621.396(06)
Р15

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
ХАРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

РАДИОТЕХНИКА

Всеукраинский межведомственный научно-технический сборник

Основан в 1965 г.

ВЫПУСК 118

Радиотехника
621.396(06) Р 15
848380
НБ ХНУРЕ 2001

Харківський державний технічний
університет радіоелектроніки

2001

УДК 621.3

Сборник включен в список специальных изданий ВАК Украины по физико-математическим и техническим наукам.

Приведены результаты исследований распознаванию движущихся целей лидарными методами и обзорными РЛС. Рассмотрены энергетические возможности систем радиоакустического зондирования атмосферы. Анализируются методы моделирования физических процессов в магнетронных генераторах и электродинамических устройствах со сложными границами.

Для научных работников, специалистов, преподавателей вузов, аспирантов.

Ответственность за содержание статей несет автор.

Редакционная коллегия: гл. ред., д-р техн. наук, проф. *А.И. Терещенко,* зам. гл. ред., д-р техн. наук, проф. *В.М. Шокало,* секретарь, канд. техн. наук, доц. *Ж.Ф. Пащенко,* д-р физ.-мат. наук *Б.М. Булгаков,* д-р техн. наук, проф. *И.Д. Горбенко,* д-р техн. наук, проф. *Б.Л. Кощеев,* д-р техн. наук, проф. *Н.И. Кравченко, д-р* физ.-мат. наук, проф. *В.М. Кузьмичев,* акад. НАН Украины *Л.Н. Литвиненко, д-р* техн. наук, проф. *А.А. Молчанов,* д-р физ.-мат. наук, проф. *В.А. Омельченко,* канд. физ.-мат. наук, ст. преп. Пащенко А.Г., д-р техн. наук, проф. *В.В. Поповский,* д-р техн. наук, проф. *Е.Г. Прошкин, д-р* техн. наук, проф. *А.И. Стрелков,* д-р физ.-мат. наук, проф. 0.4. *Третьяков,* д-р физ.-мат. наук, проф. *Н.А. Хижняк,* д-р техн. наук, проф. Я С. *Шифрин,* д-р техн. наук, проф. *С.Н. Шостка*

Ответственный за выпуск д-р техн. наук, проф. *Е.Г. Прошкин*

Рекомендовано Ученым советом Харьковского техничного университета радиоэлектроники.
Протокол № 30 30.03.2001

Адрес редакционной коллегии: Украина, 61166 Харьков-166, просп. Ленина, 14,
Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники (ХТУРЭ), тел. 40-93-97

Использование материалов сборника научных трудов без согласования с редакцией запрещено

© Харківський державний технічний університет радіоелектроніки, 2001

ЗБІРНИК НАУКОВИХ ПРАЦЬ
РАДІОТЕХНІКА
Випуск 118

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ
РАДИОТЕХНИКА
Выпуск 118

Редактор *Денисова Л.Н.*
Компьютерная верстка *Карпинской Е.Д.*

Підп. до друку 11.04.2001. Формат 60x90/8.
Папір офсетний. Друк офсетний. Умов. друк. арк. 17,1. Обл. вид. арк.8,2.
Тираж 300 прим. Зам. № 6/2001. Ціна договірна.

Харківський державний технічний університет радіоелектроніки (ХТУРЭ)
Україна, 61166 Харків, просп. Леніна, 14.
Оригінал-макет збірника підготовлено и надруковано у видавництві "Медицина і..." (ПФ "Крокус")
Україна, 61183, Харків, вул. Дружби народів, 277, к. 93

УДК 621.396.67

А. И. ЛУЧАНИНОВ, д-р. физ.-мат. наук, А. А. КОНОВАЛЬЦЕВ, канд. техн. наук,
Ю. А. ЛУЧАНИНОВ, М. А. ОМАРОВ, канд. техн. наук, В. М. ШОКАЛО, д-р. техн.наук

АЛГОРИТМ АНАЛИЗА ЭКВИДИСТАНТНОЙ РЕШЕТКИ ЛЕНТОЧНЫХ МИКРОПОЛОСКОВЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ, АДАПТИРОВАННЫЙ К РАСЧЕТУ КРУПНОАПЕРТУРНЫХ АНТЕНН С НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ. 2. РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Определение токов на элементах периодической решетки

Для решения интегрального уравнения (17, [1]) используем метод Галеркина, в соответствии с которым представим искомый ток $\vec{I}_{p'q'}(\xi')$ в виде разложения по некоторой системе базисных функций $\{\vec{\varphi}_k(\xi')\}$:

$$\vec{I}_{p'q'}(\xi') = \sum_{k=1}^{K} I^k_{p'q'} \vec{\varphi}^k_{p'q'}(\xi'), \tag{1}$$

где $I^k_{p'q'}$ – неизвестные коэффициенты, K – количество базисных функций (БФ), достаточное для аппроксимации тока излучателей, расположенных в ячейке (p',q') с заданной точностью.

Подставив разложение (1) в уравнения системы (17, [1]), образуем в их левых и правых частях скалярные произведения путем умножения на весовые функции $\vec{\varphi}^l_{p'q'}(\xi')$, $l = \overline{1,K}$ и интегрирования координаты ξ по всей длине излучателей, расположенных в пределах ячейки (p,q) АР. В результате каждое ИУ в (17, [1]) будет заменено системой из линейных алгебраических уравнений следующего типа:

$$\sum_{p'=-\infty}^{\infty} \sum_{q'=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{K} I^k_{p'q'} Z_{kl}(p,p',q,q') = V_l(p,q)$$
$$\forall \quad 1 \le l \le K, \quad -\infty < p < \infty, \quad -\infty < q < \infty, \tag{2}$$

