

4. Hodgkin A. L., Huxley A. F. The components of membrane conductance in the Giant Axon of *Ioligo*. — «J. Physiol». 1952, vol. 116, p. 473—496.
5. Ходоров Б. И. Проблема возбудимости. Л., «Медицина», 1969. 304 с.
6. Фишман С. Н., Ходоров Б. И., Волькенштейн М. В. Молекулярные механизмы изменения ионной проницаемости. — «Биофизика», 1972, т. 17, вып. 4, с. 611—617; вып. 5, с. 794—800.
7. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1972. 735 с.
8. Зозуля Ю. И., Марченко С. Ф., Червов В. Г. Модель информационных процессов в нервной ткани. — В кн.: Модели структурно-функциональной организации биосистем. М., 1972, с. 157—162.
9. Соколов Е. Н. Механизмы памяти. Изд-во Моск. ун-та, 1969. 176 с.

УДК 62.506.2.

В. А. БАХТИГОЗИН, инж.

ОБРАБОТКА ЗРИТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ В БИОЛОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Во многих областях науки и техники все чаще информация об исследуемом объекте извлекается посредством анализа его изображения. При этом анализ должен осуществляться автоматически, без участия человека. Это позволит повысить скорость обработки данных и точность полученных результатов. В связи с необходимостью построения сложных технических систем, оптимальным образом реализующих автоматический анализ изображений, требуется подробно изучить методы переработки зрительной информации в биологических системах, с помощью которых подобные задачи решаются очень точно.

Постановка задачи

Чтобы определить принципы построения многослойной системы зрительного анализатора животных, исследуем некоторые особенности ее элементов, накладывающие существенные ограничения на работу всей системы.

1. Зрительные изображения являются полезными сигналами и поступают на вход зрительного анализатора на фоне шумов. Поэтому обработку зрительных сигналов в биологических оптико-сенсорных системах следует рассматривать как оптимальную фильтрацию, при которой выделяются полезные сигналы и подавляются шумы. Функцию оптимального фильтра в зрительном анализаторе выполняют многослойные нейронные сети, которые в связи с возложенной на них задачей должны сочетать в себе интегральные и дифференциальные свойства.

2. Фильтрующие возможности многослойных нейронных сетей в значительной мере ограничены относительно малым количеством слоев тормозных клеток. Информация от слоя к слою передается в основном клетками с возбуждающими связями.

3. Рецептивные поля слоев нейронов зрительного анализатора имеют ограниченные размеры. Области нейронов промежуточных слоев, связанных с нейронами последующих слоев, также ограничены.

4. Реальные входные изображения зрительной системы обладают конечными размерами и ограниченной полосой частот собственного спектра.

5. Биологические системы зрительного анализатора обрабатывают только положительные сигналы. На входе системы — это распределение интенсивности света, а в каналах связи — средняя частота импульсов нейронов. Частота импульсов в каналах связи ограничена снизу пороговыми свойствами выходных нейронов.

Перечисленные ограничения имеют место и при построении технических, например, оптических систем автоматического анализа изображений. Такие оптические системы прежде всего фильтруют поступающее на вход изображение. Накапливание полезного сигнала и декорреляция помех в системе осуществляются элементами, обладающими дифференциальными и интегральными свойствами. Признаки входного изображения в реальных оптических системах выделяются в самостоятельных каналах системы. Задача о распознавании сложного объекта в целом решается с помощью набора фильтров отдельных свойств.

В оптических системах затруднена реализация отрицательных компонент дифференцирующих элементов системы. Как и в зрительной системе, входные сигналы оптической системы представляют собой конечных размеров изображения реальных объектов с ограниченной полосой частот собственного спектра. Подобно зрительному анализатору, оптическая система анализа изображений использует на входе системы и в каналах связи только положительные сигналы.

Математическая модель процессов обработки сигналов в зрительном анализаторе

Чтобы описать слоистую структуру нейронной сети зрительного анализатора, можно применить непрерывную модель, в которой зрительный анализатор рассматривается как непрерывная вычислительная среда, обрабатывающая поступающие на вход системы зрительные сигналы $I_{вх}(\vec{x}, t)$ и вычисляющая выходные сигналы: подпороговую и надпороговую реакции нейронной среды — $P(\vec{x}, t)$ и $Q(\vec{x}, t)$ [1].

