

ТЕХНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ ВЕББА В K -ЗНАЧНОЙ ЛОГИКЕ

Ю. А. Василенко, И. Б. Сироджа, Н. Я. Какурин

Х а р ь к о в

Одним из важнейших разделов бионики является изучение механизма распознавания образов. Изучение можно вести двумя путями — изучать процессы распознавания в живом организме с целью их математического описания и технического моделирования, а также использовать различные искусственные методы, которые дают реальную возможность построения технического устройства для распознавания образов.

При конструировании устройств, реализующих алгоритмы распознавания образов как в первом, так и во втором случае, одним из основных блоков является логический блок для перестройки управляющих связей в схеме. Эти логические схемы могут быть построены на основе двухзначной и K -значной логики. Поэтому техническому моделированию функций K -значной логики придается большое значение.

В работе предлагается логическая схема функции Вебба в трехзначной логике, построенная на базе двоичных элементов с использованием схем, описываемых R -функциями.

В отличие от двухзначной в K -значной логике не существует теоремы, дающей критерий полноты для случая произвольной системы функций. С. В. Яблонским сформулирован критерий полноты лишь для случая трехзначной логики, но рядом авторов найдены полные системы функций в K -значной логике [1].

Важнейшие из них, с практической точки зрения, следующие:

1. **Модульная логика.** Если K — простое число, то функции сложения по модулю K и умножения по модулю K образуют в K -значной логике полную систему.

2. **Система Вебба.** Функция Вебба для любой K -значной логики составляет полную систему.

Определяется она при помощи следующего соотношения:

$$f(z_1, z_2) = [\max(z_1, z_2) + 1]_{\text{mod } K}$$

Существует два способа моделирования основных K -значных логических функций. Первый способ предусматривает создание функциональных схем с K -устойчивыми состояниями, с квантованием сигнала по K уровням. В качестве примера можно было бы привести полупроводниковые схемы инвертора, триггера и других элементов для трехзначной логики.

В этих элементах принята следующая система аналогий:

положительный потенциал — 0;
нулевой потенциал — 1;
отрицательный потенциал — 2.

Второй способ предусматривает моделирование K -значных логических функций на базе двоичных элементов. Общая постановка такого подхода следующая: при переходе от K -ичных логических элементов к двоичным число последних, затрачиваемых на моделирование одного K -ичного элемента, определяется из следующего соотношения:

$$N = \begin{cases} (\log_2 k) + 1, & k \neq 2^n \\ n, & k = 2^n. \end{cases}$$

Следовательно, для трехзначных элементов при замене каждого троичного элемента двоичными требуется $(\log_2 3) + 1 = 2$ двоичных элемента.

Но два двоичных элемента имеют четыре устойчивых положения. В результате этого при реализации трехзначной функции возникают неиспользуемые комбинации, т. е. двухзначные функции, кодирующие трехзначные функции, неполностью будут определены. При кодировании троичных значений в двоичном коде в виде

$$\begin{aligned} 0 &- 00 \\ 1 &- 01 \\ 2 &- 10, \end{aligned} \quad (1)$$

для записи и передачи любого троичного переменного необходимо использовать две двоичные переменные x_1 и x_2 , причем последняя комбинация двоичных переменных не используется.

Рассмотрим кодирование функции сложения по модулю 3. На основании определения этой функции и соотношения (1) получаем табл. 1.

Таблица 1

v_1		v_2		$v_1 \oplus v_2$	
x_1	x_2	x_3	x_4	f_1	f_2
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	*	*
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0
0	1	1	1	*	*
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	*	*
1	1	0	0	*	*
1	1	0	1	*	*
1	1	1	0	*	*
1	1	1	1	*	*

При доопределении до минимальных ДНФ будем считать, что на местах, отмеченных звездочками, стоят нули. Получаем

$$f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_2x_4 \vee \bar{x}_2\bar{x}_3) \vee x_1\bar{x}_3\bar{x}_4$$

$$f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1x_3 \vee x_2\bar{x}_3)\bar{x}_4 \vee x_1\bar{x}_2x_4.$$

По минимальным представлениям f_1 и f_2 можно построить функциональные схемы, выполненные на типовых двоичных элементах «НЕ», «И» и «ИЛИ», реализующие функцию сложения по модулю три.

