

О НЕОБХОДИМОСТИ СПЕЦИАЛЬНЫХ ВИБРАЦИОННЫХ ИСПЫТАНИЙ АППАРАТУРЫ АВТОМАТИКИ, РАБОТАЮЩЕЙ В УСЛОВИЯХ СЛУЧАЙНЫХ ВИБРОВВОЗДЕЙСТВИЙ

А. Е. Божко

Харьков

Оценка надежности аппаратуры автоматизации, работающей в условиях вибрационных воздействий, носящих случайный характер, является одним из наиболее слабо разработанных разделов общей теории надежности.

В данной статье автор аналитически доказывает, что аппаратуру, подвергающуюся в реальных условиях эксплуатации воздействию случайных вибраций, необходимо испытывать на вибростендах, воспроизводящих вибрации, подобные реальным. Такие испытания позволяют определить более точно ее надежность.

В основу определения этой надежности может быть положен метод исследования [1] — надежность прибора рассматривается как выходной параметр системы, на вход которой приложено случайное внешнее воздействие (вибрация).

Аналитическое описание этого определения представлено выражением в операторной форме

$$Y(p) = A(p)X(p), \quad (1)$$

где $Y(p)$ — изображение интенсивности отказов испытываемого прибора;

$X(p)$ — изображение входного воздействия, вибрации, испытательного вибрационного стенда;

$A(p)$ — оператор преобразования.

Пусть система с оператором $A(p)$ является линейной. Подвижная система вибрационного стенда, описываемая дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами, также является линейным преобразователем.

Кроме того, согласно [5], вибрации в реальных условиях можно считать стационарными случайными процессами. Поэтому при воспроизведении вибрационным стендом реальных вибраций колебания подвижной системы стенда $X(t)$ и соответственно интенсивность отказов испытываемого прибора $Y(t)$ представляет собой стационарные случайные процессы [2, 3, 4, 6].

Обозначим реальные вибрации, записанные на виброграмму, через $Z(t)$.

Для интенсивности отказов испытываемого прибора $Y(t)$ и установившихся колебаний вибрационной платформы $X(t)$ корреляционная функция связи в каждом отрезке времени τ

$$K_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} X(t) Y(t+\tau) dt. \quad (2)$$

Выразим функцию $Y(t)$ через сигнал $X(t)$. Если принять, что как и для систем управления, существует импульсная переходная функция испытуемого прибора $h_n(\sigma)$, представляющая собой реакцию надежности прибора на механическое воздействие, то интенсивность отказов данного прибора

$$Y(t) = \int_0^{\infty} h_n(\sigma) X(t - \sigma) d\sigma. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2) и учитывая, что

$h_n(\sigma) = 0$ при $t \leq 0$, получим

$$K_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} X(t) dt \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\sigma) X(t + \tau - \sigma) d\sigma. \quad (4)$$

Уравнение (4), согласно [3, 6], может быть выражено через автокорреляционную функцию сигнала $X(t)$, т. е.

$$K_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\sigma) K_{xx}(\tau - \sigma) d\sigma. \quad (5)$$

Применяя к уравнению (5) преобразование Фурье, получим спектральную плотность связи процессов $X(t)$ и $Y(t)$ [3]:

$$\Phi_{xy}(p) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} K_{xy}(\tau) e^{-p\tau} d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\sigma) e^{-p\sigma} d\sigma \cdot 2 \int_{-\infty}^{+\infty} K_{xx}(\tau - \sigma) e^{-p(\tau - \sigma)} d\tau. \quad (6)$$

$$\text{Учитывая, что } \int_{-\infty}^{+\infty} h_n(\sigma) e^{-p\sigma} d\sigma = A(p),$$

уравнение (6) принимает вид

$$\Phi_{xy}(p) = A(p) \Phi_{xx}(p), \quad (7)$$

где $\Phi_{xx}(p)$ — спектральная плотность процесса $X(t)$.

Аналогично (7) спектральная плотность связи колебаний виброплатформы $X(t)$ и реальных вибраций, записанных на виброграмму $Z(t)$,

$$\Phi_{xz}(p) = H(p) \Phi_{zz}(p), \quad (8)$$

где $H(p)$ — передаточная функция вибрационного стенда;

$\Phi_{zz}(p)$ — спектральная плотность функции реальных вибраций.

