АЛГОРИТМ КОРРЕКЦИИ РАСПОЛОЖЕНИЯ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ПРИБОРЕ С ЦЕЛЬЮ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА

А. Л. Оксман, Ю. Б. Максимов, А. А. Чернышенко
Харьков

Температура функционирующего радиоэлектронного элемента оказывает прямое влияние на надежность его работы и работы аппарата в целом. При конструировании электронных аппаратов для обеспечения оптимального теплового режима серьезное внимание уделяется расчету размеров и формы кожуха (ребрение, перфорация), принудительной вентиляции, выбору материала для плат и т. д. [1, 2]. Однако одним из важнейших является вопрос об оптимальном размещении деталей на плате для обеспечения нормального теплового режима. В статье рассматривается построение функции цели, являющейся критерием эффективности расположения элементов на плате электронного прибора, исходя из оптимизации теплового режима.

Активный элемент, изолированный от влияния внешних источников тепла, в процессе функционирования нагревается до некоторой стационарной температуры $t_{ст}$. При тепловом воздействии извне j-го элемента i-й элемент нагревается до температуры $t_i = t_{ст\,i} + \Delta t_{ij}$, где $\Delta t_{ij} > 0$.

Принимаем, что

$$\Delta t_{ij} = k\frac{P_j}{d_{ij}}, \tag{1}$$

где P_j — мощность j-го элемента, действующего на рассматриваемый i-й элемент;
d_{ij} — расстояние между центрами i-го и j-го элементов;
k — коэффициент связи.

Любое размещение элемента на плоскости в декартовой системе координат описывается координатами (x, y) его центра, а формула (1) может быть записана в виде

$$\Delta t_{ij} = k\frac{P_j}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}}. \tag{2}$$

Используя принцип суперпозиции температурных полей [1], составим сумму

$$\Delta t_i = k\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\frac{P_j}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}}, \tag{3}$$

где Δt_i — оценка, пропорциональная перегреву i-го элемента относительно его стационарной температуры под действием остальных $(n-1)$ элементов. Однако нас интересует перегрев всей схемы, поэтому составим сумму Δt_i по всем n элементам:

$$T = k\sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\frac{P_j}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}}. \tag{4}$$

Назовем (4) суммарной оценкой перегрева схемы, зависящей от размещения элементов на плате.

Необходимо учитывать, что функция (4) определена не для всех значений аргументов, поэтому на переменные x_i, y_i $(i = 1, \ldots, n)$ следует

наложить ограничения. Расположим прямоугольную плату размером $a \times b$ в декартовой системе координат так, чтобы она описывалась неравенствами

$$0 \leqslant x \leqslant a,$$
$$0 \leqslant y \leqslant b. \tag{5}$$

Отсюда расположение элементов должно удовлетворять следующим условиям размещения на плате:

$$r_i \leqslant x_i \leqslant a - r_i,$$
$$r_i \leqslant y_i \leqslant b - r_i \quad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{6}$$

где r_i — радиус i-го элемента цилиндрической формы.

Если накладывать ограничения на расстояния между центрами элементов для исключения пересечения их поверхностей, то в математической постановке задачи появляются нелинейные ограничения, что существенно усложняет поиск экстремума. При рассмотрении среднеповерхностных температур с физической точки зрения более правомерным является учет расстояний между поверхностями элементов. Тогда выражение (4) приводится к виду

$$T = k \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \frac{P_j}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} - r_i - r_j}. \tag{7}$$

В формуле (7) знаменатель должен быть строго положительным (в противном случае элементы налагаются один на другой). Для обеспечения этого требования построим функцию

$$d_{ij}^{*} = d_{ij}^{*}(D_{ij}),$$

где

$$D_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} - r_i - r_j; \tag{8}$$

$$d_{ij}^{*} = \begin{cases} D_{ij}, \text{ если } D_{ij} \geqslant \delta, \\ \dfrac{(r_i + r_j + D_{ij})(\delta - \varepsilon)}{r_i + r_j + \delta} + \varepsilon, \text{ если } D_{ij} < \delta, \end{cases} \tag{9}$$

где $0 < \varepsilon < \delta$.

