



**International Science Group**

**ISG-KONF.COM**

**XII**

**INTERNATIONAL SCIENTIFIC  
AND PRACTICAL CONFERENCE**

**"ACTUAL ISSUES OF THE DEVELOPMENT OF SCIENCE  
AND ENSURING THE QUALITY OF EDUCATION"**

**Florence, Italy  
March 28 -31, 2023**

**ISBN 979-8-88955-323-6**

**DOI 10.46299/ISG.2023.1.12**

# **ACTUAL ISSUES OF THE DEVELOPMENT OF SCIENCE AND ENSURING THE QUALITY OF EDUCATION**

Proceedings of the XII International Scientific and Practical Conference

Florence, Italy  
March 28 – 31, 2023

**UDC 01.1**

The 12th International scientific and practical conference “Actual issues of the development of science and ensuring the quality of education” (March 28 – 31, 2023) Florence, Italy. International Science Group. 2023. 428 p.

**ISBN – 979-8-88955-323-6**

**DOI – 10.46299/ISG.2023.1.12**

EDITORIAL BOARD

<u>Pluzhnik Elena</u>	Professor of the Department of Criminal Law and Criminology Odessa State University of Internal Affairs Candidate of Law, Associate Professor
<u>Liudmyla Polyvana</u>	Department of Accounting and Auditing Kharkiv National Technical University of Agriculture named after Petr Vasilenko, Ukraine
<u>Mushenyk Iryna</u>	Candidate of Economic Sciences, Associate Professor of Mathematical Disciplines, Informatics and Modeling. Podolsk State Agrarian Technical University
<u>Prudka Liudmyla</u>	Odessa State University of Internal Affairs, Associate Professor of Criminology and Psychology Department
<u>Marchenko Dmytro</u>	PhD, Associate Professor, Lecturer, Deputy Dean on Academic Affairs Faculty of Engineering and Energy
<u>Harchenko Roman</u>	Candidate of Technical Sciences, specialty 05.22.20 - operation and repair of vehicles.
<u>Belei Svitlana</u>	Ph.D., Associate Professor, Department of Economics and Security of Enterprise
<u>Lidiya Parashchuk</u>	PhD in specialty 05.17.11 "Technology of refractory non-metallic materials"
<u>Levon Mariia</u>	Candidate of Medical Sciences, Associate Professor, Scientific direction - morphology of the human digestive system
<u>Hubal Halyna Mykolaiivna</u>	Ph.D. in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

67.	Коробко Т.О. ВЕРТЕПНА ДРАМА ТА УКРАЇНСЬКИЙ ТЕАТР ДОБИ БАРОКО	297
68.	Маштакова Н.В. ПРОЦЕДУРА КОМПОНЕНТНОГО АНАЛІЗУ НАЦІОНАЛЬНО-МАРКОВАНИХ ЛЕКСЕМ В РАМКАХ КОРПУСУ ФРАЗЕОЛОГІЧНИХ ОДИНИЦЬ	301
69.	Радецька А.А. ФУНКЦІЮВАННЯ АТРИБУТИВНИХ КОНСТРУКЦІЙ У РОМАНІ С. АНДРУХОВИЧ "АМАДОКА"	304
70.	Струкова В. ДО ІСТОРІЇ СТАНОВЛЕННЯ УКРАЇНСЬКОЇ ТЕРМІНОЛОГІЧНОЇ СИСТЕМИ	309
71.	Шуменко О.А., Правдюк Д.С. ФОРМУВАННЯ ПОЗИТИВНОЇ МОТИВАЦІЇ ДО ВИВЧЕННЯ ІНОЗЕМНОЇ МОВИ НА ПОЧАТКОВОМУ ЕТАПІ	312
PHILOSOPHY		
72.	Salmanova K.M.Q. MÜASİR ŞƏXSİYYƏTİN TƏHSİL SƏVİYYƏSİNİN ONUN DÜNAGÖRÜŞÜNƏ TƏSİRİ	317
PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES		
73.	Пшонкіна А.С., Стогній Н.П. ЗАГАЛЬНА НЕОДНОРІДНА ГРАНИЧНА ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ПРЯМОКУТНИКА	321
PSYCHOLOGY		
74.	Spytska L. THE STATE OF ELEMENTARY MENTAL PROCESSES IN THE PERIOD OF LATE ADULTHOOD	327
75.	Ільїна Ю.Ю., Щербакова А.М. СТАНОВЛЕННЯ ПРОФЕСІЙНОЇ ІДЕНТИЧНОСТІ ТА ВІДПОВІДАЛЬНОГО СТАВЛЕННЯ ДО СЛУЖБОВОЇ ДІЯЛЬНОСТІ РЯТУВАЛЬНИКАМИ ПРОТЯГОМ НАВЧАННЯ	329
76.	Банашко О.О., Кравець І.М. ЕТИЧНІ ТА ПСИХОЛОГІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ПУБЛІЧНОГО ВИСТУПУ	334