Зрительный анализатор представляется системой уравнений

$$P_i(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^l \iiint_{R^3} \int_{-\infty}^t G_{ik}(\vec{x}, \vec{x}', t, t') Q_k(\vec{x}, t') dt' d\vec{x}' + \delta_{il} \int_{-\infty}^t K_p(\vec{x}, t, t') I(\vec{x}, t') dt'; \quad (1)$$

$$Q_k(\vec{x}, t) = P_k(\vec{x}, t) [P_k(\vec{x}, t) - c(\vec{x}, t)]. \quad (2)$$

Индекс $i = 1$ относится к слою рецепторов; остальным слоям присвоены индексы 2, 3, ..., L.

Подставляя (2) в (1), получаем

$$P_i(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^L \iiint_{R^3} \int_{-\infty}^t G_{ik}(\vec{x}, \vec{x}', t, t') [P_k(\vec{x}', t') - c(\vec{x}', t')] \times \\ \times P_k(\vec{x}', t') dt' d\vec{x}' + \delta_{1i} \int_{-\infty}^t K_p(\vec{x}, t, t') I(\vec{x}', t') dt', \quad (3)$$

где $c(\vec{x}, t)$ — порог генерирования импульсов в нейронной среде;

$G_{ik}(\vec{x}, \vec{x}', t, t')$ — функция влияния нейронной сети, характеризующая связи между слоями нервных клеток;

δ_{1i} — символ Кронекера;

$K_p(\vec{x}, t, t')$ — динамическая характеристика реакции непрерывной среды на внешнее воздействие.

Основным функциональным элементом непрерывной вычислительной среды в зрительном анализаторе является рецептивное поле, вычисляющее некоторый параметр входного сигнала. Комплексные параметры входных сигналов вычисляются сложными рецептивными полями, составленными из простых путем их параллельного или последовательного соединения.

Математическая модель рецептивного поля связывает реакцию выходного нейрона рецептивного поля с входными сигналами, поступающими на рецепторы. Подпороговая реакция рецептивного поля, выходной нейрон которого принадлежит j -му слою нейронов, описывается интегральным преобразованием входного сигнала $I(\vec{x}, t)$ с функцией влияния $G_j(\vec{x}, t)$:

$$P_j(\vec{x}, t) = \iiint_{R^3} \int_{-\infty}^t G_j(\vec{x}, \vec{x}', t, t') I(\vec{x}', t') d\vec{x}' dt'. \quad (4)$$

Функция влияния интегрального преобразования (4) определяется функциями влияния интегральных преобразований, осуществляемых рецептивными полями сетчатки, из которых формируется сложное рецептивное поле, а также зависит от способа объединения простых рецептивных полей в сложные.

Подпороговую реакцию простых рецептивных полей сетчатки можно получить как результат интегрального преобразования сигнала, поступающего с рецепторов:

$$P(\vec{x}^n, t^n) = \int_{-\infty}^{t^n} K_p(\vec{x}^n, t^n, t^m) I(\vec{x}^n, t^m) dt^m, \quad (5)$$

с функцией влияния $G_i(\vec{x}, t)$, связывающей слой рецепторов с первым слоем нейронов сетчатки:

$$P_i(\vec{x}', t') = \iiint_{R^3} \int_{-\infty}^{t'} P(\vec{x}'', t'') G_i(\vec{x}', \vec{x}'', t', t'') d\vec{x}'' dt'' = \\ = \iiint_{R^3} \int_{-\infty}^{t'} \int_{t''}^{t'} K_p(\vec{x}'', t'', t''') G_i(\vec{x}', \vec{x}'', t', t''') I(\vec{x}'', t''') d\vec{x}'' dt'' dt'''. \quad (6)$$