Для отыскания оптимального размещения элементов на плате необходимо найти экстремум нелинейной функции цели

$$T = k \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \frac{P_j}{d_{ij}^{*}} \tag{10}$$

в области, описываемой линейными неравенствами (6).

Как показано в работе [3], функции типа (10) относятся к классу многоэкстремальных функций. Следовательно, в этой задаче мы сталкиваемся с проблемой поиска глобального экстремума. В настоящее время еще не существует приемлемых для практики алгоритмов глобального поиска в общем случае, так как все такие алгоритмы сводятся к перебору локальных экстремумов, а на поиск последних уходит значительная часть машинного времени.

Учитывая особенности конструирования радиоэлектронных блоков, можно ограничиться поиском локального экстремума. Это связано с тем, что конструктор, проектируя монтажную схему, руководствуется соображениями простоты коммутации, взаимного электрического влияния

элементов, блочности и т. д. Поэтому оптимизация теплового режима сводится к коррекции исходного размещения радиоэлектронных элементов на плате прибора. Следовательно, нас устраивает единственный экстремум, в который мы попадем при локальном поиске из исходного размещения.

Докажем, что все локальные минимумы функции (10) находятся на границе области (6). Представим область, определяемую неравенствами (6), замыканием $\bar{\Omega}$ открытой области Ω. Рассмотрим точку $X' = (x_1', \ldots, x_n', y_1', \ldots, y_n')$, которая удовлетворяет ограничениям как строгим неравенствам, т. е. $X' \in \Omega$. Пусть $x_k' = \max x_i' \, (i = 1, 2, \ldots, n)$. Построим точку

$$X'' = (x_1', \ldots, x_k' + \varepsilon, \ldots, x_n', y_1', \ldots, y_n'),$$

где

$$\varepsilon = a - r_k - x_k'.$$

Таким образом, $X'' \in \Gamma$, где Γ — граница Ω.

Сравним $T(X')$ и $T(X'')$. Очевидно, что модули разностей $|y_i - y_j|$ не изменятся, но

$$|x_k'' - x_i'| > |x_k' - x_i'| \tag{11}$$

и $|x_i - x_j|$, $(i, j \neq k)$ не изменяется. Итак, ввиду неравенства (11)

$$D_{kj}'' > D_{kj}', \quad D_{ij}'' = D_{ij}', \quad (i, j \neq k).$$

Тогда

$$T(X'') < T(X').$$

Следовательно, любое размещение $X \in \Omega$ не оптимально.

Обозначим экстремальную точку через X^*. Если $X^* \in \Omega$ и $X^* \in \bar{\Omega}$, то $X^* \in \Gamma$. За основу алгоритма поиска экстремума функции (10) в области (6) был взят прямой градиентный метод минимизации, детально разработанный в работах [4, 5]. Из точки $X^{(k)}$ делаются пробные шаги $\Delta x e_i$, где e_i — единичный вектор вдоль i-й оси координат, определяется приближенное значение градиента

$$\frac{\partial T(X^{(k)})}{\partial x_i} \approx \frac{T(X^{(k)} + \Delta x e_i) - T(X^{(k)} - \Delta x e_i)}{2\Delta x} = h_i, \tag{12}$$

$$i = 1, 2, \ldots, 2n.$$

а затем осуществляется итерационный процесс

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - \alpha_k H(X^{(k)}), \tag{13}$$

где

$$H(X^{(k)}) = (h_1, h_2, \ldots, h_{2n});$$

α_k — множитель, влияющий на длину шага.

Как показали экспериментальные расчеты, функция (10) имеет обширную стационарную область, в которой резко уменьшается модуль градиента, а с ним и длина рабочего шага. Счет контрольного варианта, приведенного ниже, при $\alpha = 1$ занимает более 2,5 часов машинного времени, что неприемлемо для практических целей.

Нами предлагается следующая схема автоматической регулировки шага. На каждом k-м шаге вычисляется приращение функции цели, взятое с противоположным знаком:

$$\Delta^{(k)} = T(X^{(k-1)}) - T(X^{(k)}). \tag{14}$$

В зависимости от величины $\Delta^{(k)}$ различаем три случая.

