}_l^{(k)}, l \in M$ лінійною моделлю наступного виду:

$$\bar{q}_r^{(k+1)} = \bar{q}_r^{(k)} + \sum_{l \in M} \left(\frac{\partial \bar{q}_r}{\partial \bar{c}_l} \right)^{(k)} (\bar{c}_l^{(k+1)} - \bar{c}_l^{(k)}), r \in M \quad (4.2.21)$$

і будемо використовувати для мінімізації функції (4.2.20) при обмеженнях (4.2.21), (4.2.15) метод Ньютона.

В результаті рішення сформульованої задачі отримаємо оцінки математичних очікувань витрат $\hat{q}_i, i \in W$, а з використанням лінеаризованої моделі КСПР, розглянутої вище, - оцінки дисперсій $\hat{\sigma}_{q_i}^2, i \in W$. Вважаючи, що $\tilde{q}_i = \hat{q}_i, \sigma_{q_i}^2 = \hat{\sigma}_{q_i}^2, i \in W$, можна вирішувати задачу спільного оцінювання

параметрів і станів КСПР. Для побудови процедури оцінювання параметрів $c_i, i \in M$ і змінних $P_j, j \in L \cup N; q_i, i \in M \cup L \cup N$ будемо використовувати метод максимальної правдоподібності, згідно з яким завдання сумісного оцінювання параметрів і стану сформулюється наступним чином [5]:

$$y = \sum_{i \in L \cup N} \sigma_{P_i}^{-2} (P_i - \tilde{P}_i)^2 + \sum_{j \in L \cup N} \sigma_{q_j}^{-2} (q_j - \tilde{q}_j) \rightarrow \min_{c_r, P_i, q_j \in \Omega}, \quad (4.2.22)$$

де Ω – область, яка визначається системою рівнянь детермінованого еквівалента математичної моделі КСПР (4.2.1), (4.2.6).

Таким чином, формальна постановка задачі спільного оцінювання параметрів і станів призводить до задачі умовної оптимізації.

В результаті рішення задач (4.2.12) - (4.2.22) отримуємо структуру, параметри і стан моделі КСПР на кожному підінтервали квазистационарности $[t_i, t_j]$, яку будемо використовувати для постановки та вирішення задачі оперативного планування режимів роботи СПРВ.

4.2.5 Оперативне планування режимів роботи СПРВ з витоками

На змістовному рівні завдання оперативного планування режимів роботи СПРВ на кожному з підінтервалів квазистационарности $[t_i, t_j]$ полягає у виборі оптимального складу (кількості та типу НА, що працюють) і параметрів (оборотів приводу НА) по кожній НС ВМ, при якому забезпечується мінімум математичного очікування суми надлишкових тисків у зоні навантаження кожної НС і, відповідно, мінімум непродуктивних втрат питної води, при якому ймовірність того, що на інтервалі $[t_i, t_j]$ значення фактичного тиску в кожній ДТ буде менше деякого позитивного $\varepsilon \geq 0$ (ймовірність недоподачі (обмеження подачі) води споживачам).

Формально задачу оперативного планування режимів роботи СПРВ на під інтервалі $[t_i, t_j]$ квазистационарности представимо у вигляді наступного детермінованого еквівалента:

$$\sum_{t \in [t_i, t_j]} \sum_{j \in N^*} (\bar{P}_{jt} - P_j^*) \rightarrow \min_{(u_i, i \in L) \in \Omega} \quad (4.2.23)$$

$$\bar{c}_r \bar{q}_r |\bar{q}_r| + \sum_{j \in N^*} b_{1ri} \bar{P}_j - \sum_{j \in L} b_{1ri} \bar{P}_j = 0, r \in M; \quad (4.2.24)$$

$$\bar{q}_i = \sum_{r \in M} b_{1ri} \bar{q}_r, i \in L \cup N^*. \quad (4.2.25)$$

$$q_i^- \leq \bar{q}_{it} \leq q_i^+, P_i^- \leq \bar{q}_{it} \leq q_i^+, i \in L \quad (4.2.26)$$

$$\bar{P}_{jt} \geq P_j^*, j \in N^*, \forall t \in [t_i, t_j] \quad (4.2.27)$$

$$\sum_{i \in L} \bar{q}_{it} = \sum_{j \in N^*} \bar{q}_{jt_{i-1}}(k), k \in [t_i, t_j], \quad (4.2.28)$$

де $\bar{P}_{jt}$ - математичне очікування запланованого значення тиску в j -ой ДТ в момент часу $t \in [t_i, t_j]$; P_u^* - значення тиску що стабілізується в j -ой ДТ; u_i - вектор керованих параметрів (структура і обороти приводів) i -ой НС; $\bar{q}_{jt_{i-1}}(k)$ - прогнозоване значення витрати в j -ой ДТ, що обчислюється в момент часу $t-1$ з упередженням $k \in [t_i, t_j]$.

4.2.6 Стабілізація тисків у диктуючих точках ВМ з витоками

Постановка і вирішення завдання оперативного планування режимів роботи СПРВ засноване на використанні моделі КСПР в ВМ і прогнозів майбутніх обсягів подачі та споживання води ВМ, на інтервалах квазистационарности $[t_i, t_j]$, тобто до спостереження фактичних реалізацій стохастичних процесів водоспоживання. Відмінність фактичних обсягів водоспоживання від їх прогнозованих значень призводить до відхилення фактичних режимів роботи НС від їх оптимальних планових режимів, тобто до відхилення фактичних значень витрат і тисків на виходах НС і тисків в ДТ ВМ від їх математичних очікувань (планових значень).

З визначення ДТ випливає, що якщо тиск в диктуючій точці стає нижче стабілізованого, то частина споживачів СПРВ залишиться без води.

Якщо тиск в ДТ перевищує тиск, що стабілізується, то це означає, що у вузлах ВМ з'являються додаткові надлишкові тиски і пов'язані з ними додаткові непродуктивні втрати електроенергії на НС, а також додаткові втрати води, пов'язані з видавлюванням її через не виявлені або не усунуті дефекти ВМ. Рішення завдання стабілізації тисків в ДТ ВМ забезпечує як підвищення якості забезпечення споживачів питною водою, так і підвищення ефективності - зниження витрат електроенергії та зменшення непродуктивних втрат води в ВМ.

4.2.7 Оцінювання параметрів передатних функцій

При постановці та вирішенні задачі стабілізації тисків в ДТ ВМ необхідно використовувати математичні моделі, змінні в яких представлені у вигляді режимних параметрів тисків і витрат у ВМ. Якщо нехтувати перехідними процесами в ВМ, є два шляхи побудови таких моделей:

1. Лінеаризація моделі КСПР у ВМ.
2. Використання моделей передатних функцій по приростам тисків на НС і ДТ ВМ.

Ці два шляхи практично еквівалентні і відрізняються тільки способом оцінювання параметрів моделей. Не порушуючи спільності, розглянемо методи оцінювання параметрів передатних функцій.

Нехай, як і раніше, побудована модель КСПР в ВМ описується графом $G^*(V^*, E^*)$, множина вершин якого V^* представляє об'єднання множин входів ВМ, відповідних НС, через які вода подається в ВМ - V_L , і множин ДТ - V_N , в яких повинна здійснюватися стабілізація тисків, т.е. $V^* = V_L \cup V_N$.

Множина E^* представляє об'єднання трьох множин $E^* = M^* \cup L \cup N^*$, де L, N^* безлічі фіктивних дуг, відповідних входів ВМ з НС - L і виходам ВМ з ДТ - N^* , M^* - безліч фіктивних дуг, еквівалентних реальним ділянкам ВМ, що з'єднують всі НС з ДТ ВМ

Нехай $|L|=l$ - кількість НС, що працюють на ВМ, а $|N^*|=n$ - кількість ДТ ВМ. Залежно від співвідношення між значеннями l і n , розрізняються структури систем стабілізації тисків (ССТ). При $l=n=1$ отримуємо структуру ССТ з однієї НС і однієї ДТ. При $l=n=1$ отримуємо структуру ССТ, в якій кожна НС забезпечує, практично незалежно від інших НС, стабілізацію тисків у своїй ДТ. Можливі й інші структури ССТ, наприклад, при роботі на ВМ двох НС ($l=2$) досить вибрати одну ДТ - $n=1$. У цьому випадку структура ССТ матиме два входи, відповідних НС, і один вихід, відповідний одній ДТ, тобто дві НС забезпечують стабілізацію тиску в одній ДТ.

Розглянемо більш загальний випадок при $n>l$ й $l>1$. Будемо припускати, що для кожного моменту часу t з SCADA системи по кожній i -й ($i \in L$) НС надходять результати вимірювань тиску на виході НС $\tilde{P}_{it}(\omega)$ і витрати води $\tilde{q}_{it}(\omega)$, а з кожної j -й ДТ $j \in N^*$ надходять значення тиску $\tilde{P}_{jt}(\omega)$. Крім того, для кожної ДТ відомо значення стабілізуемого тиску P_j^* , причому, не порушуючи спільності, будемо припускати, що $\forall t \in [0, T] \quad P_{jt}^* = P_j^*$.

Введемо наступні позначення випадкових величин - для кожної j -ой ДТ і - для кожної i -ой НС:

$$y_{jt}(\omega) = \tilde{P}_{jt}(\omega) - P_j^*; \quad (4.2.29)$$

$$x_{it}^P(\omega) = \tilde{P}_{it}(\omega) - P_{it}^*, \quad (4.2.30)$$

$$x_{it}^Q(\omega) = \tilde{q}_{it}(\omega) - q_{it}^*, \quad (4.2.31)$$

де $y_{jt}(\omega)$ - величина ухилення фактичного тиску в j -й ДТ $\tilde{P}_{jt}(\omega)$ від заданого стабілізуемого тиску P_j^* , а $x_{it}^P(\omega)$ і $x_{it}^Q(\omega)$ - величини ухилення фактичних тисків $\tilde{P}_{it}(\omega)$ і витрати $\tilde{q}_{it}(\omega)$ на i -ой КС, відповідно, від їх оптимальних планових значень P_{it}^* і q_{it}^* в момент часу t .

Змінні $x_{it}^P(\omega)$ і $x_{it}^Q(\omega)$ не є незалежними змінними, а пов'язані між собою досить складною функціональною залежністю, яка визначається складом і параметрами працюючих в момент часу t НА на i -ой НС і навантажувальною характеристикою мережі. Теоретично побудувати таку залежність можна, але досить складно. Значно простіше обчислювати значення змінних $x_{it}^P(\omega)$ и $x_{it}^Q(\omega)$ по результатам вимірів $\tilde{P}_{jt}(\omega)$, $\tilde{q}_{jt}(\omega)$ і розрахунковим значенням P_{it}^* и q_{it}^* .

Теоретично, при спільній роботі на ВМ $l=|L|$ НС змінні $x_{it}^P(\omega)$, $\forall i \in L$ не можна розглядати в якості незалежних змінних - зміна режиму роботи однієї i -ой НС призводить не тільки до зміни режиму роботи ВМ (зміни меж зони впливу i -ой НС і тисків у всіх ДТ), але і до зміни режимів роботи всіх $l-1$ НС, що залишилися.

У реальних умовах експлуатації СПРВ незначні обурення режиму роботи однієї НС практично повністю демпфуються ВМ і не роблять впливу на решту $l-1$ НС, що працюють на ВМ.

Нехай - $y_{jit}(\omega)$ величина приросту тиску в j -ой ДТ, викликана зміною тиску $x_{it}^P(\omega)$ на i -ой НС в момент часу t . Тоді значення $y_{jit}(\omega)$ і $x_{it}^P(\omega)$ можна зв'язати між собою залежністю

$$y_{jit}(\omega) = V_{ijt} x_i(\omega) + N_{it}(\omega), \quad (4.2.32)$$

де V_{ijt} - оператор лінійної дискретної передаточної функції, що зв'язує прирощення тиску в j -ой ДТ з приростом тиску на i -ой НС в момент t ; $N_{it}(\omega)$ - величина шуму, обумовлена стохастичним характером процесів споживання води в зоні навантаження i -ой НС і фактичним режимом роботи СПРВ в момент часу t .

Враховуючи нестисливість води і високу швидкість розповсюдження збурень в СПРВ, значення параметра передаточної функції V_{ijt} можна оцінити

у вигляді умовного математичного очікування відносин приростів $y_{jit}(\omega)$ и $x_{it}^P(\omega)$ у припущенні, що на виходах інших k НС $k=1,2,\dots,l-1$ $x_{kt}^P(\omega) \approx 0$:

$$V_{ijt} = M \left\{ \frac{y_{jit}(\omega)}{x_{it}^P(\omega)} \right\} \quad (4.2.33)$$

Маючи оцінки передаточних функцій V_{ijt} для всіх НС, можна записати вираз для результуючої зміни тисків y_{jt} в j -ой ДТ при спільній роботі всіх l НС.

$$y_{jt}(\omega) = \sum_{I=1}^L \bar{V}_{jit} x_{it}^P(\omega) + N_{jt}(\omega), \quad (4.2.34)$$

де $N_{jt}(\omega)$ - величина сумарного шуму в j -ой ДТ в момент часу t .

Задачу стабілізації тиску в ДТ НД представимо у вигляді

$$M \sum_{\omega} \sum_{t=0}^T \sum_{i=1}^l x_{it}^P(\omega) x_{it}^V(\omega) \rightarrow \min_{\{\delta u_{it}, i=1,2,\dots,l\} \in \Omega}, \quad (4.2.35)$$

$$\Omega : M \sum_{\omega} \sum_{j=1}^n \sum_{t=0}^T \lambda_j (y_{jt}(\omega))^2 = M \sum_{\omega} \sum_{j=1}^n \sum_{t=0}^T \lambda_j (\tilde{P}_{jt}(\omega) - P_j^*)^2 \leq S, \quad (4.2.36)$$

$$y_{it}(\omega) = \sum_{i=1}^l \bar{V}_{jit} x_{it}^P(\omega) + N_{jt}(\omega), \quad (4.2.37)$$

$$\delta u_{it} = \left\langle \delta S_{it}, \left(\frac{n}{n_0} \right)_{it} \right\rangle, \quad (4.2.38)$$

де λ_j - ваговий коефіцієнт j -ой ДТ, причому $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$; δu_{it} -

прирошення вектора управління на i -ой НС.

$S > 0$ - деяка позитивна константа, чисельне значення якої залежить від рівня апіорної невизначеності.

Задача (4.2.35) – (4.2.38) відноситься до класу задач оптимального стохастичного управління, а її рішення забезпечує не тільки мінімізацію енергетичних ресурсів (критерій (4.2.35)), а й мінімізацію, з урахуванням технічного стану ВМ, непродуктивних втрат питної води в СПРВ за рахунок зниження сумарних надлишкових напорів в зоні навантаження кожної НС.

Оцінка ефективності всього комплексу завдань: побудова моделі КСПР, оптимальне планування режиму роботи СПРВ на заданому інтервалі часу $[0, T]$ і задачі оптимального управління процесом стабілізації тисків в ДТ ВМ проводилася для ВМ одного з районів м. Харкова.

4.3 Стохастичні моделі , методи і принципи розробки інструментальних засобів параметричної оптимізації інженерних мереж з витоками

Не порушуючи загальності, одержані результати розглянемо на прикладі інженерних мереж газопостачання міста.

Система газопостачання міста (СГМ) є однією з найважливіших і екологічно небезпечних підсистем життєзабезпечення будь-якого сучасного міста. Технічною основою СГМ є багаторівневі міські газорозподільні мережі (БМРМ). З формальної точки зору БМРМ відносяться до широкого класу інженерних мереж., До яких також відносяться такі найважливіші підсистеми життєзабезпечення міста як системи холодного і гарячого водопостачання, тепlopостачання, водовідведення та електропостачання.

З точки зору структури та функціонального призначення окремих елементів, СГМ можна представити у вигляді трьох взаємопов'язаних між собою підсистем: джерела природного газу; багаторівневі газорозподільні мережі; споживачі природного газу

(Рисунок 4.6).

