К ТЕОРИИ АВТОМАТИЗАЦИИ РАСЧЕТА ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ

В. Л. Рвачев, А. П. Слесаренко, В. Ф. Кравченко, В. П. Лысов
Харьков

Руководствуясь положениями работы [1], рассмотрим следующие задачи.

§ 1. Пусть на поверхностях s_{2ij} отдельных частей РЭА — (N_1), (N_2), ..., (N_m) задано распределение температуры, а между поверхно-

стями s_{2i-1j} этих частей и окружающей средой происходит теплообмен по закону Ньютона.

Краевые условия при этом имеют вид

$$u|_{s_{2ij}} = f_{2ij};$$
$$\left[\frac{\partial u}{\partial \nu} + h_{2i-1j}u\right]\Big|_{s_{2i-1j}} = f_{2i-1j} \quad (i = 1, 2, \ldots, n), \ (j = 1, 2, \ldots, m). \tag{1}$$

Задача с краевыми условиями (1) формулируется следующим образом.

Найти функцию $u \in F_h$, *т. е. удовлетворяющую краевым условиям* (1) *и являющуюся в области* Ω *решением дифференциального уравнения* (5). При этом предполагается выполнение условий (6) и (7) [1].

Функции $\psi_{ij}(x, y, z)$ и $\delta_{ij}(x, y, z)$ вводятся по аналогии с § 1 и 2 [1]. В результате можно показать, что какова бы ни была непрерывно дифференцируемая в $\Omega + S$ функция $\Phi(x, y, z)$, функция

$$u = \frac{\sum\limits_{j=1}^{m} \Phi_j \tau_j}{\sum\limits_{j=1}^{m} \tau_j} + \left[\frac{\sum\limits_{j=1}^{m} W_j \tau_j}{\sum\limits_{j=1}^{m} \tau_j} - D_1\left(\frac{\sum\limits_{j=1}^{m} \Phi_j \tau_j}{\sum\limits_{j=1}^{m} \tau_j}\right)\right]\omega, \tag{2}$$

где

$$\Phi_j = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} [\psi_{2ij}\tau_{2ij} + \Phi\tau_{2i-1j}]}{\sum\limits_{i=1}^{2n} \tau_{ij}},$$

$$W_j = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} [\psi_{2i-1j} - \delta_{2i-1j}\Phi]\,\tau_{2i-1j}}{\sum\limits_{i=1}^{n} \tau_{2i-1j}}$$

удовлетворяет краевым условиям (1).

Для случая неограниченной области функцию $\Phi(x, y, z)$ следует искать в виде приближения (9), в случае же ограниченной области — в виде приближения (16) [1].

Если используется одна часть РЭА, соотношение (2) принимает вид

$$u = \Phi_0 + \left[\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (\psi_{2i-1} - \delta_{2i-1}\Phi)\,\tau_{2i-1}}{\sum\limits_{i=1}^{n} \tau_{2i-1}} - D_1\Phi_0\right]\omega, \tag{3}$$

где

$$\Phi_0 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (\psi_{2i}\tau_{2i} + \Phi\tau_{2i-1})}{\sum\limits_{i=1}^{2n} \tau_i}.$$

Для двух частей РЭА при краевых условиях

$$u|_{s_{21}} = f_{21};\ u|_{s_{22}} = f_{22};$$
$$\frac{\partial u}{\partial \nu}\Big|_{s_{12}} + h_{12}u\Big|_{s_{12}} = f_{12};\ \frac{\partial u}{\partial \nu}\Big|_{s_{11}} + h_{11}u\Big|_{s_{11}} = f_{11} \tag{4}$$

искомая функция $u(x, y, z)$ такова:

$$u = \Phi_0 + \left[\frac{(\psi_{11} - \delta_{11}\Phi)\,\omega_2 + \omega_1\,(\psi_{12} - \delta_{12}\Phi)}{\omega_1 + \omega_2} - D_1\Phi_0\right]\omega, \tag{5}$$

где

$$\Phi_0 = \frac{(\psi_{21}\omega_{11} + \Phi\omega_{21})\,(\omega_{12} + \omega_{22})\,\omega_2 + (\psi_{22}\omega_{12} + \Phi\omega_{22})\,(\omega_{11} + \omega_{21})\,\omega_1}{(\omega_{11} + \omega_{21})\,(\omega_{12} + \omega_{22})\,(\omega_1 + \omega_2)}.$$

Постоянные C_{ijk} можно выбрать аналогично § 1 [1].