Подпороговую реакцию сложного рецептивного поля, полученного параллельным соединением L простых рецептивных полей (рисунок, а, б) можно описать уравнением

$$P_j^{pp}(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^L \iiint_{R^3} \int_{-\infty}^t Q_i(\vec{x}', t') G_{ji}(\vec{x}, \vec{x}', t, t') d\vec{x}' dt' = \\ = \sum_{i=1}^L \iiint_{R^3} \iiint_{R^3} \int_{-\infty}^t \int_{t''}^t K_p(\vec{x}'', t'', t''') G_i(\vec{x}', \vec{x}'', t', t''') I[P_i(\vec{x}', t') - \\ - c_i(\vec{x}', t')] I(\vec{x}'', t''') G_{ji}(\vec{x}, \vec{x}', t, t') d\vec{x}' d\vec{x}'' dt' dt'' dt'''. \quad (7)$$

Если сложное рецептивное поле получено последовательным соединением нейронных слоев (рисунок, в, г), то входной сигнал подвергается последовательно в каждом слое интегральному преобразованию с функцией влияния слоя. Реакция выходного нейрона такого рецептивного поля

$$P_N^{p,c}(\vec{x}, t) = \underbrace{\iiint_{R^3} \dots \iiint_{R^3}}_N \int_{-\infty}^t \int_{t'}^t dt' \dots \int_{t^{N-1}}^t dt^{N-1} K_p(\vec{x}^N, t^N, t^{N+1}) \times \\ \times G_1(\vec{x}^{N-1}, \vec{x}^N, t^{N-1}, t^N) G_{21}(\vec{x}^{N-2}, \vec{x}^{N-1}, t^{N-2}, t^{N-1}) I[P_1 \times \\ \times (\vec{x}^{N-1}, t^{N-1}) - c_1(\vec{x}^{N-1}, t^{N-1})] \dots G_{NN-1}(\vec{x}, \vec{x}', t, t') I[P_{N-1} \times \\ \times (\vec{x}', t') - c_{N-1}(\vec{x}', t')] I(\vec{x}^N, t^{N+1}) dt^N d\vec{x}^N \dots d\vec{x}', \quad (8)$$

где N — число нейронных слоев сложного рецептивного поля.

В общем случае, когда выходной нейрон объединяет комбинацию параллельно-последовательно соединенных нейронных слоев (рисунок, д, е), сложное рецептивное поле описывается уравнением

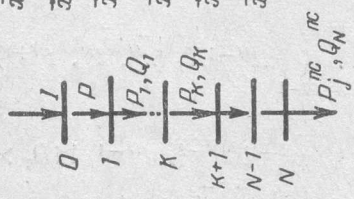
$$P_N^{p,p}(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^L \iiint_{R^3} \dots \iiint_{R^3} \int_{-\infty}^t \int_{t'}^t dt' \dots \int_{t^{N-1}}^t dt^{N-1} K_p \times \\ \times (\vec{x}^N, t^N, t^{N+1}) G_1^i(\vec{x}^{N-1}, \vec{x}^N, t^{N-1}, t^N) G_{21}^i(\vec{x}^{N-2}, \vec{x}^{N-1}, t^{N-2}, \\ t^{N-1}) I[P_1(\vec{x}^{N-1}, t^{N-1}) - c_1(\vec{x}^{N-1}, t^{N-1}) \dots G_{NN-1}^i(\vec{x}, \vec{x}', t, t') \times \\ \times I[P_{N-1}(\vec{x}', t') - c_{N-1}(\vec{x}', t')] I(\vec{x}^N, t^{N+1}) dt^N d\vec{x}^N \dots d\vec{x}', \quad (9)$$

где i — индекс параллельного канала ($i = 1, 2, \dots, L$);

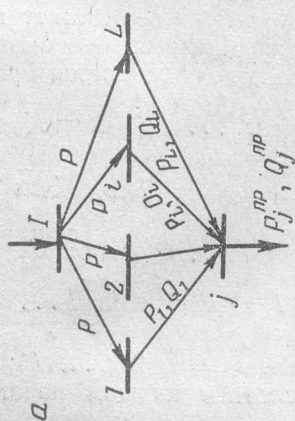
N_i — число последовательных слоев в каждом параллельном канале.

