

УДК 519.86:622.69

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НЕСТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМІВ НА ЛІНІЙНІЙ ДІЛЯНЦІ ГАЗОГОНУ

Серопян А.С., Гусарова І.Г.

e-mail: ashot.seropian@nure.ua, iryna.husarova@nure.ua

Харківський національний університет радіоелектроніки,
кафедра прикладної математики
м. Харків, Україна

This paper presents a mathematical model of non-stationary gas flow regimes along a linear section of a gas pipeline consisting of three segments with different diameters. The model accounts for the Joule-Thomson effect and variable pipe geometry. Boundary conditions specify pressure and temperature at the inlet and mass flow rate at the outlet. The proposed approach allows for accurate simulation of transient processes in complex pipeline configurations. The model is formulated as a quasilinear hyperbolic system for mass flow rate, pressure, and temperature, coupled through thermodynamic relations for real gas. Continuity conditions at diameter-change interfaces ensure physically consistent matching of flow parameters across segments.

Газотранспортні системи є критично важливими інфраструктурними об'єктами, що забезпечують енергетичну безпеку. Відповідно до розробленої та затвердженої в Україні Енергетичної стратегії до 2050р. одним із напрямків розвитку є розробка нових стандартів безпеки та ефективності роботи газотранспортної системи. Важливим завданням газотранспортної системи є забезпечення надійного та безпечного транспортування природного газу по лінійних ділянках газотранспортної системи. Більшість процесів, що відбуваються в газопроводах під час зміни обсягів споживання, мають виражений нестационарний характер. Особливий інтерес становить моделювання течії газу через лінійні ділянки змінної геометрії, де виникають ефекти звуження та розширення потоку.

У даній роботі розглядається математична модель нестационарних неізотермічних режимів транспортування газу по лінійній ділянці газогону, що складається з трьох послідовно з'єднаних труб різного діаметра.

Об'єктом дослідження є трубопровід загальною довжиною L , який складається з ділянок довжинами L_1, L_2, L_3 та діаметрами D_1, D_2, D_3 . Геометричні особливості системи описуються співвідношеннями $D_1 > D_2$ та $D_3 > D_2$, що моделює наявність звуження та розширення.

Математична модель базується на законах збереження маси, імпульсу та енергії. Динаміка потоку для кожної ділянки описується квазілінійною системою диференціальних рівнянь гіперболічного типу відносно вектора змінних стану $\varphi(x, t) = (G, P, T)^T$, де G – масова витрата, P – тиск, T – температура:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + B(x, t, \Phi) \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \Phi(x, t, \Phi), \quad (1)$$

де $B(x, t, \Phi)$ і $\Phi(x, t, \Phi)$ – матриці, елементи яких є функціями змінних x, t, G, P, T ; $G(x, t), P(x, t), T(x, t)$ – масова витрата, тиск, температура газу відповідно; $\Phi(x, t) = (G(x, t), P(x, t), T(x, t))$ – деякий неперервно диференційований в області визначення розв’язок рівняння (1).

Ключовою особливістю моделі є врахування ефекту Джоуля-Томсона, що відображено у структурі матриць B і Φ [1]:

$$B = \begin{pmatrix} 2\alpha T \frac{G}{P} & S - \alpha T \frac{G^2}{P^2} & 0 \\ \alpha T & 0 & 0 \\ \left(\frac{T\gamma}{T - \gamma D_j P} - 1 \right) \frac{\alpha T^2}{P} & -\frac{\alpha \gamma D_j T^2 G}{P(T - \gamma D_j P)} & \frac{\alpha \gamma T^2 G}{P(T - \gamma D_j P)} \end{pmatrix};$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} -\beta T \frac{G|G|}{P} - \frac{g}{\alpha} \frac{P}{T} \frac{dh}{dx} \\ 0 \\ -\frac{4K(\gamma - 1)}{D} \frac{T^2(T - T_{gr})}{P(T - PD_j\gamma)} - \frac{g(\gamma - 1)}{T - PD_j\gamma} \frac{T^2 G}{SP} \frac{dh}{dx} \end{bmatrix},$$

де D_j – коефіцієнт Джоуля-Томсона; $\alpha = \frac{zgR}{S}$; $\beta = \frac{\lambda\alpha}{2D}$; $\gamma = \frac{C_p}{C_p - zgR}$; z – ко-

ефіцієнт стисливості газу; R – газова стала; $S = \frac{\pi D^2}{4}$ – площа поперечного перерізу труби; g – прискорення вільного падіння; h – глибина залягання труби; K – коефіцієнт теплопередачі від газу в навколишнє середовище; T_{gr} – температура ґрунту (навколишнього середовища) на глибині закладання труби.

