

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ КОНЕЧНЫМ СОСТОЯНИЕМ ВОЗДУХОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИ НЕПОЛНОСТЬЮ ЗАДАННОМ ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИИ В ШАХТНОЙ ВЕНТИЛЯЦИОННОЙ СЕТИ

А. А. Волков, Б. Д. Яловкин

Харьков

Поставленная задача при комбинированном способе управления, когда дебиты известны в l ($l < S$) — связях [4], может быть решена в том случае, если можно получить решение, при котором в $(l - \nu)$ — связях $r_i^{(n)} > 0$ и в ν связях $r_i^{(n)} = 0$, $i \in S_1 \subset S$ при расположении дросселирующих устройств в связях с заданными дебитами, а вентиляторных установок в ν связях с неизвестными значениями дебитов. Такое утверждение находится в полном соответствии с теоремой 2 и следствием из нее, приведенными в работах [2, 3]. Окончательно эта задача может быть сформулирована следующим образом: определить величины аэродинамических сопротивлений дросселирующих устройств $r_i^{(n)}$, $i \in S_1 \subset S$, значения дебитов q_i , $i \in S_2 \subset S$ и величины напоров вентиляторных установок $h_i^{(n)}$, $i \in S_2 \subset S$, обращающих в минимум функцию цели

$$z = \sum_{i=1}^l c_i r_i^{(n)} + \sum_{i=l+1}^s c_i |q_i|^{n_i+1} + \sum_{j=s+1}^m c_j |q_j|^{n_j+1} \quad (1)$$

и удовлетворяющих ограничениям

$$q_j = \sum_{i=1}^l k_{2ij} q_i + \sum_{i=l+1}^s k_{2ij} q_i, \quad j = s+1, \dots, m; \quad (2a)$$

$$|q_l|^{n_l^{(n)}} r_l^{(n)} \operatorname{sign} q_l = -|q_l|^{n_l} r_l \times \\ \times \operatorname{sign} q_l - \sum_{j=s+1}^m k_{2lj} |q_j|^{n_j} r_j \operatorname{sign} q_j, \quad i = 1, \dots, l; \quad (26)$$

$$f_l = |q_l|^{n_l} r_l \operatorname{sign} q_l + \sum_{j=s+1}^m k_{2lj} |q_j|^{n_j} r_j \times \\ \times \operatorname{sign} q_j = 0, \quad i = l+1, l+2, \dots, s-\nu; \quad (2b)$$

$$f_i = |q_i|^{n_i} r_i \operatorname{sign} q_i - h_i^{(n)} + \sum_{j=s+1}^m k_{2ij} |q_j|^{n_j} \times \\ \times r_j \operatorname{sign} q_j = 0, \quad i = s-\nu+1, \dots, s; \quad (2r)$$

$$q_i = q_i^* = \text{const}, \quad i = 1, 2, \dots, l \ (l < s); \quad (2d)$$

$$r_i^{(n)} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, l. \quad (2e)$$

Здесь m — количество ветвей сети; S — цикломатическое число сети или множество индексов дуг графа (связей), равное числу независимых контуров; k_{2ij} — элемент матрицы контуров K_2 ; j — j -я ветвь дерева сети; i — i -я связь сети; q_i, r_i, n_i — дебит, аэродинамическое сопротивление, коэффициент турбулентности i -й связи соответственно; q_j, r_j, n_j — дебит, аэродинамическое сопротивление, коэффициент турбулентности j -й ветви соответственно; $r_i^{(n)}, n_i^{(n)}$ — аэродинамическое сопротивление и коэффициент турбулентности дросселирующего устройства (двери, окна и т. д.), i -й связи; $\text{sign } q_i, \text{sign } q_j$ — знак q_i и q_j соответственно; S_1 — подмножество индексов дуг графа (связей) с заданными дебитами S_2 — подмножество индексов дуг графа (связей) с неизвестными дебитами ($S_1 \cup S_2 = S \subset M$); M — множество индексов дуг графа. Кодировка сети произведена так, что ветви с требуемыми дебитами занумерованы то 1 до l ; i -м связям, в которых размещены вентиляторные установки, присвоены номера от $s - \nu + 1$ до s . Коэффициенты при неизвестных функции цели (1) соответственно равны

$$c_i = |q_i|^{n_i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, l; \quad (3)$$

$$c_i = r_i, \quad i = l+1, l+2, \dots, S; \quad (4)$$

$$c_j = r_j, \quad j = s+1, s+2, \dots, m. \quad (5)$$

Система уравнений (2) описывает установившееся потокораспределение воздуха в шахтной вентиляционной сети при заданных условиях. Подсистема (а) — выражение линейной зависимости между дебитами связей и ветвей дерева сети. Подсистема (б) — линейная, определенная, неоднородная, неизвестные которой $r_i^{(n)}$ ($i = 1, \dots, l$) могут быть найдены непосредственно из уравнений подсистемы, т. е.

$$r_i^{(n)} = - \frac{1}{|q_i|^{n_i} \text{sign } q_i} (|q_i|^{n_i} r_i \text{sign } q_i + \sum_{j=s+1}^m k_{2ij} |q_j|^{n_j} r_j \text{sign } b_j), \quad i = 1, 2, \dots, l. \quad (6)$$

Подсистемы (в) и (г) необходимо рассматривать одновременно.

