

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЗВЕДЕННЯ ЗАГАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ПОВЕРХНІ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ДО КАНОНІЧНОГО ВИГЛЯДУ

Бобков М.І.

Науковий керівник – канд. фіз.-мат. наук, проф. Литвин О.Г.

Харківський національний університет радіоелектроніки
(61166, Харків, пр. Науки, 14, каф. Прикладної математики,
тел. (057) 702-14-36), e-mail: pmkaf@kture.kharkov.ua

The task of automation the process redaction common equation of surface second order to canonical form is considered. For the solution of the problem invariants is used. The functioning of the method has been verified using test problem. Satisfactory results have been received.

Тема роботи пов'язана з відповідною темою, яка вивчається в курсі “Алгебра та геометрія” і суттєво відповідає тематиці курсової роботи з цього курсу. Постановка курсу та курсової роботи така, що відповідає концепції неперервної комп'ютерної освіти, а саме, починаючи з першого курсу, першого семестру студенти використовують системи комп'ютерної математики як комп'ютерну підтримку при виконанні індивідуальних завдань та курсової роботи. Студент виконує відповідні завдання як безпосередніми розрахунками, так і в системі комп'ютерної математики Mathcad. Саме тому можлива постановка питання про автоматизацію процесу розв'язання деяких задач, зокрема питання автоматизації процесу переходу від загального рівняння поверхні другого порядку до канонічного. Цей процес є досить складним і вимагає знань та вмінь використання багатьох понять лінійної алгебри, таких як власні вектори та власні значення, метод ортогональних перетворень, квадратичні форми, тощо. Окрім того потрібне володіння навичками роботи з системою комп'ютерної математики Mathcad.

Тема даної роботи виходить за рамки курсової роботи, бо мова йде про дослідження не однієї якоїсь поверхні, а розглядається загальний підхід до проблеми. Автоматизація процесу переходу від загального рівняння поверхні другого порядку до канонічного неможлива без знання типу (назви) поверхні. Для визначення типу поверхні використані поняття, які не входять у програму курсу “Алгебра та геометрія” і потребували окремого вивчення і осмислення. Переходимо до суті справи.

Загальне рівняння поверхні другого порядку має вигляд

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Hxy + 2Gxz + 2Fyz + 2Px + 2Qy + 2Rz + D = 0.$$

Це рівняння подає 17 типів множин точок у просторі, серед яких поверхні складають 9 типів, які і будуть досліджені.

Процес розв'язання задачі розділено на два етапи.

Перший етап. Визначення типу поверхні.

Визначення типу поверхні виконується за допомогою інваріантів. Це деякі характеристики, виражені через коефіцієнти загального рівняння, які не змінюються при повороті та паралельному перенесенні системи координат.

Введемо до розгляду матриці:

$$e = \begin{pmatrix} A & H & G \\ H & B & F \\ G & F & C \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} A & H & G & P \\ H & B & F & Q \\ G & F & C & R \\ P & Q & R & D \end{pmatrix}.$$

В якості інваріантів використовуються ранги матриць e та E , Rge та RgE , визначник матриці E , $\Delta = \det E$, а також знаки коренів k_1, k_2, k_3 характеристичного рівняння для матриці e , які є власними значеннями матриці e .

Класифікація поверхонь в залежності від інваріантів наведена у джерелі [2] у вигляді таблиці.

Другий етап. Зведення загального рівняння поверхні до канонічного вигляду.

Алгоритм зведення загального рівняння поверхні до канонічного вигляду наведено у джерелі [1]. Для автоматизації цього процесу виділено три групи поверхонь з дев'яти, для яких алгоритм однотиповий.

Зауважимо, що в курсі “Алгебра та геометрія” не вивчається саме теорія інваріантів, але введення її до розгляду та алгоритмізація цього процесу дозволяє вибрати цілеспрямовано напрямок другого етапу.

Вхідною інформацією для програми є коефіцієнти у загальному рівнянні поверхні другого порядку. Вихідною інформацією є висновок про те, яка поверхня задана цим рівнянням, її назва та канонічне рівняння цієї поверхні. А також графічна ілюстрація.

Результати цієї роботи будуть використані у навчальному процесі для формування умов для індивідуальних завдань з курсової роботи. Планується створення банку даних для індивідуальних завдань з вказаною тематикою, бо в наш час вимагається достатньо велика кількість різних завдань, щоб уникнути плагіату.

Література.

1. Тевяшев А. Д., Литвин О. Г. Вища математика у прикладах та задачах: Алгебра та геометрія із застосуванням Mathcad. Частина 2. – Х.: Світ Книг, 2015. – 324 с.
2. Web-сторінка – math24.ru/поверхности-второго-порядка.html