где $Z_{kl}(p,p',q,q') = \dfrac{1}{i\omega\tilde{\varepsilon}_n} \int_L \vec{\varphi}^l_{pq}(\xi) \cdot \left[\vec{n}(\xi) \times \int_{L'} \dfrac{\vec{\varphi}^k_{p'q'}(\xi')}{2b_s} \tilde{\varepsilon}_0 \left(\text{grad div} + k_n^2\right) \cdot \overline{\overline{G}}(\xi,\xi') d\xi' \right]$ (3) – элементы квадратной матрицы $[Z]$ размерности $K \times K$, имеющие смысл собственных (при $k = l$) и взаимных (при $k \neq l$) импедансов между токами, характеризующимися функциями $\vec{\varphi}^k_{p'q'}(\xi')$ и $\vec{\varphi}^l_{pq}(\xi)$; $V_l(p,q) = -\int_L \vec{\varphi}^l_{pq}(\xi) \cdot \left[\vec{n}(\xi) \times \vec{E}^{\text{ст}}(\xi) \right] d\xi$ (4) – элементы вектора $|V\rangle$ размерности K, имеющие смысл напряжений.

Учитывая далее периодичность решетки и то обстоятельство, что при аппроксимации искомых токов на всех ее излучателях используются идентичные системы БФ, легко показать (см. (2), (11) и выражения для ТФГ в [1]), что матрица $[Z]$ системы уравнений (2) является бесконечномерной блочно-блочно-теплицевой, для которой

$$Z_{kl}(p,p',q,q') = Z_{kl}(p-p', q-q') \,. \tag{5}$$

Известно [2], что системы алгебраических уравнений, матрицы которых зависят от разности индексов $(p-p')$, $(q-q')$, удобно решать с использованием аппарата преобразования Фурье. Так, после умножения обеих частей уравнений (19) на $\exp[i(\alpha' p + \beta' q)]$ и суммирования по p и q в бесконечных пределах, получим K-мерную систему уравнений

$$\sum_{k=1}^{K}\widetilde{I}_k(\alpha',\beta')\widetilde{Z}_{kl}(\alpha',\beta')=\widetilde{V}_l(\alpha',\beta')\ \ \forall\ 1\le l\le K, \tag{6}$$

известные и неизвестные коэффициенты которой имеют смысл спектральных плотностей и определяются следующим образом:

$$\widetilde{I}_k(\alpha',\beta')=\sum_{p'=-\infty}^{\infty}\sum_{q'=-\infty}^{\infty}I^k_{p'q'}\exp[i(\alpha' p+\beta' q)], \tag{7}$$

$$\widetilde{V}_l(\alpha',\beta')=\sum_{p=-\infty}^{\infty}\sum_{q=-\infty}^{\infty}V_l(p,q)\exp[i(\alpha' p+\beta' q)], \tag{8}$$

$$\widetilde{Z}_{kl}(\alpha',\beta')=\sum_{r=-\infty}^{\infty}\sum_{s=-\infty}^{\infty}Z_{kl}(r,s)\exp[i(\alpha' r+\beta' s)], \tag{9}$$

где α' и β' – переменные преобразования Фурье; $r=p-p'$; $s=q-q'$.

Решив систему уравнений (6) относительно $\widetilde{I}_k(\alpha',\beta')$, значения $I^k_{p'q'}$ легко определить как коэффициенты ряда Фурье известной функции:

$$I^k_{p'q'}=\frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\widetilde{I}_k(\alpha',\beta')\exp[i(\alpha' p+\beta' q)]d\alpha' d\beta'. \tag{10}$$

Если возбуждение АР осуществляется плоской электромагнитной волной, задача существенно упрощается. Поскольку в этом случае напряженность стороннего электрического поля в произвольной точке пространства $\vec{r}=\vec{r}(x,y,z)$ определяется как

$$\vec{E}^{cm}_{pq}=\vec{E}^{cm}_{00}\cdot\exp[i(\alpha p+\beta q)], \tag{11}$$

где $\alpha=kd_pS_x$; $\beta=kd_p(S_x\cos\alpha_r+S_y\sin\alpha_r)$ (12),

можно утверждать, что токи излучателей, расположенных в ячейках (p',q') и $(0,0)$, связаны аналогичным соотношением

$$I^k_{p'q'}=I^k_{00}\cdot\exp[i(\alpha p+\beta q)]. \tag{13}$$

Тогда, с учетом соотношений Пуассона [3], выражения (24) и (25) примут вид:

$$\widetilde{I}_k(\alpha',\beta')=4\pi^2I^k_{00}\cdot\delta(\alpha'-\alpha)\cdot\delta(\beta'-\beta), \tag{14}$$

$$\widetilde{V}_l(\alpha',\beta')=4\pi^2V_l(0,0)\cdot\delta(\alpha'-\alpha)\cdot\delta(\beta'-\beta) \tag{15}$$

и соответственно:

$$\sum_{k=1}^{K}\widetilde{Z}_{kl}(\alpha',\beta')I_k(0,0)\delta(\alpha'-\alpha)\delta(\beta'-\beta)=V_l(0,0)\delta(\alpha'-\alpha)\delta(\beta'-\beta). \tag{16}$$

Проинтегрировав (16) по α' и β', получим:

$$\sum_{k=1}^{K}\widetilde{Z}_{kl}(\alpha,\beta)I_k(0,0)=V_l(0,0)\ \ \forall\ \ l=\overline{1,K}. \tag{17}$$

Необходимо отметить также, что единственность решения системы уравнений (16) в случае, когда имеет место пересечение проводниками излучателей стенок каналов Флоке, будет обеспечена только при условии учета периодичности токов в этих точках, то есть при учете непрерывности токов вдоль проводников структуры. Эти условия имеют вид

$$\vec{j}_B(0,0) = \vec{j}_A(0,0)\exp(i\alpha) \tag{18}$$

для точек, образованных пересечением проводников со стенками ячейки, параллельными оси p;

$$\vec{j}_B(0,0) = \vec{j}_A(0,0)\exp(i\beta) \tag{19}$$

для точек, образованных пересечением проводников со стенками канала Флоке, параллельными оси q.