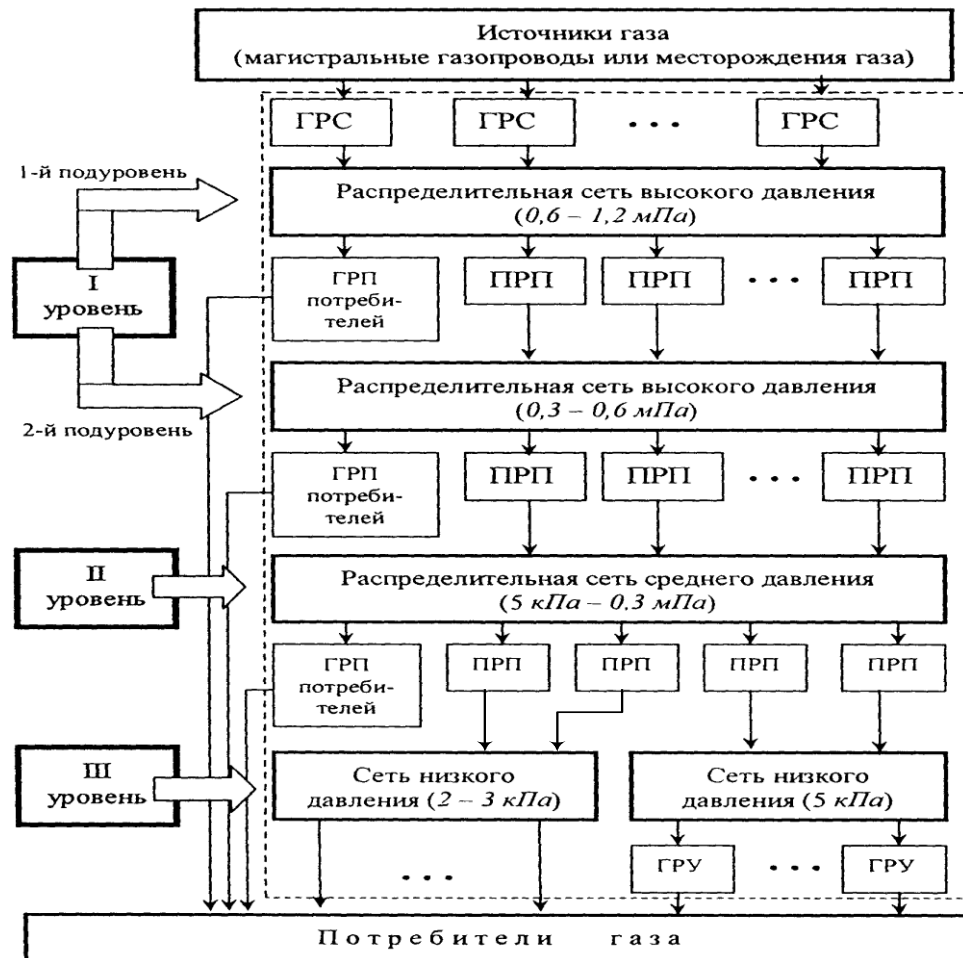


Рисунок 4.6 – Структура багаторівневої газорозподільної мережі.

Призначення першої підсистеми - забезпечення поставок заданої кількості і певної якості природного газу. Основне призначення другого підсистеми - забезпечення споживачів природним газом у вигляді керованих потоків, формованих за допомогою газорегуляторних пунктів (ГРП) і установок.

Як об'єкт управління СГМ відноситься до класу багатовимірних, багатозв'язних, нелінійних стохастичних систем з розподіленими параметрами, специфічною особливістю яких є їх мережева багаторівнева структура, високий рівень невизначеності структури, параметрів і станів об'єкта управління та навколишнього середовища, наявність у векторі управління як безперервних, так і дискретних компонент.

СГМ є штучними технічними системами, що складаються з величезної кількості просторово - розподіленого технологічного обладнання , пов'язаного між собою ділянками трубопроводів, що забезпечує безперервність технологічних процесів транспорту і розподілу природного газу.

Як і будь-які технічні системи , СГМ схильні природним процесам старіння та зносу технологічного обладнання . Ступінь старіння та зносу технологічного обладнання і, як наслідок , показники його надійності залежать від умов експлуатації і визначаються трьома взаємопов'язаними факторами: технічним станом; режимами роботи ; рівнем технічного обслуговування.

Цим і визначаються три основні технічні проблеми в СГМ : безперервне , наростаюче погіршення технічного стану технологічного обладнання; посилення і наближення до критичних режимів роботи технологічного обладнання; різке погіршення якості технічного обслуговування технологічного обладнання .

Фактичний прояв цих проблем в СГМ найнаочніше ілюструється темпами наростання рік від року кількості аварій і збільшенням навантаження на ремонтно - експлуатаційні служби .

При аваріях в газорозподільних мережах втрачається не тільки велика кількість природного газу , а й погіршується екологічна обстановка і різко зростає ймовірність виникнення техногенних катастроф (вибухів , пожеж), що представляють безпосередню загрозу життю населення міст.

4.3.1 Система інтегральних показників якості та ефективності функціонування системи газопостачання міста

Всі показники якості функціонування БМРМ можна розділити на дві групи показників: зовнішні і внутрішні.

Зовнішні показники характеризують ступінь задоволення всіх груп споживачів об'ємом , складом та фізичними параметрами природного газу,

що поставляється їм на інтервалі часу $[0, T]$. В якості формальні зовнішніх показників доцільно використовувати прямі і непрямі оцінки ефективності функціонування БМРМ, до яких відносяться:

- ймовірність виникнення дефіциту поставки природного газу i -му споживачеві;
- математичне очікування обсягу недопоставки природного газу i -му споживачеві та ін.

Оцінки якості функціонування БМРМ. Для оцінки якості функціонування БМРМ на інтервалі часу $[0, T]$ відносно j -го споживача $j \in N^k$ k -го рівня газорозподільної мережі введемо індикаторну функцію виду:

$$\eta_{jn}^-(t, \omega) = \begin{cases} [P_j^- - P_j(t, \omega)]^n, & P_j(t, \omega) < P_j^-, \\ 0, & P_j(t, \omega) \geq P_j^-, \end{cases} \quad (4.3.1)$$

де $P_j(t, \omega)$ – фактичний тиск природного газу в j -му вузлі газорозподільної мережі; P_j^- – мінімально допустимий тиск газу в j -му вузлі.

Використовуючи (4.3.1), введемо відповідну їй випадкову величину у вигляді функціоналу:

$$J_{jn}^{k-}(T, \omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \eta_{jn}^-(t, \omega) dt, \quad \forall j \in N^k, \quad (4.3.2)$$

котрий для різних $n = 0, 1, \dots$ будемо використовувати для отримання системи непрямих оцінок якості функціонування БМРМ щодо j -го споживача.

При $n = 0$ математичне очікування випадкової величини (4.3.2) є непрямою оцінкою ймовірності виникнення дефіциту в j -му вузлі k -го рівня газорозподільної мережі на інтервалі $[0, T]$.

$$J_{j0}^{k-}(T) = M_{\omega} \frac{1}{T} \int_0^T \eta_{j0}^-(t, \omega) dt, \quad \forall j \in N^k \quad (4.3.3)$$

При $n = 1$ математичне очікування $J_{1j1}^{k-}(T, \omega)$ дає непряму оцінку $J_{1j1}^{k-}(T)$ – середнього значення величини дефіциту природного газу в j -му вузлі БМРМ на інтервалі часу $[0, T]$:

$$J_{1j1}^{k-}(T) = M_{\omega} \frac{1}{T} \int_0^T \eta_{j1}^-(t, \omega) dt \quad \forall j \in N^k \quad (4.3.4)$$

Зная оцінки $J_{1j0}^{k-}(T)$ и $J_{1j1}^{k-}(T)$, можна побудувати оцінки якості функціонування БМРМ щодо всіх її споживачів. При цьому критерій

$$J_{10}^-(T) = \max_{k \in K} \max_{j \in N^k} J_{1j0}^{k-}(T) \quad (4.3.5)$$

характеризує верхню оцінку ймовірності виникнення дефіциту природного газу у всіх вузлах газорозподільної мережі.

Оцінки ефективності функціонування БМРМ . Показники ефективності функціонування будь-якої системи характеризують, як правило , то наскільки ефективно використовуються фінансові , матеріальні та енергетичні ресурси в цих системах . Специфічною особливістю СГМ взагалі і , БМРМ зокрема , є відсутність прямих енергетичних витрат на транспорт і розподіл природного газу. Рух природного газу в БМРМ здійснюється за рахунок потенційної енергії природного газу накопиченої в магістральному газопроводі. При цьому в БМРМ є значні фінансові втрати , пов'язані з відновленням режимів у зоні навантаження ГРС (ГРП) при їх аварійному відключенні , а також прямі матеріальні втрати природного газу пов'язані з його витоками з БМРМ . Тому в якості одного з показників ефективності функціонування БМРМ будемо використовувати максимум технічної (режимної) стійкості роботи всіх ГРП (ПРП , ГРУ) , який гарантує мінімум вірогідності аварійного відключення споживачів у зоні навантаження відповідних ГРП (ПРП , ГРУ). В якості іншого з показників ефективності функціонування БМРМ будемо використовувати мінімум сумарних надлишкових тисків у вузлах БМРМ , який гарантує мінімум обсягів витоків природного газу з БМРМ .

Критерій технічної стійкості БМРМ. Режим роботи кожного j -го ГРП характеризується наступними основними величинами:

$P_{j1}(t, \omega)$ – тиском на вході ГРП;

$P_{j2}(u_j, t, \omega)$ – тиск на виході ГРП, що стабілізовано;

$q_j(t, \omega)$ – витрата газу у навантаженні (на виході) ГРП;

u_j – вектор управління j -го ГРП.

Область допустимих режимів (ОДР) роботи кожного j -го ГРП визначається системою двосторонніх обмежень діапазонів зміни кожної з розглянутих величин:

$$P_{j1}^- \leq P_{j1}(t, \omega) \leq P_{j1}^+, \quad (4.3.6)$$

$$P_{j2}^- \leq P_{j2}(u_j, t, \omega) \leq P_{j2}^+, \quad (4.3.7)$$

$$q_j^- \leq q_j(t, \omega) \leq q_j^+, \quad (4.3.8)$$

Система обмежень (4.3.6) - (4.3.8) визначає ОДР режимів роботи j -го ГРП в нормальних умовах без байпасіровання.

Враховуючи, що основним збурюючим фактором режиму роботи ГРП є зміна витрати газу в його навантаженні, критерій технічної стійкості j -го ГРП – $J_{j2}(T)$ на інтервалі управління $[0, T]$ визначимо як імовірність того, що траєкторія випадкового процесу $q_j(t, \omega)$ знаходиться всередині заданого інтервалу:

$$J_{j2}(T) = P(q_j^- \leq q_j(t, \omega) \leq q_j^+), \quad \forall \omega \in \Omega \wedge \forall t \in [0, T]. \quad (4.3.9)$$

Позначаючи $f_j(q_j)$ - щільність розподілу випадкової величини $q_j(t, \omega)$, оцінку критерію технічної стійкості ГРП в цьому випадку представимо у вигляді:

$$J_{j2}^-(T) = P(q_j^- \leq q_j(t, \omega) \leq q_j^+) = \int_{q_j^-}^{q_j^+} f(q_j) dq_j. \quad (4.3.10)$$

Припустивши, що випадкова величина $q_j(t, \omega)$ розподілена по нормальному закону $N(m_{q_j}, \sigma_{q_j}^2)$ з параметрами m_{q_j} і $\sigma_{q_j}^2$ і вираз (4.3.10) можна представити у вигляді

$$J_{j2}^-(T) = \Phi_0\left(\frac{q_j^+ - m_{q_j}}{\sigma_{q_j}}\right) - \Phi_0\left(\frac{q_j^- - m_{q_j}}{\sigma_{q_j}}\right) \quad (4.3.11)$$

де $\Phi_0(\cdot)$ – функція Лапласа.

Маючи оцінки технічної стійкості кожного j -го ГРП k -го рівня газорозподільної мережі БМРМ, можна визначити оцінку технічної стійкості всієї газорозподільної мережі k -го рівня.

Нехай, як і раніше, L_k – множина ГРС, ГРП или ПРП на k -му рівні газорозподільної мережі БМРМ. Тоді оцінку технічної стійкості газорозподільної мережі k -го рівня $J_2^k(T)$ можна визначити як:

$$J_2^k(T) = \min_{j \in L_k} J_{j2}^-(T). \quad (4.3.12)$$

Знаючи оцінки технічної стійкості кожного k -го рівня газорозподільної мережі $J_2^k(T)$, можна визначити оцінку технічної стійкості всієї k -рівневої газорозподільної мережі:

$$J_2(T) = \min_{j \in K} J_2^k(T). \quad (4.3.13)$$

Практичне використання виразу (4.3.12) означає, що технічна стійкість k -го рівня газорозподільної мережі визначається оцінкою технічної стійкості гіршого серед всіх ГРП (ПРП) k -го рівня газорозподільної мережі. Вираз (4.3.13) означає, що технічна стійкість всієї БМРМ визначається оцінкою технічної стійкості гіршого серед всіх ГРП (ПРП) БМРМ.

Критерій оцінки втрат (витоків) природного газу в БМРМ. Відомо, що, чим вище надлишковий тиск у вузлах мережі, тим більше обсяги втрат природного газу в газорозподільній мережі через мікротріщини, свищі та інші види порушень герметичності стиків і з'єднань ділянок трубопроводів.

Для формалізації цього критерію, введемо аналогічно (1) індикаторну функцію

$$\eta_{jn}^+(t, \omega) = \begin{cases} [P_j(t, \omega) - P_j^-]^n, & \text{если } P_j(t, \omega) > P_j^- \\ 0, & P_j(t, \omega) \leq P_j^- \end{cases} \quad (4.3.14)$$

і відповідної їй функціонал

$$J_{1jn}^{k+}(T, \omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \eta_{jn}^+(t, \omega) dt, \quad \forall j \in N^k. \quad (4.3.15)$$

При $n=1$ математичне очікування випадкової величини (4.3.15) характеризує величину середнього надлишкового тиску в j -му вузлі k -го рівня газорозподільної мережі:

$$J_{1j1}^{k+}(T) = M_{\omega} \frac{1}{T} \int_0^T \eta_{j1}^+(t, \omega) dt, \quad \forall j \in N^k \quad (4.3.16)$$

Використовуючи оцінки (4.3.16), отримаємо вирази для критерію, що характеризує сумарне надлишковий тиск у всіх вузлах газорозподільної мережі:

$$J_{11}^+(T) = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N^k} J_{1j1}^{k+}(T), \quad (4.3.17)$$

У реальних умовах чисельне значення критерію (4.3.17) надзвичайно інформативно і дозволяє оцінити потенційно можливий обсяг невиробничих втрат природного газу в газорозподільній мережі БМРМ.

Показники ефективності функціонування БМРМ характеризують ефективність використання всіх матеріальних і енергетичних ресурсів на забезпечення заданої якості функціонування БМРМ.

В якості формальних показників ефективності функціонування БМРМ на інтервалі часу $[0, T]$ доцільно використовувати мінімум математичного очікування сумарних втрат природного газу в БМРМ.

Відомо, що втрати природного газу в БМРМ залежать від двох основних причин - технічного стану технологічного обладнання БМРМ (трубопроводів, кранів, засувок, регуляторів і т.д.) і режимів роботи технологічного устаткування, точніше, від величини фактичного тиску на кожному з k -рівнів БМРМ. При наявності порушень герметичності технологічного устаткування (ущільнювачів в кранах і засувках, тріщинах і свищів у трубопроводах), обсяги непродуктивних втрат природного газу в БМРМ пропорційні фактичним тискам, під яким природний газ знаходиться в цих мережах.

