



## ОБОБЩЕННЫЙ РЕШЕТЧАТЫЙ ФИЛЬТР

ТИХОНОВ В.А.

Решается задача синтеза решетчатого фильтра с использованием статистик высших порядков. Приводятся выражения для расчета коэффициентов отражения решетчатого фильтра на основе моментных функций третьего порядка. Предлагается структура синтезированного решетчатого фильтра.

### 1. Введение

Цифровые решетчатые фильтры (РФ) широко применяются в анализе коррелированных случайных процессов [1], например, в системах кодирования-декодирования речевых сигналов в цифровых системах связи [2], для защиты от помех [3], в устройствах коррекции межсимвольных искажений [4]. Параметрами РФ являются коэффициенты отражения и число звеньев фильтра. Коэффициенты отражения однозначно связаны с параметрами авторегрессии (АР) и определяются, в конечном счете, корреляционной функцией случайного процесса.

Статистические связи отсчетов случайного процесса, описываемые корреляционными функциями, являются наиболее существенными характеристиками случайных процессов. Вместе с тем, для решения ряда задач статистического анализа негауссовых процессов необходимо анализировать статистические связи более высоких порядков [5-9]. Использование негауссовых свойств случайных процессов позволяет повысить эффективность методов обработки при решении некоторых прикладных задач [10-12].

Проблема синтеза линейных фильтров с учетом негауссовых свойств случайных процессов слабо отражена в научной литературе. В исследованиях по негауссовым процессам, как правило, ограничиваются анализом преобразования негауссовых процессов в линейных и нелинейных системах [8-9, 13]. Поэтому остается актуальной проблема синтеза линейных фильтров по статистическим характеристикам, описывающим негауссовые свойства случайных процессов.

*Цель исследования* — разработка теории синтеза решетчатых фильтров, параметры которых рассчитываются по моментным функциям третьего порядка.

*Задачами* исследования являются: получение с помощью предложенных уравнений прямого и обратного предсказания полной моментной матрицы; вывод соотношений, связывающих обобщен-

ные коэффициенты отражения и обобщенные коэффициенты авторегрессии; получение рекуррентных выражений для оценки обобщенных коэффициентов отражения; синтез структуры фильтра; получение формул для оценки обобщенных коэффициентов отражения через ошибки прямого и обратного предсказания.

### 2. Синтез обобщенного решетчатого фильтра третьего ранга

Рассмотрим задачу синтеза фильтра решетчатой структуры на основе обобщенной модели авторегрессии (ОАР) третьего ранга, коэффициенты которой находятся по моментным функциям третьего порядка [14]. Задача синтеза обобщенного решетчатого фильтра (ОРФ) (рисунок) включает в себя нахождение выражений для преобразования входного сигнала линейным фильтром, определение структуры ОРФ и способа вычисления коэффициентов отражения. Будем называть «ОРФ третьего ранга» РФ, рассчитанным по моментным функциям третьего порядка.

Пусть задана выборка негауссова процесса  $x[t]$  с ненулевой моментной функцией третьего порядка. Найдем систему рекуррентных уравнений для вычисления коэффициентов отражения фильтра с решетчатой структурой по значениям моментной функции третьего порядка негауссова процесса. При выводе системы уравнений полагается, что выход фильтра имеет нулевую моментную функцию третьего ранга. Этот критерий оптимальности применяется также для выбора числа звеньев ОРФ.

Для синтеза ОРФ третьего ранга используются выражения прямого и обратного предсказания негауссова случайного процесса моделью ОАР. Выражение для прямого предсказания негауссова процесса с ненулевой моментной функцией третьего порядка описывается уравнением ОАР

$$a_p[t] = x[t] + \sum_{i=1}^p \Phi_p[i] x[t-i], \quad (1)$$

где  $\Phi_p$  — коэффициенты ОАР;  $p$  — порядок модели ОАР;  $a_p[t]$  — ошибки прямого предсказания модели ОАР, удовлетворяющие соотношению

$$E\{a_p[t] a_p[t-j] a_p[t-1]\} = 0, \quad \text{при } j > 0, 1 \geq 0.$$

Таким образом, в модели ОАР третьего ранга ошибки предсказания не имеют статистических связей второго порядка, описываемых моментными функциями третьего порядка.