Таким образом, решение системы (17) совместно с условиями (18) и (19) позволит определить распределение токов вдоль проводников нулевой ячейки решетки, а затем – вдоль любого проводника АР в соответствии с выражением (13).

Определение внешних характеристик излучающей системы

При решении системы уравнений (17) предполагается, что в матрице $[Z]$ учтено взаимное влияние всех элементов решетки. В связи с этим указанную систему можно формально рассматривать как уравнение одиночного излучателя (группы излучателей, соответствующей излучателям одной ячейки периодичности). Следовательно, определив ток вдоль проводников этого излучателя, можно определить внешние характеристики элемента решетки с учетом взаимного влияния, но с помощью соотношений, верных для одиночного излучателя.

При расчете внешних параметров АС матрицы $[Z]$, $I\rangle$ и $V\rangle$ уравнения (17) целесообразно представить в блочном виде:

$$\begin{bmatrix} [Z_{11}] & [Z_{12}] \\ [Z_{21}] & [Z_{22}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1\rangle \\ I_2\rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1\rangle \\ V_2\rangle \end{bmatrix}, \tag{20}$$

причем так, чтобы в блоках $[Z_{22}]$, $I_2\rangle$, $V_2\rangle$ были сгруппированы величины, характеризующие внешние узлы излучателя.

Если предположить, что к внешним узлам подключены генераторы напряжения с амплитудами a_2^n, а другие источники возбуждения отсутствуют $(a_1^n = 0)$, то из уравнения (20) нетрудно выделить аналогичную систему линейных уравнений, описывающую излучатель со стороны его входов:

$$[Z]\cdot I_2\rangle = V_2\rangle, \tag{21}$$

где $[Z] = [Z_{22}] - [Z_{21}][Z_{11}][Z_{12}]$ – матрица собственных и взаимных сопротивлений излучателя относительно входов.

Введем обозначение

$$[H] = [Z_{11}]^{-1}\cdot[Z_{12}], \tag{22}$$

с учетом которого выражение для матрицы $[H]$ может быть записано следующим образом:

$$[Z] = [Z_{22}] - [Z_{21}][H]. \tag{23}$$

Для расчета ЭДС, наводимых на разомкнутых входах излучателя плоской волной (13, [1]), достаточно пересчитать полученные в соответствии с (4) значения V_n к соответствующим входам излучателя по следующему соотношению:

$$U_i = V_2^i - \sum_{n=1}^{N_{2\max}} H(i,n)V_i^n, \tag{24}$$

где U_i – ЭДС холостого хода на i-ом входе излучателя; V_2^i, V_i^n – элементы вектора-столбца $V\rangle$; $N_{2\max}$ – число гармоник, характеризующих токи ветвей и внутренних узлов излучателя; $H(i,n)$ – элемент матрицы $[H]$, определенный в соответствии с (22).

Рассмотрим характеристики направленности излучателя в окружении других элементов решетки. Выражение для поля, создаваемого токами излучателя в дальней зоне, в матричной форме будет иметь вид:

$$\vec{E}(r,\theta,\varphi)=\frac{Z_0}{2\lambda}\langle I\vec{\Phi}(\theta,\varphi)\rangle\frac{\exp(-ikr)}{r}, \tag{25}$$

где Z_0 – волновое сопротивление среды распространения излучения; $\langle I$ – вектор-строка коэффициентов разложения тока излучателя I_n; $\vec{\Phi}(\theta,\varphi)\rangle$ – вектор столбец функций направленности гармоник тока, характеризуемых распределениями $\vec{\varphi}_n(\xi)$.

Если задан вектор амплитуд входных токов $\langle I_2$, можно рассчитать ДН излучателя в составе решетки следующим образом:

$$\vec{f}(\theta,\varphi)=\frac{Z_0}{2\lambda}\langle I_1[E]\rangle\langle I_1[-H]\vec{\Phi}(\theta,\varphi)\rangle, \tag{26}$$

где $[E]$ – единичная матрица.

Полная характеристика направленности АР может быть получена в результате перемноженная ДН элемента в составе решетки (26) и множителя системы.

Для определения множителя системы $F(n\omega_0,\theta,\varphi)$ рассмотрим решетку изотропных излучателей, расположенных в узлах периодической сетки, которая имеет такую же форму и размеры, как и бесконечная АР. Будем полагать, что решетка содержит Q рядов по P излучателей. Возбуждение решетки осуществляется плоской электромагнитной волной, параметры которой определены выражениями (11–13).

В наиболее общем виде выражение для диаграммы направленности (ДН) плоской решетки изотропных излучателей можно записать как

$$F(n\omega_0,\theta,\varphi)=\sum_{q=1}^{Q}\sum_{p=1}^{P}\exp\left[ik\left\{pd_x\left(S_x-S_x^0\right)+qd_l\left[\left(S_x-S_x^0\right)\cos\alpha_r+\left(S_y-S_y^0\right)\sin\alpha_r\right]\right\}\right]. \tag{27}$$

Введем обозначения:

$$\phi_n=kd_l\sin\theta;\ \ \phi_n^0=kd_l\sin\theta_0, \tag{28}$$

$$\phi_n^p=\left(\phi_n\cos\varphi-\phi_n^0\cos\varphi_0\right)\frac{d_p}{d_{q_-}}, \tag{29}$$

$$\phi_n^q=\phi_n\cos(\varphi-\alpha_r)-\phi_n^0\cos(\varphi_0-\alpha_r), \tag{30}$$

с учетом которых выражение (27) примет вид:

$$F(n\omega_0,\theta,\varphi)=\sum_{q=1}^{Q}\sum_{p=1}^{P}\exp\left[i\left(p\phi_n^p-q\phi_n^q\right)\right]. \tag{31}$$

