

*А.В. ВАСЯНОВИЧ, канд. физ.-мат. наук, В.П. ГЕРАСИМОВ, канд. физ.-мат. наук,  
А.В. ГРИЦУНОВ, д-р физ.-мат. наук, И.В. РУЖЕНЦЕВ, д-р техн. наук*

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИМПУЛЬСОВ В ДИСПЕРСНЫХ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ЛИНИЯХ**

### **Введение**

Техника широкополосных и сверхширокополосных (СШП) электромагнитных импульсов является относительно новой и быстро развивающейся отраслью электродинамики и СВЧ электроники [1]. Эти импульсы могут быть полезны для новых радиолокационных систем, цифровых линий связи с большой скоростью передачи данных и т.п. Главным направлением развития радио- и электронной техники является замена частотно-локализованных (квазигармонических) сигналов локализованными во времени СШП импульсами. В результате основные принципы конструирования радиоэлектронной аппаратуры, сформулированные еще Г. Герцем, А. Поповым, Г. Маркони и др., до некоторой степени устарели и подлежат обновлению. Разумеется, новые инженерные решения могут базироваться только на усовершенствованных математических методах, которые достаточно актуальны сегодня как для электродинамики, так и для радиотехники.

Однако современное компьютерное моделирование и проектирование СШП цепей основано преимущественно на классических методах FDTD (FETD) или FDFD (FEFD) [2]. Причина заключается в том, что большинство известных аналитических методик решения полевых уравнений разработано в середине предыдущего столетия исключительно для узкополосных (квазигармонических) электромагнитных полей и они, как правило, неадекватно работают с СШП импульсами. С другой стороны, учитывая излишнюю потребность методов прямого решения полевых уравнений в компьютерных ресурсах, необходимы новые идеи относительно способов расчета СШП импульсных полей.

Существует универсальный подход к теоретическим исследованиям активных СШП импульсных устройств, который может быть назван спектральным [3]. Его особенность состоит в одновременном анализе всех временных гармоник электромагнитных полей и возбуждающих токов в частотном континууме с учетом их нелинейного взаимодействия между собой и получении частотных зависимостей выходных параметров устройства. Спектральный метод реализуется во временной области с использованием нестационарной методики моделирования. Основным его этапом является вычисление произвольных негармонических полей в дисперсных электродинамических линиях с электронным потоком (это может быть замедляющая система ЛБВ и приборов М-типа или продольно-однородный волновод в приборах быстрой волны).

Целью данной статьи является разработка методики компьютерного моделирования СШП полей, возбуждаемых в регулярных (т.е. продольно-однородных или продольно-периодических) электродинамических линиях импульсным внешним воздействием или сгруппированным электронным пучком.

### **Аналитические соотношения**

Учитывая, что электронный поток обычно занимает малую часть общего моделируемого пространства СВЧ прибора, для решения поставленной задачи может быть эффективным метод разделения переменных. Предлагаемый алгоритм основан на интегрировании так называемого обобщенного волнового уравнения для регулярной дисперсной и диссипативной электродинамической линии с произвольной геометрией и дисперсионной характеристикой [4]. Данное уравнение является достаточно универсальным. Если, например, одновременно моделируются несколько типов волн, оно может учитывать запаздывающие потенциалы в поперечном  $(x,y)$  сечении линии, так же как и в ее продольном направлении  $z$ .

Для описания электромагнитных взаимодействий введем так называемый родовой электромагнитный потенциал  $\mathfrak{A}(t, x, y, z) = \Phi / c$  или  $\vec{A}$ , где  $\Phi(t, x, y, z)$  и  $\vec{A}(t, x, y, z)$  – скалярный и векторный потенциалы в калибровке Лоренца,  $c$  – скорость света. Будем находить его в виде ряда по так называемым регулярным модам линии  $\mathfrak{A}_{rq}(x, y, z, \beta)$ , по одной для каждого типа волны (полосы пропускания)  $q = 0, 1, 2, \dots$ . Здесь  $-\pi/D \leq \beta \leq \pi/D$  – продольное волновое число (постоянная распространения),  $D$  – период линии. Регулярная мода определяется [4] как комплексная огибающая собственного вида колебаний линии  $\mathfrak{A}_{eq}(x, y, z, \beta)$  в ее продольном направлении:

$$\mathfrak{A}_{eq}(x, y, z, \beta) = \mathfrak{A}_{rq}(x, y, z, \beta) \exp(-i\beta z); \quad \mathfrak{A}_{rq}(x, y, z, \beta) = \mathfrak{A}_{eq}(x, y, z, \beta) \exp(i\beta z).$$

