

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АПЕРИОДИЧЕСКИХ СРЕДСТВ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Захаров И.П., Сергиенко М.П.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники
61166, Харьков, пр. Ленина, 14, каф. Метрологии и измерительной техники,
тел. (057) 702-13-31

E-mail: newzip@ukr.net, sergienkomarina@mail.ru

The question of a choice of optimum parameters of models of transitive characteristics not oscillatory measuring by criterion of a minimum of the maximal deviation is considered with the purpose of achievement of the greatest accuracy at minimization of their order.

Введение. Аперiodические средства измерительной техники (СИТ) широко применяются в измерительной технике (калориметрические, болометрические, термоэлектрические преобразователи мощности СВЧ и т.д.). Необходимым является их метрологическое обеспечение, одним из этапов которого является идентификация динамических характеристик, включающая выбор математической модели, с помощью которой эти характеристики могут быть описаны с заданной точностью. Для аперiodических СИТ наиболее удобной для нормирования и применения является переходная характеристика (ПХ) [1,2].

Актуальной является задача понижения степени передаточной функции СИТ, поскольку большинство методов идентификации ПХ разработаны и адаптированы для аперiodических СИТ, описываемых звеном первого порядка. В этом случае необходимым является исследование погрешности, возникающей за счет такого выбора модели СИТ.

В работе исследуются аперiodические СИТ с передаточными функциями и ПХ, приведенными в таблице. Для выполнения условия аперiodичности ПХ необходимо, чтобы $\tau_2 > \tau_1$ и $\tau_3 > \tau_1$.

Таблица – передаточные функции и ПХ аперiodических СИТ

№ п/п	Передаточная функция $H(s)$	Переходная характеристика $h(t)$
1	$\frac{1}{\tau_1 s + 1}$	$1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right)$
2	$\frac{1}{(\tau_1 s + 1)^2}$	$1 - \left(1 + \frac{t}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right)$
3	$\frac{\tau_3 s + 1}{(\tau_1 s + 1)^2}$	$1 - \left(1 + \left(1 - \frac{\tau_3}{\tau_1}\right) \frac{t}{\tau_1}\right) \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right)$
4	$\frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$1 - \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) - \frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)$
5	$\frac{\tau_3 s + 1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$1 - \frac{\tau_1 - \tau_3}{\tau_1 - \tau_2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) - \frac{\tau_2 - \tau_3}{\tau_2 - \tau_1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)$

Задачами работы являются разработка методики определения порядка ПХ по экспериментальным данным и исследование погрешности моделирования ПХ.

Целью работы является получение минимальной погрешности аппроксимации при минимальном порядке аппроксимирующей функции.

Методика определения порядка ПХ по экспериментальным данным.

Для осуществления выбора вида модели ПХ для идентификации нормированных экспериментальных зависимостей необходимо исследовать ПХ, приведенные в таблице, с целью выявления закономерностей, отличающих их по внешнему виду. Основные различия характеристик различного вида наблюдаются на начальном участке, в частности отличием является наличие или отсутствие перегиба. Критические ПХ видов 1 и 2 (рис.1), поскольку они являются ограничивающими для ПХ остальных видов.

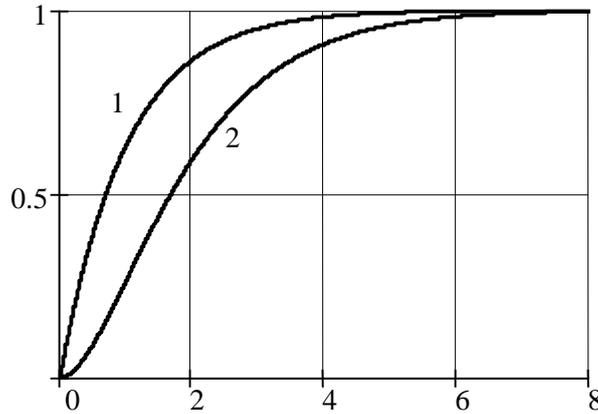


Рис.1. ПХ видов 1 и 2

Были выявлены следующие закономерности:

1) ПХ вида 3 лежат в границах между ПХ вида 1 и ПХ вида 2. При этом перегиб наблюдается при $\tau_3 > 0,5\tau_1$;

2) ПХ вида 5, частным случаем которых являются и ПХ вида 4 (если $\tau_3 = 0$), лежат в границах между ПХ вида 1 и ПХ вида 3, когда $\tau_2 > \tau_3$. Если $\tau_2 < \tau_3$, ПХ находятся в границах между ПХ вида 1 и единичным скачком. Перегиб наблюдается при $\tau_2 > 0,5\tau_1$.