Используя выражение для суммы геометрической прогрессии [3], окончательно получим:

$$F(n\omega_0,\theta,\varphi)=\frac{\sin\left(P\phi_n^p/2\right)}{\sin\left(\phi_n^p/2\right)}\cdot\frac{\sin\left(Q\phi_n^q/2\right)}{\sin\left(\phi_n^q/2\right)}\exp\left(i\phi_n^{pq}\right), \tag{32}$$

где $\phi_n^{pq}=\frac{1}{2}\left[(P-1)\phi_n^p+(Q-1)\phi_n^q\right]$. (33)

Выражение (33) позволяет определить вид ДН плоской периодической решетки изотропных излучателей. Проанализируем его более подробно. Запишем выражение для $F(n\omega_0,\theta,\varphi)$ в виде отношения двух функций:

$$F(n\omega_0,\theta,\varphi)=\frac{F'(n\omega_0,\theta,\varphi)}{F''(n\omega_0,\theta,\varphi)}, \tag{34}$$

где $F'(n\omega_0,\theta,\varphi)=\sin\left(\frac{P\phi_n^p}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{Q\phi_n^q}{2}\right)\cdot\exp\left(i\phi_n^{pq}\right)$; $F''(n\omega_0,\theta,\varphi)=\sin\frac{\phi_n^p}{2}\cdot\sin\frac{\phi_n^q}{2}$. (35, 36)

Очевидно, что максимумам функции $F(n\omega_0,\theta,\varphi)$ будут соответствовать нули функций $F'(n\omega_0,\theta,\varphi)$ и $F''(n\omega_0,\theta,\varphi)$. Последнее имеет место при выполнении условий

$$\phi_n^p=\phi_{n\max}^p=2\pi l;\ \ \phi_n^q=\phi_{n\max}^q=2\pi m \tag{37}$$

или, с учетом (29) и (30),

$$\begin{aligned}&\phi_{n\max}\cos\varphi_{n\max}-\phi_n^0\cos\varphi_0=2\pi ld,\\&\phi_{n\max}\cos(\varphi_{n\max}-\alpha_r)-\phi_n^0\cos(\varphi_0-\alpha_r)=2\pi m,\end{aligned} \tag{38}$$

где $d=d_q/d_p$.

Решив систему (38) относительно $\phi_{n\max}$ и $\varphi_{n\max}$, легко определить направление $(\theta_{n\max},\varphi_{n\max})$, характеризующее положения главного $(l=m=0)$ и дифракционных максимумов ДН исследуемой АР. Так, после несложных преобразований имеем:

$$tg\varphi_{n\max}^{lm}=\frac{2\pi(m-ld\cos\alpha_r)+\phi_n^0\sin\alpha_r\sin\varphi_0}{2\pi ld\cos\alpha_r+\phi_n^0\sin\alpha_r\cos\varphi_0}, \tag{39}$$

$$\phi_{n\max}^{lm}=\left|\frac{2\pi ld+\phi_n^0\cos\varphi_0}{\cos\varphi_{n\max}^{lm}}\right|=\left|\frac{2\pi m+\phi_n^0\cos(\varphi_0-\alpha_r)}{\cos(\varphi_{n\max}^{lm}-\alpha_r)}\right|. \tag{40}$$

В выражении (40) используются абсолютные значения параметров, поскольку нас интересуют направления $\theta_{n\max}^{lm}$ только в одном полупространстве над решеткой, определяемые положительными значениями этого угла.

При выполнении равенства (40) величину $\theta_{n\max}^{lm}$ легко определить с помощью (28):

$$\theta_{n\max}^{lm}=\arcsin\left(\phi_{n\max}^{lm}/kd_l\right), \tag{41}$$

Очевидно, что при подстановке в (41) вместо $\varphi_{n\max}^{lm}$ произвольного значения угла φ можно определить положения максимумов ДН в характеризуемой им плоскости. Однако при этом необходимо учитывать тот факт, что их абсолютные значения могут не достигать максимально возможной величины $P\times Q$, если не выполняется равенство (40).

Список литературы: 1. *Шокало В.М., Лучанинов А.И., Коновальцев А.А., Лучанинов Ю.А., Омаров М.А.* Алгоритм анализа эквидистантной решетки ленточных микрополосковых излучателей произвольной геометрии, адаптированный к расчету крупноапертурных антенн с нелинейными элементами. 1.Модель, описание геометрии и система интегральных уравнений для токов ленточных микрополосковых излучателей сложной геометрии в составе бесконечной решетки // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 117. С. 78 – 84. 2. *Бодров В.В., Марков Г.Т.* Возбуждение периодических антенных решеток// Сб. науч.-метод. статей по прикладной электродинамике. Вып. 1. М.: Высш. школа, 1977. С. 129 – 162. 3. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М.: Наука, 1968. 720 с.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 01.12.2000

УДК 621.396

В. А. ДОРОШЕНКО, канд. физ.-мат. наук, Е. К. СЕМЕНОВА

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА КОНУСЕ С ПРОДОЛЬНЫМИ ЩЕЛЯМИ

Изучение рассеивающих свойств незамкнутых конусов представляет большой интерес как для теории, так и для практических приложений. Результаты исследований задачи возбуждения электрическим радиальным диполем идеально проводящего полубесконечного кругового конуса с периодически прорезанными вдоль образующих щелями приведены в [1]. Для решения этой граничной электродинамической задачи использовался подход, основанный на применении интегрального преобразования Конторовича-Лебедева и метода задачи Римана-Гильберта. Однако для исследования задач рассеяния электромагнитных волн на импедансных структурах его использование сопряжено с большими трудностями, в связи с чем и возникла идея сведения задачи к решению сингулярного интегрального уравнения с привлечением метода дискретных особенностей [2, 3]. В [2] описан прямой численно аналитический метод решения парных интегральных уравнений широкого класса задач математической физики. Он основан на сведении парных интегральных уравнений к сингулярному интегральному уравнению первого рода на системе отрезков и последующем его решении прямым численным методом с использованием интерполяционных квадратур. Применение этого метода позволяет также исследовать задачи дифракции на плоских решетках из импедансных лент. В [3] описан алгоритм сведения задачи возбуждения конуса с одной продольной щелью к решению сингулярного интегрального уравнения с ядром типа Коши. Цель настоящей работы – построить алгоритм сведения задачи возбуждения магнитным радиальным диполем идеально проводящего полубесконечного кругового конуса с произвольным числом периодических продольных щелей к решению сингулярного интегрального уравнения и провести численный эксперимент.