## ЗАГАЛЬНА НЕОДНОРІДНА ГРАНИЧНА ЗАДАЧА ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ ПРЯМОКУТНИКА

**Пшонкіна Аліна Степанівна,**  
студентка групи КУІБ-21-3

Харківський національний університет радіоелектроніки

**Стогній Надія Петрівна**

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри вищої математики  
Харківський національний університет радіоелектроніки

В природі і техніці найчастіше мають місце нестационарні процеси теплообміну [1-2]. Теплопровідність при нестационарному режимі зустрічається при нагріванні або охолодженні різних об'єктів, при переходах з одного теплового режиму на інший режим. Нестационарні режими теплопровідності можуть бути перехідними або періодичними. Перехідні процеси характеризуються переходом від одного стаціонарного режиму до іншого стаціонарного режиму. Прикладом перехідних процесів може служити нагрівання (охолодження) тіл у газовому чи рідинному середовищі з постійною температурою. До перехідного процесу відноситься і розігрів опалювальних приладів до стаціонарного режиму. Періодичними режимами називають такі режими, при яких температура тіла коливається в часі за визначеним законом. Як приклад, можна розглядати добову зміну температури зовнішнього повітря, що впливає на температуру конструкцій будинків. В інженерній практиці перехідні процеси зустрічаються частіше і тому ці процеси будуть вивчатися надалі [3].

Формулювання задачі нестационарної теплопровідності здійснюють на основі математичної моделі. Математичні моделі явищ теплопровідності включають диференціальні рівняння основних досліджуваних процесів і рівняння для крайових (граничних і початкових) умов [4-5].

Постановка задачі. Знайти розв'язок рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + F(x, y, t) \quad (1)$$

в області  $D(0 < x < l, 0 < y < h, t > 0)$ , з початковими умовами

$$u(x, y, t)|_{t=0} = f(x, y), \quad (2)$$

і граничними умовами

$$u(x, y, t)|_{x=0} = \varphi_1(y, t), \quad (3)$$

$$u(x, y, t)|_{x=l} = \varphi_2(y, t), \quad (4)$$

$$u(x, y, t)|_{y=0} = \phi_1(x, t), \quad (5)$$

$$u(x, y, t)|_{y=h} = \phi_2(x, t), \quad (6)$$

Розв'язок поставленої задачі будемо шукати методом Фур'є, тобто у вигляді ряду Фур'є за синусами (власними функціями першої однорідної задачі) за змінною  $y$ :

$$u(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(x, t) \sin \frac{n\pi}{h} y, \quad (7)$$

де невідомий коефіцієнт Фур'є визначається наступним чином

$$u_n(x, t) = \frac{2}{h} \int_0^h u(x, y, t) \sin \frac{n\pi}{h} y dy \quad (8)$$

Помножимо рівняння (1) на  $\frac{2}{h} \sin \frac{n\pi}{h} y$  та проінтегруємо на проміжку  $(0, h)$ .