Регулярные моды являются периодическими функциями координаты  $z$  с периодом  $D$ . Вследствие зависимости их от постоянной распространения, родовой потенциал может быть вычислен с использованием разложения функций  $\mathfrak{A}_{rq}$  в ряд Тейлора по  $\beta$ :

$$\mathfrak{A}(t, x, y, z) = \sum_q \left( \mathfrak{A}_{rq0} u_{rq} + i \frac{\partial \mathfrak{A}_{rq0}}{\partial \beta} \frac{\partial u_{rq}}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathfrak{A}_{rq0}}{\partial \beta^2} \frac{\partial^2 u_{rq}}{\partial z^2} - \frac{i}{6} \frac{\partial^3 \mathfrak{A}_{rq0}}{\partial \beta^3} \frac{\partial^3 u_{rq}}{\partial z^3} + \frac{1}{24} \frac{\partial^4 \mathfrak{A}_{rq0}}{\partial \beta^4} \frac{\partial^4 u_{rq}}{\partial z^4} + \dots \right),$$

где  $u_{rq}(t, z)$  – временная и продольная зависимость мгновенного значения регулярной моды. Индекс 0 означает, что величина вычисляется при  $\beta = 0$ . Функция  $u_{rq}$  является решением обобщенного волнового уравнения, которое может быть выведено путем разложения в ряд Тейлора так называемых парциальных мод линии (подробнее см. [4]):

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u_{rq}}{\partial t^2} + 2 \frac{\partial}{\partial t} \left( \delta_{eq0} u_{rq} - \frac{1}{2} \frac{d^2 \delta_{eq0}}{d\beta^2} \frac{\partial^2 u_{rq}}{\partial z^2} + \frac{1}{24} \frac{d^4 \delta_{eq0}}{d\beta^4} \frac{\partial^4 u_{rq}}{\partial z^4} - \dots \right) + (\omega_{eq}^2)_0 u_{rq} - \\ & - \frac{1}{2} \frac{d^2 (\omega_{eq}^2)_0}{d\beta^2} \frac{\partial^2 u_{rq}}{\partial z^2} + \frac{1}{24} \frac{d^4 (\omega_{eq}^2)_0}{d\beta^4} \frac{\partial^4 u_{rq}}{\partial z^4} - \dots = \\ & = \frac{1}{2D} \int_{z-D/2}^{z+D/2} d\zeta \int_{S_{\perp}} dx dy \left[ \frac{\mathfrak{A}_{rq0}^*(x, y, \zeta)}{\tilde{W}_{rq0}} \tilde{\mathfrak{J}}(t, x, y, \zeta) - i \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \frac{\mathfrak{A}_{rq}^*}{\tilde{W}_{rq}} \right)_0 \frac{\partial \tilde{\mathfrak{J}}}{\partial z} - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \left( \frac{\mathfrak{A}_{rq}^*}{\tilde{W}_{rq}} \right)_0 \frac{\partial^2 \tilde{\mathfrak{J}}}{\partial z^2} + \frac{i}{6} \frac{\partial^3}{\partial \beta^3} \left( \frac{\mathfrak{A}_{rq}^*}{\tilde{W}_{rq}} \right)_0 \frac{\partial^3 \tilde{\mathfrak{J}}}{\partial z^3} + \frac{1}{24} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} \left( \frac{\mathfrak{A}_{rq}^*}{\tilde{W}_{rq}} \right)_0 \frac{\partial^4 \tilde{\mathfrak{J}}}{\partial z^4} - \dots \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь введена так называемая родовой плотность тока  $\tilde{\mathfrak{J}}(t, x, y, z) = c\rho$  или  $\vec{j}$ , где  $\rho(t, x, y, z)$  и  $\vec{j}(t, x, y, z)$  – объемная плотность заряда и вектор поверхностной плотности тока соответственно. Величины  $\omega_{eq}(\beta)$  и  $\delta_{eq}(\beta)$  означают собственную частоту и коэффициент затухания  $q$ -го собственного вида колебаний линии  $\mathfrak{A}_{eq}(x, y, z, \beta)$  соответственно.  $\tilde{W}_{rq}(\beta)$  – так называемая погонная единичная псевдоэнергия родовой потенциалы  $q$ -й регулярной моды, Дж·с<sup>2</sup>/м, которая определяется по формуле:

$$\tilde{W}_{rq}(\beta) = \frac{\varepsilon_0}{2D} \int_D dz \int_{S_\perp} dx dy \mathcal{A}_{rq}(x, y, z, \beta) \mathcal{A}_{rq}^*(x, y, z, \beta).$$

Здесь  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная,  $S_\perp$  – поперечное сечение линии. Для продольно-однородной линии величина  $D$  определяет значение интервала усреднения, ограничивающего верхний диапазон рассматриваемых значений  $\beta$ .