Постановка задачи. Функциональные уравнения

Пусть задан полубесконечный идеально проводящий круговой конус с периодически прорезанными N щелями вдоль образующих. Обозначим через 2γ угол раскрыва конуса, $l = \dfrac{2\pi}{N}$ – период структуры, d – ширину щелей (l и d – величины двугранных углов, которые образованы пересечением плоскостей, проведенных через ось конуса и ребра конических лент).

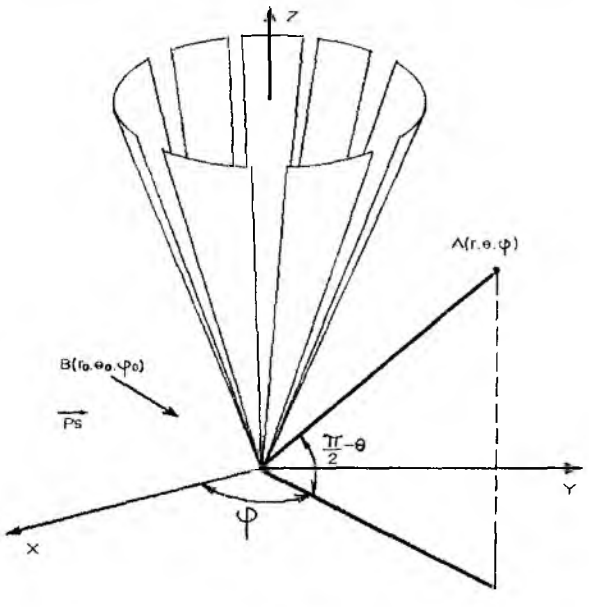


Рис. 1

Введем сферическую систему координат r, θ, φ с началом в вершине конуса (рис.1), в которой конус определяется множеством точек:

$$\sum = \left\{(r,\theta,\varphi) \in R^3 : r \in [0,+\infty), \theta = \gamma, \varphi \in L\right\},$$

где $L = \bigcup_{s=1}^{N} L_s$; $L_s = \left((s-1)l + d/2, sl - d/2\right)$;

$CL = [0,2\pi] \setminus L$.

Причем, L_s соответствует конической ленте с номером s. Поместим в точку $B(r_0,\theta_0,\varphi_0)$ магнитный радиальный диполь с единичным моментом, поле которого меняется по закону $\exp(i\omega t)$. Полное поле $\vec{E}$, $\vec{H}$, которое представим в виде суммы поля диполя ($\vec{E}_0$ и $\vec{H}_0$) и рассеянного конусом поля ($\vec{E}_p$ и $\vec{H}_p$), удовлетворяет системе уравнений Максвелла, граничному условию обращения в нуль тангенциальной составляющей электрического поля на лентах конуса, условию на бесконечности, условию ограниченности энергии.

Задача в такой постановке имеет единственное решение. Для решения этой краевой электродинамической задачи удобно ввести магнитный потенциал Дебая, через который выражаются компо-

ненты электромагнитного поля [4]. Таким образом, требуется найти потенциал Дебая ϑ, удовлетворяющий однородному уравнению Гельмгольца вне конуса и источника, граничному условию Неймана на лентах конуса, принципу предельного поглощения и условию вблизи нерегулярностей границы (ребра лент, вершина конуса). Искомый потенциал υ представим в виде $\vartheta = \vartheta_0 + \vartheta_p$, где $\vartheta_0 = \frac{1}{r_0}\frac{e^{-ikR}}{R}$ – потенциал Дебая для поля источника, k - волновое число, $\operatorname{Im} k \le 0$, $R = |\vec{r} - \vec{r}_0|$, ϑ_p - потенциал для рассеянного поля.

Для решения второй краевой задачи математической физики для υ применим интегральное преобразование Конторовича-Лебедева:

$$\hat{g}(\tau) = \int_0^{+\infty} g(r)\frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}}dr\,, \qquad (1)$$

$$g(r) = -\frac{1}{2}\int_0^{+\infty} \tau sh\pi\tau e^{\pi\tau}\hat{g}(\tau)\frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}}d\tau\,, \qquad (2)$$

где $H_{i\tau}^{(2)}(kr)$ – функция Ханкеля второго рода.

Неизвестную функцию ϑ_p ищем в виде интеграла Конторовича (1), (2):

$$\vartheta_p = -\frac{1}{2}\int_0^{+\infty} \tau sh\pi\tau e^{\pi\tau}\frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}}\sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(\tau,k)V_{m\tau}(\theta,\varphi)d\tau\,, \qquad (3)$$

$$a_{m\tau} = \frac{(-1)^{m+1}}{r_0}\frac{\pi}{ch\pi\tau}e^{-im\varphi_0}\frac{\Gamma(\frac{1}{2}-m+i\tau)}{\Gamma(\frac{1}{2}+m+i\tau)}\frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr_0)}{\sqrt{r_0}}P_{-1/2+i\tau}^{m}(-\cos\theta_0)\frac{d}{d\gamma}P_{-1/2+i\tau}^{m}(\cos\gamma)\,,$$

$$V_{m\tau} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_{m,n}(\tau)\frac{P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\pm\cos\theta)}{\frac{d}{d\gamma}P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\pm\cos\gamma)}e^{i(m+nN)\varphi}\,,\ \gamma < \theta_0\,, \qquad (4)$$

где $\Gamma(z)$ – гамма-функция; $P_{\mu}^{m}(\cos\theta)$ – присоединенная функция Лежандра первого рода; $x_{m,n}$ – неизвестные коэффициенты; $\nu = \frac{m}{N} - m_0$, $-1/2 \le \nu < 1/2$; m_0 – ближайшее к m/N целое число. В представлении (4) верхние знаки соответствуют области $0 < \theta < \gamma$, а нижние $\gamma < \theta < \pi$.