Эта совместная система алгебраических уравнений является определенной, нелинейной, однородной с неизвестными значениями дебитов q_i ($i = l+1, \dots, s$), так как в связях сети с $l+1$ по s -ю они не заданы. При решении данной системы должны быть известны приближенные значения корней (дебитов), которые уточняются методом Ньютона [5, 6].

Характеристики вентиляторов $h_i^{(a)}$ в своей рабочей части с достаточной точностью описываются полиномом второй степени [1]:

$$h_i^{(a)} = \psi_{0i} + \psi_{1i} q_i + \psi_{2i} q_i^2, \quad i = s - \nu + 1, \dots, s, \quad (7)$$

где q_i ($i = s - \nu + 1, \dots, s$) — поток воздуха (дебит) в той выработке, последовательно, с которой включен вентилятор;

$\psi_{0i}, \psi_{1i}, \psi_{2i}$ — константы вентилятора, зависящие от его типоразмера и режима работы.

Таким образом, при решении задачи напоры вентиляторов $h_i^{(a)}$ определяем по формуле (7) и регулируем благодаря изменению величин $\psi_{0i}, \psi_{1i}, \psi_{2i}$. Согласно следствию из теоремы (2), приведенному в работе [3], оптимальные значения вентиляторных напоров минимизирующие энергозатраты, должны быть тождественно равны естественным депрессиям соответствующих независимых контуров сети, т. е. определяться соотношениями:

$$h_i^{(a)} \equiv h_i^{(c)}, \quad i = s - \nu + 1, \dots, s, \quad (8)$$

или

$$\psi_{0i} + \psi_{1i}q_i + \psi_{2i}q_i^2 \equiv |q_i|^{n_i} r_i \operatorname{sign} q_i + \sum_{j=s+1}^m k_{2ij} |q_j|^{n_j} r_j \operatorname{sign} q_j, \quad i = s - v + 1, \dots, s. \quad (9)$$

Справедливость равенства (9) достигается в процессе получения установившегося потокораспределения в сети, т. е. решения системы (2в) и (2г) при любых допустимых значениях вентиляторных констант ψ_{0i} , ψ_{1i} , ψ_{2i} .

Для нахождения оптимального вентиляторного напора достаточно найти соответствующее ему значение величины ψ_{2i} , так как обычно при аппроксимации вентиляторной характеристики $h_i^{(n)}$ полиномом вида (7), как правило, $\psi_{1i} = 0$, а коэффициент ψ_{0i} — скорость холостого хода вентиляторной установки.

Итак, окончательно предлагается следующий алгоритм получения оптимального решения задачи:

1. Решение системы алгебраических уравнений (2), в результате чего находим:

а) точные значения дебитов q_i , $i = l + 1, \dots, s$, решив совместно подсистемы (а), (в) и (г) системы (2) методом Ньютона;

б) из выражения (6) точные значения аэродинамических сопротивлений дроселирующих устройств $r_i^{(n)}$, $i = 1, 2, \dots, l$.

2. Размещение $r_i^{(n)}$ в ряд вида

$$r_{i1}^{(n)} < r_{i2}^{(n)} < \dots < r_{iv}^{(n)}, \quad i \in S_1 \subset S.$$

В идеальном случае в результате решения должно выполняться условие

$$r_{i1}^{(n)} = r_{i2}^{(n)} = \dots = r_{iv}^{(n)} = 0, \quad i \in S_1 \subset S$$

3. Анализ величин $r_{ij}^{(n)}$, $i \in S_1 \subset S$, $j = 1, 2, \dots, v$ на знак. Если $r_{ij}^{(n)} < 0$, переходим к пункту 7. При $r_{ij}^{(n)} > 0$ приступаем к выполнению следующего пункта.

4. При $r_{iv}^{(n)} \leq \varepsilon$ переходим к выполнению пункта 10, если $r_{iv}^{(n)} > \varepsilon$, выполняем следующий пункт.

Здесь ε — заданная точность решения.