Предлагается следующая методика определения вида модели ПХ для экспериментально полученной зависимости:

1) для полученной экспериментально в N точках ПХ $h_j(\Delta t)$ (где Δt – период дискретизации) рассчитывается постоянная времени τ_1 любым известным методом. Например, для метода моментов [3]

$$\tau_1 = \Delta t \sum_{j=1}^N [1 - h_j(\Delta t)];$$

2) графически строятся экспериментальная ПХ и ПХ видов 1 и 2 для полученной постоянной времени τ_1 ;

3) с учетом приведенных закономерностей определяется вид экспериментально полученной ПХ.

Моделирование аperiodических СИТ звеном первого порядка.

В качестве критериев оптимальности аппроксимации могут быть использованы следующие выражения [4]

$$f(t, \tau_m, \tau_{k \text{ var}}^*) = \frac{1}{T} \sum_j |\Delta h_j| = \min ; \quad (1)$$

$$f(t, \tau_m, \tau_{k \text{ var}}^*) = \frac{1}{T} \sum_j \Delta h_j^2 = \min , \quad (2)$$

где $\tau_m, \tau_{k \text{ var}}^*$ – постоянные времени исследуемой ПХ и изменяемые постоянные времени модели, аппроксимирующей исследуемую ПХ ($k \leq m$);

T – время измерения ПХ;

$\Delta h_j = h(t_j) - h^*(t_j)$, где t_j – узлы, в которых оценивается качество аппроксимации; $h(t_j)$ и $h^*(t_j)$ – экспериментальная и аппроксимирующая нормированные ПХ соответственно.

Недостатком этих критериев является зависимость результата аппроксимации от времени измерения ПХ.

Альтернативным является критерий, минимизирующий максимальное отклонение ПХ путем перебора значений параметров модели

$$f(t, \tau_m, \tau_{k \text{ var}}^*) = \max_{\tau_{k \text{ var}}^*} |\Delta h_j| = \min. \quad (3)$$

Рассмотрим случаи, когда аппроксимируемыми являются ПХ видов 2-5, а аппроксимирующим выступает апериодическое звено вида 1 с передаточной функцией и ПХ соответственно

$$H^*(s) = \frac{1}{\tau^* s + 1}; h^*(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau^*}\right). \quad (4)$$

Для звена вида 2 методом математического моделирования в соответствии с критерием (3) была получена зависимость между постоянными времени τ^* и τ_1 , которая является линейной и может быть аппроксимирована выражением

$$\tau^* = 2,40657 \tau_1.$$

Относительная погрешность аппроксимации определяется выражением

$$\delta_{\text{анпр}} = \frac{\tau_{\text{анпр}}^* - \tau^*}{\tau^*} \cdot 100\%,$$

где $\tau_{\text{анпр}}^*$ – аппроксимация полученной расчетным путем зависимости постоянной времени моделирующего звена от параметров моделируемого.

В данном случае погрешность аппроксимации лежит в пределах от $-2,3 \cdot 10^{-7}\%$ до $4,7 \cdot 10^{-7}\%$.

Погрешность моделирования ПХ в этом случае постоянна и равна

$$\min \max |\Delta h| = 9,88075 \cdot 10^{-2}.$$

Для апериодического звена вида 3 общее аппроксимирующее выражение имеет вид

$$\tau^* = -\tau_1 (0,5581 - 2,9639 \exp(-0,6431 \tau_3 / \tau_1)).$$

Относительная погрешность аппроксимации в этом случае лежит в пределах от $-2,98 \cdot 10^{-2}\%$ до $1,68 \cdot 10^{-2}\%$.