Классическое волновое уравнение, уравнение Клейна-Гордона и телеграфное уравнение являются подмножествами обобщенного волнового уравнения (1). Несмотря на внешнее сходство с одномерным волновым уравнением, это полностью трехмерное выражение, с помощью которого можно промоделировать, например, формирование поперечной структуры поля линии в течение переходного процесса. Правая часть (1) может быть упрощена при использовании энергетической нормировки регулярных мод, когда  $\tilde{W}_{rq}(\beta) \equiv 1$  Дж·с<sup>2</sup>/м.

### Численная методика

Рассмотрим возможную методику решения уравнения (1) при моделировании распространения СШП радио- и видеоимпульсов в дисперсной линии. Для простоты ограничимся случаем линии без потерь. Общность изложения не нарушится, если анализировать только один тип волны, поэтому индекс  $q$  далее опускается. Предполагая  $\delta_e \equiv 0$  и аппроксимируя дисперсионную характеристику линии в пределах рабочего диапазона частот полиномом второго порядка вида  $\omega_e(\beta) \approx b_0 + b_1\beta + b_2\beta^2$ , получаем конечно-разностный аналог уравнения (1). В нем используется шаблон второго порядка по временной координате и шаблоны второго и четвертого порядков в продольном направлении:

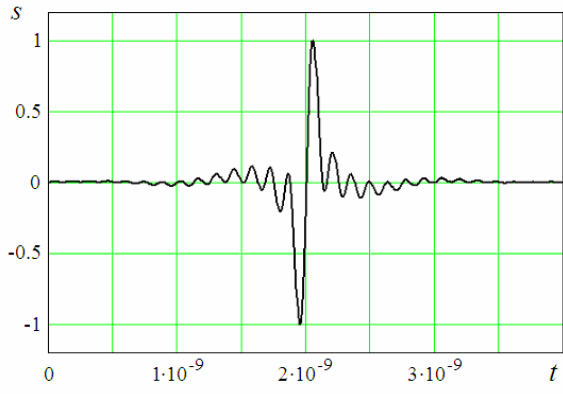
$$\Lambda^2 u_{rk} = (u_{rk-1} - 2u_{rk} + u_{rk+1}) / \Delta z^2;$$

$$\Lambda^4 u_{rk} = (u_{rk-2} - 4u_{rk-1} + 6u_{rk} - 4u_{rk+1} + u_{rk+2}) / \Delta z^4.$$

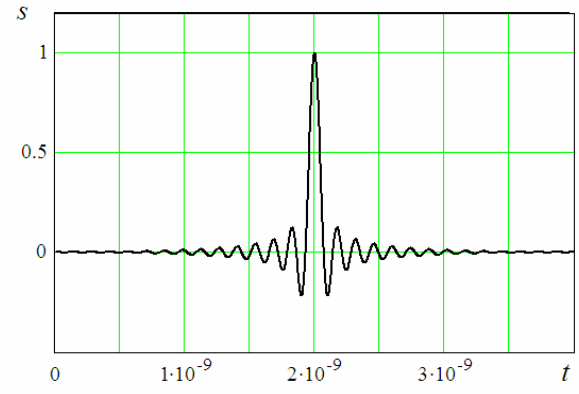
Порядки полинома и уравнения в направлении  $z$  при необходимости могут быть увеличены. В то же время увеличение порядка в направлении  $t$  приводит к неустойчивости решения, типичной для подобного случая при интегрировании смешанных начально-краевых задач [5]. Конечно-разностное уравнение решается с использованием явной трехслойной схемы [6]. Возможно также применение неявной схемы, однако целесообразность такого перехода пока не выяснена.

Поскольку в задачи данной статьи не входит моделирование электронного потока, правая часть уравнения (1) заменяется некой функцией источника  $s(t, z)$ , которая имитирует распределение родовой плотности тока в системе, уже проинтегрированной по площади поперечного сечения линии с учетом структуры регулярной моды. С помощью данной функции можно задавать воздействие произвольной формы, как во временной области, так и по продольной координате. В настоящей работе эта возможность используется только для имитации ввода импульса в линию путем подачи входного сигнала (в точке с координатой  $z = 0$ ).