5. Проверка — выполнялся ли перед этим пункт 7 хотя бы один раз. Если выполнялся, то при условии $a_i \leq \varepsilon_1$ переходим к выполнению пункта 10. Если $a_i > \varepsilon_1$, вычисляем $\psi'_{2i} = \psi_{2i} - a'_i$, где $a'_i = \frac{a_i}{2}$, затем переходим к пункту 1. Если пункт 7 не выполнялся, переходим к выполнению пункта 6. Здесь ε_1 — минимально допустимое значение величины a_i ($\varepsilon_1 \geq \varepsilon$).

6. Вычисляем $\psi'_{2i} = \psi_{2i} - a_i$ и переходим к выполнению пункта 1.

Здесь $a_i = a = \text{const}$.

7. При выполнении условия $|r_{i1}^{(n)}| \leq \varepsilon$ переходим к пункту 10. Если $|r_{i1}^{(n)}| > \varepsilon$, выполняется пункт 8.

8. Проверка — выполнялся ли перед этим пункт 4 хотя бы один раз. Если выполнялся, тогда при $a_i \leq \varepsilon_1$ переходим к выполнению пункта 10. Если $a_i > \varepsilon_1$, тогда вычисляем $\psi_{2i} = \psi_{2i} + a'_i$, где $a'_i = \frac{a_i}{2}$, затем переходим к пункту 1. Если пункт 4 не выполнялся, переходим к выполнению пункта 9.

9. Увеличиваем коэффициент аппроксимирующего полинома ψ_{2i} на

величину a_i , т. е. $\psi'_{2i} = \psi_{2i} + a'$ и переходим к выполнению пункта 1. Здесь $a_i = a = \text{const.}$

10. Вычисление $h_i^{(s)}$ и $h_i^{(e)}$ по формулам (7) и (9) для контуров с вентиляторными установками с последующей проверкой равенства $h_i^{(s)} \equiv h_i^{(e)}$, $i = s - \nu + 1, \dots, s$, показывающего оптимальность выбора по энергозатратам активных и пассивных регулирующих органов; вычисление энергозатрат по формуле (1).

Таким образом, задача выбора оптимальной системы регулирующих органов при указанных ограничениях, сводится к вычислению величин

Таблица 1

Исходные данные параметров сети

Параметры i	r_i (кμ)	Исходное значение дебитов $q_i^{(0)}$ (м ³ /сек)	Дебиты, заданные и полученные при решении q_i (м ³ /сек)
1	2	3	4
1	350	0,32	0,288*
2	0,123	12,1	11,0*
3	350	0,22	0,2*
4	350	0,27	0,24*
5	0,123	12,1	11,0*
6	0,013	12,3	11,2*
7	0,014	12,2	11,1*
8	0,916	2,5	2,0*
9	0,013	2,6	2,1*
10	350	0,3	0,27*
11	0,123	12,1	11,3286
12	350	0,22	0,2038
13	350	0,26	0,2481
14	0,123	12,1	11,2183
15	100	0,1	0,0408
16	0,0015	0,5	-0,4029
17	0,0009	24,71	23,2861
18	350	0,22	0,2043
19	14,93	1,0	0,9725
20	0,0022	2,07	1,1808
21	0,0015	27,25	24,6119
22	1,5	4,21	3,8965
23	0,0018	31,14	29,2315
24	0,14	33,31	30,5675
25	0,195	27,08	25,2124
26	0,0289	26,93	25,335
27	0,0006	25,01	22,728
28	0,0061	12,91	11,728
29	0,0164	12,64	11,488
30	0,0355	12,32	11,2
31	0,511	4,78	4,5077
32	0,006	6,0	5,6845
33	4,35	2,0	1,8446
34	600	0,2	0,1552
35	0,0033	10	9,4656
36	0,0132	10,1	9,5064
37	100	0,1	0,1143
38	0,1224	8,1	7,6395
39	0,008	8,59	8,0795
40	0,001	20,89	19,2795
41	0,012	32,99	30,2795
42	0,0031	4,0	3,3605

аэродинамических сопротивлений пассивных регулирующих органов и напоров вентиляторных установок.

Для решения этой задачи была составлена программа для ЭЦВМ М-20, по которой было решено 15 различных вариантов деревьев шахтной вентиляционной сети, состоящей из 60 ветвей, 36 узлов с цикломатическим числом, равным 25. В среднем на расчет одного варианта