4.3.2 Математична постановка задачі оперативного планування режимів роботи БМРМ

Введені критерії якості та ефективності функціонування СГМ дозволяють структурувати цільову функцію задачі оптимізації режимів транспорту і розподілу природного газу в БМРМ наступним чином:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} J_{1j1}^{k+}(T) \rightarrow \min_{u \in \Omega_0 \cap \Omega_1} \quad (4.3.18)$$

$$\Omega_1 : \min_{j \in K} \min_{j \in N^k} J_{j2}^k(T) \geq \alpha, \quad (4.3.19)$$

$$\max_{k \in K} \max_{j \in N^k} J_{1j0}^{k-}(T) \leq \beta, \quad (4.3.20)$$

де $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$ – порогові значення відповідних критеріїв, Ω_1 :- область критеріальних обмежень, Ω_0 - область допустимих режимів, обумовлена системою рівнянь стохастичною моделі режимів транспорту і розподілу природного газу в БМРМ

Критерій (4.3.18) характеризує математичне очікування сумарних надлишкових тисків у вузлах мережі, мінімум якого забезпечує мінімізацію витоків (втрат) природного газу з БМРМ. Критерій (4.3.19) забезпечує необхідний рівень (не нижче) режимної стійкості регуляторів тиску на всіх k -рівнях БМРМ.

Виконання критерію (4.3.20) гарантує, що всі споживачі БМРМ отримуватимуть природних газ на інтервалі часу в прогнозованих обсягах з імовірністю не нижче, ніж $1 - \beta$, де $\beta = 0,001$.

4.3.3 Стохастична модель режимів транспорту і розподілу природного газу в БМРМ.

Враховуючи багаторівневу ієрархічну структуру БМРМ, область допустимих режимів Ω_0 представимо у вигляді:

$$\Omega_0 = \bigcup_{k \in K} \Omega_{0k}, \quad (4.3.21)$$

де Ω_{0k} – ОДР на $k \in K$ рівні газорозподільної $K = \{1, 2, 3\}$, причому $k=1$ відповідає мережі високого тиску, а $k=3$ – мережі низького тиску. Не порушуючи спільності і зберігаючи введені позначення, отримуємо:

$$N = \bigcup_{k \in K} N^k, L = \bigcup_{k \in K} L^k, M = \bigcup_{k \in K} M^k. \quad (4.3.22)$$

Як вже зазначалося раніше, основними збурюючими факторами в БМРМ є випадкові значення витрат природного газу $q_i(t, \omega)$, $\forall i \in N^k$. Це призводить до того, що тиску у вузлах мережі, які є неявними функціями від випадкових значень витрати, також стають випадковими величинами, тобто $P_i(t) = P_i(t, \omega)$, $\forall i \in N^k$ і $P_j(t) = P_j(t, \omega)$, $\forall j \in L^k$. Будемо, як і раніше, припускати, що $\forall i \in N^k : q_i(t, \omega) \approx N(\bar{q}_i, \sigma_{q_i}^2)$, тобто витрати природного газу на всіх виходах газорозподільної мережі кожного з $k \in K$ рівнів мають нормальні розподіли з математичним очікуванням $\bar{q}_i$ і дисперсією $\sigma_{q_i}^2$, $\forall i \in N^k$. Якщо дисперсії витрат не дуже великі ($\sigma_{q_i} \leq 20\% \bar{q}_i$), то з допустимою для практичних розрахунків точністю можна прийняти, що і тиску у вузлах БМРМ також будуть розподілені по нормальному закону, тобто $P_i(t, \omega) \approx N(\bar{P}_i, \sigma_{P_i}^2)$, $\forall i \in N^k$ і $P_j(t, \omega) \approx N(\bar{P}_j, \sigma_{P_j}^2)$, $\forall j \in L^k$.

Ці припущення дозволяють зв'язати математичні очікування витрат і тисків у БМРМ моделлю усталеного потокорозподілу в БМРМ. Ця модель є адекватною фактичним режимам тільки для математичних очікувань відповідних випадкових величин. Відомо, що якщо математичні очікування і дисперсія випадкового процесу є постійними величинами на деякому інтервалі часу, то такий процес на цьому інтервалі часу є стаціонарним. За аналогією з цим, математичну модель стаціонарного режиму транспорту і розподілу природного газу в газорозподільній мережі k -го рівня тепер можна представити у вигляді:

$$\Omega_{0k} : M_{\omega} \left\{ c_r q_r(\omega) | q_r(\omega) |^{x_r-1} + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i q_i(\omega) | q_i(\omega) |^{x_i-1} \right\} = 0, \quad r \in M_2^k, \quad (4.3.23)$$

$$M_{\omega} \left\{ P_1^{\alpha}(\omega) - P_r^{\alpha}(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i q_i(\omega) |q_i(\omega)|^{\chi_i-1} \right\} = 0, \quad r \in L_{22}^k, \quad (4.3.24)$$

$$M_{\omega} \left\{ P_r^{\alpha}(\omega) - P_1^{\alpha}(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i q_i(\omega) |q_i(\omega)|^{\chi_i-1} \right\} = 0, \quad r \in N_{22}^k, \quad (4.3.25)$$

$$M_{\omega} \left\{ P_1^{\alpha}(\omega) - P_r^{\alpha}(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i q_i(\omega) |q_i(\omega)|^{\chi_i-1} \right\} = 0, \quad r \in L_{21}^k, \quad (4.3.26)$$

$$M_{\omega} \left\{ P_r^{\alpha}(\omega) - P_1^{\alpha}(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i q_i(\omega) |q_i(\omega)|^{\chi_i-1} \right\} = 0, \quad r \in N_{21}^k, \quad (4.3.27)$$

$$M_{\omega} \left\{ q_i(\omega) - \sum_{r \in M_2^k \cup L_{22}^k \cup N_{22}^k} b_{ir} q_r(\omega) - \sum_{r \in L_{21}^k \cup N_{21}^k} b_{ir} q_r(\omega) \right\} = 0, \quad i \in M_1^k \cup L_2^k. \quad (4.3.28)$$

при додаткових обмеженнях: на витрати газу на всіх регулюючих елементах

$$q_j^- \leq M_{\omega} \{q_i(\omega)\} < q_j^+, \quad j \in L^k \quad (4.3.29)$$

і на тиску на виходах газорозподільної мережі

$$P_j^- \leq M_{\omega} \{P_j(\omega)\} \leq P_j^+, \quad j \in N^k. \quad (4.3.30)$$

Крім того, необхідно враховувати зв'язку між кожним k і $k-1$ рівнями газорозподільної мережі, тобто той факт, що виходи $k-1$ рівня є входами k -го рівня. Формально це записується таким чином:

$$L^k \subset N^{k-1} \quad (4.3.31)$$

Математична модель режимів транспорту і розподілу природного газу виду (4.3.23) ÷ (4.3.30) визначає область допустимих режимів завдання оперативного планування режимів транспорту і розподілу природного газу в БМРМ, яка тепер приймає вигляд:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} J_{1j1}^{k+}(T) \rightarrow \min_{u \in \Omega_0 \cap \Omega_1} \quad (4.3.32)$$

$$\Omega_1 : \min_{j \in K} \min_{j \in L^k} J_{j2}^k(T) \geq \alpha, \quad (4.3.33)$$

$$\max_{k \in K} \max_{j \in N^k} J_{1j0}^{k-}(T) \leq \beta, \quad (4.3.34)$$

$$\Omega_0 = \bigcup_{k \in K} \Omega_{0k}, \quad (4.3.35)$$

$$\Omega_{0k} : M_{\omega} \left\{ c_r q_r(\omega) |q_r(\omega)|^{\chi_r-1} + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i q_i(\omega) |q_i(\omega)|^{\chi_i-1} \right\} = 0, \quad r \in M_2^k, \quad (4.3.36)$$

$$M_{\omega} \left\{ P_1^{\alpha}(\omega) - P_r^{\alpha}(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1i} c_i q_i(\omega) |q_i(\omega)|^{\lambda_i - 1} \right\} = 0, \quad r \in L_{22}^k, \quad (4.3.37)$$

$$M_{\omega} \left\{ P_r^{\alpha}(\omega) - P_1^{\alpha}(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1i} c_i q_i(\omega) |q_i(\omega)|^{\lambda_i - 1} \right\} = 0, \quad r \in N_{22}^k, \quad (4.3.38)$$

$$M_{\omega} \left\{ P_1^{\alpha}(\omega) - P_r^{\alpha}(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1i} c_i q_i(\omega) |q_i(\omega)|^{\lambda_i - 1} \right\} = 0, \quad r \in L_{21}^k, \quad (4.3.39)$$

$$M_{\omega} \left\{ P_r^{\alpha}(\omega) - P_1^{\alpha}(\omega) + \sum_{i \in M_1} b_{1i} c_i q_i(\omega) |q_i(\omega)|^{\lambda_i - 1} \right\} = 0, \quad r \in N_{21}^k, \quad (4.3.40)$$

$$M_{\omega} \left\{ q_i(\omega) - \sum_{r \in M_2^k \cup L_{22}^k \cup N_{22}^k} b_{1r} q_r(\omega) - \sum_{r \in L_{21}^k \cup N_{21}^k} b_{1r} q_r(\omega) \right\} = 0, \quad i \in M_1^k \cup L_{12}^k. \quad (4.3.41)$$

$$q_j^- \leq M_{\omega} \{q_i(\omega)\} < q_j^+, \quad j \in L^k \quad (4.3.42)$$

$$P_j^- \leq M_{\omega} \{P_j(\omega)\} \leq P_j^+, \quad j \in N^k, \quad (4.3.43)$$

Завдання (4.3.32) ÷ (4.3.43) відноситься до класу багатокритеріальних задач нелінійного стохастичного програмування (НСП) з недіференціруємою, неявно заданої цільової функцією, вирішення якої шукається у вигляді вирішального правила нульового порядку - детермінованого вектора $x^* = (\bar{P}_i, \sigma_{P_i}^2, \bar{q}_i, \sigma_{q_i}^2, \forall i \in L^k, \forall k \in K)$, компонентами якого є математичні очікування і дисперсії тисків і витрат на всіх входах кожного з рівнів $k \in K$ БМРМ. В даний час не існує загальних методів вирішення завдань даного класу.

Загальний підхід для вирішення таких завдань полягає в перетворенні вихідної задачі НСП до деякого її детермінованого нелінійного еквіваленту, рішення якого вже можливо в рамках існуючих методів нелінійного математичного програмування.

Для розробки конструктивних методів рішення задачі (4.3.32) ÷ (4.3.43) необхідно задати плановані (прогнозовані) значення обсягів споживання природного газу всіма споживачами на інтервалі планування. Значення витрат задаються у вигляді прогнозів (умовних математичних сподівань) обсягів споживання природного газу кожним споживачем і величиною дисперсії цього прогнозу. Фактично це означає, що при плануванні режимів

передбачається, що фактичний обсяг споживання природного газу $q_i(T)$ і-м споживачем на інтервалі $[0, T]$ планування є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом з математичним очікуванням $\bar{q}_i$ і дисперсією $\sigma_{q_i}^2$:

$$q_i(T, \omega) \approx N(\bar{q}_i, \sigma_{q_i}^2), \quad \forall i \in N^k. \quad (4.3.44)$$

Крім того, необхідно задати дисперсії стабілізованості тисків на виходах всіх регуляторів тиску:

$$\sigma_{p_j}^2, \quad \forall j \in L^k. \quad (4.3.45)$$

Завдання зазначених величин дозволяє побудувати детермінований еквівалент задачі нелінійного стохастичного програмування (НСП) (4.3.32)÷(4.3.43).

Детермінований еквівалент завдання НСП (4.3.32) ÷ (4.3.43). Детермінований еквівалент задачі оптимізації режимів транспорту і розподілу природного газу в багаторівневої газорозподільної мережі може бути представлений у вигляді:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N^k} (\bar{p}_j^k - \bar{p}_j^{k*}) \rightarrow \min_{x \in \Omega_0 \cap \Omega_1} \quad (4.3.46)$$

$$\Omega_1 : \min_{k \in K} \min_{j \in L^k} \left\{ \Phi_0 \left(\frac{m_{q_j^+}^k - c_j^k \sigma_{q_j^+}^k - \bar{q}_j^k}{\sigma_{q_j^k}} \right) - \Phi_0 \left(\frac{m_{q_j^-}^k + c_j^k \sigma_{q_j^-}^k - \bar{q}_j^k}{\sigma_{q_j^k}} \right) \right\} \geq \alpha, \quad (4.3.47)$$

$$\max_{k \in K} \max_{j \in N^k} \left\{ \Phi_0 \left(\frac{\bar{p}_j^+ - a_j^k \sigma_{\bar{p}_j^k}^k}{\sigma_{p_j^k}} \right) - \Phi_0 \left(\frac{\bar{p}_j^- - a_j^k \sigma_{\bar{p}_j^k}^k}{\sigma_{p_j^k}} \right) \right\} \leq \beta, \quad (4.3.48)$$

$$\Omega_0 = \bigcup_{k \in K} \Omega_{0k}; G(V, E) = \bigcup_{k \in K} G_k(E^k, V^k); N = \bigcup_{k \in K} N^k, L = \bigcup_{k \in K} L^k, M = \bigcup_{k \in K} M^k$$

$$\Omega_{0k} : f_r = c_r \bar{q}_r |\bar{q}_r|^{\lambda_r - 1} + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i \bar{q}_i |\bar{q}_i|^{\lambda_i - 1} = 0, \quad r \in M_2^k, \quad (4.3.49)$$

$$f_r = \bar{p}_1^\alpha - \bar{p}_r^\alpha + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i \bar{q}_i |\bar{q}_i|^{\lambda_i - 1} = 0, \quad r \in L_{22}^k, \quad (4.3.50)$$

$$f_r = \bar{p}_r^\alpha - \bar{p}_1^\alpha + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i \bar{q}_i |\bar{q}_i|^{\lambda_i - 1} = 0, \quad r \in N_{22}^k, \quad (4.3.51)$$

$$f_r = \bar{P}_1^\alpha - \bar{P}_r^\alpha + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i \bar{q}_i |\bar{q}_i|^{\chi_i - 1} = 0, \quad r \in L_{21}^k, \quad (4.3.52)$$

$$f_r = \bar{P}_r^\alpha - \bar{P}_1^\alpha + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i \bar{q}_i |\bar{q}_i|^{\chi_i - 1} = 0, \quad r \in N_{21}^k, \quad (4.3.53)$$

$$\bar{q}_i = \sum_{r \in M_2^k \cup L_{22}^k \cup N_{22}^k} b_{ir} \bar{q}_r + \sum_{r \in L_{21}^k \cup N_{21}^k} b_{ir} \bar{q}_r, \quad i \in M_1^k \cup L_2^k, \quad (4.3.54)$$

$$q_j^- \leq \bar{q}_j < q_j^+, \quad j \in L^k, \quad (4.3.55)$$

$$P_j^- \leq \bar{P}_j \leq P_j^+, \quad j \in N^k. \quad (4.3.56)$$

де - вектор управління, компонентами якого є математичні очікування і дисперсії витрат на кожному з входів БМРМ, тобто $x = (\bar{q}_1^k, \bar{q}_2^k, \dots, \bar{q}_{l-1}^k, \sigma_{q_1^k}^2, \sigma_{q_2^k}^2, \dots, \sigma_{q_{l-1}^k}^2), \forall k \in K$; c_j^k, a_j^k - позитивні константи,

чисельне значення яких має бути визначено в процесі виконання завдання.

Отримана задача (4.3.46) ÷ (4.3.56) відноситься до класу багатокритеріальних задач математичного програмування загального вигляду з алгоритмічно заданою, що не диференціюється цільовою функцією, алгоритмічно задається не диференційовними критеріальними обмеженнями (4.3.47), (4.3.48), нелінійними обмеженнями у вигляді рівностей (4.3.49) ÷ (4.3.54) і двосторонньої обмеженістю змінних (4.3.55), (4.3.56).

В даний час не існує загальних методів вирішення завдань такого типу. Специфічною особливістю задачі (4.3.46) ÷ (4.3.56) є її величезна розмірність, особливо для газорозподільних мереж низького та середнього тиску (для $k \geq 2$). Ця обставина виключає можливість її безпосереднього вирішення. Застосування системного підходу до вирішення таких масштабних завдань призводить до необхідності декомпозиції вихідної задачі (4.3.46) ÷ (4.3.56) на k (де k - кількість рівнів газорозподільної мережі) однотипних завдань оптимізації, які вирішуються послідовно, починаючи з нижнього рівня. Координація оптимальних рішень між $k+1$ -м і k -м рівнями здійснюється шляхом врахування умов узгодження параметрів газових потоків, що визначаються математичними моделями регуляторів тиску (ГРП, ПРП) і додатковими умовами, що характеризують якість

функціонування газорозподільної мережі в зоні навантаження відповідного регулятора тиску (ГРП, ПРП).