Інтегруючи за частинами член, який містить похідну  $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ , та приймаючи до уваги умови (5) і (6), одержимо:

$$\frac{\partial u_n(x, t)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u_n(x, t)}{\partial x^2} - \left( \frac{an\pi}{h} \right)^2 u_n(x, t) + \Phi_n(x, t), \quad (9)$$

де

$$\Phi_n(x, t) = \frac{2a^2 n\pi}{h} \left( \phi_1(x, t) - (-1)^n \phi_2(x, t) \right) + F_n(x, t),$$

$$F_n(x, t) = \frac{2}{h} \int_0^h F(x, y, t) \sin \frac{n\pi}{h} y dy. \quad (10)$$

Початкові та граничні умови для рівняння (9) визначаються із умов (2)-(4),

що мають вигляд:

$$u_n(x, t)|_{t=0} = f_n(x), \quad (11)$$

де

$$f_n(x) = \frac{2}{h} \int_0^h f(x, y) \sin \frac{n\pi}{h} y dy, \quad (12)$$

$$u_n(x, t)|_{x=0} = \varphi_{1n}(t), \quad (13)$$

$$u_n(x, t)|_{x=l} = \varphi_{2n}(t). \quad (14)$$

Тут

$$\varphi_{in}(x) = \frac{2}{h} \int_0^h \varphi_i(y, t) \sin \frac{n\pi}{h} y dy, \quad i = 1, 2. \quad (15)$$

Задача (9), (11), (13), (14) співпадає з одномірною першою граничною задачею, розв'язок якої можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} u_n(x, t) = & \int_0^l \frac{\exp(-\lambda_n^2 t) f_n(\xi)}{2a\sqrt{\pi t}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( \exp\left[-\frac{(x-\xi+2kl)^2}{4a^2 t}\right] - \exp\left[-\frac{(x+\xi+2kl)^2}{4a^2 t}\right] \right) d\xi + \\ & + \int_0^t \exp[-\lambda_n^2(t-\tau)] \varphi_{1n}(\tau) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{x+2kl}{2a\sqrt{\pi} \sqrt{(t-\tau)^3}} \exp\left[-\frac{(x+2kl)^2}{4a^2(t-\tau)}\right] d\tau - \\ & - \int_0^t \exp[-\lambda_n^2(t-\tau)] \varphi_{2n}(\tau) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{x-l+2kl}{2a\sqrt{\pi} \sqrt{(t-\tau)^3}} \exp\left[-\frac{(x-l+2kl)^2}{4a^2(t-\tau)}\right] d\tau + \\ & + \int_0^t d\tau \int_0^l \frac{\exp[-\lambda_n^2(t-\tau)] \Phi_n(\xi, \tau)}{2a\sqrt{\pi(t-\tau)}} \times \\ & \times \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( \exp\left[-\frac{(x-\xi+2kl)^2}{4a^2(t-\tau)}\right] - \exp\left[-\frac{(x+\xi+2kl)^2}{4a^2(t-\tau)}\right] \right) d\xi. \quad (16) \end{aligned}$$

Запишемо тепер формули

$$\frac{2}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \exp[-\lambda_n^2 t] \sin \frac{\lambda_n y}{a} \sin \frac{\lambda_n \eta}{a} =$$

$$= \frac{1}{2a\sqrt{\pi t}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( \exp\left[-\frac{(y-\eta+2mh)^2}{4a^2t}\right] - \exp\left[-\frac{(y+\eta+2mh)^2}{4a^2t}\right] \right), \quad (17)$$

$$\frac{2}{h} \sum_{n=1}^{\infty} \exp[-\lambda_n^2 t] h \sin \frac{\lambda_n y}{a} = \frac{1}{2(a\sqrt{\pi t})^3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( (y+2mh) \exp\left[-\frac{(y+2mh)^2}{4a^2t}\right] \right), \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \frac{2}{h} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \exp[-\lambda_n^2 t] h \sin \frac{\lambda_n y}{a} = \\ & = \frac{1}{2(a\sqrt{\pi t})^3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( (y-h+2mh) \exp\left[-\frac{(y-h+2mh)^2}{4a^2t}\right] \right). \quad (19) \end{aligned}$$

В цих формулах слід вважати  $\lambda_n = \frac{an\pi}{h}$ .