Для получения функциональных уравнений относительно $x_{m,n}$ используем граничное условие на лентах конуса и условие сопряжения в щелях:

$$\frac{\partial\vartheta}{\partial\theta} = 0\,,\ \theta = \gamma\,,\ \varphi \in L\,, \qquad (5)$$

$$\vartheta^{+} = \vartheta^{-}, \theta = \gamma\,,\ \varphi \in CL\,, \qquad (6)$$

где $\vartheta^{\pm} = \vartheta\big|_{\theta=\gamma\pm 0}$.

Применение условий (5), (6) (в силу периодичности структуры рассмотрим их на периоде) приводит к системе функциональных соотношений:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_{m,n}e^{inN\varphi} = e^{im_0N\varphi},\ \varphi \in L_0 : \frac{\pi d}{l} < |N\varphi| \le \pi\,, \qquad (7)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{N(n+\nu)}\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_n)x_{m,n}e^{inN\varphi} = 0\,,\ \varphi \in CL_0 : |N\varphi| \le \frac{\pi d}{l}\,, \qquad (8)$$

$$\frac{1}{N(n+\nu)}\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_n)=\frac{(-1)^{(n+\nu)N+1}ch\pi\tau}{\pi(\sin\gamma)^2}\frac{\Gamma(1/2+i\tau+(n+\nu)N)}{\Gamma(1/2+i\tau-(n+\nu)N)}\times$$
$$\times\frac{1}{\frac{d}{d\gamma}P^{(n+\nu)N}_{-1/2+i\tau}(\cos\gamma)\frac{d}{d\gamma}P^{(n+\nu)N}_{-1/2+i\tau}(-\cos\gamma)}. \qquad (9)$$

При $N(n+\nu)>>1$ для ε_n имеет место оценка:

$$\varepsilon_n=O\left(\frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\right).$$

Функциональные соотношения (7), (8) в дальнейшем рассматриваются как уравнения для определения неизвестных коэффициентов $x_{m,n}$, которые находятся в гильбертовом пространстве последовательностей $\{\xi_p\}$:

$$\sum_{p=-\infty}^{+\infty}|\xi_p|^2(1+|p|)^{-1}<+\infty.$$

Сингулярное интегральное уравнение

После замены

$$\psi=-\frac{|\varphi|}{\varphi}\pi+N\varphi,\ \eta_{m,n}=x_{m,n}(-1)^{n-m_0},\ \delta=\frac{l-d}{l}\pi \qquad (10)$$

система (7), (8) преобразуется к виду:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\eta_{m,n}e^{in\psi}=e^{im_0\psi},\ \psi\in L_0:|\psi|<\delta, \qquad (11)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{N(n+\nu)}\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_n)\eta_{m,n}e^{in\psi}=0,\quad L_s:\delta<|\psi|\le\pi. \qquad (12)$$

Умножив обе части (12) на $e^{i\nu\psi}$ и дифференцируя по ψ, имеем:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_{m,n})\eta_{m,n}e^{i(n+\nu)\psi}=0,\ \psi\in CL_0.$$

Поскольку при дифференцировании теряются коэффициенты, добавим дополнительное условие

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{N(n+\nu)}\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_{m,n})(-1)^n\eta_{m,n}=0,$$

которое получается из (12) при $\psi=\pi$. Таким образом, исходная электродинамическая задача свелась к решению следующей системы уравнений относительно $\eta_{m,n}$:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\eta_{m,n}e^{in\psi}=e^{im_0\psi},\ \psi\in L_0, \qquad (13)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_{m,n})\eta_{m,n}e^{i(n)\psi}=0,\ \psi\in CL_0, \qquad (14)$$

с дополнительным условием

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{1}{N(n+\nu)}\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_{m,n})(-1)^n\eta_{m,n}=0. \qquad (15)$$

Введем в рассмотрение функцию:

$$F(\psi)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_{m,n})\eta_{m,n}e^{in\psi},\ \psi\in[-\pi,\pi]. \qquad (16)$$

Из (14) следует, что:

$$F(\psi) = 0\,,\ \psi \in CL_0\,. \tag{17}$$

Учитывая (15)-(17), выразим коэффициенты $\eta_{m,n}$ через $F(\psi)$:

$$\eta_{m,n} = \frac{1}{2\pi}\frac{|n|}{n}(1-\hat{\varepsilon}_{m,n})\int\limits_{L_0} F(\xi)e^{-in\xi}d\xi\,,\ n \neq 0\,, \tag{18}$$

$$\eta_{m,0} = -\frac{1}{A^{\nu}_{m,\tau}}\frac{1}{2N\pi}\int\limits_{L_0} F(\xi)\left(\frac{\pi e^{i\nu\xi}}{\sin\pi\nu}-\frac{1}{\nu}\right)d\xi\,,\quad A^{\nu}_{m\tau} \equiv \frac{1}{N(n+\nu)}\frac{|n|}{n}(1-\varepsilon_{m,n})\Big|_{n=0}\,,$$

где $\dfrac{1}{1-\varepsilon_{m,n}} \equiv 1-\hat{\varepsilon}_{m,n}$.