\bar{x}^{N+1}, t^{N+1}
 \bar{x}^N, t^N
 \bar{x}^{N-1}, t^{N-1}
 \bar{x}^{N-K}, t^{N-K}
 $\bar{x}^{N-K-1}, t^{N-K-1}$
 \bar{x}^i, t^i
 \bar{x}, t

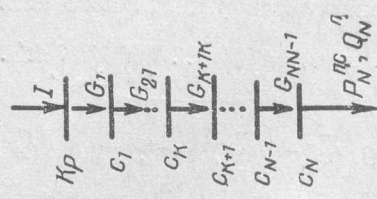
6



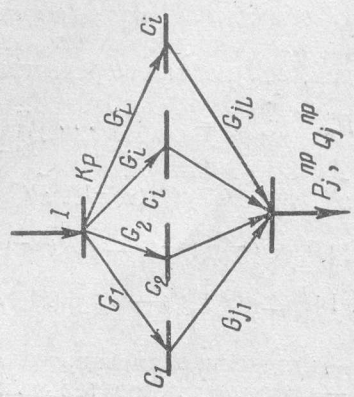
\bar{x}^m, t^m
 \bar{x}^n, t^n
 \bar{x}^i, t^i
 \bar{x}, t



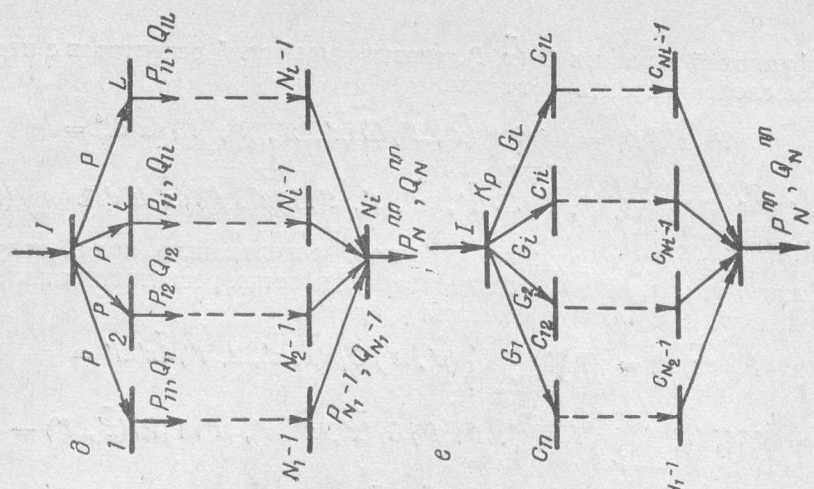
6a



6b



6c



6d

Математическое описание работы зрительного анализатора в ряде случаев можно упростить, принимая входные сигналы неизменяющимися во времени и рассматривая нейронные сети и слой рецепторов как однородную двумерную среду. Для такой однородной среды с линейными безынерционными связями между слоями и $K_p = 1$ уравнения (4), (7) — (9) принимают вид

$$P_I(\vec{x}) = \iint_{R^2} G_I(\vec{x} - \vec{x}') I(\vec{x}') d\vec{x}'; \quad (10)$$

$$P_I^{np}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^L \iint_{R^2} \iint_{R^2} G_i(\vec{x}' - \vec{x}'') G_{ji}(\vec{x} - \vec{x}') 1[P_i(\vec{x}') - c_i] \times \\ \times I(\vec{x}'') d\vec{x}' d\vec{x}'' = \iint_{R^2} \left\{ \sum_{i=1}^L \iint_{R^2} G_i(\vec{x}' - \vec{x}'') G_{ji}(\vec{x} - \vec{x}') 1[P_i(\vec{x}') - c_i] \right\} \times \\ \times I(\vec{x}'') d\vec{x}' d\vec{x}''; \quad (11)$$

$$P_N^{n,c}(\vec{x}) = \iint_{R^2} \underbrace{\left\{ \iint_{R^2} \dots \iint_{R^2} G_1(\vec{x}^{N-1} - \vec{x}^N) G_{21}(\vec{x}^{N-2} - \vec{x}^{N-1}) \right\}}_{N-1} \times \\ \times 1[P_1(\vec{x}^{N-1}) - c_1] \times \dots \times G_{NN-1}(\vec{x} - \vec{x}') \times \\ \times 1[P_{N-1}(\vec{x}') - c_{N-1}] \underbrace{d\vec{x}^{N-1} \dots d\vec{x}'}_{N-1} I(\vec{x}^N) d\vec{x}^N; \quad (12)$$