Ефективність моделей і методів перевірена на прикладі рішення задачі оптимізації планових режимів транспорту і розподілу природного газу в багаторівневої газорозподільної мережі м. Харкова (Україна).

4.3.4 Загальна постановка задачі оптимізації планових режимів транспорту і розподілу природного газу в БМРМ

Детермінований еквівалент стохастичною задачі оптимізації планових режимів транспорту і розподілу природного газу в багаторівневих газорозподільних мережах представляє собою завдання нелінійного математичного програмування. У загальному вигляді на інтервалі часу вона може бути записана так:

$$J_0 = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N^k} J_{1jl}^{k+}(T) \rightarrow \min_{q \in L^k \in \Omega}; \quad (4.3.57)$$

$$\Omega_1 = \left\{ \begin{array}{l} \min_{j \in L^k} J_{j2}^k(T) \geq \alpha; \end{array} \right. \quad (4.3.58)$$

$$\max_{k \in K} \max_{j \in N^k} J_{1j0}^{k-}(T) \leq \beta, \quad (4.3.59)$$

$$\Omega_k = \left\{ \begin{array}{l} \Omega'_k = \left\{ \begin{array}{l} c_r \bar{q}_r | \bar{q}_r | + \sum_{i \in M_1} b_{1ir} c_i \bar{q}_i | \bar{q}_i | = 0, \quad r \in M_2^k; \end{array} \right. \quad (4.3.60)$$

$$\bar{P}_1^2 - \bar{P}_r^2 + \sum_{i \in M_1} b_{1ir} c_i \bar{q}_i | \bar{q}_i | = 0, \quad r \in L_{22}^k; \quad (4.3.61)$$

$$\sum_{i \in M_2^k \cup L_{22}^k \cup N_{22}^k} b_{1ir} \bar{q}_i + \sum_{i \in L_{21}^k \cup N_{21}^k} b_{1ir} \bar{q}_i, \quad r \in M_1^k \cup L_1^k; \quad (4.3.62)$$

$$P_j^{(k)-} \leq \bar{P}_j^{(k)} \leq P_j^{(k)+}, \quad j \in N_2^k; \quad (4.3.63)$$

$$\Omega_k'' = \left\{ \begin{array}{l} q_i^{(k)-} \leq \bar{q}_i^{(k)} \leq q_i^{(k)+}, \quad i \in L^k, \end{array} \right. \quad (4.3.64)$$

где:

$k = \overline{1, K}$ – кількість рівнів мережі (зазвичай $K = 3$);

$j = \overline{1, N^k}$ – ількість виходів на k -му рівні мережі;

$\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$, где Ω_1 – область, на якій виконуються нерівності (4.3.58) і (4.3.59), $\Omega_2 = \bigcup_{k=1}^K \Omega_k$, где Ω_k – область, на якій виконуються обмеження типу рівностей (4) – (6) на k -му рівні, $\Omega_k = \Omega'_k \cup \Omega_k''$;

M^k – безліч реальних дуг графа мережі: M_1^k – реальні гілки, M_2^k – фіктивні хорди;

L^k – безліч фіктивних дуг графа по входах мережі: L_1^k – фіктивні гілки,
 L_2^k – фіктивні хорди;

N_2^k – безліч фіктивних хорд графа по виходах мережі;

$\bar{P}_j, j \in N_2^k$ – математичне очікування тиску на виходах мережі k -го рівня;

$\bar{q}_i, i \in L^k$ – математичне очікування витрати на входах мережі k -го рівня;

c_i –

b_{iir} – елементи цикломатичної матриці для мережі k -го рівня.

Критерій (4.3.57) характеризує суму надлишкових тисків у всіх вузлах багаторівневої газорозподільної мережі, мінімізація якої забезпечує скорочення непродуктивних втрат природного газу, мінімізацію ризиків виникнення аварійних ситуацій і техногенних катастроф, пов'язаних з витоками природного газу (вибухами, пожежами тощо).

Критеріальне обмеження (4.3.58) гарантує те, що режимна стійкість всіх регуляторів тиску (ГРС, ГРП, ПРП) на всіх рівнях газорозподільної мережі буде більше або дорівнює деякому фіксованому числу $\alpha \approx 1$. При цьому мінімізується ймовірність автоматичного відключення груп споживачів, що знаходяться в зоні навантаження відповідного регулятора (ГРС, ГРП, ПРП), і відповідні втрати, пов'язані з відновленням режимів.

Виконання критеріального обмеження (4.3.59) гарантує, що ймовірність виникнення дефіциту природного газу у всіх вузлах газорозподільної мережі буде менше або дорівнює заданій величині $\beta \approx 0$.

Зв'язок між k -м і $(k+1)$ -м рівнями здійснюється за допомогою моделі регулятора, яка має вигляд:

$$P_j^{(k-1)-} = f(P_j^{(k)}, q_j^{(k)+}) \quad (4.3.65)$$

і пов'язує між собою мінімально-допустимий тиск на вході регулятора $P_j^{(k-1)-}$ з максимальною витратою $q_j^{(k)+}$ і величиною тиску $P_j^{(k)}$ на його виході, що стабілізується.

4.3.5 Алгоритм рішення задачі оптимізації планових режимів транспорту і розподілу природного газу в БМРМ

Початковими даними для рішення задачі (4.3.57) - (4.3.65) на інтервалі часу $[0, T]$ є:

1. Планові значення математичних очікувань витрат $\bar{q}_j, j \in N_2^k, k = \overline{1, K}$ і їх дисперсії $\sigma_{q_j}^2$;

2. Дисперсії тисків, що стабілізуються, на виходах всіх регуляторів тисків (ГРС, ГРП, ПРП) на входах кожного з рівнів газорозподільної мережі $\sigma_{p_i}^2, i \in L^k, k = \overline{1, K}$.

Результатом рішення задачі є:

1. Оптимальний розподіл математичних очікувань $\bar{q}_j^{(k)*}, j \in L^k, k = \overline{1, K}$ планових витрат газу на всіх регуляторах тиску на кожному з k рівнів, при якому досягає мінімуму цільова функція (1) і виконуються критеріальні обмеження (4.3.58) - (4.3.59), обмеження у вигляді рівностей (4.3.60) - (4.3.62) та системи нерівностей (4.3.63) - (4.3.64).

2. Дисперсії витрат через кожен з регуляторів $\sigma_{q_i}^2, i \in L^k, k = \overline{1, K}$ і дисперсії тисків на входах кожного із споживачів $\sigma_{p_j}^2, j \in N_2^k, k = \overline{1, K}$

3. Математичні очікування тисків у всіх вузлах газорозподільної мережі кожного з k рівнів і математичні очікування витрат по кожному реальному ділянці трубопроводу на кожному з k рівнів.

Для пошуку оптимального значення критерію (4.3.57) при умовах (4.3.58) - (4.3.62) будемо використовувати наведений нижче алгоритм.



Рисунок 4.7 – Блок-схема загального алгоритму рішення

Більш докладно наведений алгоритм може бути розглянутий наступним чином:

1. Пошук «диктуючої точки»

Відомі такі початкові дані на кожному з рівнів мережі для інтервалу часу:

1. Математичне очікування витрати на вході k -го рівня: $\bar{q}_j, j \in L_2^k$;
2. Математическое ожидание расхода на выходе k -го рівня: $\bar{q}_i, i \in N_2^k$;
3. Мінімально-допустимий тиск на виході k -го рівня: $P_1^-, i \in N_2^k$.

Для отримання початкового розподілу тисків, вирішуємо таку систему рівнянь:

$$f_r = c_r \bar{q}_r | \bar{q}_r | + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i \bar{q}_i | \bar{q}_i | = 0, \quad r \in M_2^k; \quad (4.3.66)$$

$$\bar{q}_i = \sum_{r \in M_2^k \cup L_{22}^k \cup N_{22}^k} b_{1ri} \bar{q}_r + \sum_{r \in L_{21}^k \cup N_{21}^k} b_{1ri} \bar{q}_r, \quad i \in M_1^k \cup L_1^k. \quad (4.3.67)$$

Вирішивши її, отримуємо перепади тисків по всіх дугах k -го рівня мережі. Далі потрібно знайти «диктуючу точку». «Диктуюча точка» - це номер виходу (ГРП), задоволення потреби якого в мінімальному тиску спричиняє задоволення потреб всіх інших ГРП (тобто на всіх ГРП, крім «диктуючого», встановлюється не менше ніж мінімально-допустимий тиск).

Для визначення диктуючої точки будемо використовувати наступне рівняння:

$$f_r = \bar{P}_r^2 - \bar{P}_1^2 + \sum_{i \in M_1} b_{1ri} c_i \bar{q}_i | \bar{q}_i | = 0, \quad r \in N_{22}^k. \quad (4.3.68)$$

Для r -го виходу ($r \in N_{22}^k$) задаємо тиск рівний мінімально – допустимому P_r^- . Далі розраховуємо за формулою (4.3.68) математичне очікування тиску на вході. Проробивши зазначену операцію для всіх виходів, знаходимо максимальний тиск $\bar{P}_1$. Відповідний йому номер виходу і буде «диктуючою точкою».

Використовуючи знайдений тиск $\bar{P}_1$, знаходимо математичні очікування тисків на виходах. Для цього будемо використовувати ту ж (4.3.68), але в зворотному напрямку: відомо $\bar{P}_1$, не відомі $\bar{P}_r, r \in N_{22}^k$.

Необхідною умовою успішного пошуку «диктуючої точки» є виконання нерівності $\bar{P}_r \geq P_r^-$ для знайдених таким чином. Причому в самій «диктуючій точці» має досягатися рівність.

II. Пошук дисперсій

На інтервалі часу маємо:

1. Математичні очікування тисків на входах k -го рівня мережі: $\bar{P}_j, j \in L^k$;
2. Математичні очікування витрат на виходах k -го рівня мережі: $\bar{q}_i, i \in N_2^k$;
3. Дисперсії тисків на входах k -го рівня мережі: $\sigma_{P_j}^2, j \in L^k$;
4. Дисперсії витрат на виходах k -го рівня мережі: $\sigma_{q_i}^2, i \in N_2^k$.

Потрібно найти:

1. Дисперсії витрат на входах k -го рівня мережі: $\sigma_{q_j}^2, j \in L^k$;
2. Дисперсії тисків на виходах k -го рівня мережі: $\sigma_{P_i}^2, i \in N_2^k$.

Представимо залежні змінні $q_j, j \in L^k$ и $P_i, i \in N_2^k$ в вигляді неявних функцій:

$$\bar{q}_j = q_j(\bar{P}_j, j \in L^k; \bar{q}_i, i \in N_2^k), j \in L^k; \quad (4.3.69)$$

$$\bar{P}_i = P_i(\bar{P}_j, j \in L^k; \bar{q}_i, i \in N_2^k), i \in N_2^k. \quad (4.3.70)$$

Для отримання явного виразу для дисперсій скористаємося методом статистичної лінеаризації. Отримаємо:

$$\sigma_{q_j}^2 = \sum_{i \in N_2^k} \left[\frac{\partial \bar{q}_j}{\partial q_i} \right]^2 \sigma_{q_i}^2 + \sum_{i \in L^k} \left[\frac{\partial \bar{q}_j}{\partial P_i} \right]^2 \sigma_{P_i}^2, \quad j \in L^k; \quad (4.3.71)$$

$$\sigma_{P_j}^2 = \sum_{i \in N_2^k} \left[\frac{\partial \bar{P}_j}{\partial q_i} \right]^2 \sigma_{q_i}^2 + \sum_{i \in L^k} \left[\frac{\partial \bar{P}_j}{\partial P_i} \right]^2 \sigma_{P_i}^2, \quad j \in N_2^k. \quad (4.3.72)$$

Ці вирази отримані в припущенні, що коваріаційна матриця випадкових величин $\bar{P}_j, j \in L^k$ и $\bar{q}_i, i \in N_2^k$ діагональна (тобто випадкові величини незалежні).

Для обчислення дисперсій далі потрібно знайти частинні похідні залежних змінних по незалежним. Скористаємося наступною системою рівнянь:

$$f_r = c_r \bar{q}_r | \bar{q}_r | + \sum_{i \in M_1} b_{1ir} c_i \bar{q}_i | \bar{q}_i | = 0, \quad r \in M_2^k; \quad (4.3.73)$$

$$f_r = \bar{P}_1^2 - \bar{P}_r^2 + \sum_{i \in M_1} b_{1ir} c_i \bar{q}_i | \bar{q}_i | = 0, \quad r \in L_{22}^k; \quad (4.3.74)$$

$$f_r = -\bar{q}_r + \sum_{i \in M_2^k \cup L_{22}^k \cup N_{22}^k} b_{1ir} \bar{q}_i + \sum_{i \in L_{21}^k \cup N_{21}^k} b_{1ir} \bar{q}_i, \quad r \in M_1^k \cup L_1^k. \quad (4.3.75)$$

Шукати похідні будемо з рішення наступних систем лінійних рівнянь [Фихтенгольц]:

$$S_r = \begin{cases} \frac{\partial f_1}{\partial x_r} + \frac{\partial f_1}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial x_r} + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial y_m} \cdot \frac{\partial y_m}{\partial x_r} = 0, \\ \dots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_r} + \frac{\partial f_m}{\partial y_1} \cdot \frac{\partial y_1}{\partial x_r} + \dots + \frac{\partial f_m}{\partial y_m} \cdot \frac{\partial y_m}{\partial x_r} = 0, \end{cases} \quad (4.3.76)$$

де:

$f_{r,r \in \overline{1,m}}$ – рівняння системи (4.3.73) – (4.3.75);

$x_r \in V_x = \{\bar{p}_j, j \in L^k; \bar{q}_i, i \in N_2^k\}$ – незалежні змінні;

$y_r \in V_y = \{q_j, j \in L^k; p_i, i \in N_2^k\}$ – залежні змінні.

Систем такого вигляду буде $r = \overline{1, \text{Card}(V_x)}$. Ці системи однозначно розв'язні, так як однозначно розв'язна вихідна система (4.3.73) – (4.3.75). Відповідно, їх визначники відмінні від нуля:

$$J_r = \frac{D(F_1, \dots, F_m)}{D(y_1, \dots, y_m)} \neq 0. \quad (4.3.77)$$

У явному вигляді рішення кожної з систем можна записати наступним чином:

$$\frac{\partial y_1}{\partial x_r} = - \frac{\frac{D(F_1, \dots, F_m)}{D(x_r, \dots, y_m)}}{\frac{D(F_1, \dots, F_m)}{D(y_1, \dots, y_m)}}, \dots, \frac{\partial y_m}{\partial x_r} = - \frac{\frac{D(F_1, \dots, F_m)}{D(y_1, \dots, x_r)}}{\frac{D(F_1, \dots, F_m)}{D(y_1, \dots, y_m)}}. \quad (4.3.78)$$

III. Мінімізація суми надлишкових тисків

Сутність задачі оптимізації зводиться до наступної послідовності кроків:

1. При заданих витратах на входах $\bar{q}_j, j \in L^k$ і виходах $\bar{q}_i, i \in N_2^k$ k-го рівня мережі знаходимо за допомогою гідравлічного розрахунку (4.3.66) - (4.3.67) перепади тисків на всіх ділянках трубопроводу.
2. Знаходимо диктуючу точку (див. пункт I);
3. Грунтуючись на тиску в «диктуючій точці», знаходимо тиск на інших виходах k-го рівня мережі;

4. Далі знаходимо суму різниць поточного тиску і мінімально-допустимого на кожному виході k -го рівня мережі: $\sum_{i \in N_2^k} (\bar{p}_j - p_j^-)$

Суть задачі оптимізації зводиться до наступної послідовності кроків:

1. При заданих витратах на входах $\bar{q}_j, j \in L^k$ і виходах $\bar{q}_i, i \in N_2^k$ k -го рівня мережі знаходимо за допомогою гідравлічного розрахунку (4.3.66) - (4.3.67) перепади тисків на всіх ділянках трубопроводу.