Умножив правую и левую части выражения (1) на  $x[t-j]x[t-j]$  и усреднив, получим систему уравнений

$$\begin{aligned} m_3[j] + \sum_{i=1}^p \Phi_p[i] m_3[j-i] &= 0, \quad 1 \leq j \leq p, \\ m_3 + \sum_{i=1}^p \Phi_p[i] m_3[-i] &= m_{3a,p}, \quad j = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где использовано сокращенное обозначение для двумomentной моментной функции третьего порядка  $E\{x[t]x[t-j]x[t-j]\} = m_3[j,0,0] = m_3[j]$ . В

уравнениях (2)  $E\{x[t]x[t]x[t]\} = m_3[0] = m_3$  – третий момент негауссова случайного процесса;

$E\{a_p[t]x[t]x[t]\} = E\{(a_p[t])^3\} = m_{3a,p}$  – третий момент ошибки прямого предсказания модели ОАР  $p$ -го порядка.

Уравнение обратного предсказания модели ОАР  $p$ -го порядка имеет вид

$$d_p[t-1] = x[t-p-1] + \sum_{i=1}^p D_p[p+1-i]x[t-i], \quad (3)$$

где  $d_p[t-1]$  – ошибки обратного предсказания для момента времени  $t-p-1$ ,  $D_p[p+1-i]$  – коэффициенты ОАР обратного предсказания. Получим соотношения для нахождения параметров модели ОАР обратного предсказания, аналогичные (2). Для этого умножим (3) на  $x[t-j-1]x[t-j-1]$ , а затем возьмем математическое ожидание. Таким образом, получим систему уравнений для нахождения  $D_p[i]$  и  $m_{3d,p}$ :

$$\begin{aligned} m_3[j-p] + \sum_{i=1}^p D_p[p+1-i]m_3[j+1-i] &= 0, \\ 0 \leq j \leq p-1, \\ m_3 + \sum_{i=1}^p D_p[p+1-i]m_3[p+1-i] &= m_{3d,p}, \quad j=p, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $m_{3d,p}$  – третий момент ошибок обратного предсказания, который определяется выражением

$$m_{3d,p} = E\{d_p[t-1]x[t-p-1]x[t-p-1]\} = E\{(d_p[t-1])^3\}.$$

Найденные системы уравнений (2) и (4) позволяют записать полную моментную матрицу размерности  $(p+1) \times (p+1)$ :

$$\Omega_p = \begin{bmatrix} m_3[0] & m_3[1] & \dots & m_3[p] \\ m_3[-1] & m_3[0] & \dots & m_3[p-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_3[-p] & m_3[1-p] & \dots & m_3[0] \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Используя (5), уравнения (2) и (4) можно представить в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} 1 & \Phi_p[1] & \dots & \Phi_p[p] \\ D_p[p] & \dots & \dots & D_p[1] & 1 \end{bmatrix} \Omega_p = \begin{bmatrix} m_{3a,p} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & m_{3d,p} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Произведя замену  $p \rightarrow p+1$  в уравнениях (2) и (4), можно получить полную моментную матрицу  $\Omega_{p+1}$  размерности  $(p+2) \times (p+2)$ :

$$\Omega_{p+1} = \begin{bmatrix} m_3[0] & m_3[1] & \dots & m_3[p+1] \\ m_3[-1] & m_3[0] & \dots & m_3[p] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_3[-p-1] & m_3[-p] & \dots & m_3[0] \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Используя выражение (7) для моментной матрицы  $\Omega_{p+1}$ , уравнения, описывающие модель ОАР  $(p+1)$ -го порядка, записываем в виде, аналогичном (6):