Случай 1: $\Delta^{(k)} \geqslant \Delta$; $\Delta > 0$. В этой ситуации «утверждается» k-й шаг (не делается возврат в точку $X^{(k-1)}$) и $\alpha_{k+1} = \alpha_k$.

Случай 2. $0 \leqslant \Delta^{(k)} < \Delta$. Шаг «утверждается», но $\alpha_{k+1} = 2\alpha_k$.

Случай 3: $\Delta^{(k)} < 0$. Осуществляется возврат в точку $X^{(k-1)}$ и $\alpha_{k+1} = \frac{\alpha_k}{2}$.

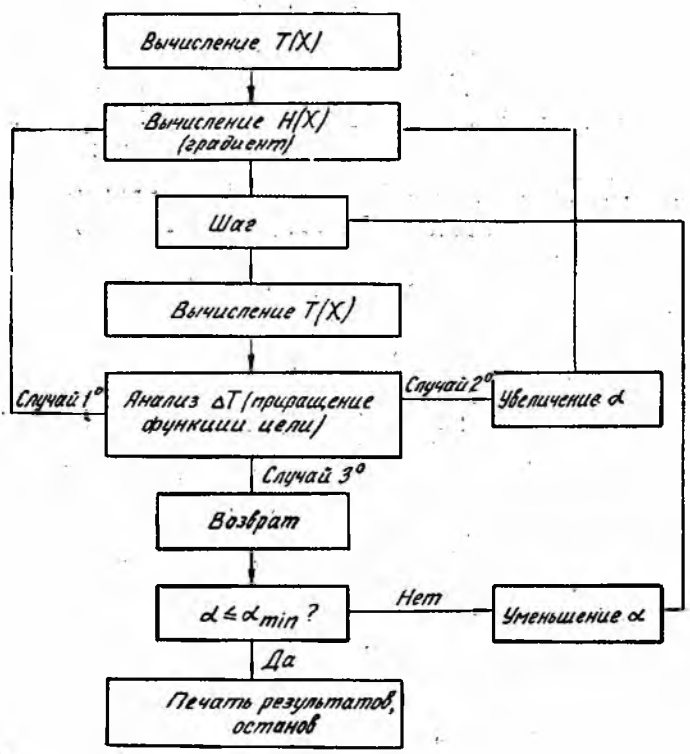

Рис. 1. Блок-схема алгоритма коррекции расположения радиоэлектронных элементов.

Конец алгоритма определяется следующим образом: при каждом появлении случая *3* проверяется неравенство $\alpha_k \leqslant \alpha_{\min}$, при выполнении которого локальный минимум найден.

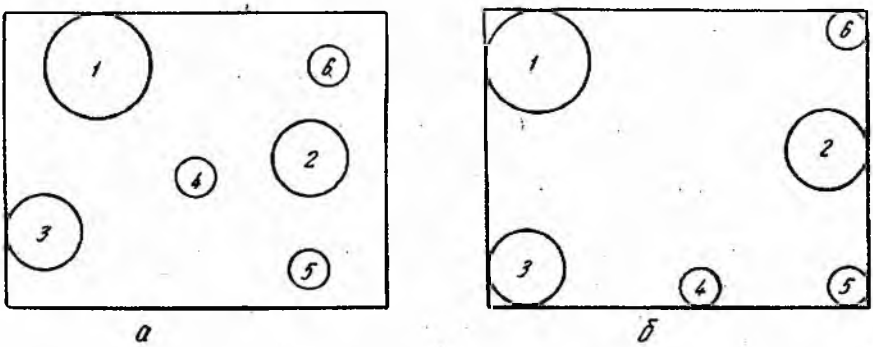

Рис. 2. Плата с радиоэлектронными элементами:
а — исходное расположение деталей; *б* — расположение деталей после коррекции.

Пусть в результате k-го шага нарушилось i-е ограничение (левое либо правое неравенство). Тогда с учетом доказанного выше i-й пере-

менной присваивается предельное значение (левое либо правое), т. е. i-й элемент «прилипает» к границе платы. Таким образом, точка движется по граням гиперпараллелепипеда все меньшей размерности.