Погрешность моделирования показана на рис. 2. Ее значение не превышает 0,1.

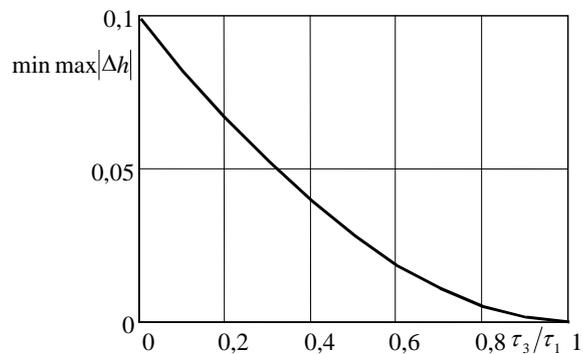


Рис. 2. Зависимость погрешности моделирования от τ_3 / τ_1

Рассмотрим моделирование звеном вида 1 апериодического звена вида 5.

В частном случае, когда $\tau_3 = 0$, аппроксимирующее выражение для τ^* имеет вид

$$\tau^* = \tau_1 (1,0009 + 1,3937(\tau_2/\tau_1)^{0,8071}),$$

погрешность такой аппроксимации лежит в пределах от $-0,59\%$ до $0,38\%$.

Зависимость погрешности моделирования ПХ от соотношений τ_2/τ_1 показана на рис.3.

В случае, когда $\tau_3/\tau_1 = 1$ ПХ вида 5 идентична ПХ вида 1 и $\min \max |h| = 0$ при $\tau^* = \tau_2$.

В общем случае выражение для τ^* , соответствующей оптимальному аппроксимирующему звену, имеет вид

$$\tau^* = \tau_1 [1,13876 \exp(-1,7322(\tau_3/\tau_1)) - 0,1964 + \\ + [1,72879 - 0,23598 \exp(1,16465(\tau_3/\tau_1))] (\tau_2/\tau_1)^{(0,75355 + 0,23642(\tau_3/\tau_1))}].$$

Погрешность аппроксимации полученных в процессе моделирования данных этим выражением находится в пределах от $-0,56\%$ до $0,87\%$.

Погрешность моделирования зависит от τ_2/τ_1 и τ_3/τ_1 , как показано на рис.3.

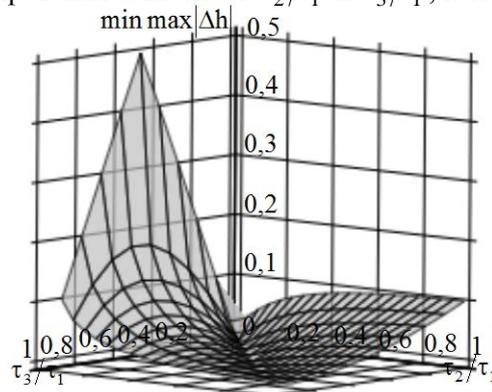


Рис. 3. Погрешность моделирования ПХ вида 5 ПХ вида 1

Выводы:

1) оптимальным критерием аппроксимации ПХ апериодических СИТ является нахождение минимума максимального отклонения исследуемой характеристики от аппроксимирующей;

2) для ПХ апериодических СИТ второго порядка получены зависимости приведенной погрешности моделирования их апериодическим звеном первого порядка и получены соотношения между постоянными времени аппроксимирующей и аппроксимируемой ПХ, что позволяет минимизировать погрешность моделирования.

Литература:

1. Грановский В.А. Динамические измерения: Основы метрологического обеспечения. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 220 с.
2. РТМ 25.191-75 Средства измерения и автоматизации ГСП. Определение динамических характеристик. – М.: Изд-во стандартов, 1977. – 44 с.
3. Захаров И.П., Штефан Н.В. Идентификация динамических характеристик апериодических измерительных преобразователей мощности СВЧ// Радиотехника, 1997. Вып. 104, С. 47-55.
4. Марунчак, /Косюк/ Л.В. Преобразования уравнений электрических цепей в задачах анализа, синтеза и математического моделирования: автореф. дис. на соиск. учен. степени канд. техн. наук. (05.09.05), 1981. – 24 с.