$$\begin{bmatrix} 1 & \Phi_{p+1}[1] & \dots & \Phi_{p+1}[p+1] \\ D_{p+1}[p+1] & \dots & \dots & D_{p+1}[1] & 1 \end{bmatrix} \Omega_{p+1} = \begin{bmatrix} m_{3a,p+1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & m_{3d,p+1} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Найдем соотношения, связывающие коэффициенты модели ОАР  $p$ -го порядка с коэффициентами ОАР  $(p+1)$ -го порядка. При использовании коэффициентов ОАР прямого и обратного предсказания  $p$ -го порядка можно получить выражение

$$\begin{bmatrix} 1 & \Phi_p[1] & \dots & \Phi_p[p] & 0 \\ 0 & D_p[p] & \dots & D_p[1] & 1 \end{bmatrix} \Omega_{p+1} = \begin{bmatrix} m_{3a,p} & 0 & \dots & 0 & \Delta_{3a,p+1} \\ \Delta_{3d,p+1} & 0 & \dots & 0 & m_{3d,p} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Величины  $\Delta_{3a,p+1}$  и  $\Delta_{3d,p+1}$ , входящие в (9), равны

$$\begin{aligned} \Delta_{3a,p+1} &= m_3[p+1] + \sum_{i=1}^p \Phi_p[i]m_3[p-i+1], \\ \Delta_{3d,p+1} &= m_3[-p-1] + \sum_{i=1}^p D_p[p+1-i]m_3[-i]. \end{aligned} \quad (10)$$

Формулы для вычисления коэффициентов прямого и обратного предсказания  $[p+1]$ -го порядка находятся с использованием эвристического матричного уравнение вида

$$\begin{bmatrix} 1 & -K_d[p+1] \\ -K_a[p+1] & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \Phi_p[1] & \dots & \Phi_p[p] & 0 \\ 0 & D_p[p] & \dots & D_p[1] & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Phi_{p+1}[1] & \dots & \Phi_{p+1}[p+1] \\ D_{p+1}[p+1] & \dots & \dots & D_{p+1}[1] & 1 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где  $K_a[p+1]$  и  $K_d[p+1]$  – коэффициенты, которые в дальнейшем будем называть “коэффициентами отражения ОРФ третьего ранга”. Чтобы доказать справедливость (11), необходимо найти выражения, которым должны удовлетворять  $K_a[p+1]$  и  $K_d[p+1]$ , и определить соответствующую структуру фильтра. Умножая справа (11) на моментную матрицу  $\Omega_{p+1}$  и используя (8) и (9), находим матричное выражение, которому должны удовлетворять коэффициенты отражения:

$$\begin{bmatrix} 1 & -K_d[p+1] \\ -K_a[p+1] & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} m_{3a,p} & 0 & \dots & 0 & \Delta_{3a,p+1} \\ \Delta_{3d,p+1} & 0 & \dots & 0 & m_{3d,p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{3a,p+1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & m_{3d,p+1} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Матричные уравнения (12) и (11) позволяют получить полный набор уравнений для нахождения оценок коэффициентов отражения, а также формулы обновления по порядку коэффициентов  $\Phi_p[i]$  и  $D_p[i]$ . Из (11) следуют формулы, связывающие коэффициенты отражения ОРФ и коэффициенты ОАР:

$$\begin{aligned} K_a[p+1] &= -D_{p+1}[p+1], \\ K_d[p+1] &= -\Phi_{p+1}[p+1]. \end{aligned} \quad (13)$$

Таким образом, коэффициенты отражения  $p$ -звенного ОРФ равны последним коэффициентам ОАР моделей порядков  $1, 2, \dots, p$ .

Используя (11), приходим также к рекуррентным выражениям обновления коэффициентов ОАР:

$$\begin{aligned} \Phi_{p+1}[i] &= \Phi_p[i] - K_d[p+1]D_p[p-i+1] = \\ &= \Phi_p[i] + \Phi_{p+1}[p+1]D_p[p+1-i], \\ D_{p+1}[i] &= D_p[i] - K_a[p+1]\Phi_p[p+1-i] = \\ &= D_p[i] + \Phi_p[p+1-i]D_{p+1}[p+1]. \end{aligned} \quad (14)$$