2. Знаходимо диктуючу точку;

3. Грунтуючись на тиску в « диктуючій точці », знаходимо тиск на інших виходах k -го рівня мережі ;

4. Далі знаходимо суму різниць поточного тиску і мінімально - допустимого на кожному виході k -го рівня мережі : $\sum_{i \in N_2^k} (\bar{p}_j - p_j^-)$.

Отримана сума і буде сумою надлишкових тисків для k -го рівня.

Для мінімізації цієї суми по змінним $q_j, j \in L^k$ будемо використовувати модифікований метод Нелдера - Міда , блок- схема якого представлена на рис. 2 . Його відмінністю від класичного є наявність проекції точки оптимізації на багатогранник . Більш докладно він може бути описаний таким чином :

Нехай $x_i^{(k)} = (x_{i1}^{(k)}, \dots, x_{ij}^{(k)}, \dots, x_{in}^{(k)})^T, i = \overline{1, n+1}$, є i -ю вершиною (точкою) в E^n на k -му етапі пошуку , $k = 0, 1, \dots$, і нехай значення цільової функції в $x_i^{(k)}$ дорівнює $f(x_i^{(k)})$. Крім того , відзначимо ті вектори x багатогранника , які дають максимальне і мінімальне значення $f(x)$.

Визначимо:

$$f(x_h^{(k)}) = \max\{f(x_1^{(k)}), \dots, f(x_{n+1}^{(k)})\}, \quad (4.3.79)$$

где $x_h^{(k)} = x_i^{(k)}$, и

$$f(x_1^{(k)}) = \min\{f(x_1^{(k)}), \dots, f(x_{n+1}^{(k)})\}, \quad (4.3.80)$$

де $x_l^{(k)} = x_i^{(k)}$. Оскільки багатогранник в E^n складається з $(n+1)$ вершин $x_1, \dots, x_{n+1}$, нехай x_{n+2} буде центром тяжіння всіх вершин, виключаючи x_h .

Тоді координати цього центру визначаються формулою

$$x_{n+2,j}^{(k)} = \frac{1}{n} \left[\left(\sum_{i=1}^{n+1} x_{ij}^{(k)} \right) - x_{hj}^{(k)} \right], \quad j = \overline{1, n}, \quad (4.3.81)$$

де індекс j позначає координатний напрямок.

Процедура відшукування вершини в E^n , в якій $f(x)$ має краще значення, складається з наступних операцій:

1. Відбиття - проєкціювання $x_h^{(k)}$ через центр ваги відповідно до співвідношення

$$x_{n+3}^{(k)} = x_{n+2}^{(k)} + \alpha(x_{n+2}^{(k)} - x_h^{(k)}), \quad (4.3.82)$$

де $\alpha > 0$ що є коефіцієнтом відбиття; $x_{n+2}^{(k)}$ - центр тяжіння; $x_h^{(k)}$ - вершина, в якій функція $f(x)$ приймає найбільше з $n+1$ її значень на k -му етапі. Проєкціювання $x_{n+3}^{(k)}$ на багатогранник згідно з пунктом 5.

2. Розтягнення. Ця операція полягає в наступному: якщо $f(x_{n+3}^{(k)}) \leq f(x_l^{(k)})$, то вектор $(x_{n+3}^{(k)} - x_{n+2}^{(k)})$ розтягується відповідно до співвідношення

$$x_{n+4}^{(k)} = x_{n+2}^{(k)} + \gamma(x_{n+3}^{(k)} - x_{n+2}^{(k)}), \quad (4.3.83)$$

де $\gamma > 1$ являє собою коефіцієнт розтягування. Проєкціювання $x_{n+4}^{(k)}$ на багатогранник згідно з пунктом 5. Якщо $f(x_{n+4}^{(k)}) < f(x_l^{(k)})$, то $x_h^{(k)}$ змінюється на $x_{n+4}^{(k)}$ і процедура триває з операції 1. В іншому ж випадку $x_h^{(k)}$ замінюється на $x_{n+3}^{(k)}$ і також здійснюється перехід до операції 1

3.Стиск. Якщо $f(x_{n+3}^{(k)}) > f(x_l^{(k)})$ для всіх $i \neq h$, то вектор $(x_h^{(k)} - x_{n+2}^{(k)})$ стискається відповідно до формули:

$$x_{n+5}^{(k)} = x_{n+2}^{(k)} + \beta(x_h^{(k)} - x_{n+2}^{(k)}), \quad (4.3.84)$$

де $0 < \beta < 1$ являє собою коефіцієнт стиску. Проєкціюємо $x_{n+5}^{(k)}$ на багатогранник згідно з пунктом 5. Потім $x_h^{(k)}$ замінюється на $x_{n+5}^{(k)}$ і перехід до операції 1.

4.Редукція. Якщо $f(x_{n+3}^{(k)}) > f(x_h^{(k)})$, всі вектори $(x_i^{(k)} - x_l^{(k)})$, $i = \overline{1, n+1}$,

зменшуються в 2 рази з відліком від $x_1^{(k)}$ відповідно до формули

$$x_i^{(k)} = x_1^{(k)} + 0.5(x_1^{(k)} - x_1^{(k)}), i = \overline{1, n+1}. \quad (4.3.85)$$

Потім переходимо до операції 1 для продовження пошуку

5.Проекція на багатогранник. Производится для всех переменных $x_i^{(k)}$ по каждой координате. Якщо $x_{ij}^{(k)} < x_{.j}^{\min}$, то проводиться заміна: $x_{ij}^{(k)} = x_{.j}^{\min}$. Якщо $x_{ij}^{(k)} > x_{.j}^{\max}$, проводиться заміна: $x_{ij}^{(k)} = x_{.j}^{\max}$:

$$x_i^{(k)} = \pi_{\Omega}(x_i^{(k)}); \quad (4.3.86)$$

$$\pi_{\Omega}(x_{.j}) = \begin{cases} x_{.j}^{\min}, & x_{ij}^{(k)} < x_{.j}^{\min} \\ x_{.j}^{\max}, & x_{ij}^{(k)} > x_{.j}^{\max} \end{cases}, \quad (4.3.87)$$

где

$$\Omega = \{x_{.j} | x_{.j}^- \leq x_{.j} \leq x_{.j}^+, j \in \overline{1, n}\}. \quad (4.3.88)$$

Критерій закінчення пошуку, використаний Нелдера і Мидом, полягав у перевірці умови

$$\left\{ \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} [f(x_i^{(k)}) - f(x_{n+2}^{(k)})]^2 \right\}^{1/2} \leq \varepsilon, \quad (4.3.89)$$

де ε – довільне мале число, а $f(x_{n+2}^{(k)})$ – значення цільової функції в центрі тяжіння $x_{n+2}^{(k)}$.

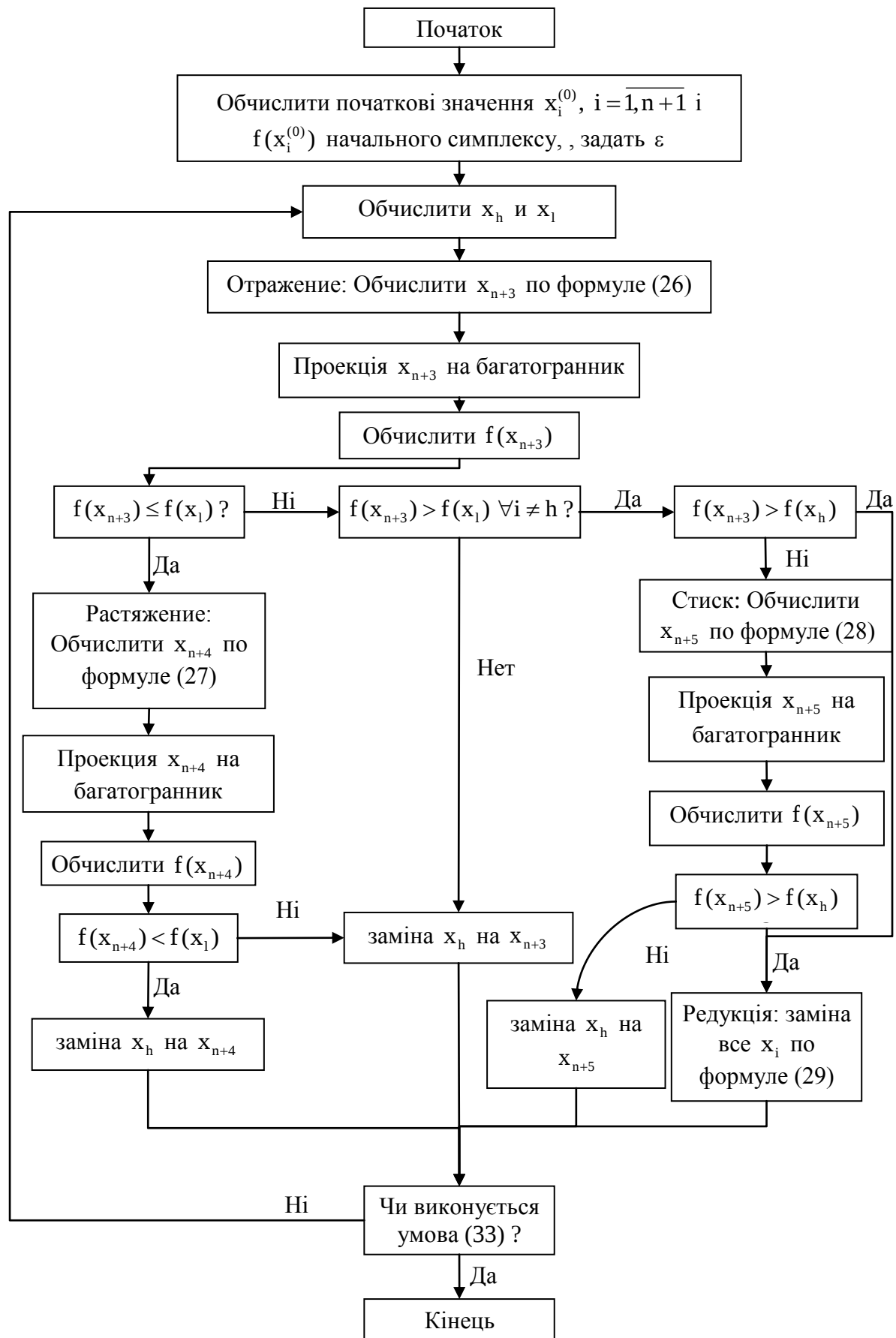


Рисунок 4.8 – Блок-схема модифіцированого методу Нелдера-Міда

Для проєкцювання на багатогранник потрібно вказати нижню і верхню межу для витрат $\bar{q}_j, j \in L^k$, а для підрахунку суми надлишкових тисків - нижню межу (мінімально-допустимий тиск) для виходів k -го рівня мережі: $P_i^-, i \in N_2^k$. Але враховуючи раніше введений критерій технічної стійкості, скорегуємо обмеження на зміни витрат.

Нові границі будуть мати вигляд

$$q_j^{*-} \leq q_j \leq q_j^{*+}, j \in L^k,$$

де

$$q_j^{*-} = q_j^- + 3\sigma_{q_j}, j \in L^k;$$

$$q_j^{*+} = q_j^+ - 3\sigma_{q_j}, j \in L^k.$$

Цим ми задовольнимо критерієм технічної стійкості k -го рівня мережі:

$$P(q_j^{*-} \leq q_j \leq q_j^{*+}) \geq \alpha, j \in L^k,$$

де $\alpha \approx 1$. При цьому гарантуємо, що отримане рішення буде фактично більш стійким, ніж розрахункове.

Для задоволення отриманого рішення критерію (критерій задоволення споживачів $\max_{k \in K} \max_{j \in N_k} J_{1j0}^{k-}(T) \leq \beta$), скорегуємо задані $P_i^-, i \in N_2^k$:

$$P_i^{*-} = P_i^- + 3\sigma_{P_i}, i \in N_2^k.$$

У цьому випадку задоволення споживача в необхідній кількості природного газу відбуватиметься з імовірністю $\beta \approx 0.9975$.

IV. Перевірка адекватності отриманого рішення

У не залежно від методу вирішення поставленого завдання отримане рішення потребує додаткової перевірки на задоволення критерієм технічної стійкості.

Потрібно розрахувати оцінку нижньої межі критерію технічної стійкості:

$$J_{j2}^-(T) = \frac{1}{2} \Phi \left(\frac{m_{q_j^+} - 3\sigma_{q_j^+} - m_{q_j}}{\sigma_{q_j}} \right) - \frac{1}{2} \Phi \left(\frac{m_{q_j^-} + 3\sigma_{q_j^-} - m_{q_j}}{\sigma_{q_j}} \right), j \in L^k.$$

$$\delta P_{N_j}^{k,s,j} = \delta P_i^{k,s,i}, j \in V_m^+, i \in V_m^-.$$

4.4 Стохастичні моделі і методи оптимізації режимів роботи газотранспортних систем

4.4.1 Стохастична модель квазістаціонарного неізотермічного режиму транспорту і розподілу природного газу в ГТС

В якості моделі структури ГТС використовується зв'язний граф $G(V, E)$, де V - множина індексів вузлів, а E - множина індексів дуг графа $G(V, E)$, яке представимо у вигляді $E = M \cup N$, де $M = M_a \cup M_p$ - множина індексів реальних дуг графа мережі, $G(V, E)$, з M_a - газоперекачувальними апаратами, M_p - ділянками трубопроводів; $N = L \cup F$; L - множина фіктивних дуг, які відповідають входам ГТС, через які природний газ надходить в ГТС; F - множина фіктивних дуг, які відповідають виходам ГТС, через які здійснюється відбір природного газу споживачами.

Стохастичну модель квазістаціонарного неізотермічного режиму транспорту і розподілу природного газу в ГТС представимо у вигляді взаємозалежної системи стохастичних моделей:

для ділянок трубопроводів –

$$M_{\omega} \{P_{i_n}^2(\omega) - P_{i_k}^2(\omega) - \beta_i(\omega)q_i^2(\omega)\} = 0, i \in M_p, \quad (4.4.1)$$

$$M_{\omega} \{T_{i_k}(\omega) - T_{i_{zp}}(\omega) + (T_{i_n}(\omega) - T_{i_{zp}}(\omega))e^{-a_i(\omega)L_i}\} = 0, i \in M_p, \quad (4.4.2)$$

для газоперекачувальних агрегатів –

$$M_{\omega} \{\tilde{a}_i(\omega)P_{i_n}^2(\omega) - P_{i_k}^2(\omega) + \tilde{b}_i(\omega)P_{i_n}(\omega)q_i(\omega) - \tilde{c}_i(\omega)q_i^2(\omega)\} = 0, i \in M_a, \quad (4.4.3)$$

$$M_{\omega} \left\{ T_{i_k}(\omega) - T_{i_n}(\omega)\varepsilon_i(\omega)^{\frac{m-1}{m}} \right\} = 0, i \in M_a, \quad (4.4.4)$$

для умов узгодження параметрів природного газу у вузлах ГТС по витраті—

$$M_{\omega} \left\{ \sum_{i \in G_j^+} \rho_i(\omega) q_i(\omega) - \rho(\omega) \sum_{j \in G_j^-} q_j(\omega) \right\} = 0, \quad j \in V, \quad (4.4.5)$$

щодо температури —

$$M_{\omega} \left\{ \sum_{i \in G_j^+} T_{in}(\omega) \rho_i(\omega) q_i(\omega) - T_{ik}(\omega) \rho(\omega) \sum_{j \in G_j^-} q_j(\omega) \right\} = 0, \quad j \in V, \quad (4.4.6)$$

щодо компонентного складу природного газу —

$$M_{\omega} \left\{ \sum_{i \in G_j^+} \frac{\rho_i(\omega) q_i(\omega)}{M_i(\omega)} - \frac{\rho(\omega)}{M(\omega)} \sum_{j \in G_j^-} q_j(\omega) \right\} = 0, \quad j \in V, \quad (4.4.7)$$

де $\omega \in \Omega$, (Ω, B, P) — імовірнісний простір ; Ω — простір елементарних подій; B — σ - алгебра подій з Ω ; P — імовірнісна міра на B ; G_j^+ — множина індексів дуг графа мережі, по яких газ надходить в j -й вузол , G_j^- — множина індексів дуг графа мережі, по яких газ відбирається з j -го вузла ; $P_{in}(\omega)$, $P_{ik}(\omega)$, $T_{in}(\omega)$, $T_{ik}(\omega)$, $q_i(\omega)$ — випадкові величини, що характеризують , відповідно, початковий і кінцевий тиск , температури і витрати на i - й ділянці ; $M_j(\omega)$, $j=1...n$ — випадкова величина, що характеризує молярну масу $x_j(\omega)$ j -го компонента природного газу в $q_j(\omega)$ - му потоці; $\bar{x}_j(\omega) = (x_1^j(\omega), x_2^j(\omega), \dots, x_n^j(\omega))$ — випадковий n - мірний вектор молярних часток компоненту природного газу в $q_j(\omega)$ -му потоці ; $\beta_i(\omega)$ — коефіцієнт гідравлічного опору ; $\theta_i(\omega)$ — випадкова величина, що визначає коефіцієнт теплопередачі від газу до ґрунту ; $\rho_j(\omega)$ — щільність природного газу в $q_j(\omega)$ - му потоці , що входить до j -й вузла; $\rho(\omega)$ — результуюча щільність природного газу після змішування природного газу у всіх потоках, які виходять з j -го вузла.

