



МОДУЛЬНАЯ СИСТЕМА ИЗМЕРЕНИЯ ОСЕВОГО ДИПОЛЬНОГО МОМЕНТА ИСТОЧНИКОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

ДЕГТЯРЕВА В.

Описывается уравнение измерения осевого дипольного магнитного момента модульной магнитометрической системой из четырех осевых датчиков. Приводится математическая модель мультипольной погрешности.

1. Актуальность исследования

Электро- и радиотехнические устройства являются основными источниками помехонесущих внешних магнитных полей (ВМП), которые нарушают нормальное функционирование различных магниточувствительных устройств и оказывают нежелательное воздействие на биологические объекты, находящиеся в зоне влияния этих полей [1, 2]. Это требует решения задачи контроля электромагнитной обстановки в зонах энергетических и промышленных объектов.

Необходимость регламентации уровня напряженности магнитного поля в окружающем пространстве [3, 4] существенно повысила требования к точности контроля ВМП источников, к оценке погрешности магнитометрических методов и средств измерения параметров ВМП технических объектов.

На значительных расстояниях от источника его ВМП в окружающем пространстве носит дипольный характер. Такое поле пропорционально эквивалентному дипольному моменту, который является постоянной величиной и в отличие от напряженности магнитного поля не зависит от координат точек наблюдения. Это позволяет по измеренным значениям компонент дипольного магнитного момента источника легко определить напряженность дипольной составляющей магнитного поля в заданных точках внешнего пространства.

Измерение компонент дипольного магнитного момента технического объекта базируется на мультипольной модели ВМП источника. Согласно такой модели скалярный магнитный потенциал источника поля для области внешнего пространства, где плотность тока равна нулю и $\operatorname{rot} \mathbf{H} = 0$, можно аналитически описать сферическим гармоническим рядом Гаусса в виде суммы мультиполей дипольной, квадрупольной, октупольной и т.д. составляющих магнитного поля [5]:

$$U = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{R^{n+1}} \sum_{m=0}^n (g_{nm} \cos m\varphi + h_{nm} \sin m\varphi) P_n^m(\cos \theta), \quad (1)$$

где R, φ, θ – сферические координаты точки наблюдения; g_{nm}, h_{nm} – постоянные коэффициенты гармонического ряда, равные мультипольным магнитным моментам источника поля; n – порядковый номер члена сферического ряда Гаусса; m – порядковый номер элементарного мультиполя n -го порядка; $P_n^m(\cos \theta)$ – присоединенные полиномы Лежандра первого рода.

Анализ ряда (1) показывает, что магнитное поле источника имеет сложный пространственно-гармонический характер. Поэтому задача измерения коэффициента g_{10} первой гармоники, равного осевому дипольному моменту M_z источника поля, сводится к избирательному выделению из полного спектра мультиполей ВМП дипольной постоянной составляющей, не зависящей от угловой координаты φ , и измерению параметров поля зональной гармоники дипольной составляющей ($n = 1, m = 0$).

Цель исследования – определение основных метрологических характеристик модульной измерительной системы, реализующей четырехточечный магнитометрический метод контроля осевого дипольного магнитного момента источников магнитного поля, к которым предъявляются требования по ограничению уровня напряженности магнитного поля во внешнем пространстве.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующую задачу: разработать математические модели полезного сигнала, результирующей мультипольной погрешности и ее наиболее весомых составляющих, обусловленных помехонесущими мультиполями пространственных гармоник ВМП.

2. Решение задачи

Рассмотрим четырехточечный метод контроля осевого дипольного магнитного момента источников ВМП, который реализуется измерительной системой в виде модуля из четырех осевых датчиков. Датчики этой системы расположены вокруг испытуемого источника поля в экваториальной плоскости ($\theta = 90^\circ$) на окружности радиуса R в точках с угловой координатой $\varphi_k = (k-1)90^\circ$, где $k=1..4$ – номер осевого датчика, ориентированного своими магнитными осями параллельно полярной оси Z принятой системы координат, начало которой связано с измеряемым источником поля.

На магнитные оси датчиков магнитометрической системы действует осевая компонента напряженности магнитного поля, которая находится путем дифференцирования потенциала (1) по координате θ :

$$H_\theta = -\frac{1}{R} \frac{\partial U}{\partial \theta} = -\frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{R^{n+2}} \sum_{m=0}^n (g_{nm} \cos m\varphi +$$

$$+ h_{nm} \sin m\varphi) \partial P_n^m(\cos \theta) / \partial \theta. \quad (2)$$