С помощью матричного уравнения (12) можно найти следующие формулы обновления моментов ошибок прямого и обратного предсказания:

$$\begin{aligned} m_{3a,p} - K_d[p+1]\Delta_{3d,p+1} &= m_{3a,p+1}, \\ m_{3a,p} + \Phi_{p+1}[p+1]\Delta_{3a,p+1} &= m_{3a,p+1}, \\ -K_a[p+1]\Delta_{3a,p+1} + m_{3d,p} &= m_{3d,p+1}, \\ D_{p+1}[p+1]\Delta_{3a,p+1} + m_{3d,p} &= m_{3d,p+1}. \end{aligned} \quad (15)$$

Вид найденных выражений (14) и (15) указывает на полную аналогию с процедурой Левинсона-Дурбина [1].

Из (12) также следуют уравнения, связывающие величины  $\Delta_{3a,p+1}$  и  $\Delta_{3d,p+1}$  с коэффициентами отражения:

$$\begin{aligned} \Delta_{3a,p+1} - K_d[p+1]m_{3d,p} &= 0, \\ \Delta_{3a,p+1} + \Phi_{p+1}[p+1]m_{3d,p} &= 0, \\ -K_a[p+1]m_{3a,p} + \Delta_{3d,p+1} &= 0, \\ D_{p+1}[p+1]m_{3a,p} + \Delta_{3d,p+1} &= 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Для получения (16) учитывались соотношения (13). Из (16) получаем выражения для коэффициентов отражения:

$$\begin{aligned} K_d[p+1] &= \frac{\Delta_{3a,p+1}}{m_{3d,p}}, \\ K_a[p+1] &= \frac{\Delta_{3d,p+1}}{m_{3a,p}}, \end{aligned} \quad (17)$$

где величины  $\Delta_{3a,p+1}$  и  $\Delta_{3d,p+1}$  определяются из (10).

Чтобы найти структуру ОРФ третьего ранга, умножим (11) на  $[x[t], \dots, x[t-p-1]]^T$ . В результате получим в матричном виде выражение, описывающее прохождение случайного процесса в ОРФ:

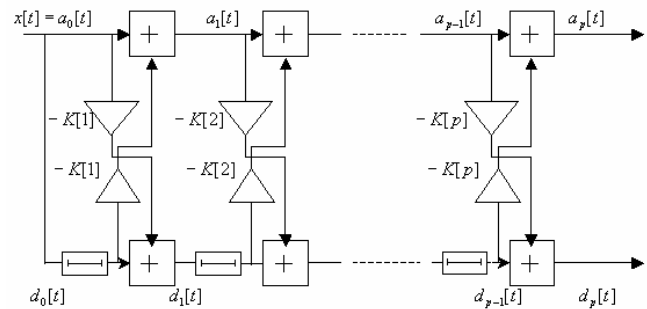
$$\begin{bmatrix} 1 & -K_d[p+1] \\ -K_a[p+1] & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_p[t] \\ d_p[t-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{p+1}[t] \\ d_{p+1}[t] \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Из (18) получаем, что соответствующая система уравнений имеет вид

$$a_p[t] - K_d[p+1]d_p[t-1] = a_{p+1}[t], \quad (19a)$$

$$d_p[t-1] - K_a[p+1]a_p[t] = d_{p+1}[t]. \quad (19б)$$

На выходе нулевого звена ОРФ, т.е. при  $p=0$ , имеем  $a_0[t] = x[t]$ ,  $d_0[t] = x[t-1]$ . Как следует из (18), структура полученного с помощью модели ОАР третьего ранга ОРФ третьего ранга не отличается от структуры обычного РФ второго ранга, работа которого описывается системой уравнений, подобной (19a), (19б). Отличие состоит в способе вычисления коэффициентов отражения.