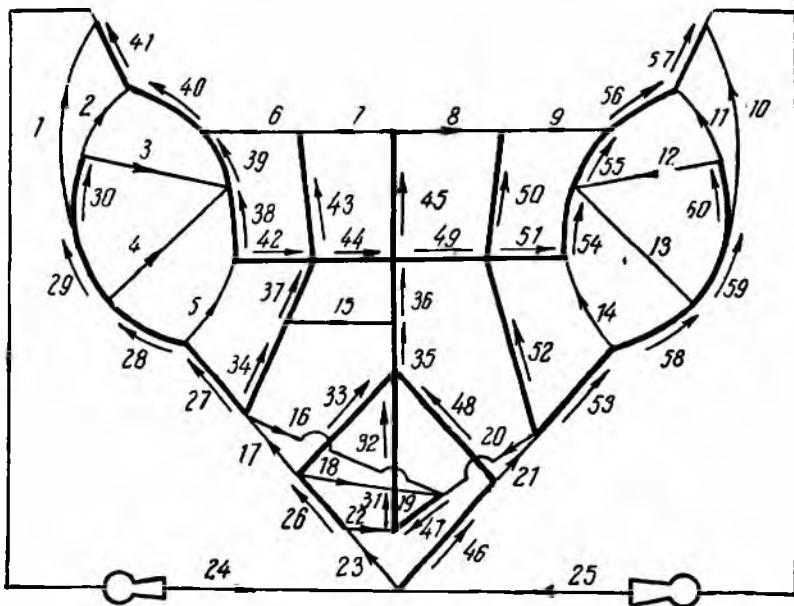


Таблица 2

Результаты решения для исходных данных, приведенных в табл. 1

$r_i^{(n)}$	$\psi_{2p}, h_i^{(B)}, h_i^{(E)}, z$
$r_1^{(n)} = 29,1163$	$\psi_{224} = -0,2266659$
$r_2^{(n)} = 0,00915$	$\psi_{225} = -0,32$
$r_3^{(n)} = 27,405$	$h_{24}^{(B)} = 186,1397$
$r_4^{(n)} = 26,974$	$h_{24}^{(E)} = 186,1397$
$r_5^{(n)} = 0,004349$	$h_{25}^{(B)} = 175,907$
$r_6^{(n)} = -0,15 \cdot 10^{-7} \approx 0$	$h_{25}^{(E)} = 175,907$
$r_7^{(n)} = 0,005561$	$z_1 = 31,446$
$r_8^{(n)} = -0,49 \cdot 10^{-9} \approx 0$	$z_2 = 10,093,59$
$r_9^{(n)} = 0,4235$	
$r_{10}^{(n)} = 33,7084$	$z = z_1 + z_2 = 10.125,036$

Примечание. z_1 — линейная составляющая функции цели, z_2 — нелинейная составляющая функции цели, z — функция цели (энергозатраты на проветривание).

израсходовано около 10 мин машинного времени. Исходные данные и результаты решения одного из вариантов приведены в табл. 1 и 2. На рисунке и табл. 3 изображены шахтная вентиляционная сеть и матрица контуров этого варианта.

Продолжение табл. 1

1	2	3	4
43	600	0,1	0,1
44	0,0048	4,0	3,3748
45	0,0206	14,7	13,1
46	0,0279	29,25	26,5484
47	10	0,57	0,6112
48	4,06	2,0	1,9365
49	0,0048	0,6	0,2188
50	600	0,1	0,1
51	0,0031	0,5	0,1565
52	600	0,2	0,1623
53	0,0006	24,98	23,2688
54	0,0561	11,6	11,0618
55	0,008	12,08	11,5138
56	0,001	14,68	13,6138
57	0,012	26,78	24,9424
58	0,0055	12,88	12,0505
59	0,0164	12,62	11,8024
60	0,0355	12,32	11,5324

* Примечание. Дебиты, отмеченные звездочкой *, заданы; в связях с 1-й по 10-ю (с заданными дебитами) размещены пассивные регулирующие органы; вентиляторы установлены в 24-ой и 25-ой связях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. А. Абрамов, В. А. Бойко, Г. И. Булах. Применение быстродействующих ЭВМ для расчета проветривания шахт. Изв. АН СССР, «Металлургия и горное дело», № 2, 1963.
2. А. А. Волков. Синтез оптимального управления конечным состоянием потокораспределения в сети. Доклады на третьем симпозиуме по экстремальным задачам, февраль, Томск, 1967.
3. А. А. Волков. Синтез алгоритмов оптимального управления проветриванием шахт для системы некоторого класса. Доклады на международной конференции автоматического управления подземными шахтами ICAMC XII, Рожнов под Радгоштем, Чехословакия, 1967.
4. А. А. Волков, А. Г. Евдокимов, Б. Д. Яловкин. Анализ задачи оптимального управления воздухораспределением в шахтных вентиляционных сетях. «Технология и экономика угледобычи», вып. 6. Изд-во «Недра», 1965.
5. А. А. Волков, А. Г. Евдокимов, Б. Д. Яловкин. Применение метода Ньютона для расчета на ЭВМ установившегося воздухораспределения в шахтных вентиляционных сетях. «Приборы и системы автоматизации», вып. 3. Изд-во ХГУ, Харьков, 1966.
6. Б. П. Демидович, И. А. Марон. Основы вычислительной математики. Физматгиз, 1963.