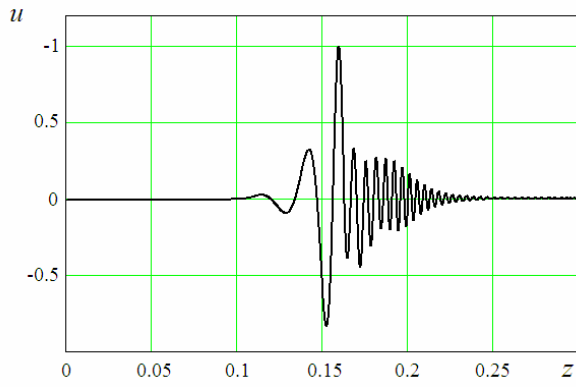
Граничные условия (ГУ) на краях линии могут быть промоделированы аналогично тому, как это делается в дискретном приближении [4]. Для СШП сигналов, заданных во временной области, пригодны два вида согласования линии: а) введение частотно-независимых импедансов ввода и вывода энергии на концах линии; б) расширение линии в обоих направлениях идеально согласованной нагрузкой. В данной работе встречная волна отсутствует, поэтому на входе линии используется первый вид согласования и однородное ГУ второго рода для функции  $u_r(t, z)$ . ГУ на выходе линии не играют роли, если длительность моделирования не превышает время прохождения компонент входного импульса с наибольшими групповыми скоростями от начала к концу системы.