Принимая во внимание [5, 6]:

$$\sum_{n\neq 0}\frac{(-1)^n}{n+\nu}e^{-in\xi} = \frac{\pi e^{i\nu\xi}}{\sin\pi\nu}-\frac{1}{\nu}\,,$$

$$\sum_{n\neq 0}\frac{|n|}{n}e^{in(\psi-\xi)} = -ictg\frac{\xi-\psi}{2}\,,$$

из (13), (15), (18) получаем сингулярное интегральное уравнение (СИУ) с ядром Коши для функции $F(\xi)$:

$$\frac{1}{\pi}\int\limits_L\frac{F(\xi)}{\xi-\psi}d\xi + \frac{1}{\pi}\int\limits_L K(\xi,\psi)F(\xi)d\xi = e^{im_0\psi}\,,\ \psi \in L_0 \tag{19}$$

с дополнительным условием

$$\frac{1}{\pi}\int\limits_{CL} F(\xi)d\xi = 0\,,$$

где $K(\xi,\psi) = \dfrac{1}{2}ctg\dfrac{\xi-\psi}{2} - \dfrac{1}{\xi-\psi} - \dfrac{i}{2N}\left(\dfrac{\pi e^{i\nu\xi}}{\sin\pi\nu}-\dfrac{1}{\nu}\right)\dfrac{1}{A^{\nu}_{m\tau}} - \dfrac{i}{2}\sum\limits_{n\neq 0}\dfrac{|n|}{n}\hat{\varepsilon}_{m,n}e^{in(\psi-\xi)}$.

Посредством замены $\dfrac{\psi}{\delta} = t_0$ и $\dfrac{\xi}{\delta} = t$ сведем интегрирование в (19) по промежутку (-1, 1):

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{F(t)}{t-t_0}dt + \frac{\delta}{\pi}\int_{-1}^{1}K(t,t_0)F(t)dt = ie^{im_0\delta\cdot t_0}\,, & |t_0|<1 \\ \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_{-1}^{1}F(t)dt = 0\,, \end{cases} \tag{20}$$

где $K(t,t_0) = \dfrac{1}{2}ctg\dfrac{t-t_0}{2}\delta - \dfrac{1}{(t-t_0)\delta} - \dfrac{i}{2N}\left(\dfrac{\pi e^{i\nu\delta t}}{\sin\pi\nu}-\dfrac{1}{\nu}\right)\dfrac{1}{A^{\nu}_{m\tau}} - \dfrac{i}{2}\sum\limits_{n\neq 0}\dfrac{|n|}{n}\hat{\varepsilon}_{m,n}e^{-in(t-t_0)}$.

Рассмотрим случай осесимметричного возбуждения ($\theta_0 = \pi$, $\varphi_0 = 0$, $m = 0$) конуса с одной щелью ($N = 1$, $\nu = 0$). Учитывая, что

$$\lim_{\nu\to 0}\left(\frac{\pi}{\sin\pi\nu}-\frac{1}{\nu}e^{-i\nu\delta t}\right) = it\delta\,,$$

СИУ (20) переписывается в виде:

$$\begin{cases} \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{F(t)}{t-t_0}dt+\frac{\delta}{\pi}\int_{-1}^{1}K(t,t_0)F(t)dt=i\ ,\ |t_0|<1 \\ \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}F(t)dt=0\ , \end{cases} \tag{21}$$

где $K(t,t_0)\big|_{\nu=0}=\frac{1}{2}ctg\frac{t-t_0}{2}\delta-\frac{1}{(t-t_0)\delta}+\frac{1}{2}t\delta\frac{1}{A_\tau^\nu\big|_{\nu=0}}-\sum_{n=1}^{\infty}\hat{\varepsilon}_n\big|_{\nu=0}\sin n\delta(t-t_0)$.

В этом случае:

$$\eta_0=-\frac{i}{A_\tau}\frac{\delta^2}{2\pi}\int_{-1}^{1}F(t)dt, \tag{22}$$

$$\eta_n=\frac{1}{2\pi}\frac{|n|}{n}(1-\hat{\varepsilon}_n)\delta\int_{-1}^{1}F(t)e^{-in\delta t}dt, \tag{23}$$

$$A_\tau^\nu\big|_{\nu=0}=-\frac{ch\pi\tau}{\pi\sin^2\gamma}\frac{1}{\frac{d}{d\gamma}P_{-1/2+i\tau}(\cos\gamma)\frac{d}{d\gamma}P_{-1/2+i\tau}(-\cos\gamma)}.$$

Численные результаты

Для решения СИУ (21) используем метод дискретных особенностей [2, 6]. Согласно этому методу СИУ (21) эквивалентна системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) вида:

$$\begin{cases} \sum_{p=1}^{q}\frac{V_q(t_p^q)}{t_p^q-t_{0j}^q}\frac{1}{q}+\delta\sum_{p=1}^{q}K(t_p^q,t_{oj}^q)V_q(t_p^q)\frac{1}{q}=i\ ,\ j=\overline{1,q-1} & (24) \\ \sum_{p=1}^{q}V_q(t_p^q)=0\ ,\quad j=q\ , & (25) \end{cases}$$

где $t_p^q=\cos\frac{2p-1}{2q}\pi$ – корни полинома Чебышева 1-го рода; $t_{oj}^q=\cos\frac{j}{q}\pi$ – корни полинома Чебышева 2-го рода.

$$F(t)=\frac{V(t)}{\sqrt{1-t^2}}, \tag{26}$$

Принимая во внимание связь между $F(t)$ и $V(t)$ (26) и применяя квадратурную формулу Гаусса

$$\int_{-1}^{1}\frac{f(t)}{\sqrt{1-t^2}}dt=\sum_{p=1}^{q}f(t_p^q)\frac{\pi}{q},$$

получаем формулы для вычисления коэффициентов η_0 и η_n:

$$\eta_0=-\frac{1}{A_\tau^\nu\big|_{\nu=0}}\frac{i\delta^2}{2}\sum_{p=1}^{q}V(t_p^q)t_p^q\frac{1}{q}, \tag{27}$$

$$\eta_n=\frac{1}{2}\frac{|n|}{n}(1-\hat{\varepsilon}_n)\delta\sum_{p=1}^{q}V(t_p^q)e^{-in\delta t_p^q}\frac{1}{q}. \tag{28}$$

Решая СЛАУ (24), (25), находим $V(t_p^q)$, по которым определяем η_0 и η_n (27), (28), связанные с искомыми коэффициентами $x_n(d,\gamma,\tau)$ посредством соотношения (10). Исследуем зависимость x_n от параметров задачи. В таблице приведены значения коэффициентов x_n в зависимости от ширины

щели в случае конуса с одной щелью ($N=1,\ \tau=1,\ \gamma=\frac{\pi}{8}$).