§ 2. Допустим, что на поверхностях s_{3ij} отдельных частей РЭА $(N_1), (N_2), \ldots, (N_m)$ задано распределение температуры, на поверхностях s_{3i-1j} этих частей — тепловые потоки q_{3i-1j}, а между поверхностями частей РЭА и окружающей средой происходит теплообмен по закону Ньютона.

Краевые условия в этом случае

$$\begin{gathered} u\,|_{s_{3ij}} = f_{3ij}; \\ \frac{\partial u}{\partial \nu}\Big|_{s_{3i-1j}} = q_{3i-1j}; \\ \frac{\partial u}{\partial \nu}\Big|_{s_{3i-2j}} + h_{3i-2j}u\,|_{s_{3i-2j}} = f_{3i-2j} \quad (i = 1, 2, \ldots, n), \ (j = 1, 2, \ldots, m). \end{gathered} \tag{6}$$

Данная задача может быть сформулирована следующим образом.

Найти функцию $u \in F_f$, т. е. удовлетворяющую краевым условиям (6) и являющуюся в области Ω решением дифференциального уравнения (5). Условия (6) и (7) при этом предполагаются выполненными. Функции $\psi_{ij}(x, y, z)$ и $\delta_{ij}(x, y, z)$ вводятся аналогично § 1 [1].

При этом возможно показать, что какова бы ни была непрерывно дифференцируемая в $\Omega + S$ функция $\Phi(x, y, z)$, функция

$$u = \Phi_0 + \left[\frac{\sum\limits_{j=1}^{m} W_j\tau_j}{\sum\limits_{j=1}^{m} \tau_j} - D_1\Phi_0\right]\omega, \tag{7}$$

где

$$\Phi_0 = \frac{\sum\limits_{j=1}^{m} \Phi_j\tau_j}{\sum\limits_{j=1}^{m} \tau_j};$$

$$\Phi_j = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} [\psi_{3ij}\tau_{3ij} + \Phi\tau_{3i-2j}]}{\sum\limits_{i=1}^{n} [\tau_{3ij} \diamondsuit \tau_{3i-2j}]};$$

$$W_j = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} [\psi_{3i-1j}\tau_{3i-1j} + (\psi_{3i-2j} - \delta_{3i-2j}\Phi)\,\tau_{3i-2j}]}{\sum\limits_{i=1}^{n} [\tau_{3i-1j} + \tau_{3i-2j}]},$$

удовлетворяет краевым условиям (6).

Функцию $\Phi(x, y, z)$ для случаев неограниченной и ограниченной областей можно выбрать согласно § 1 и 2 [1].

При $m = 1$ уравнение (7) принимает вид

$$u = \Phi_0 + \left[\frac{\sum_{i=1}^{n} [\psi_{3i-1}\tau_{3i-1} + (\psi_{3i-2} - \delta_{3i-2}\Phi)\tau_{3i-2}]}{\sum_{i=1}^{n} [\tau_{3i-1} + \tau_{3i-2}]} - D_1\Phi_0 \right] \omega, \qquad (8)$$

где

$$\Phi_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} [\psi_{3i}\tau_{3i} + \Phi\tau_{3i-2}]}{\sum_{i=1}^{n} [\tau_{3i} + \tau_{3i-2}]}.$$

Для двух частей РЭА при краевых условиях

$$u|_{s_{21}} = f_{31};\ u|_{s_{22}} = f_{32};$$
$$\frac{\partial u}{\partial \nu}\Big|_{s_{21}} = q_{21};\ \frac{\partial u}{\partial \nu}\Big|_{s_{22}} = q_{22}; \qquad (9)$$
$$\frac{\partial u}{\partial \nu}\Big|_{s_{11}} + h_{11}u\Big|_{s_{11}} = f_{11};\ \frac{\partial u}{\partial \nu}\Big|_{s_{12}} + h_{12}u\Big|_{s_{12}} = f_{12}$$

функция $u(x, y, z)$ имеет вид

$$u = \Phi_0 + \left[\frac{M_1(\omega_{12} + \omega_{22})\omega_2 + M_2(\omega_{11} + \omega_{21})\omega_1}{(\omega_{11} + \omega_{21})(\omega_{12} + \omega_{22})(\omega_1 + \omega_2)} - D_1\Phi_0 \right] \omega, \qquad (10)$$

где

$$\Phi_0 = \frac{(\psi_{31}\omega_{11} + \omega_{31}\Phi)(\omega_{12} + \omega_{32})\omega_2 + (\psi_{32}\omega_{12} + \Phi\omega_{32})(\omega_{11} + \omega_{31})\omega_1}{(\omega_{11} + \omega_{31})(\omega_{12} + \omega_{32})(\omega_1 + \omega_2)};$$
$$M_1 = \psi_{21}\omega_{11} + (\psi_{11} - \delta_{11}\Phi)\omega_{21};$$
$$M_2 = \psi_{22}\omega_{12} + (\psi_{12} - \delta_{12}\Phi)\omega_{22}.$$

Рассмотрим задачу определения стационарного распределения температуры внутри твердого тела, имеющего форму ограниченного цилиндра радиусом a, если к нижнему основанию $z = 0$ подводится постоянный тепловой поток q, на боковой поверхности происходит теплообмен со средой, температура которой равна нулю, и верхнее основание $z = l$ поддерживается при температуре, равной нулю.