$$P_N^{n,n}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^L \underbrace{\iint_{R^2} \dots \iint_{R^2}}_{N_i} G_1^i(\vec{x}^{N-1} - \vec{x}^N) G_{21}^i(\vec{x}^{N-2} - \vec{x}^{N-1}) \times \\ \times 1[P_1(\vec{x}^{N-1}) - c_1] \times \dots \times G_{NN-1}^i(\vec{x} - \vec{x}') 1[P_{N-1}(\vec{x}') - c_{N-1}] \times \\ \times I(\vec{x}^N) \underbrace{d\vec{x}^N \dots d\vec{x}'}_{N_i} = \iint_{R^2} \left\{ \sum_{i=1}^L \iint_{R^2} \dots \iint_{R^2} G_1^i(\vec{x}^{N-1} - \vec{x}^N) G_{21}^i(\vec{x}^{N-2} - \vec{x}^{N-1}) \right. \\ \left. - \vec{x}^{N-1}) 1[P_1(\vec{x}^{N-1}) - c_1] \times \dots \times \right. \\ \left. \times G_{NN-1}^i(\vec{x} - \vec{x}') 1[P_{N-1}(\vec{x}') - c_{N-1}] \right\} \underbrace{d\vec{x}^{N-1} \dots d\vec{x}'}_{N_i-1} I(\vec{x}^N) d\vec{x}^N. \quad (13)$$

Сравнение соотношений (11) — (13) с уравнением (10) позволяет записать выражение для функции влияния сложного рецептивного поля через функции влияния связей между соседними слоями нейронов. В случае трех способов построения сложного рецептивного поля

$$G_I^{np}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^L \iint_{R^2} G_{ji}(\vec{x} - \vec{x}') 1[P_i(\vec{x}') - c_i] G_i(\vec{x}' - \vec{x}'') d\vec{x}'; \quad (14)$$

$$G_N^{n,c}(\vec{x}) = \underbrace{\iint_{R^2} \dots \iint_{R^2}}_{N-1} G_1(\vec{x}^{N-1} - \vec{x}^N) G_{21}(\vec{x}^{N-2} - \vec{x}^{N-1}) 1 [P_1(\vec{x}^{N-1}) - c_1] \times \\ \times \dots \times G_{NN-1}(\vec{x} - \vec{x}') 1 [P_{N-1}(\vec{x}') - c_{N-1}] \underbrace{d\vec{x}^{N-1} \dots d\vec{x}'}_{N-1}; \quad (15)$$

$$G_N^{n,n}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^L \underbrace{\iint_{R^2} \dots \iint_{R^2}}_{N_i-1} G_1^i(\vec{x}^{N-1} - \vec{x}^N) G_{21}^i(\vec{x}^{N-2} - \vec{x}^{N-1}) \times \\ \times 1 [P_1(\vec{x}^{N-1}) - c_1] \times \dots \times G_{N_i N_{i-1}}(\vec{x} - \vec{x}') \times \\ \times 1 [P_{N_i-1}(\vec{x}') - c_{N_i-1}] \underbrace{d\vec{x}^{N-1} \dots d\vec{x}'}_{N_i-1}. \quad (16)$$

В оптических системах анализа изображений, аналогичных биологической системе зрительного анализатора, фильтр сложного признака входного изображения получается сочетанием оптических фильтров простых признаков. Для реальных оптических фильтров порог $c_i \rightarrow 0$ и выполняется тождество $1 [P_i(\vec{x}) - c_i] \equiv 1$. В связи с этим математическое описание работы таких фильтров имеет вид

$$P_j^{np}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^L I(\vec{x}) * G_i(\vec{x}) * G_{ji}(\vec{x}); \quad (17)$$

$$P_N^{n,c}(\vec{x}) = I(\vec{x}) * G_1(\vec{x}) * G_2(\vec{x}) * \dots * G_N(\vec{x}); \quad (18)$$

$$P_N^{n,n}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^L I(\vec{x}) * G_1^i(\vec{x}) * G_2^i(\vec{x}) * \dots * G_N^i(\vec{x}). \quad (19)$$