Система рівнянь (4.4.1) - (4.4.7) визначає клас СМКНР транспорту і розподілу природного газу в ГТС і має величезну розмірність, яка визначається кількістю ділянок трубопроводів та газоперекачувальних

агрегатів (ГПА), яка для реальних ГТС може складати сотні і тисячі рівнянь.

Для розв'язання системи рівнянь (4.4.1) - (4.4.7) необхідно задати граничні умови на всіх входах і виходах ГТС. При постановці задачі оптимізації режимів транспорту і розподілу природного газу в ГТС необхідно задати тиск, температуру і склад природного газу на всіх входах і витрата газу на всіх виходах ГТС. Всі граничні умови задаються у вигляді своїх умовних математичних сподівань на інтервалі часу $[0 - T]$ та їх дисперсій.

4.4.1.1 Стохастична постановка задачі оптимізації режимів

Математична постановка задачі оптимізації планованих режимів транспорту і розподілу природного газу в ГТС може бути представлена у вигляді задачі нелінійного стохастичного програмування (НСП) М-типу з порядковим імовірнісними і статистичними обмеженнями виду:

$$M_{\omega} \sum_{j=1}^I \gamma_j \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{Ma} N_{ij}(k, \omega) \rightarrow \min_{U_0(k) \in \Omega}, \quad (4.4.8)$$

$$\Omega_I: \max_{j \in K_C} \lambda_i^1 P_i(PT_{ij \text{ ГПА}} \in \text{ОДР}_{j \text{ КС}}) \geq \beta, \quad (4.4.9)$$

$$\max_{i \in N} \lambda_i^2 P_i(P_j^- \leq P_j(k, \omega)) \geq \alpha, \quad (4.4.10)$$

$$\max_{i \in V} \lambda_i^3 P_i(P_j^+ \geq P_j(k, \omega)) \geq \gamma, \quad (4.4.11)$$

де $N_{ij}(k, \omega)$ – випадкові величини, що характеризують значення витрат потужності i -го ГПА на j -й КС в момент часу k ; вираз (4.4.9) визначає значення критерію режимної стійкості j -ой КС; (4.4.10) визначає значення критерію ризику виникнення дефіциту поставок природного газу j -му споживачеві; (4.4.11) визначає значення критерію ризику виникнення аварійної ситуації, пов'язаної з перевищенням фактичного тиску $P_j(k, \omega)$ в j -му вузлі ГТС свого максимально допустимого значення P_j^+ ; $\Omega = \Omega_1 \cap \Omega_0$; Ω_0 – область допустимих режимів роботи ГТС, обумовлена статистичними порядковими обмеженнями (4.4.1) – (4.4.7) СМКНР

4.4.1.2 Метод рішення задачі оптимізації режимів

Рішення задачі (4.4.8) – (4.4.11) здійснюється в результаті виконання наступних етапів: зниження порядку системи рівнянь (4.4.1) – (4.4.7) методом контурних потоків; побудова детермінованого еквівалента задачі (4.4.8) – (4.4.11); отримання наближеного рішення детермінованого еквівалента на основі однієї із стратегій оптимізації.

4.4.2 Метод ідентифікації аварійної ділянки з урахуванням моделі нестационарних режимів роботи газотранспортної системи

4.4.2.1 Задача виявлення аварійних ситуацій, пов'язаних з виникненням витоків на однопіткової лінійній ділянці ГТС.

Математична модель нестационарних неізотермічних режимів транспорту газу багато ниткової лінійної ділянки (БЛД) ГТС являє собою взаємопов'язані квазілінійні системи диференціальних рівнянь в частинних похідних, отримані із загальних законів механіки суцільного середовища - законів збереження: кількості руху (1), нерозривності потоку (2), енергії (3), відповідні і -ой дузі графа $\forall i \in M_1$, що описує БЛД ГТС [1,2,5,6]:

$$\frac{\partial W^i}{\partial t} + (1 - \alpha^i S^i T^i \frac{(W^i)^2}{(P^i)^2}) \frac{\partial P^i}{\partial x} + 2\alpha^i S^i T^i \frac{W^i}{P^i} \frac{\partial W^i}{\partial x} + \beta^i S^i T^i \frac{W^i |W^i|}{P^i} + \frac{g}{\alpha^i S^i} \frac{P^i}{T^i} \frac{dh}{dx} = 0, \quad (4.4.12)$$

$$\frac{\partial P^i}{\partial t} + \alpha^i S^i T^i \frac{\partial W^i}{\partial x} = 0, \quad (4.4.13)$$

$$\frac{\partial T^i}{\partial t} + \alpha^i \gamma^i S^i T^i \frac{W^i}{P^i} \frac{\partial T^i}{\partial x} + \alpha^i S^i (\gamma^i - 1) \frac{(T^i)^2}{P^i} \frac{\partial W^i}{\partial x} + \frac{4K}{D^i} (\gamma^i - 1) \frac{T^i}{P^i} (T^i - T_{zp}) + g(\gamma^i - 1) \frac{W^i T^i}{P^i} \frac{dh}{dx} = 0, \quad (4.4.14)$$

де $\alpha^i = \frac{z^i g R}{S^i}$, $\beta^i = \frac{\lambda^i \alpha^i}{2D^i}$, $\gamma^i = \frac{C_p}{C_p - z^i g R}$, S^i – площа поперечного

перетину труби (m^2), C_p – питома теплоємність газу ($Дж/(кг \cdot K)$), z^i – коефіцієнт стисливості газу, $W^i(x,t), T^i(x,t), P^i(x,t)$ – питома масова витрата

($\text{кг}/(\text{м}^2\text{с})$), температура (K), тиск (Па) газу, t – координата часу, x – просторова координата, D^i – діаметр труби, K – коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту, T_{ep} – температура ґрунту, h – глибина залягання труби, g – прискорення вільного падіння.

Розглянемо однопунктову лінійну ділянку (ОЛД) ГТС. Нехай $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ – координати замірних вузлів (ЗВ). У кожному замірному вузлі вимірюється надлишковий тиск газу $\tilde{P}_n(t)$, масова витрата газу $\tilde{G}_n(t)$, температура газу $\tilde{T}_n(t)$, де t – момент часу (дискретний), n – номер ЗВ, $n = \overline{1, N}$.

Завдання ставиться про встановлення факту наявності витoku і визначенні оцінок параметрів витoku. Під параметрами витoku розуміємо такі величини: час початку, місце розташування, сумарний обсяг і час закінчення. Відповідно до цього завдання можна сформулювати наступним чином.

Необхідно побудувати групи критеріїв виявлення витоків, ґрунтуючись на даних, отриманих системою збору даних і даних, отриманих на основі розв'язання крайової задачі, описаної в п. 2.1. При розв'язанні крайової задачі отримуємо результати розрахунку параметрів газового потоку (тиск $P(x, t)$, масову витрату $G(x, t)$, температуру $T(x, t)$). Після обробки оперативних даних, отриманих системою збору даних, і усунення випадкових і систематичних помилок вимірювання, отримуємо значення тиску, масової витрати, температури (виміряні або оцінки вимірів) з n -го замірного вузла (ЗВ) в момент часу t .

Вважаємо, що випадкові помилки вимірів розподілені за нормальним законом з нульовим математичним очікуванням, а систематичними помилками вимірювань тиску і температури можна знехтувати, вплив же систематичної помилки вимірювань масової витрати враховуються, він оцінюється і усувається [17]. Фільтрація оперативних даних дозволяє знизити рівень випадкових помилок.

Отримані оцінки дозволяють побудувати критерій прийняття рішень про наявність витоків на УТ між n -м та $(n + 1)$ -м ЗВ [17]:

$$K = R \wedge P \wedge M ,$$

де $M = M_0 \wedge M_1 \wedge \dots \wedge M_m$ – логічна змінна, отримана за методом розрахунку динамічного балансу на послідовних інтервалах $[t_1, t_2], [t_2, t_3], \dots, [t_m, t_{m+1}]$ за оцінкою дисбалансу на ділянці трубопроводу (УТ) між n -м та $(n + 1)$ -м ЗВ, $P = P_0 \wedge P_1 \wedge \dots \wedge P_k$ – логічна змінна, отримана за методом знаків приросту витрат на послідовних інтервалах $[t_1, t_2], [t_2, t_3], \dots, [t_k, t_{k+1}]$ на ДТ між n -м та $(n + 1)$ -м ЗВ, $R = R_0 \wedge R_1 \wedge \dots \wedge R_l$ – логічна змінна, отримана за методом знаків приросту тиску на послідовних інтервалах $[t_1, t_2], [t_2, t_3], \dots, [t_l, t_{l+1}]$ на ДТ між n -м та $(n + 1)$ -м ЗВ, m, k, l – параметри, чисельні значення яких залежать від тривалості витoku і технічних вимог до системи визначення витоків, й визначаються в результаті настройки системи.

Завдання визначення оцінок параметрів витoku зводиться до наступного. При визначенні координати точки місця витoku X відомо, що X розбиває i -ту ($i \in M_1$) дугу графа, на якій витік стався, на дві дуги:

– дуга i_1 ($i_1 \in M_1$) графа, відповідна ділянці трубопроводу до місця розташування витoku $[X_n, X]$;

– дуга i_2 ($i_2 \in M_1$) графа, відповідна ділянці трубопроводу після місцеположення витoku $[X, X_{n+1}]$.

Час виникнення витoku $t_{нач}$ і її інтенсивність $Q(t)$ в момент часу $t \in [t_{нач}, t_{кон}]$ вважаємо визначеними.

Постановка оптимізаційної задачі для отримання оцінки місцеположення витoku на ДТ ОЛД ГТС між n -м і $(n+1)$ -м ЗВ в момент часу t ($t \in [t_{нач}; t_{кон}]$) ставиться таким чином.

Необхідно знайти місце розташування витoku X на дузі графа, відповідної ДТ ОЛД ГТС між n -м і $(n + 1)$ -м ЗВ в момент часу t ($t \in [t_{нач}; t_{кон}]$), що дозволяє мінімізувати цільову функцію виду:

$$F(X) = \sum_{t_{нач} \leq t \leq t_{кон}} \left(\frac{1}{\mathfrak{Q}_{0n}^2} \left(\mathfrak{Q}_{0n}(t) - \mathfrak{Q}_{0n}(X, t) \right)^2 + \frac{1}{\mathfrak{P}_{n+1}^2} \left(\tilde{P}_{n+1}(t) - \mathfrak{P}_{n+1}(X, t) \right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{\mathfrak{T}_{n+1}^2} \left(\tilde{T}_{n+1}(t) - \mathfrak{T}_{n+1}(X, t) \right)^2 \right) \rightarrow \min_{X_n \leq X \leq X_{n+1}}, \quad (4.4.15)$$

при наступних обмеженнях (ММ ННРР ОЛД ГТС з витокм на ділянці трубопроводу $[X_n, X_{n+1}]$):

- система диференціальних рівнянь виду (4.4.12) - (4.4.14) для i -ой дуги ($i \in M_1$) при $x \in [X_n; X]$, $t \in [t_{нач}; t_{кон}]$;
- система диференціальних рівнянь виду (4.4.12) - (4.4.14) для i -ой дуги ($i \in M_1$) при $x \in [X; X_{n+1}]$, $t \in [t_{нач}; t_{кон}]$;
- умови узгодження параметрів газового потоку в точці X :

$$P_n(X, t) = P_{n+1}(X, t), \quad T_n(X, t) = T_{n+1}(X, t),$$

$$Q_{0n}(X, t) = Q_{0n+1}(X, t) + Q(t), \quad t \in [t_{нач}; t_{кон}];$$

- початкові умови

$$P(x, t_{нач}) = \mathfrak{P}^{(нач)}(x), \quad Q_0(x, t_{нач}) = \mathfrak{Q}_0^{(нач)}(x),$$

$$T(x, t_{нач}) = \mathfrak{T}^{(нач)}(x), \quad x \in [X_n, X_{n+1}];$$

- граничні умови:

$$P(X_n, t) = \tilde{P}_n(t),$$

$$T(X_n, t) = \tilde{T}_n(t),$$

$$Q_0(X_{n+1}, t) = \mathfrak{Q}_{0n+1}(t), \quad t \in [t_{нач}; t_{кон}],$$

де $\mathfrak{Q}_{0n}(X, t)$, $\mathfrak{P}_{n+1}(X, t)$, $\mathfrak{T}_{n+1}(X, t)$ – розрахункові значення параметрів газового потоку (об'ємна витрата, тиск і температура) в n -му і $(n+1)$ -м ЗВ, відповідно, отримані на основі вищевикладеної ММ ННРР БЛД ГТС з витокми, за умови, що місце розташування витoku X , $Q(t)$ – величина витoku,

$Q_{0n}(X, t), P_n(X, t), T_n(X, t)$ – значення параметрів газового потоку в кінці ДТ $[X_n; X]$, $Q_{0n+1}(X, t), P_{n+1}(X, t), T_{n+1}(X, t)$ – значення параметрів газового

поток на початку ДТ $[X; X_{n+1}]$, $\mathcal{G}_{0n}(X, t)$ – оцінка вимірювань наведеної об'ємної витрати в n -му ЗВ, $\tilde{P}_{n+1}(X, t)$, $\tilde{T}_{n+1}(X, t)$ – результати вимірювань тиску і температури в $(n + 1)$ -м ЗВ, $\mathcal{E}_{Q_{0n}}^2$, $\mathcal{E}_{P_{n+1}}^2$, $\mathcal{E}_{T_{n+1}}^2$ – дисперсії всіх вимірювань параметрів газового потоку, X – місця розташування витоку X на дузі графа, відповідної ДТ ОЛД ГТС між n -м і $(n + 1)$ -м ЗВ, X_n – початок i -ої дуги ($i \in M_1$), відповідне n -му ЗВ, X_{n+1} – кінець i -ої дуги ($i \in M_1$), відповідне $(n + 1)$ -му ЗВ.

Приведена до стандартних умов об'ємна витрата газу $\mathcal{G}_{0n}(x, t)$ в n -му ЗВ в момент часу t ($t \in [t_{нач}; t_{кон}]$), визначається таким чином:

$$\mathcal{G}_0(x, t) = \frac{\mathcal{G}(x, t)}{\rho_0},$$

де $\mathcal{G}(x, t)$ - масова витрата, $\rho_0 = \rho_0(x, t)$ - приведена (до стандартних умов) щільність газу.

Розв'язання оптимізаційної задачі (4.4.15) з обмеженнями зводиться до вирішення задач моделювання ННРР БЛД ГТС і вибору з отриманих розв'язків оптимального, що дає однозначне значення місця розташування витоку на ДТ ОЛД ГТС.

У момент виникнення витоку хвилі обурення тиску і витрати поширюються в обидві сторони зі швидкістю звуку в газі. Час приходу цих хвиль в n -й та $(n + 1)$ -й ЗВ визначається наступним чином.