Для однозначного розв’язання системи сформульовано крайові умови. На вході в першу ділянку ($x = 0$) задаються часові залежності тиску та температури:

$$P(0, t) = P_{in}(t), \quad T(0, t) = T_{in}(t).$$

На виході з третьої ділянки ($x = L$) задається масова витрата газу:

$$G(L, t) = G_{out}(t).$$

Початковий розподіл параметрів при $t = 0$ задається та визначається зі стаціонарного розв’язку системи:

$$G(x, 0) = G_0(x), \quad P(x, 0) = P_0(x), \quad T(x, 0) = T_0(x), \quad x \in [0, L].$$

Оскільки лінійна ділянка складається з трьох ділянок трубопроводу, то система розглядається як сукупність трьох підсистем, пов'язаних умовами узгодженості у точках зміни діаметра ($x = L_1$ та $x = L_1 + L_2$), що забезпечують баланс потоків.

Для стику першої та другої ділянок (звуження) умови мають вигляд:

$$\begin{aligned} G(L_1^-, t) &= G(L_1^+, t), \\ P(L_1^+, t) &= P(L_1^-, t) - \Delta P_{1 \rightarrow 2}, \\ T(L_1^+, t) &= T(L_1^-, t) - D_j(P(L_1^-, t) - P(L_1^+, t)), \end{aligned}$$

де $G(L_1^-, t)$, $G(L_1^+, t)$ – масова витрата газу на кінці першої ділянки та на початку другої ділянки трубопроводу відповідно; $P(L_1^-, t)$, $P(L_1^+, t)$ – тиск газу на кінці першої ділянки та на початку другої ділянки трубопроводу відповідно; $T(L_1^-, t)$, $T(L_1^+, t)$ – температура газу на кінці першої ділянки та на початку другої ділянки трубопроводу відповідно; D_j – коефіцієнт Джоуля-Томсона; $\Delta P_{1 \rightarrow 2}$ визначає втрати тиску на місцевому опорі між першою та другою ділянками трубопроводу.

Аналогічні умови записуються для другого стику при розширенні потоку:

$$\begin{aligned} G((L_1 + L_2)^-, t) &= G((L_1 + L_2)^+, t), \\ P((L_1 + L_2)^+, t) &= P((L_1 + L_2)^-, t) - \Delta P_{2 \rightarrow 3}, \\ T((L_1 + L_2)^+, t) &= T((L_1 + L_2)^-, t) - D_j(P((L_1 + L_2)^-, t) - P((L_1 + L_2)^+, t)), \end{aligned}$$

де $G((L_1 + L_2)^-, t)$, $G((L_1 + L_2)^+, t)$ – масова витрата газу на кінці другої ділянки та на початку третьої ділянки трубопроводу відповідно; $P((L_1 + L_2)^-, t)$, $P((L_1 + L_2)^+, t)$ – тиск газу на кінці другої ділянки та на початку третьої ділянки трубопроводу відповідно; $T((L_1 + L_2)^-, t)$, $T((L_1 + L_2)^+, t)$ – температура газу на кінці другої ділянки та на початку третьої ділянки трубопроводу відповідно; $\Delta P_{2 \rightarrow 3}$ визначає втрати тиску на місцевому опорі між другою та третьою ділянками трубопроводу.

Вказана математична модель нестационарних неізотермічних режимів течії газу може бути використана в подальшому для моделювання перехідних режимів в лінійних ділянках газогону з трубами різного діаметру. Це дозволить відображати динаміку процесів в системі заданої структури, прогнозувати їх поведінку під час різких змін параметрів газового потоку та оптимізувати час прийняття рішень.

Список використаних джерел:

1. Husarova I. H., Tevyashev A. D., Tevyasheva O. A. Mathematical modeling of non-stationary gas flow modes along a linear section of a gas transmission system. *Mathematical Modeling and Computing*. 2022. Vol. 9, no. 2. P. 416–430. DOI: 10.23939/mmc2022.02.416.