Запишем математическую модель обработки входного изображения в виде свертки сигнала на входе с функцией влияния оптической системы:

$$P_i(\vec{x}) = I(\vec{x}) * G_j(x). \quad (20)$$

Функцию влияния оптического фильтра сложного признака, составленного из оптических фильтров простых признаков с помощью одного из трех способов, можно описать уравнениями

$$G_j^{np}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^L G_i(\vec{x}) * G_{ji}(\vec{x}); \quad (21)$$

$$G_j^{n,c}(\vec{x}) = G_1(\vec{x}) * G_2(\vec{x}) * \dots * G_N(\vec{x}); \quad (22)$$

$$G_j^{n,n}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^L G_1^i(\vec{x}) * G_2^i(\vec{x}) * \dots * G_N^i(\vec{x}). \quad (23)$$

Помимо выделения признаков полезного сигнала или их совокупности, зрительный анализатор как система оптимальной фильтрации должен осуществлять подавление шумов. Одни шумы поступают в систему вместе с входным изображением, другие образуются внутри сети в результате нарушений в каналах связи. Шумы обоих видов по определению могут быть рассмотрены как аддитивные по отношению к оптимальным сигналам, поступающим на вход системы и передаваемым по каналам связи:

$$I(\vec{x}, t) = S^{\text{опт}}(\vec{x}, t) + \eta(\vec{x}, t); \quad (24)$$

$$P_{k+1}^{\eta}(\vec{x}, t) = S_{k+1k}^{\text{опт}}(\vec{x}, t) + \eta_{k+1k}(\vec{x}, t), \quad (25)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots, N$.

Из условия оптимальности пространственной фильтрации по критерию правдоподобия для стационарных аддитивных шумов можно записать систему N уравнений [2], которые связывают оптимальный сигнал, идущий по каналу связи от одного слоя к другому $S_{k+1k}^{\text{опт}}(\vec{x})$, корреляционную функцию шума в этом канале связи $\text{сog } \eta_{k+1}(\vec{x})$ и функцию влияния связи между слоями $G_{k+1k}(\vec{x})$:

$$S_{k+1k}^{\text{опт}}(\vec{x}', \vec{x}) = a_{k+1k} \iiint_{R^3} G_{k+1k}(\vec{x}, \vec{x}') \text{сog } \eta_{k+1}(\vec{x}' - \vec{x}'') d\vec{x}', \quad (26)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots, N$.

Шум $\eta_{k+1}(\vec{x})$ складывается из пришедшего с других слоев $\tilde{\eta}_k(\vec{x})$ и собственного шума в канале связи между $(k+1)$ -м и k -м слоями $\eta_{k+1k}(\vec{x})$:

$$\eta_{k+1}(\vec{x}) = \tilde{\eta}_k(\vec{x}) + \eta_{k+1k}(\vec{x}). \quad (27)$$

Рассмотрим статический неоднородный вариант сети. Левую часть каждого из уравнений системы (26) можно выразить через входной оптимальный сигнал и функции влияния всех предшествующих слоев:

$$\begin{aligned} S_{k+1k}^{\text{опт}} &= \underbrace{\iiint_{R^3} \dots \iiint_{R^3}}_k K_p(\vec{x}^N) S^{\text{опт}}(\vec{x}^N) G_1(\vec{x}^{N-1}, \vec{x}^N) \times \\ &\times G_{21}(\vec{x}^{N-2}, \vec{x}^{N-1}) [S_1(\vec{x}^{N-1}) - c_1(\vec{x}^{N-1})] \times \dots G_{k,k-1} \times \\ &\times (\vec{x}^{N-k}, \vec{x}^{N-k+1}) [S_{k-1}(\vec{x}^{N-k+1}) - c_{k-1}(\vec{x}^{N-k+1})] \times \\ &\times \underbrace{d\vec{x}^N \dots d\vec{x}^{N-k+1}}_k. \end{aligned} \quad (28)$$