Оцінюється ступінь зв'язку стаціонарності змін фізичних параметрів в деякій точці ДТ ОЛД ГТС по зміні масової витрати. Оскільки будь-яка істотна зміна тиску або температури на входах або виходах ОЛД ГТС призводить до істотної зміни масової витрати.

Для перевірки квазістаціонарності режиму роботи ОЛД ГТС на інтервалі часу використовується метод відношення правдоподібності, призначений для виявлення стрибка у поведінці процесу:

$$\max_{1 \leq r \leq K} S_n^{(r, K)}(\mathcal{G}_n^0, \mathcal{E}_n(r)) < \beta_n, \quad (4.4.16)$$

де $S_n^{(r,K)}(\mathcal{G}_n^0, v_n) = v_n \cdot \sum_{k=r}^K (\tilde{G}_n(t_k) - \mathcal{G}_n^0 - \frac{v_n}{2})$; $\mathcal{E}_n(r) = \frac{1}{K-r+1} \cdot \sum_{k=r}^K (\tilde{G}_n(t_k) - \mathcal{G}_n^0)$; $\tilde{G}_n(t_k)$ – результат вимірювання масової витрати в n -му ЗВ в момент часу t_k ; $\mathcal{G}_n^0$ – оцінка середнього значення процесу до початкового моменту часу t_1 ; β_n – деяке порогове значення критерію, чисельне значення якого виходить в результаті настройки системи виявлення витоку.

Чисельне значення параметра r , при якому вираз (4.4.16) досягає максимуму, відповідає моменту часу t_n приходу фронту хвилі обурення на n -й ЗВ.

Фіксуючи моменти часу приходу фронту хвилі в n -й і $(n+1)$ -й ЗВ, можна отримати грубу оцінку часу початку витоку $t_{нач}$:

$$t_{нач} = \frac{1}{2} \cdot \left(t_n + t_{n+1} - \frac{L_{n,n+1}}{c} \right),$$

де c – швидкість поширення звуку в газі (встановлюється експериментально), t_n – час приходу хвилі в n -й ЗВ, t_{n+1} – час приходу хвилі в $(n+1)$ -й ЗВ, $L_{n,n+1}$ – довжина ДТ між n -м і $(n+1)$ -м ЗВ.

Функція інтенсивності витоку $Q(t)$ в момент часу t може бути оцінена таким чином:

$$\mathcal{Q}(t) = \mathcal{Q}_n(t + \Delta t_n) - \mathcal{Q}_{n+1}(t + \Delta t_{n+1}), \quad t \in [t_{нач}, t_{кон}],$$

де $t_{нач}, t_{кон}$ – час початку та закінчення витоку на ДТ, $\mathcal{Q}_{0n}(t)$, $\mathcal{Q}_{0n+1}(t)$, – непрямі вимірювання (оцінки) наведеної об'ємної витрати в момент часу t в n -му і $(n+1)$ -м ЗВ, отримані на основі результатів прямих вимірювань, $\Delta t_n = t_n - t_{нач}$, $\Delta t_{n+1} = t_{n+1} - t_{нач}$.

4.4.2.2 Методи рішення

4.4.2.2.1 Метод розрахунку ННРР БЛД ГТС

При розрахунку ННРР БЛД ГТС для кожного конкретного завдання вихідний граф БЛД ГТС перетворимо в модельований граф і відповідно до пропонованого методу будемо розрахунковий граф. В роботі метод розрахунку ННРР БЛД ГТС заснований на застосуванні звичайно – різницевого методу. Система одновимірних диференціальних рівнянь в приватних похідних математичної моделі (ММ), яка описує ННРР по ДТ, апроксимується неявній звичайно-різницевою схемою, визначеною на чотирьохточковій або п'ятиточковій шаблоні. Найбільш повна інформація за даними схемами представлена в [11]. Тут наведено ятиточковий шаблон Рис. 4.9.

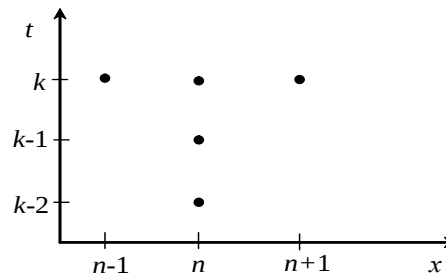


Рисунок 4.9. П'ятиточковий шаблон

Відповідно до наведеного шаблону (розглядається рівномірна просторово-часова сітка), система диференціальних рівнянь (4.4.12)–(4.4.14) апроксимується наступними співвідношеннями:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_n^k = \frac{3\varphi_n^k - 4\varphi_n^{k-1} + \varphi_n^{k-2}}{2\Delta t}, n = \overline{0, N}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_n^k = \begin{cases} \frac{\varphi_1^k - \varphi_0^k}{\Delta x}, n = 0, \\ \frac{\varphi_{n+1}^k - \varphi_{n-1}^k}{2\Delta x}, n = \overline{1, N-1}, \\ \frac{\varphi_N^k - \varphi_{N-1}^k}{\Delta x}, n = N. \end{cases}$$

де $\varphi^i = (W^i(x, t), P^i(x, t), T^i(x, t))$.

В результаті апроксимації отримуємо систему нелінійних алгебраїчних рівнянь, яка містить $3(N + 1)$ рівняння і $3(N + 1)$ змінних. Ця система лінеаризується методом Ньютона. Система доповнюється різницевиими аналогами рівнянь моделі крана та умов погодження.

Оскільки структура моделі крана наведена у вигляді двополюсника, який має один вхід і один вихід, то кран розглядаємо як множину V_4 , яка є множиною всіх входів f -го крана, і множину V_5 , яка є множиною всіх виходів f -го крана, а довжиною дуги (із множини M_2) нехтуємо. При цьому умови узгодження в m -му вузлі ($m \in V_4$), що є входом f -го крана, ($f \in M_2$) мають наступний вигляд:

$$P^j(x^{++}, t) = P_H^f(t), W^j(x^{++}, t)S^j = G_{KP}^f(t), T^j(x^{++}, t) = T_H^f(t), \quad (4.4.17)$$

де x^{++} – кінцева координата відповідної j -ї ділянки, прилеглої до входу f -го крана, S^j – площа поперечного перерізу труби цієї ділянки, $W^j(x, t)$, $P^j(x, t)$, $T^j(x, t)$ – питома масова витрата, тиск і температура газу j -ї ділянки, $G_{KP}^f(t)$ – масова витрата газу через f -й кран.

Умови узгодження в m -му вузлі, ($m \in V_5$), що є виходом f -го крана, ($f \in M_2$) мають наступний вигляд:

$$P^i(x^+, t) = P_K^f(t), W^i(x^+, t)S^i = G_{KP}^f(t), T^i(x^+, t) = T_K^f(t), \quad (4.4.18)$$

де x^+ – початкова координата i -ї ділянки, прилеглої до виходу f -го крана, S^i – площа поперечного перерізу труби i -ї ділянки, $W^i(x, t)$, $P^i(x, t)$, $T^i(x, t)$ – питома масова витрата, тиск і температура газу i -ї ділянки.

З урахуванням умов узгодження (4.4.17), (4.4.18) після застосування методу Ньютона на k -му часовому шарі на r -ой ітерації для рівняння моделі режиму роботи f -го крана записуються відповідні їм невязки наступним чином (індекс крана f для зручності опущений) [19]:

$$\psi_{0,2_{kp}}^{k,r,j} = P_{N_j}^{k,r,j} - P_0^{k,r,i} - \zeta \frac{Rg}{2(F_0^{k,r,i})^2} \frac{T_0^{k,r,i} z_0^{k,r,i}}{P_0^{k,r,i}} (G_{N_j}^{k,r,j})^2,$$

$$\psi_{0,3_{cp}}^{k,r,j} = T_{N_j}^{k,r,j} - T_0^{k,r,i} - D_j(P_{N_j}^{k,r,j} - P_0^{k,r,i}).$$

Умови узгодження відповідно до розробленого методу лінеаризуються, отримуємо відповідно:

$$\sum_{j \in V_m^+} S_j \delta W_{N_j}^{k,s,j} = \sum_{i \in V_m^-} S_i \delta W_i^{k,s,i}, m \in V_2 \quad (4.4.19)$$

$$\delta P_{N_j}^{k,s,j} = \delta P_i^{k,s,i}, j \in V_m^+, i \in V_m^-. \quad (4.4.20)$$

Отримана лінійна алгебраїчна система є перевизначеною. У роботах [11,12,15,16,19] детально викладалася суть методу, який зводить перевизначену систему лінійних алгебраїчних рівнянь до певної за рахунок лінеаризованих умов узгодження (4.4.19) – (4.4.20). У підсумку, перетворена система лінійних алгебраїчних рівнянь вирішується щодо векторів поправок до невідомих методом Гаусса з вибором головного елемента.

На кожному кроці ітераційного процесу після знаходження параметрів газового потоку на кожному часовому шарі обчислюємо середню температуру газу у вузлах БЛД ГТС.

4.4.2.2 Методи ідентифікації аварійної ділянки.

Для отримання достовірних оперативних даних, отриманих з ЗВ SCADA-системами, проводиться попередня статистична обробка результатів вимірювань. Вона дозволяє оцінити систематичні і випадкові погрішності вимірювань. Проводиться перевірка даних на достовірність, оцінюються і відкидаються результати, що містять пропуски в даних, виконується фільтрація даних з метою зменшення випадкової помилки, і оцінюються систематичні помилки результатів вимірювань.

Збір та обробка даних проводиться з метою значного зменшення випадкової складової результату вимірювань. Для усунення систематичних помилок виконується калібрування вимірювальних датчиків і застосовуються математичні методи оцінюючи систематичних помилок. Первинна обробка вимірювань найбільш повно описана в різних джерелах [14,17,18].

Метод розрахунку завдання виявлення аварійних ситуацій, пов'язаних з виникненням витоків на ОЛД ГТС. У разі витоків на ОЛД ГТС, не пов'язаних з повним розривом ДТ, виявити витік стає вкрай складним завданням. Такі витoki можуть протікати від декількох днів до декількох місяців, що призводить до втрат природного газу на ОЛД ГТС і, отже, до збитку економічному та екологічному.

Розглядається кілька методів виявлення аварійних ДТ.

Наступні методи відносяться до методів ідентифікації аварійних ділянок ОЛД ГТС (найбільш повний опис методів представлено [17, 18]).

а) Метод розрахунку динамічного балансу. Рівняння динамічного балансу на ДТ між n -м та $(n+1)$ -м ЗВ для заданого інтервалу часу $[t_1, t_2]$ має вигляд [7, 8]:

$$M_n^{(3V)}(t_1, t_2) - M_{n+1}^{(3V)}(t_1, t_2) + M_{n,n+1}^{(mp)}(t_1) - M_{n,n+1}^{(mp)}(t_2) - M_{n,n+1}^{(ym)}(t_1, t_2) = 0,$$

де $M_n^{(3V)}(t_1, t_2)$, $M_{n+1}^{(3V)}(t_1, t_2)$ – маси природного газу, що пройшов відповідно через n -й та $(n+1)$ -й ЗВ за інтервал часу $[t_1, t_2]$; $M_{n,n+1}^{(mp)}(t_1)$, $M_{n,n+1}^{(mp)}(t_2)$ – маси природного газу, акумульованого всередині трубопроводу між n -м та $(n+1)$ -м ЗВ відповідно в моменти часу t_1 і t_2 ; $M_{n,n+1}^{(ym)}(t_1, t_2)$ – маса втрат природного газу на ДТ між n -м та $(n+1)$ -м ЗВ за інтервал часу $[t_1, t_2]$.

Маса газу, що пройшов через вхід або через вихід l -го ДТ за інтервал часу $[t_1, t_2]$, визначається за формулою:

$$M_l^{(3V)}(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} G_l(t) dt, \quad l = n, n+1.$$

Маса газу, акумульованого на l -м ДТ в момент часу t_i ($i=1,2$), визначається за наступною формулою [3]:

$$M_{n,n+1}^{(mp)}(t_i) = \frac{\Delta \cdot S}{R_g} \int_{x_n}^{x_{n+1}} \frac{P(x, t_i)}{z(x, t_i) T(x, t_i)} dx,$$

де S – площа поперечного перерізу ДТ між n -м та $(n+1)$ -м ЗВ, R_g – універсальна газова стала повітря ($R_g = 287 \text{ нм}/(\text{кг} \cdot \text{К})$), Δ – відносна щільність

газу по повітрю, $P(x,t), T(x,t), z(x,t)$ – тиск, температура, коефіцієнт стисливості газу на ДТ між n -м та $(n+1)$ -м ЗВ відповідно.

Результати вимірювань параметрів газового потоку з ЗВ, дозволяють розрахувати чисельні оцінки мас $\bar{M}_n^{(3V)}(t_1, t_2)$, $\bar{M}_{n+1}^{(3V)}(t_1, t_2)$, $\bar{M}_{n,n+1}^{(mp)}(t_1)$, $\bar{M}_{n,n+1}^{(mp)}(t_2)$, а також середньо квадратичне відхилення (СКО) даних оцінок – $\mathcal{E}_{M_n^{(3V)}}(t_1, t_2)$, $\mathcal{E}_{M_{n+1}^{(3V)}}(t_1, t_2)$, $\mathcal{E}_{M_{n,n+1}^{(mp)}}(t_1)$, $\mathcal{E}_{M_{n,n+1}^{(mp)}}(t_2)$, відповідно.

Оцінка дисбалансу і СКО даної оцінки розраховуються наступним чином:

$$\begin{aligned}\bar{M}_{n,n+1}(t_1, t_2) &= \bar{M}_n^{(3V)}(t_1, t_2) - \bar{M}_{n+1}^{(3V)}(t_1, t_2) + \bar{M}_{n,n+1}^{(mp)}(t_1) - \bar{M}_{n,n+1}^{(mp)}(t_2), \\ \mathcal{E}_{M_{n,n+1}}^2(t_1, t_2) &= \mathcal{E}_{M_n^{(3V)}}^2(t_1, t_2) + \mathcal{E}_{M_{n+1}^{(3V)}}^2(t_1, t_2) + \mathcal{E}_{M_{n,n+1}^{(mp)}}^2(t_1) + \mathcal{E}_{M_{n,n+1}^{(mp)}}^2(t_2).\end{aligned}$$

Оцінка дисбалансу визначається як:

$$\bar{M}_{n,n+1}(t_1, t_2) = M_{n,n+1}^{(ym)}(t_1, t_2) + \Delta_{M_{n,n+1}^{(ym)}}(t_1, t_2) + \xi_{M_{n,n+1}^{(ym)}}(t_1, t_2),$$

де $\Delta_{M_{n,n+1}^{(ym)}}(t_1, t_2)$ – систематична помилка дисбалансу, обумовлена систематичною помилкою результатів вимірювань масової витрати і виражається формулою

$$\Delta_{M_{n,n+1}^{(ym)}}(t_1, t_2) = (t_2 - t_1) \cdot (\Delta_{W_n} - \Delta_{W_{n+1}}); \quad (4.4.21)$$

$\xi_{M_{n,n+1}^{(ym)}}(t_1, t_2)$ – випадкова помилка величини дисбалансу, обумовлена сумарним впливом випадкових помилок результатів вимірювань фізичних параметрів газового потоку в ЗВ, де $\xi_{M_{n,n+1}^{(ym)}}(t_1, t_2) \sim N(0, \sigma_{M_{n,n+1}}^2(t_1, t_2))$.

Оцінку систематичної помилки дисбалансу $\mathbb{E}_{M_{n,n+1}^{(ym)}}(t_1, t_2)$ можна розрахувати за формулою (4.4.21) при відомих оцінках систематичних помилках вимірів масової витрати $\mathbb{E}_{W_n}$ і $\mathbb{E}_{W_{n+1}}$. Або у випадку, коли систематичні помилки вимірювань масової витрати невідомі, то в якості оцінки систематичної помилки дисбалансу $\mathbb{E}_{M_{n,n+1}^{(ym)}}(t_1, t_2)$ можна вибрати

середнє значення дисбалансу в серії експериментів за розрахунком балансу на послідовних інтервалах часу за відсутності витоків.