Підставляючи значення коефіцієнта Фур'є (16) у формулу (7), враховуючи позначення (10), (12), (15) і формули (17)-(19), а також формально помінявши порядки інтегрування суми, одержимо розв'язок задачі у вигляді:

$$\begin{aligned} u(x, y, t) = & \int_0^l d\xi \int_0^h \frac{f(\xi, \eta)}{4a^2\pi t} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( \exp\left[-\frac{(x-\xi+2kl)^2}{4a^2t}\right] - \exp\left[-\frac{(x+\xi+2kl)^2}{4a^2t}\right] \right) \times \\ & \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( \exp\left[-\frac{(y-\eta+2mh)^2}{4a^2t}\right] - \exp\left[-\frac{(y+\eta+2mh)^2}{4a^2t}\right] \right) d\eta + \\ & + \int_0^t d\tau \int_0^h \frac{\varphi_1(\eta, \tau)}{4a^2\pi(t-\tau)^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (x+2kl) \left( \exp\left[-\frac{(x+2kl)^2}{4a^2(t-\tau)}\right] \right) \times \\ & \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( \exp\left[-\frac{(y-\eta+2mh)^2}{4a^2(t-\tau)}\right] - \exp\left[-\frac{(y+\eta+2mh)^2}{4a^2(t-\tau)}\right] \right) d\eta - \\ & - \int_0^t d\tau \int_0^h \frac{\varphi_2(\eta, \tau)}{4a^2\pi(t-\tau)^2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} (x-l+2kl) \left( \exp\left[-\frac{(x+2kl)^2}{4a^2(t-\tau)}\right] \right) \times \\ & \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( \exp\left[-\frac{(y-\eta+2mh)^2}{4a^2(t-\tau)}\right] - \exp\left[-\frac{(y+\eta+2mh)^2}{4a^2(t-\tau)}\right] \right) d\eta + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_0^t d\tau \int_0^l \frac{\phi_1(\xi, \tau)}{4a^2\pi(t-\tau)^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (y+2mh) \left( \exp \left[ -\frac{(y+2mh)^2}{4a^2(t-\tau)} \right] \right) \times \\
 & \times \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( \exp \left[ -\frac{(x-\xi+2kl)^2}{4a^2(t-\tau)} \right] - \exp \left[ -\frac{(x+\xi+2kl)^2}{4a^2(t-\tau)} \right] \right) d\xi - \\
 & - \int_0^t d\tau \int_0^l \frac{\phi_2(\xi, \tau)}{4a^2\pi(t-\tau)^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (y-h+2mh) \left( \exp \left[ -\frac{(y-h+2mh)^2}{4a^2(t-\tau)} \right] \right) \times \\
 & \times \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( \exp \left[ -\frac{(x-\xi+2kl)^2}{4a^2(t-\tau)} \right] - \exp \left[ -\frac{(x+\xi+2kl)^2}{4a^2(t-\tau)} \right] \right) d\xi + \\
 & + \int_0^t d\tau \int_0^l d\xi \int_0^h \frac{F(\xi, \eta, \tau)}{4a^2\pi(t-\tau)} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( \exp \left[ -\frac{(x-\xi+2kl)^2}{4a^2(t-\tau)} \right] - \exp \left[ -\frac{(x+\xi+2kl)^2}{4a^2(t-\tau)} \right] \right) \times \\
 & \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left( \exp \left[ -\frac{(y-\eta+2mh)^2}{4a^2(t-\tau)} \right] - \exp \left[ -\frac{(y+\eta+2mh)^2}{4a^2(t-\tau)} \right] \right) d\eta. \quad (20)
 \end{aligned}$$

Досить легко перевірити, що формально знайдений розв'язок (20) дійсно задовольняє диференціальному рівнянню (1), початковій умові (2) та граничним умовам (3)-(6), якщо задані функції неперервні, і, крім того, функція  $F(x, y, t)$  задовольняє умовам Гьольдера за першими двома аргументами.

Отож, в роботі відновлений чіткий алгоритм розв'язування, який схований за записом умови і отриманим результатом, для неоднорідної задачі теплопровідності для прямокутника. Це дасть змогу узагальнити та систематизувати знання студентів із даної теми, спонукати їх виходити за рамки курсу «Диференціальні рівняння у частинних похідних», вести свою навчально-дослідницьку, наукову роботу.

### Список літератури:

1. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1964. – 286 с.
2. Будак Б.М., Самарский А.А. Сборник задач по математической физике. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956. – 684 с.
3. Соколов С.Л. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1966. – 444 с.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.:

Наука, 1977. – 735 с.

5. Толстов Г.П. Ряды Фурье. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1981. – 396 с.