Для упрощения анализа запишем ряд H_θ (2) в развернутом виде, ограничив его гармоникой $n=5$:

$$\begin{aligned} H_\theta(\theta = 90^\circ) = & \frac{1}{4\pi R^3} g_{10} + \frac{1}{4\pi R^4} 3(g_{21} \cos \varphi + \\ & + h_{21} \sin \varphi) + \frac{1}{4\pi R^5} \left[-\frac{3}{2} g_{30} + 15(g_{32} \cos 2\varphi + \right. \\ & \left. + h_{32} \sin 2\varphi) \right] + \frac{1}{4\pi R^6} \left[-\frac{1}{2} (g_{41} \cos \varphi + h_{41} \sin \varphi) + \right. \\ & \left. + 7(g_{43} \cos 3\varphi + h_{43} \sin 3\varphi) \right] + \frac{15}{4\pi R^7} \left[\frac{1}{8} g_{50} - \right. \\ & \left. - \frac{7}{2} (g_{52} \cos 2\varphi + h_{52} \sin 2\varphi) + \right. \\ & \left. + 63(g_{54} \cos 4\varphi + h_{54} \sin 4\varphi) \right] + \dots \quad (3) \end{aligned}$$

Катушки четырех датчиков модульной измерительной системы электрически соединены по полезному сигналу магнитного поля зональной гармоники дипольной постоянной составляющей. Поэтому результирующий электрический сигнал равен сумме сигналов, наведенных осевой компонентой напряженности поля H_θ ($\theta = 90^\circ$) в этих катушках:

$$E_z = \frac{1}{k_f} \sum_{k=1}^4 H_{k\theta}(\theta = 90^\circ, \varphi_k), \quad (4)$$

где k_f , мЭ/мВ - постоянная катушек датчиков.

После подстановки осевой компоненты напряженности магнитного поля (3) с учетом значений угловой координаты φ_k в уравнение (4) получим результирующий сигнал в виде суммы сигналов от мультиполей ВМП нечетного порядка:

$$\begin{aligned} E_z = & 4g_{10} / k_f R^3 - 6g_{30} / k_f R^5 + \\ & + 15g_{50} / 2k_f R^7 + \dots = E_{z1} + E_{z3} + E_{z5} + \dots, \quad (5) \end{aligned}$$

где $E_{z1} = 4g_{10} / k_f R^3$ - полезный сигнал, пропорциональный коэффициенту g_{10} зональной гармоники дипольной постоянной составляющей магнитного поля; $E_{z3} = -6g_{30} / k_f R^5$ - сигнал помехи, пропорциональный коэффициенту g_{30} зональной гармоники октупольной составляющей магнитного поля объекта ($n=3$); $E_{z5} = 15g_{50} / 2k_f R^7$ - сигнал помехи, создаваемый гармоникой пятого порядка. Анализ уравнения (5) показывает, что в измеряемом электрическом сигнале E_z отсутствуют сигналы помех от пространственных гармоник ВМП четного порядка, что подтверждает избирательность рассматриваемой магнитометрической системы датчиков, которая осуществляется с точностью до помехонесущего мультиполя третьего порядка.

Таким образом, сигнал E_z (5) измеряется с погрешностью, обусловленной помехонесущими нечетными гармониками ВМП высшего порядка, начиная с гармоники $n=3$.

Согласно (5) чувствительность магнитометрической системы осевых датчиков к напряженности магнитного поля зональной гармоники дипольной составляющей равна $S_z = 4 / k_f$, а значение осевого дипольного момента определяется выражением

$$g_{10} = M_z \approx \frac{1}{4} E_z k_f R^3.$$

Очевидно, что мультипольная составляющая методической погрешности измерения, обусловленная пространственными гармониками ВМП нечетного порядка, создается в основном мультиполями помехонесущих гармоник, которые имеют наименьшую степень спада напряженности магнитного поля по сравнению с напряженностью поля гармоник более высоких порядков.

Оценим вес третьей и пятой гармоник в результирующей помехе, образованной в модульной магнитометрической системе измерительных датчиков. Для этого определим точное значение осевой компоненты напряженности магнитного поля источника, затем значение результирующей помехи и, в конечном счете, погрешность измерения дипольного момента M_z , расположенного на полярной оси со смещением на z_0 относительно начала координат. За счет эксцентricности осевого дипольного момента источника создается полный спектр пространственных гармоник, математически описываемых сферическим гармоническим рядом (1). Точное значение скалярного магнитного потенциала такого источника поля равно

$$U_z = \frac{M_z(z - z_0)}{4\pi[x^2 + y^2 + (z - z_0)^2]^{3/2}},$$

где x, y, z - текущие координаты точки наблюдения: $x = R \cos \varphi \sin \theta$, $y = R \sin \varphi \sin \theta$, $z = R \cos \theta$.

Тогда осевая составляющая напряженности магнитного поля в этом случае описывается в экваториальной плоскости, в которой расположена система измерительных датчиков, уравнением

$$H'_\theta(\theta = 90^\circ) = \frac{M_z(R^2 - 2z_0^2)}{4\pi(R^2 + z_0^2)^{5/2}}.$$

Эта составляющая магнитного поля воздействует на магнитные оси катушек датчиков и наводит в них электрический сигнал

$$E'_z = 4H'_\theta(\theta = 90^\circ) / k_f. \quad (6)$$

Из равенства электрических сигналов E_z (5) и E'_z (6) находим результирующую помеху, равную абсолютной погрешности, которая создается полным спектром помехонесущих гармоник ВМП нечетного порядка ($n=3, 5, 7, \dots$):

$$\Delta E_z = E_z' - E_{z1} = \frac{4M_z}{k_f R^3} \left\{ \frac{1 - 2(z_0/R)^2}{[1 + (z_0/R)^2]^{5/2}} - 1 \right\}.$$