Критерій відсутності витоків на ДТ між-м n -м і $(n+1)$ -м ЗВ на інтервалі часу $[t_1, t_2]$ має вигляд:

$$M_1 = \left| \mathcal{M}_{n,n+1}(t_1, t_2) - \mathcal{E}_{M_{n,n+1}^{(ym)}}(t_1, t_2) \right| \leq k \cdot \mathcal{E}_{M_{n,n+1}}(t_1, t_2), \quad (4.4.22)$$

де $k > 0$ – порогове значення критерію, яке визначається в результаті настройки системи виявлення витоків.

Якщо умова (4.4.22) виконується, то булевська змінна $M_1 = 0$, а якщо не виконується, то $M_1 = 1$, тобто на інтервалі часу $[t_1, t_2]$ з'явився витік.

Якщо витік відбувався протягом послідовності інтервалів часу $[t_1, t_2], [t_2, t_3], \dots, [t_n, t_{n+1}]$, то значення логічної змінної буде дорівнювати одиниці, де $M_1, M_2, \dots, M_n$ обчислюються за критерієм (4.4.22).

Чисельне значення n залежить від технічних вимог до системи виявлення витоків і визначається в результаті настройки системи.

Оцінка маси втрат природного газу в результаті витоку на інтервалі часу $[t_1, t_2]$ оцінюється за формулою:

$$\mathcal{M}_{n,n+1}^{(ym)}(t_1, t_2) = \mathcal{M}_{n,n+1}(t_1, t_2) - \mathcal{E}_{M_{n,n+1}^{(ym)}}(t_1, t_2).$$

б) Метод знаків приросту витрат. Є прямим методом виявлення витоків. Суть методу полягає в наступному. Якщо на інтервалі часу $[t_1, t_2]$ між n -м та $(n+1)$ -м ЗВ відбувається витік з витратою $Q_0^{(ym)}(t)$, то кількість природного газу, що пройшов через n -й ЗВ збільшується, а через $(n+1)$ -й ЗВ – зменшується. При цьому обсяг втрат газу дорівнює

$$V_0^{(ym)}(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} Q_0^{(ym)}(t) dt,$$

а кількості ЦП, що пройшов через n -й та $(n+1)$ -й ЗВ за інтервал $[t_1, t_2]$, можуть бути оцінені за формулою

$$\mathcal{V}_{0l}^{(3Y)}(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{Q}_{0l}(t) dt, \quad l = n, n+1,$$

де $\mathcal{Q}_{0l}(t)$ – оцінка наведеної об'ємної витрати в l -му ЗВ в момент часу t , отримана на основі прямих вимірювань параметрів газового потоку у відповідному ЗВ.

У квазістаціонарному режимі з витоком маємо

$$\mathcal{V}_{0n}^{(3Y)}(t_1, t_2) - \mathcal{V}_{0n+1}^{(3Y)}(t_1, t_2) \approx V_0^{(ym)}(t_1, t_2).$$

У нестационарних режимах, викликаних виникненням, зміною інтенсивності або закінченням витоку, має місце така нерівність:

$$0 < \mathcal{V}_{0n}^{(3Y)}(t_1, t_2) - \mathcal{V}_{0n+1}^{(3Y)}(t_1, t_2) < V_0^{(ym)}(t_1, t_2).$$

На підставі цієї нерівності побудована індикаторна функція наявності витоку, досить стійка до рівня перешкод і характеру режиму роботи МЛС ГТС:

$$P_1 = \text{sgn}[\mathcal{V}_{0n}^{(3Y)}(t_1, t_2) - \mathcal{V}_{0n+1}^{(3Y)}(t_1, t_2)], \quad (4.4.23)$$

де функція $\text{sgn}(x)$ має вигляд: $\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x > 0, \\ 0, & \text{якщо } x \leq 0. \end{cases}$

Логічна змінна P_1 приймає значення 1 при наявності витоку, а при її відсутності $P_1 = 0$.

Якщо витік тривав протягом послідовності інтервалів часу $[t_1, t_2], [t_2, t_3], \dots, [t_k, t_{k+1}]$, то значення логічної змінної $P = P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_k$ дорівнює одиниці, де $P_1, P_2, \dots, P_k$ обчислюються у відповідність з (4.4.23).

Чисельні значення k і тривалості інтервалів $[t_k, t_{k+1}]$ залежать від технічних вимог до системи виявлення витоків і визначаються в результаті настройки системи.

в) Метод знаків збільшень тисків. Є непрямим методом виявлення витоків і заснований на порівнянні результатів розрахунку параметрів газових потоків на основі ММ ННРР БЛД ГТС з результатами вимірювань цих параметрів.

Нехай в момент часу t маємо результати вимірювань $\tilde{P}_n(t), \tilde{W}_n(t), \tilde{T}_n(t)$ з n -го ЗВ і результати вимірювань $\tilde{P}_{n+1}(t), \tilde{W}_{n+1}(t), \tilde{T}_{n+1}(t)$ з $(n+1)$ -го ЗВ.

Проводимо розрахунок ММ ННРР БЛД ГТС (за методом, розглянутому в пункті 3.1) для одержання оцінок параметрів газового потоку:

$$\tilde{P}(x, t), \tilde{Q}_0(x, t), \tilde{F}(x, t), \quad x \in [X_n, X_{n+1}].$$

В якості початкових умов виберемо результати розрахунку ММ ННРР БЛД ГТС в момент часу $t-1$: $\tilde{P}(x, t-1), \tilde{Q}_0(x, t-1), \tilde{F}(x, t-1)$, $x \in [X_n, X_{n+1}]$, а в якості граничних умов вимірювання параметрів в момент часу t : $\tilde{P}_n(t), \tilde{Q}_{0n+1}(t), \tilde{T}_n(t)$, де наведена об'ємна витрата газу на $(n+1)$ -м ЗВ

$$\text{обчислюється як } \tilde{Q}_{0n+1}(t) = \frac{\tilde{G}_{n+1}(t)}{\tilde{\rho}_{0n+1}(t)}.$$

Обчислюємо значення індикаторних функцій

$$D_0 = \text{sgn}(\tilde{P}(x_{n+1}, t) - \tilde{P}_{n+1}^t), \quad (4.4.24)$$

$$Q_0 = \text{sgn}(\tilde{Q}_{0n}^t - \tilde{Q}_0(x_n, t)). \quad (4.4.25)$$

Індикатором наявності витіку є значення булевої змінної $R_0 = D_0 \wedge Q_0 = 1$. Тобто, якщо на інтервалі часу $[t_1, t_2]$ між n -м і $(n+1)$ -м ЗВ відбувається витік, то, починаючи з деякого моменту часу $t_0 \in [t_1, t_2]$, аргументи функцій (22), (23) будуть позитивними і логічні змінні D_0 і Q_0 приймають значення, рівні 1.

Якщо витік відбувався в послідовні моменти часу $t_0, t_1, t_2, \dots, t_l$, то і значення булевої змінної $R = R_0 \wedge R_1 \wedge R_2 \wedge \dots \wedge R_l$ також дорівнює одиниці.

ВИСНОВКИ

1. Вперше розроблено стохастичні моделі просторово розподілених інженерних мереж з витоками та стохастичні методи переходу інженерних систем до багаторівневих ієрархічних структур. Ці моделі найбільш адекватні реальним режимам роботи інженерних мереж з витоками та враховують неповноту і невизначеність інформації, як апіорної (про структуру і параметри технологічного обладнання інженерних систем), так і апостеріорної (про склад та параметри потоків на входах і виходах мережі). Розроблено формалізовані методи оцінювання технічного стану в режимі on-line інженерних мереж, визначення обсягів і місць витоків.

2. На базі розроблених стохастичних моделей розроблено математичну постановку задачі та ефективний метод оптимізації планових режимів роботи газотранспортних систем, газорозподільчих мереж середнього тиску і водопровідних розподільчих мереж. Показано, що оптимізація режимів забезпечує не тільки мінімізацію математичного очікування енергетичних затрат, але і мінімізацію математичного очікування непродуктивних втрат цільового продукту (води, газу) за рахунок мінімізації сумарних надлишкових тисків в вузлах газорозподільчих мереж. Крім того, оптимальне рішення є стійким до рівня стохастичних збурень, що прогнозуються (обсяг споживання газу, води, що прогнозуються).

3. Розроблено стохастичну модель нестационарного неізотермічного режиму транспорту і розподілу природного газу в багато ниткових газотранспортних і газорозподільчих мережах високого тиску з багато цеховими компресорними станціями, з регулюючими та відсікаючими засувками. На базі цієї моделі розроблено:

- математичну постановку та ефективний метод рішення задачі оптимізації планових режимів транспорту і розподілу природного газу в газотранспортних системах з багато нитковими ділянками та багато цеховими компресорними станціями, який забезпечує не тільки мінімізацію

математичного очікування енергетичних затрат, але й стійкість оптимального рішення до рівня стохастичний збурень, що прогножуються;

- ефективний метод виявлення витоків і розрахунку параметрів витоку природного газу (місце, обсяг, інтенсивність).

4.Перехід інженерних мереж до багаторівневих ієрархічних структур за рахунок багаторівневого зонування мереж на базі використання регуляторів тиску дозволить зменшити сумарний надлишковий тиск, що в свою чергу дозволяє підвищити надійність систем, одержати економічний ефект за рахунок скорочення втрат, підвищити екологічну безпеку експлуатації систем за рахунок мінімізації витоків та кількості аварійних ситуацій.

Одержано:Патент України на корисну модель № 69105 от 25.04.2012 «Спосіб виявлення витоків і кримінальних відборів рідких вуглеводнів з магістральних трубопроводів»;

Патент України на винахід №103512от 25.10.2013 «Спосіб виявлення витоків і кримінальних відборів рідких вуглеводнів з магістральних трубопроводів»

Результати буде використано в складі інформаційно-аналітичної систем управління розвитком і функціонуванням систем водопостачання та газопостачання міст України.

Галузі використання: системи газопостачання та водопостачання міст України .

Завдяки результатам проведених досліджень виконано:

- госпдоговір №11-08 “ПК прогнозування процесів споживання природного газу для усіх категорій споживачів ГТС України” на суму 172 тис. грн.;
- госпдоговор № 11-32 «Дослідження та експериментальна розробка спеціального програмного забезпечення системи контролю втручання в технологічний процес транспортування вуглеводневої сировини по ділянці трубопроводу з двома замірними вузлами» на суму 70 тис.грн.

Перелік посилань у розділі 4

1. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Пер. с англ.–М.: Мир, 1974. Вып. I.–406 с.
2. Растригин Л.А. Кибернетика и познания.–Рига, Зинатне, 1978.–143 с.
3. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций.– М.: Наука, 1971.–383 с.
4. Борисов В.И. Проблемы векторной оптимизации.– В кн.: Исследование операций. Методологические аспекты.– М.: Наука 1972. С. 72-91.
5. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Пер. с англ.–М.: Мир, 1974. Вып. II.–197 с.
6. Гермейер Ю.Б. Игры с непротивоположными интересами.– М.: Наука, 1976.– 327 с.
7. Меркурьев В.В., Молдавский М.А. Исследование одного семейства сверток в задачах векторной оптимизации.– В кн.: Автоматизированное и оптимальное проектирование. Горький: изд. Горьковск. ун-та, 1977, с.75–89.
8. Евдокимов А.Г., Тевяшев А.Д. (1980). Оперативное управление потокораспределением винженерных сетях. – Харьков: Вища школа.
9. Тевяшев А.Д., Шаповалов А.Л. (1982). Наблюдаемость и идентифицируемость инженерных сетей // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. – Харьков: Вища школа,. Вып. 64. – С. 31-37.
10. Тевяшев А.Д., Козыренко С.И. (1993). Применение линеаризованных моделей установившегося потокораспределения в задачах оперативного управления // Новые информационные технологии управления развитием и функционированием трубопроводных систем энергетики. – Иркутск,. – С.20-33.
11. Тевяшев А.Д., Гусарова И.Г., Каминская А.В. Математическая модель и метод расчета нестационарных режимов в линейных участках магистральных газопроводах. // Научно-технический журнал «Радиоэлектроника и информатика». – 2007. – №2(37). – С. 144-150.
12. Боярская Ю.В., Гусарова И.Г., Каминская А.В., Тевяшев А.Д. Учет моделей технологического оборудования при расчете неустановившихся

режимов транспорта газа в многониточном магистральном газопроводе // Вестник Харьковского национального университета. Серия «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления». Выпуск 11. Сборник научных трудов. – Харьков, 2009. – № 847. – С.25-39.

13. Сарданашвили С.А. Расчетные методы и алгоритмы (трубопроводный транспорт газа). – М.: ФГУП Изд-во «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина, 2005, – 577 с.

14. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. Пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – 10-е изд., стер. – М: Высш. шк., 2004. – 479с.

15. Тевяшев А.Д., Гусарова И.Г., Чуркина А.В. Эффективный метод и алгоритм расчета нестационарных неизотермических режимов транспорта газа в газотранспортной сети произвольной структуры. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2006. – 2/3 (20). – С. 45-52.

16. Каминская А.В. Численный анализ нестационарных режимов работы многониточных линейных участков газотранспортной системы при различных режимах работы запорной арматуры. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2009. – 6/3 (42). – С. 21-25.

17. Тевяшев А.Д., Кобылинский К.В. Интеллектуальная система обнаружения криминальных отборов из продуктопроводов. // Бионика интеллекта: научн.-техн. журнал. – 2006. – №1(64). – С. 6-18.

18. Стандарт організації України СОУ 11.2-30019775-095:2006 «Магістральні конденсатопроводи. Визначення систематичних похибок вимірювання масової витрати та густини стабільного конденсату. Метод». Тевяшев А.Д., Киба О.І., Кобилінський К.В., Котелевцев О.В., Лук'янчик В.І., Михайлів В.Й., Пристай О.Л., Сандул С.В., Синюк Б.Б., Струпов А.М., – Харків: ХНУРЕ, 2006. – 40с.

19. Тевяшев А.Д., Гусарова И.Г., Каминская А.В. Учет динамики работы запорной арматуры при моделировании нестационарных режимов транспорта газа в магистральных газопроводах. // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. – 2009. – № 147. – С. 104-113.

ЗАКЛЮЧЕННЯ

Отримані результати є значним внеском в розвиток нормативної загальної теорії прийняття рішень в умовах багатокритеріальності і інтервальної невизначеності, що базуються на теорії корисності взагалі, і зокрема для створення методології проектування територіально розподілених систем різного призначення. Вперше запропоновано метод класифікації типів інтервальної невизначеності, який базується на використанні інформації щодо характеру розподілу можливих значень усередині інтервалу, та метод проведення обчислювальних експериментів для оцінки можливості та адекватності трансформації до базового виду різних типів інтервальної невизначеності. Отримали подальший розвиток спеціалізовані моделі обчислення інтервальних значень функції корисності для імовірнісної невизначеності, нечітких множин та інтервальних рівноможливих величини.

На цій основі створена математична модель та алгоритм побудови апроксимації області компромісів в геометричному проектуванні, що дає змогу отримувати візуалізацію та апроксимацію областей компромісів в задачах розміщення геометричних об'єктів.

Вперше запропоновано метод та алгоритми генерації комбінаторних множин із заданими властивостями на основі базових комбінаторних множин, що дає можливість розв'язувати задачі генерації комбінаторних множин, які належать до спеціальних класів, із використанням відомих алгоритмів генерації базових комбінаторних множин.

Вперше розроблено теоретичні засади переходу інженерних систем до багаторівневих ієрархічних структур за рахунок багаторівневого зонування мереж на базі використання регуляторів тиску, що в свою чергу дозволило розробити стохастичні моделі просторово розподілених інженерних мереж з витоками та стохастичні методи переходу інженерних систем до багаторівневих ієрархічних структур. Ці методи враховують неповноту і невизначеність інформації, як апіорної (про структуру і параметри технологічного обладнання інженерних систем), так і апостеріорної (про

склад та параметри потоків на входах і виходах системи). Розроблено формалізовані методи оцінювання технічного стану інженерних мереж, визначення обсягів витоків.