Обобщенный решетчатый фильтр

### 3. Вывод формул для оценки коэффициентов отражения

Получим формулы, позволяющие интерпретировать величины  $\Delta_{3a,p+1}$  и  $\Delta_{3d,p+1}$ , а также дающие удобный способ расчета коэффициентов отражения. Для этого приведем несколько полезных свойств ошибок прямого и обратного предсказания [1]. Модель ОАР  $(p+1)$ -го порядка описывается уравнением

$$a_{p+1}[t] = x[t] + \sum_{i=1}^{p+1} \Phi_{p+1}[i]x[t-i]. \quad (20)$$

Сравнивая (1) и (20), видим, что прогнозы отсчета  $x[t]$  в них составлены из общих значений отсчетов  $x[t-1], x[t-2], \dots, x[t-p]$ , статистически не связанных с  $a_p[t]$ . В то же время из (20) следует, что ошибка предсказания  $a_p[t]$  будет статистически связана с  $x[t-p-1]$ . В свою очередь, с  $x[t-p-1]$  статистически связана ошибка обратного предсказания  $d_p[t-1]$ , что видно из (3). Таким образом, справедливо соотношение

$$\begin{aligned} E\{a_p[t]x[t-p-1]x[t-p-1]\} &= \\ &= E\{a_p[t]d_p[t-1]d_p[t-1]\}. \end{aligned} \quad (21)$$

Из (20) видно, что  $a_{p+1}[t]$  не зависит от  $x[t-p-1]$ , т.е.

$$E\{a_{p+1}[t]x[t-p-1]x[t-p-1]\} = 0. \quad (22)$$

Выражение (21) показывает, что значения  $d_p[t-1]$  статистически связаны с  $a_p[t]$ , а следовательно, и с  $x[t]$ . Из этих рассуждений приходим к выражению для статистических средних:

$$E\{d_p[t-1]x[t]x[t]\} = E\{d_p[t-1]a_p[t]a_p[t]\}. \quad (23)$$

Ошибка обратного предсказания модели ОАР  $(p+1)$ -го порядка описывается уравнением

$$d_{p+1}[t] = x[t-p-1] + \sum_{i=1}^{p+1} D_p[p+1-i]x[t-i+1],$$

из которого следует, что  $d_{p+1}[t]$  зависит от  $x[t-p-1]$ , что приводит к статистической независимости  $d_{p+1}[t]$  и  $x[t]$ :

$$E\{d_{p+1}[t]x[t]x[t]\} = 0. \quad (24)$$

Умножив выражение (19а) на  $x[t-p-1]x[t-p-1]$ , а выражение (19б) на  $x[t]x[t]$  и усреднив, получим с учетом статистических средних (21)-(24)

$$E\{a_p[t]d_p[t-1]d_p[t-1]\} - K_d[p+1]E\{(d_p[t-1])^3\} = 0, \quad (25a)$$

$$E\{d_p[t-1]a_p[t]a_p[t]\} - K_a[p+1]E\{(a_p[t])^3\} = 0. \quad (25b)$$

Подставляя (25а), (25б) в (16), в результате преобразований найдем

$$\begin{bmatrix} \Delta_{3a,p+1} \\ \Delta_{3d,p+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E\{a_p[t]a_p[t]d_p[t-1]\} \\ E\{a_p[t]d_p[t-1]d_p[t-1]\} \end{bmatrix}.$$

Полученное выражение показывает, что величины  $\Delta_{3a,p+1}$  и  $\Delta_{3d,p+1}$  интерпретируются как взаимные моментные функции ошибок прямого и обратного предсказания

Выражения (25а), (25б) дают удобный способ оценки коэффициентов  $K_a[p+1]$  и  $K_d[p+1]$ . Как следует из этих выражений, для оценки коэффициентов отражения можно использовать соотношения

$$K_a[p+1] = \frac{\sum_{t=2}^N (a_p[t])^2 d_p[t-1]}{\sum_{t=1}^N (a_p[t])^3}, \quad (26a)$$

$$K_d[p+1] = \frac{\sum_{t=2}^N a_p[t](d_p[t-1])^2}{\sum_{t=1}^N (d_p[t-1])^3}. \quad (26b)$$

Коэффициенты отражения оцениваются таким способом поэтапно. Сначала оцениваются  $K_d[1]$  и  $K_a[1]$  по формулам (26а), (26б), в которых полагается  $a_0[t] = x[t]$ ,  $d_0[t-1] = x[t-1]$ . Затем выборка данных пропускается через однозвенный РФ с

найденными коэффициентами отражения, и по ошибкам предсказания  $a_1[t]$  и  $d_1[t-1]$  определяются  $K_a[2]$  и  $K_d[2]$ . Аналогичная процедура вычисления коэффициентов отражения повторяется вплоть до  $p$ -го порядка.