Вес третьей и пятой гармоник ВМП в создании погрешности измерения определяется выражением

$$\varepsilon = \frac{E_{z3} + E_{z5}}{\Delta E_z} = \frac{-12g_{30} + 15g_{50}/R^2}{2\Delta E_z k_f R^5}. \quad (7)$$

Для источника магнитного поля, содержащего дипольный момент M_z с параметром эксцентricности z_0 , коэффициенты g_{n0} ($n = 3, 5$) третьей и пятой гармоник, найденные расчетным путем, будут равны

$$g_{30} = 3M_z z_0^2, \quad g_{50} = 5M_z z_0^4.$$

В этом случае выражение (7) принимает вид

$$\varepsilon = \frac{3}{8A_z} \left(\frac{k_z}{R/L} \right)^2 \left[-12 + 25 \left(\frac{k_z}{R/L} \right)^2 \right],$$

где A_z – коэффициент, значение которого определяется отношением радиуса R , на котором производится измерение осевого дипольного момента, к габаритному размеру L источника магнитного поля:

$$A_z = \frac{1 - 2 \left(\frac{k_z}{R/L} \right)^2}{\left[1 + \left(\frac{k_z}{R/L} \right)^2 \right]^{5/2}} - 1,$$

$k_z = z_0/L \leq 1/2$ – коэффициент эксцентricности измеряемого дипольного момента; L – габаритный размер источника по координатному направлению Z .

При коэффициенте эксцентricности $k_z = 1/2$ и контрольном расстоянии $R = 3L$ весовой вклад третьей и пятой гармоник в полное помехонесущее мультипольное поле $\varepsilon = 98,8\%$. При увеличении соотношения R/L помехи гармоник $(E_{z3} + E_{z5}) \rightarrow \Delta E_z$ и соответственно $\varepsilon \rightarrow 100\%$. Поэтому погрешность измерения осевого дипольного момента описывается с достаточно высокой точностью с помощью помехонесущих мультиполей зональных гармоник третьего и пятого порядков:

$$\delta = \frac{E_{z3} + E_{z5}}{E_{z1}} = \frac{3}{8} \left(\frac{k_z}{R/L} \right)^2 \left[-12 + 25 \left(\frac{k_z}{R/L} \right)^2 \right].$$

3. Выводы

Научная новизна данной работы состоит в том, что разработаны математические модели полезного сигнала и мультипольной погрешности измерения осевого дипольного магнитного момента источников ВМП, использование которых позволяет оценить эффективность методов и измерительных

систем на стадии их разработки и определить основные метрологические характеристики средств измерения. Полученная математическая модель мультипольной погрешности измерения осевого дипольного магнитного момента источника дает возможность определить оптимальное контрольное расстояние, на котором необходимо проводить измерения для обеспечения заданной точности.

Практическое значение результатов исследования: модульная измерительная система может быть использована, как показали исследования, на магнитометрических испытательных стендах для контроля осевого дипольного момента малогабаритных источников магнитного поля на контрольном расстоянии, равном не менее пяти габаритных размеров источника.

Сравнительный анализ магнитометрических методов измерения осевого дипольного магнитного момента источников ВМП, выполненный на основе полученной математической модели мультипольной погрешности, показывает, что погрешность четырехточечного метода при измерении на расстоянии пяти габаритных размеров источника ВМП и значении коэффициента эксцентricности осевого диполя, равного одной трети, равна два процента, что меньше по сравнению с одноточечным методом на порядок.

Дальнейшие исследования в этой области могут быть направлены на повышение точности измерения осевого дипольного магнитного момента источников ВМП путем исключения из результатов измерений помехонесущих мультиполей высшего порядка.

Литература: 1. *Владимиров В.И., Докторов А.Л., Елизаров Ф.В.* Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств и систем. М.: Радио и связь, 1985. 271 с. 2. *Холодов Ю.А.* Мозг в электромагнитных полях. М.: Наука, 1982. 123 с. 3. *ГОСТ Р 50010-92.* Совместимость технических средств электромагнитная. Электрооборудование силовое. Нормы параметров низкочастотного периодического магнитного поля. М.: Изд-во стандартов, 1993. 5 с. 4. *ДСТУ 2465-94.* Сумісність технічних засобів електромагнітна. Стійкість до магнітних полів частоти мережі. Технічні вимоги та методи випробувань. Введ. 01.01.95. Київ: Держстандарт України, 1994. 29 с. 5. *Яновский Б.М.* Земной магнетизм. Л.: Изд-во ЛГУ, 1978. 592 с.

Поступила в редколлегию 12.02.2005

Рецензент: д-р техн. наук, проф., Руженцев И.В.

Дегтярёв Александр Валентинович, аспирант кафедры метрологии и измерительной техники ХНУРЭ. Научные интересы: методы и средства измерения электромагнитных полей технических объектов. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-21-331.