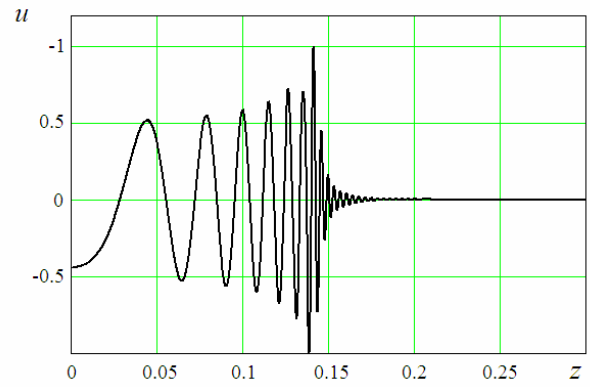
а



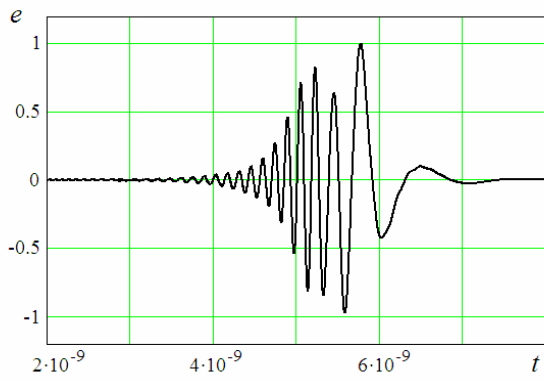
а



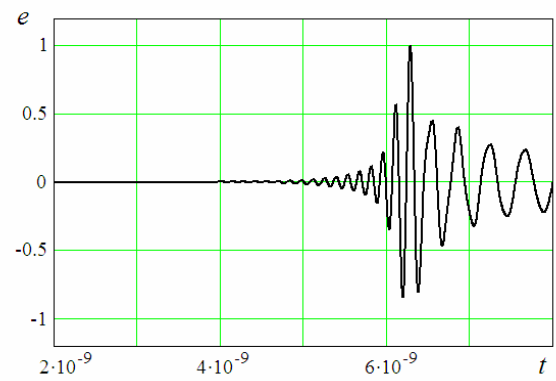
б



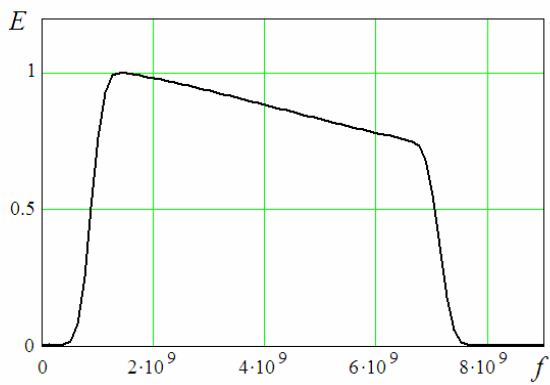
б



в

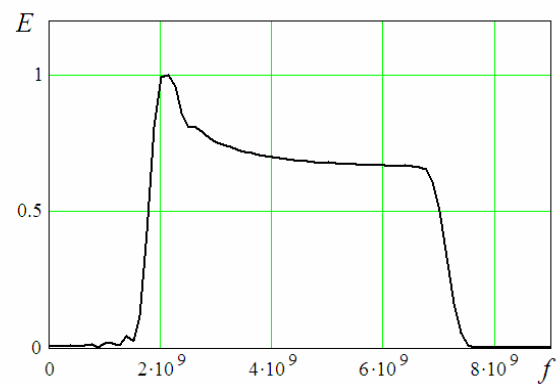


в



г

Рис. 1



г

Рис. 2

## Примеры

В качестве примера использования описанной методики моделирования на рис. 1 и 2 проиллюстрирован процесс прохождения коротких радио- и видеоимпульсов соответственно в дисперсной замедляющей системе с  $b_1 = 2,5 \cdot 10^7$  м/с. Оба импульса имеют прямоугольный входной спектр в диапазоне частот 1...7 ГГц (радиоимпульс) и 0...7 ГГц (видеоимпульс). На обоих рисунках показаны:

- а) входной сигнал (т.е. функция источника  $s(t,0)$  во временной области);
- б) «мгновенное» распределение функции  $u_r(t,z)$  вдоль системы при  $t = 8$  нс;
- в) некая функция электрического поля  $e_r(t,z) = -\partial u_r(t,z) / \partial t$  (производная от векторного потенциала по времени) при  $z = 10$  см во временной области;
- г) та же самая функция в частотной области. Все кривые нормализованы к их максимальным по модулю значениям.

Параметры дисперсии линии для рис. 1 следующие:  $b_0 = 0$ ;  $b_2 = 9 \cdot 10^3$  м<sup>2</sup>/(рад·с). Те же величины для рис. 2 такие:  $b_0 = 10 \cdot 10^9$  рад/с;  $b_2 = 0$ . Таким образом, радиоимпульс распространяется в линии с сильно нелинейной дисперсионной характеристикой, но без отсечки. Напротив, видеоимпульс движется в линии с почти линейной дисперсионной характеристикой при больших  $\beta$ , но имеющей низкочастотную отсечку (наподобие продольно-однородного волновода).

Как видно из рис. 1, поскольку высокочастотные составляющие радиоимпульса движутся быстрее, чем низкочастотные, спустя некоторое время первые обгоняют вторых. На рис. 2 замедляющая система вообще не пропускает низкочастотные составляющие видеоимпульса, поэтому, пройдя некоторое расстояние, он постепенно превращается в радиоимпульс. Очевидно, что в обоих случаях дисперсия, вызывая «расплывание» импульса в пространстве и времени, понижает относительный уровень высокочастотных составляющих в его спектре. Это относится как к частотной области, так и к области продольных волновых чисел (постоянных распространения).

## Выводы

Предлагаемая методика численного моделирования распространения сверхкоротких электромагнитных импульсов в дисперсных электродинамических линиях опробована на данный момент лишь на пассивных СШП цепях. Однако на самом деле она предназначена для спектрального моделирования активных СШП приборов (например, ЛБВ). В связи с этим в дальнейшем необходимо сделать следующее:

- ввести в конечно-разностную схему члены уравнения (1), содержащие коэффициенты затухания;
- разработать методику сглаживания правой части уравнения (1) для уменьшения уровня флуктуаций, создаваемых моделью частиц;
- выяснить оптимальные размеры временного и пространственного шагов, а также целесообразность использования неявной конечно-разностной схемы.

**Список литературы:** 1. Манькин И.А., Школьников В.Г. Сверхширокополосные сигналы в СВЧ системах. Ч. 1 // Обзоры по электронной технике. Сер. Электроника СВЧ, 1983. Вып. 3 (926). 52 с. 2. Sadiku M.N.O. Numerical Techniques in Electromagnetics. Boca Raton, FL: CRC Press, 2001. 750 p. 3. Грицунов А.В. О спектральном подходе к моделированию СВЧ-приборов // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49, № 7. С. 882–885. 4. Грицунов А.В. Методы расчета нестационарных негармонических полей в направляющих электродинамических системах // Радиотехника и электроника. 2007. Т. 52, № 6. С. 000–000. 5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 832 с. 6. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983. 616 с.