#### 4. Заключение

Моментная матрица с компонентами в виде значений двумomentных функций негауссовых случайных процессов имеет теплицеву структуру. Это позволяет синтезировать ОРФ, подобный по структуре обычному РФ. Таким образом, был получен полный набор рекуррентных уравнений для обновления по порядку коэффициентов ОАР.

Коэффициенты отражения ОРФ третьего ранга находятся по моментным функциям третьего порядка. Их также можно оценивать по нормированной взаимной функции ошибок прямого и обратного предсказания. Нормировка проводится делением на третьи моменты ошибок прямого и обратного предсказания. Коэффициенты отражения менее чувствительны к помехам, у которых моментные функции третьего порядка равны нулю, например к гауссовым помехам.

В данной работе впервые синтезирована структура обобщенного решетчатого фильтра и получены выражения для расчета коэффициентов фильтра по моментным функциям третьего порядка.

В отличие от аналогичных решетчатых фильтров, параметры которых рассчитываются по корреляционным функциям, обобщенные решетчатые фильтры позволяют извлекать и использовать негауссовы свойства обрабатываемых случайных процессов. Синтезированные фильтры более устойчивы к гауссовым помехам. Они могут использоваться при адаптивной обработке негауссовых процессов, в задачах обеления и подавления гауссовых и негауссовых помех, для получения дополнительных признаков в задаче распознавания негауссовых процессов.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на разработку теории ОРФ рангов больше трех, синтез ОРФ по реальным негауссовым процессам.

**Литература:** 1. Адаптивные фильтры /Под ред. К.Ф.Н. Коуэна и П.М. Гранта. М.: Мир, 1988. 392с. 2. Коротяев Г.А. Эффективный алгоритм кодирования речевого сигнала на скорости 4,8 кбит/с и ниже // Зарубежная радиоэлектроника. 1996. №3. С.57-68. 3. Haykin S. Radar signal processing. IEEE ASSP Magazine, 1985. Vol. 2. P.2-18. 4. Куреши Ш.У.Х. Адаптивная коррекция // ТИИЭР. 1985. Т. 73, №9. С.5-497. 5. Бриллинджер Д.Р. Временные ряды. Обработка данных и теория. М.: Мир, 1980. 536 с. 6. Ширияев А.Н. Некоторые вопросы спектральной теории старших моментов. Теория вероятности и ее применение. 1960, 5, 3, С. 293-313. 7. Леонов В.П. Некоторые применения старших семиинвариантов в теории стационарных случайных процессов. М.: Наука, 1964. 124 с. 8. Шелухин О.И. Беляев И.В. Негауссовские процессы. СПб.: Политехника, 1992. 312 с. 9. Малахов А.Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. М.: Сов. радио,

1978. 376 с. **10. Кунченко Ю.П.** Нелинейная оценка параметров негауссовских радиотехнических сигналов. К.: Выща шк., 1987. 191 с. **11. Валеев В.Г., Данилов В.А.** Оптимальное обнаружение сигналов на фоне негауссовских коррелированных радиопомех // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1991. №7. С. 30-34. **12. Киселев Н.В.** Мероды построения систем распознавания и классификации негауссовых сигналов. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986. 188 с. **13. Шелухин О.И.** Негауссовские процессы в радиотехнике. М.: Радио и связь, 1999.

361 с. **14. Тихонов В.А.** Обобщенная модель авторегрессии негауссовых процессов // Радиотехніка. 2003.

Поступила в редколлегию 26.01.2005

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Кравченко Н.И.

**Тихонов Вячеслав Анатольевич**, канд. техн. наук, доцент кафедры РЭС ХНУРЭ. Научные интересы: радиолокация, распознавание образов, статистические модели. Адрес: Украина, 61726, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-215-87.