Корреляционную функцию шума в правой части каждого из уравнений системы (26) выразим через корреляционные функции шума на входе системы, шумов всех предшествующих слоев и шума в собственном слое:

$$\begin{aligned} \eta_{k+1} = \tilde{\eta}_k + \eta_{k+1k} = & \underbrace{\iiint_{R^3} \dots \iiint_{R^3}}_k [K_p(\vec{x}^N) \eta(\vec{x}^N) + \eta_{21}(\vec{x}^{N-1})] \times \\ & \times G_1(\vec{x}^{N-1}, \vec{x}^N) G_{21}(\vec{x}^{N-2}, \vec{x}^{N-1}) [S_1(\vec{x}^{N-1}) - c_1(\vec{x}^{N-1})] \times \\ & \times \dots \times G_{kk-1}(\vec{x}^{N-k}, \vec{x}^{N-k+1}) [S_{k-1}(\vec{x}^{N-k+1}) - \\ & - c_{k-1}(\vec{x}^{N-k+1})] \underbrace{d\vec{x}^N \dots d\vec{x}^{N-k+1}}_k + \dots + \iiint_{R^3} \eta_{kk-1} \times \\ & \times (\vec{x}^{N-k+1}) G_{kk-1}(\vec{x}^{N-k}, \vec{x}^{N-k+1}) [S_{k-1}(\vec{x}^{N-k+1}) - \\ & - c_{k-1}(\vec{x}^{N-k+1})] + \eta_{k+1k}(\vec{x}^{N-k}); \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \text{сog } \eta_{k+1} = & \underbrace{\iiint_{R^3} \dots \iiint_{R^3}}_k [K_p(\vec{x}^N) \text{сog } \eta(\vec{x}^N) + \text{сog } \eta_{21}(\vec{x}^{N-1})] \times \\ & \times G_1(\vec{x}^{N-1}, \vec{x}^N) G_{21}(\vec{x}^{N-2}, \vec{x}^{N-1}) [S_1(\vec{x}^{N-1}) - c_1(\vec{x}^{N-1})] \times \\ & \times \dots \times G_{kk-1}(\vec{x}^{N-k}, \vec{x}^{N-k+1}) [S_{k-1}(\vec{x}^{N-k+1}) - \\ & - c_{k-1}(\vec{x}^{N-k+1})] \underbrace{d\vec{x}^N \dots d\vec{x}^{N-k+1}}_k + \dots + \iiint_{R^3} \text{сog } \eta_{kk-1} \times \\ & \times (\vec{x}^{N-k+1}) G_{kk-1}(\vec{x}^{N-k}, \vec{x}^{N-k+1}) [S_{k-1}(\vec{x}^{N-k+1}) - \\ & - c_{k-1}(\vec{x}^{N-k+1})] + \text{сog } \eta_{k+1k}(\vec{x}^{N-k}). \end{aligned} \quad (30)$$

После подстановки (28) и (30) в (26) число неизвестных функций влияния в системе станет равным числу уравнений. Задаваясь оптимальным сигналом, который должна выделить система анализа изображений, и корреляционными функциями шума на входе системы и шумов в каналах связи, можно решить систему уравнений относительно функций влияния нейронных слоев, образующих сложный фильтр, т. е. найти $G_1, G_{21}, G_{32}, \dots, G_{k+k1}, \dots, G_{NN-1}$.

Коррелированные шумы в системе зрительного анализатора подавляются из-за наличия в ней рецептивных полей с функциями влияния, обладающими дифференциальными свойствами. Такие рецептивные поля должны содержать связи с положительными и отрицательными весами. Отрицательные и положительные компоненты сложных рецептивных полей появляются в результате комбинирования слоев тормозных и возбуждающих нейронов, причем количество слоев тормозных нейронов очень

мало, так как в нейронной сети преобладают слои возбуждающих нейронов.

В математической модели зрительного анализатора принадлежность слоя к возбуждающему или тормозному типам обозначим множителем A :

$$G_{k+1k} = A \tilde{G}_{k+1k}, \quad (31)$$

который может принимать одно из двух значений: $+1$ для слоя возбуждающих нейронов и -1 для слоя тормозных нейронов:

$$A \in \{+1; -1\}. \quad (32)$$

В технических системах анализа изображений борьбу с шумами осуществляют дифференциальные фильтры. При построении систем с использованием только элементов оптики сильно затруднена реализация отрицательных компонент дифференциального фильтра. Большими возможностями пространственного дифференцирования помех обладают комбинированные оптико-электронные системы.