Блок-схема предлагаемого алгоритма приведена на рис. 1. На ЭВМ «Урал-4» был реализован этот алгоритм для следующего примера: $P_1 = 4_{вт}$; $P_2 = 2{,}5$; $P_3 = 1{,}5$; $P_4 = 1$; $P_5 = 0{,}5$; $P_6 = 0{,}1$; $a = 100$ *мм*; $b = 80$; $r_1 = 15$; $r_2 = r_3 = 10$; $r_4 = r_5 = r_6 = 5$.

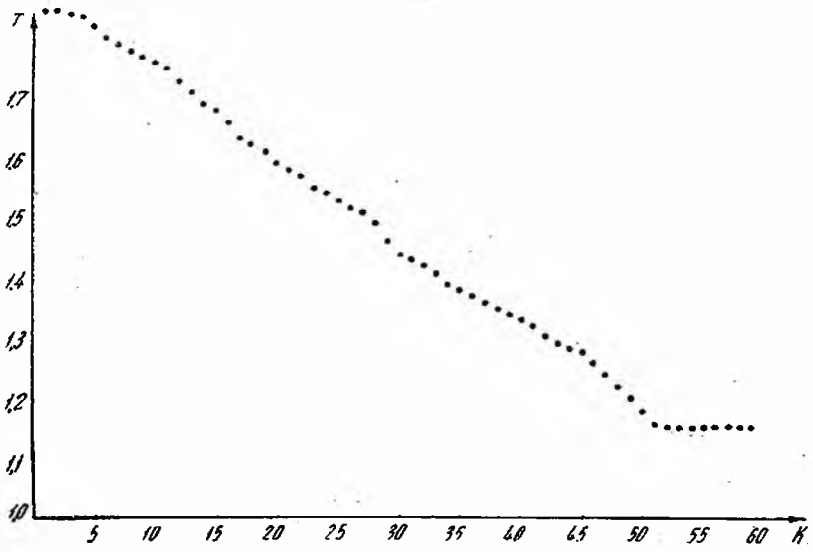

Рис. 3. График убывания функции цели в ходе реализации алгоритма.

Было задано также начальное размещение (рис. 2, *а*): $x_1 = 25$; $x_2 = 80$; $x_3 = 10$; $x_4 = 50$; $x_5 = 80$; $x_6 = 85$; $y_1 = 65$; $y_2 = 40$; $y_3 = 20$; $y_4 = 35$; $y_5 = 10$; $y_6 = 65$ и константы $\delta = 1$; $\varepsilon = 0{,}1$; $\Delta = 0{,}01$; $\alpha_{min} = 0{,}1$; $\Delta x = 1$; $k = 1$. Значение функции цели $T(\boldsymbol{X}^{(0)}) = 1{,}865897$. В процессе счета сделано 59 шагов (рис. 3).

В результате получено следующее оптимальное размещение элементов: $x_1 = 15$; $x_2 = 90$; $x_3 = 10$; $x_4 = 55{,}27$; $x_5 = 95$; $x_6 = 95$; $y_1 = 65$; $y_2 = 42{,}005$; $y_3 = 10$; $y_4 = 5$; $y_5 = 5$; $y_6 = 75$ (рис. 2, *б*). Функция цели $T(\boldsymbol{X}^{(59)}) = 1{,}161098$. Счет занял менее 11 минут.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Н. Дульнев, Э. М. Семяшкин. Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах. Изд-во «Энергия», 1968.

2. С. Г. Вессельман. А. А. Чернышенко, И. М. Майко, А. Л. Оксман. Методика выбора конструкции герметических РЭА по результатам теплового расчета. Сб. «Приборы и системы автоматики», вып. 10. Изд-во Харьковск. ун-та, 1969.

3. В. Л. Рвачев. Геометрические приложения алгебры логики. Изд-во «Техника», Киев, 1967.

4. С. М. Мовшович. Случайный поиск и градиентный метод в задачах оптимизации. «Изв. АН СССР, Техническая кибернетика», № 6, 1966.

5. Т. Б. Поляк. Градиентные методы минимизации функционалов. «Журнал вычислительной математики и математической физики», т. 3, № 4, 1963.