УДК 621.317.7

## НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ПОЛУКВАНТОВЫХ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В СВЕРХРЕШЕТКАХ ПРИ СИЛЬНОМ СВЧ ВОЗБУЖДЕНИИ

*ЮРЧЕНКО Л.В., ЮРЧЕНКО В.Б.*

Описывается нелинейная динамика баллистических электронов в классических и полуквантовых сверхрешетках с помощью нового эффективного приближения полуквантовой динамики. Численное моделирование обнаружило возможность проявления хаотической динамики поведения классических и частично квантовых электронов в баллистических сверхрешетках при сильном СВЧ возбуждении. Такая система может служить источником шумовых колебаний. Приводятся параметры системы, которые позволяют преобразовать когерентное высокочастотное поле в хаотический ток ансамбля баллистических электронов.

### 1. Введение

Данное исследование посвящено изучению хаотической динамики электронов в баллистических гетероструктурах в условиях, пограничных между классическим и квантовым режимами движения частиц, что типично для приборов мезоскопических размеров и представляет в настоящее время значительный научный интерес [1]. Оно также связано с поиском новых методов создания источников шумовых колебаний, которые необходимы в современной шумовой радиолокации и системах связи с расширенным спектром [2]. Квантовые гетероструктуры представляют особый интерес для этих целей. Они обнаруживают большое разнообразие нестабильных эффектов и могут быть потенциально использованы как источники шума.

Анализ электронного переноса в квантовых и мезоскопических структурах является достаточно сложной проблемой, поскольку даже для одного электрона надо решать нестационарное уравнение Шредингера в частных производных. Поэтому для изучения баллистического переноса мы используем в этой работе приближение полуквантовой динамики [3]. В отличие от обычного квазиклассического приближения, это приближение является более усовершенствованным. Оно описывает эволюцию гауссовых волновых пакетов электронов с

учетом квантовых поправок более высокого порядка, а также с учетом расплывания пакетов не просто в свободном пространстве, а в произвольном потенциале  $V(x)$ .

*Целью* этой работы является изучение возможности возбуждения динамического хаоса в классических и квантовых сверхрешетках с помощью СВЧ поля.

Хотя к проблеме высокочастотного возбуждения различного вида сверхрешеток обращались многие авторы [4], мы рассмотрим некоторые новые эффекты, возможные в специального вида боковых сверхрешетках, сформированных вдоль гетерограницы в двумерном электронном газе очень высокой подвижности.

Мы покажем, что динамика классических и частично-квантовых баллистических электронов в периодическом потенциале сверхрешетки является хаотической, когда электроны возбуждаются сильным СВЧ полем определенной частоты  $f$ . Квантовые эффекты имеют тенденцию разрушать хаос, когда электроны делокализованы или в реальном пространстве (занимают два или более периодов сверхрешетки  $L$ ), или же по энергии (в этом случае они ограничены в реальном пространстве внутри области, малой по сравнению с периодом сверхрешетки). Однако если электроны частично локализованы и по энергии, и в реальном пространстве, т.е. их тепловая энергия или энергия Ферми  $\varepsilon$

находится в интервале  $\frac{(2\pi\hbar)^2}{2mL^2} \ll \varepsilon \ll V_0$ , где  $\hbar$  — постоянная Планка,  $m$  — эффективная масса электрона,  $V_0$  — амплитуда потенциала  $V(x)$  сверхрешетки, то необходимо некоторое время  $\tau$  для перехода от нерегулярного квазиклассического движения к регулярному квазиквантовому. Таким образом, если  $\tau \gg 1/f$  и время релаксации энергии и импульса  $\tau_e$  и  $\tau_i$  соответственно сравнимо или больше времени перехода  $\tau$ , то динамика электрона в основном является классической, баллистической и хаотической.

Требования к системе, при которых появляется указанный хаос, весьма жесткие. Существенным условием является достаточно большая амплитуда возбуждающего СВЧ поля. Наряду с этим необходимо также создание слоя двумерного газа высокой подвижности с боковой сверхрешеткой при низких температурах, когда возможно баллистическое движение электронов с длиной свободного пробега большей, чем 100 мкм.