Не менее существенное ограничение, накладываемое на работу системы зрительного анализатора, состоит в следующем. Рецептивным полям и областям, с которых нейроны одного слоя конвергируют на выходной нейрон другого, свойственно ограничение, связанное с тем, что функция влияния биологического фильтра имеет конечную полосу частот пропускания, так как моделирует распределение дискретных связей. Аналогично в оптической системе реальный оптический фильтр имеет ограниченное разрешение и конечные размеры.

В математической модели первое ограничение сводится к умножению функции влияния на обобщенную функцию медленного роста $\Psi(\vec{x})$:

$$\tilde{G}_{k+1k}(\vec{x}) = \tilde{G}_{k+1k}(\vec{x}) \Psi(\vec{x}). \quad (33)$$

Второе ограничение учитывается путем умножения спектра функции влияния на обобщенную функцию медленного роста $\varphi(\vec{f})$:

$$g_{k+1k}(\vec{f}) = \tilde{g}_{k+1k}(\vec{f}) \varphi(\vec{f}). \quad (34)$$

Замечательным свойством класса обобщенных функций медленного роста является то, что операция преобразования Фурье не выходит за пределы этого класса [3]. Поэтому функция влияния фильтра представляет собой результат умножения функции произвольного вида $\tilde{G}_{k+1k}(\vec{x})$ на ограничивающую функцию $\Psi(\vec{x})$ и свертки с ограниченной функцией $\Phi(\vec{x})$:

$$G_{k+1k}(\vec{x}) = [G_{k+1k}(\vec{x}) \Psi(\vec{x})] * \Phi(\vec{x}), \quad (35)$$

а спектральная характеристика фильтра ограничена обобщенной функцией медленного роста $\varphi(\vec{f})$ и размыта ограниченной функцией $\psi(\vec{f})$:

$$g_{k+1 k}(\vec{f}) = [g_{k+1 k}(\vec{f}) * \psi(\vec{f})] \varphi(\vec{f});$$

$$g(\vec{f}) = F[G(\vec{x})];$$

$$\psi(\vec{f}) = F[\psi(\vec{x})];$$

$$\varphi(\vec{f}) = F[\Phi(\vec{x})].$$
(36)

Здесь F — оператор преобразования Фурье.

ВЫВОДЫ

1. Зрительный анализатор животных представляет собой систему оптимальной фильтрации пространственных сигналов, поступающих на вход системы. Функцию оптимального фильтра в зрительном анализаторе выполняет многослойная нейронная сеть.

2. По известной схеме соединения рецепторов и нейронных слоев в сложный фильтр можно составить систему уравнений, описывающих оптимальную фильтрацию изображения в зрительном тракте. Решение такой системы даст полный набор функций влияния связей между нейронными слоями зрительного анализатора.

3. При неполных данных о структурной схеме соединения нейронных слоев необходимо исходить из требования минимального количества слоев, используемых при решении задачи оптимальной фильтрации. Такое требование реализуется в зрительном анализаторе животных и человека в процессе эволюции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зозуля Ю. И., Червов В. Г., Бугай Ю. П. Непрерывная математическая модель нейронной сети.— В сб.: Проблемы бионики. Вып. 8. Харьков, 1972, с. 93—102.
2. Башарин А. Е. и др. Измерение радиотепловых и плазменных излучений в СВЧ диапазоне. М., «Сов. радио», 1968. 390 с.
3. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. М., «Наука», 1967. 436 с.

УДК 62.506.2

А. В. ШАТОХИН, Ю. И. ЗОЗУЛЯ, инженеры

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНТУРНЫХ И СВОДИМЫХ К НИМ ИЗОБРАЖЕНИЙ

(критический обзор)

В последние годы резко увеличился объем информации, необходимой для решения технических и научных задач. В связи с этим очень важно автоматизировать процессы обработки и ввода исходных данных в ЭВМ. Эти данные представляют собой