Кроме того, для линейных систем справедливо равенство [3]

$$\Phi_{xx}(p) = |H(p)|^2 \Phi_{zz}(p), \quad (9)$$

где $|H(p)|$ — модуль передаточной функции вибрационного стенда. Подставляя (9) в (7), находим выражение для оператора преобразования

$$A(p) = \frac{\Phi_{xy}(p)}{|H(p)|^2 \Phi_{zz}(p)}. \quad (10)$$

Подставляя форму уравнения (9) к определению спектральной плотности интенсивности отказов испытуемого прибора, получим

$$\Phi_{yy}(p) = |A(p)|^2 \Phi_{xx}(p). \quad (11)$$

Подставим (9) и (10) в (11)

$$\Phi_{yy}(p) = \left| \frac{\Phi_{xy}(p)H(p)}{|H(p)|^2 \Phi_{xx}(p)} \right| \Phi_{xx}(p). \quad (12)$$

Определим спектр интенсивности отказов прибора через параметры вибрационного стенда и сигнал управления стендом $Z(t)$.

Для этого выразим взаимную спектральную плотность $\Phi_{xy}(p)$ через вторые моменты случайных процессов $X(t)$ и $Y(t)$. Согласно [2], взаимная корреляционная функция двух случайных процессов

$$K_{xy}(\tau) = \frac{1}{2} (D_x + D_y), \quad (13)$$

где D_x , D_y — дисперсии сигналов $X(t)$ и $Y(t)$.

Подставляя (6), (13) и то, что дисперсии стационарных случайных процессов $X(t)$, $Y(t)$ [2]

$$D_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{xx}(p) dp, \quad (14)$$

$$D_y = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{yy}(p) dp.$$

взаимная спектральная плотность

$$\Phi_{xy}(p) = \frac{1}{2} \left[D_x + \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{yy}(p) dp \right]. \quad (15)$$

Подставим (15) в (12)

$$\Phi_{yy}(p) = \left| \frac{\frac{1}{2} \left[D_x + \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{yy}(p) dp \right] H(p)}{|H(p)|^2 \Phi_{xx}(p)} \right|^2 \Phi_{xx}(p). \quad (16)$$

Выразим уравнение (16) относительно спектральной плотности интенсивности отказов испытуемого прибора.

Согласно [3, 6], дисперсия и спектральная плотность стационарного случайного процесса являются действительными неотрицательными величинами. Поэтому уравнение (16) принимает вид

$$\Phi_{yy}(p) = \frac{\left[D_x + \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{yy}(p) dp \right]^2}{|p|^2 |H(p)|^2 \Phi_{xx}(p)}. \quad (17)$$

Выразив наиболее обобщенный случай воспроизведения вибрационным стендом идеально случайного процесса вибрации в виде белого шума

с $\Phi_{zz}(p) = \text{const}$ [2, 6], после преобразований уравнение (17) можем привести к виду

$$\left[\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{yy}(p) dp \right]^2 + K_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{yy}(p) dp + k_2 \Phi_{yy}(p) + k_3 = 0, \quad (18)$$

где k_1, k_2, k_3 — постоянные величины.

Предполагая, что спектральная плотность интенсивности отказов испытуемого прибора является функцией непрерывной или, по крайней мере, непрерывающей разрывов 2-го рода, и ограничивая пределы интегрирования в диапазоне частот отказов прибора, уравнение (18) можем записать так:

$$I^2 + k_1 I + C_1 = 0; \quad (19a)$$

$$I = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \Phi_{yy}(\omega) d\omega = C_0; \quad (19b)$$

$$C_1 = k_2 + k_3 \Phi_{yy}(\omega), \quad (19в)$$

где C_0, C_1 — постоянные величины.

Функция $\Phi_{yy}(\omega)$ из (19б) может быть функцией произвольной.

Однако в силу условия (19в) функция $\Phi_{yy}(\omega)$ близка к постоянной величине. Таким образом, если вибростенд управляется сигналом, представляющим собой случайный процесс в виде белого шума, аналитическая интенсивность отказа испытуемой аппаратуры данного класса является случайной функцией, которая обязательно требует уточнения дополнительными виброиспытаниями.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Давиденко. Анализ связи сбоев элементов автоматизации со случайными воздействиями среды. Автореф. канд. дисс. ИГМАВТ, г. Харьков, 1966.
2. М. Пелегрэи. Статистический расчет следящих систем. Изд-во иностр. лит-ры, 1959.
3. Дж. Бендат. Основы теории случайных шумов и ее применение. Изд-во иностр. лит-ры, 1965.
4. Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. Математические методы в теории надежности. Изд-во иностр. лит-ры, 1965.
5. Ирвин Вигнес. Исследование основных характеристик ударов и вибраций. Перевод № 10—498.
6. Н. А. Лившиц, В. Н. Пугачев. Вероятностный анализ систем автоматического управления. Изд-во «Советское радио», 1963.
7. К. А. Игуду. Спектральный метод расчета надежности. Бюллетень ЛПИ им. М. И. Калинина, № 12, Изд-во ЛПИ, 1960.