В формуле, определяющей функцию Вебба, второе слагаемое равно единице. Следовательно, для случая трехзначной логики таблица 1 при двоичном кодировании примет следующий вид (табл. 2).

Т а б л и ц а 2

v_1		v_2		$v_1 \oplus v_2$	
x_1	x_2	x_3	x_4	f_1	f_2
0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	0	1	*	*

После доопределения до минимальных форм для функций f_1 и f_2 имеем

$$f_1 = \bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4;$$

$$f_2 = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4.$$

Функциональная схема, реализующая эту систему функций, изображена на рис. 1.

Первое слагаемое в выражении, определяющем операцию Вебба, равно $\max(z_1, z_2)$. Операция R -дизъюнкция записывается так [3]:

$$z_1V_\alpha z_2 = \frac{1}{2} \left(z_1 + z_2 + \sqrt{z_1^2 + z_2^2 - 2\alpha z_1 z_2} \right),$$

при $\alpha = 1$, она принимает вид

$$z_1V_1 z_2 = \frac{1}{2} (z_1 + z_2 + |z_1 - z_2|) = \max(z_1, z_2).$$

Из последней записи видно, что для реализации первого слагаемого можно применить схему, реализующую R -дизъюнкцию [2], которая через схему управления будет выдавать выходные сигналы x_1 и x_2 . Получаем следующую функциональную схему для реализации функции Вебба в трехзначной логике (рис. 2).

Схема управления представляет преобразователь «напряжение — код». Эту схему вместе с элементом, описываемым R -операцией, можно заменить схемой из логических элементов «И», «ИЛИ», «НЕ». Для этого закодируем z_1 и z_2 следующим образом:

0 — 00

1 — 01

2 — 10.

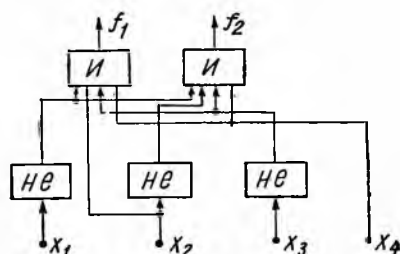


Рис. 1.

На основании определения дизъюнкции для трехзначной логики составляем табл. 3. При этом на наборах, где z_1 или z_2 принимает значение (1. 1), считаем, что $x_1 = x_2 = 0$. После записи x_1 и x_2 в с. д. н. ф. и последующей минимизации этих форм получаем

$$x_1 = y_1 \vee y_3;$$

$$x_2 = \overline{y_1} \overline{y_3} (y_2 \vee y_4).$$

Логическая схема, реализующая систему функций x_1, x_2 , представлена на рис. 3.

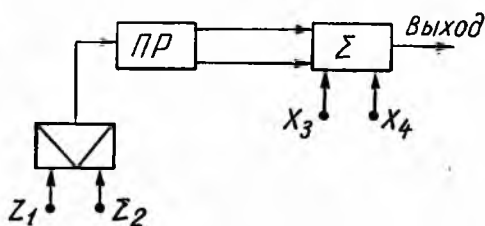


Рис. 2.

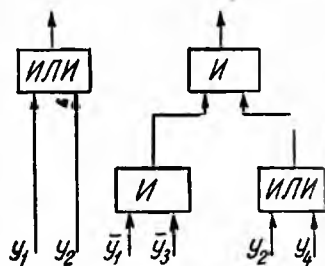


Рис. 3.

Аналогично могут быть построены логические схемы, реализующие функцию Вебба в K -значной логике при $k > 3$.

Таблица 3

z_1		z_2		$\max (z_1 z_2)$	
y_1	y_2	y_3	y_4	x_1	x_2
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. А. Поспелов. Логические методы анализа и синтеза схем. Изд-в «Энергия», 1964.
2. И. Б. Сироджа, Ю. А. Василенко. Об одном способе физической реализации R -операций. Сб. «Приборы и устройства автоматики», вып. 3. Изд-во ХГУ Харьков, 1966.
3. В. Л. Рвачев. Про аналітичний опис деяких геометричних образів. «Очислювальна математика і техніка», 1963, № 2.