Краевые условия для данной задачи имеют следующий вид:

$$-k\frac{\partial u}{\partial z}\Big|_{z=0} = q,$$
$$\frac{\partial u}{\partial \rho}\Big|_{\rho=a} + hu\Big|_{\rho=a} = 0, \qquad (11)$$
$$u|_{z=l} = 0,$$

где q — постоянный тепловой поток;

h — коэффициент теплообмена.

Согласно (7), функция $u(x, y, z)$, удовлетворяющая (11), принимает вид

$$u = \frac{\Phi\omega_1}{\omega_1 + \omega_3} + \left[\frac{\psi\omega_3 - \delta\Phi\omega_2}{\omega_2 + \omega_3} - D_1\left(\frac{\Phi\omega_1}{\omega_1 + \omega_3}\right) \right] \omega, \qquad (12)$$

где

$$\psi|_{\omega_3=0} = -\frac{q}{k};$$
$$\delta|_{\omega_3=0} = h.$$

Функции ω_1, ω_2, ω_3 и ω строятся согласно описанному в работе [2] методу и обладают свойствами (2) и (3) [1].

Точное решение задачи имеет вид

$$u(\rho, z) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \frac{\operatorname{sh} \frac{\nu_m (l - z)}{a}}{\operatorname{ch} \frac{\nu_m}{a} l} I_0 \left(\frac{\nu_m}{a} \rho \right), \qquad (13)$$

$$A_m = \frac{2h^2 a^3 q}{k \left(a^2 h^2 + \nu_m^2 \right) \nu_m^2 I_1 (\nu_m)},$$

где ν_m — m-й корень трансцендентного уравнения

$$I_1 (\nu) = \frac{ah}{\nu} I_0 (\nu).$$

Данное точное решение может быть полезным в качестве эталона для оценки точности приведенного выше решения в виде (12), а следовательно, и предлагаемого метода решения.

Выбор постоянных C_{ijk} может быть произведен из условия наилучшего удовлетворения соотношению (5) [1] аналогично § 1 работы [1].

Таким образом, соотношения (8) и (15), приведенные в [1], а также (2) и (7) могут выполнять роль удобных алгоритмов для расчета тепловых полей радиоэлектронных аппаратов различных классов на ЭВМ. Это, вероятно, сделает возможным автоматическое проектирование РЭА на ЭВМ, являющееся составной частью научных основ конструирования РЭА.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Рвачев, А. П. Слесаренко, В. Ф. Кравченко. О расчете тепловых полей радиоэлектронных аппаратов методом R-функций. Сообщение I. Сб. «Приборы и системы автоматики», вып. 15. Изд-во ХГУ, 1970.

2. В. Л. Рвачев. Геометрические приложения алгебры логики. Изд-во «Техніка», Киев, 1967.

РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ТЕРМОХИМИЧЕСКОГО ДАТЧИКА В АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В. Ф. Кравченко, А. П. Слесаренко, В. Л. Рвачев, В. П. Лысов, О. Д. Бакланов

Харьков

Процесс теплообмена в радиоэлектронной аппаратуре привлекает внимание многих исследователей. Авторами [1—3] предлагаются различные методы расчета теплового режима электронных приборов. Эти приборы работают в условиях обычной или повышенной температуры, а охлаждаются с помощью различных устройств и за счет конвекции через систему вентиляционных отверстий в кожухе прибора.

Данное исследование ставит своей целью распространить предложенную в работе [4] методику расчета тепловых полей для ряда приборов с учетом их геометрической формы (например, расчет температурного поля термохимического датчика в автоматических системах).

Предлагаемая в настоящей работе модель, естественно, не полностью соответствует процессам теплообмена, которые протекают в реальных приборах. Очевидно, что в некоторых конкретных ситуациях может возникнуть потребность в ее корректировке. Это позволит прежде всего учесть отклонения от принятой идеализации и дать оценку их влияния на тепловой режим прибора.