Таблица

$x_n \backslash d$	15°	35°	350°	359°
x0	0,461534, -9,32635ie^{-21}	0,368127, -1,0545ie^{-20}	0,0003122, -2,17034ie^{-23}	3,12614e^{-06}, -4,75435ie^{-28}
x1	-0,536123, 9,75586ie^{-17}	-0,617233, 1,05795ie^{-16}	-0,00210983, 9,33418ie^{-21}	-2,11449e^{-05}, 1,01913ie^{-21}
x2	-0,5293, 4,71403ie^{-17}	-0,57456, 7,2636ie^{-17}	0,0038871, -3,0774ie^{-20}	3,90671e^{-05}, 1,00477ie^{-21}
x3	-0,517882, 1,51123ie^{-17}	-0,50675, 2,30636ie^{-17}	-0,0057173, 5,63574ie^{-20}	-5,77338e^{-05}, 9,20313ie^{-22}
x4	-0,502147, -6,60919ie^{-17}	-0,418507, -8,67238ie^{-17}	0,0075352, -1,2775ie^{-19}	7,65965e-^{05}, -1,18607ie^{-21}
x5	-0,482329, 1,88262ie^{-16}	-0,315695, 9,2823ie^{-17}	-0,00931763, 2,11169ie^{-19}	-9,55276e^{-05}, 1,1063ie^{-21}
x6	-0,458577, 4,16875ie^{-16}	-0,205323, 2,21983ie^{-16}	0,0110506, -2,28154ie^{-19}	0,00011448, -1,20046ie^{-21}
x7	-0,431314, 2,57818ie^{-16}	-0,094685, -3,65922ie^{-16}	-0,0127228, 2,93294ie^{-19}	-0,0001335, 1,21391ie^{-21}
x8	-0,400831, -5,74405ie^{-16}	0,009066, -8,83195ie^{-16}	0,014324, -4,99664ie^{-19}	0,00015243, -1,50707ie^{-21}
x9	-0,36744, -1,36244ie^{-15}	0,099583, -2,65287ie^{-16}	-0,0158449, 5,34165ie^{-19}	-0,00017141, 1,84595ie^{-21}
x10	-0,331683, -3,62072ie^{-16}	0,171657, 1,08953ie^{-15}	0,0172767, -8,01621ie^{-19}	0,00019038, -1,54399ie^{-21}
x11	-0,293933, 8,34459ie^{-16}	0,221596, 1,38152ie^{-15}	-0,0186114, 9,61951ie^{-19}	-0,00020934, 1,8665ie^{-21}
x12	-0,25459, 1,93611ie^{-15}	0,247459, 5,67961ie^{-17}	0,0198417, -8,57281ie^{-19}	0,00022829, -1,97214ie^{-21}
x13	-0,214236, 1,73773ie^{-15}	0,249135, -1,13747ie^{-15}	-0,0209609, 1,37938ie^{-18}	-0,00024724, 2,0511ie^{-21}
x14	-0,173358, 1,50512ie^{-15}	0,228354, -1,49144ie^{-15}	0,0219629, -1,08405ie^{-18}	0,00026617, -1,86691ie^{-21}
x15	-0,132479, 3,95972ie^{-16}	0,188556, -1,43488ie^{-15}	-0,0228427, 1,48376ie^{-18}	-0,00028508, 2,77874ie^{-21}
x16	-0,092039, -7,11995ie^{-16}	0,134444, -6,31763ie^{-16}	0,0235957, -1,73584ie^{-18}	0,00030398, -2,53744ie^{-21}
x17	-0,052533, -8,01572ie^{-16}	0,0715083, 1,11041ie^{-16}	-0,0242182, 2,07546ie^{-18}	-0,00032287, 3,53216ie^{-21}
x18	-0,014465, -1,40176ie^{-15}	0,0057734, 1,29206ie^{-15}	0,0247076, -1,84056ie^{-18}	0,00034173, -3,75449ie^{-21}
x19	0,021816, -1,87698ie^{-15}	-0,056986, 1,42086ie^{-15}	-0,0250617, 2,19631ie^{-18}	-0,00036058, 3,74348ie^{-21}

Мнимые части коэффициентов по абсолютной величине пренебрежительно малы по сравнению с действительными, а в случае узкой конической ленты $|x_0|<|x_n|$, $n=1,2,3,...,19$. С уменьшением ширины ленты знаки действительных частей коэффициентов с разными номерами чередуются, а их модули убывают и в предельном случае узкой конической ленты ($\delta=1^\circ$, $d=359^\circ$) порядка 10^{-4}. Это хорошо согласуется с ассимптотиками для коэффициентов в случае узкой ленты ($\delta<<1$) [7]:

$$x_0 \approx \frac{\sin^2\frac{\pi\delta}{2}}{B_\tau+\sin^2\frac{\pi\delta}{2}},\quad x_n \approx \frac{(-1)^n}{1-\varepsilon_n} n \frac{B_\tau \sin^2\frac{\pi\delta}{2}}{B_\tau+\sin^2\frac{\pi\delta}{2}},$$

$$B_\tau = \frac{1}{\pi\sin^2\gamma}\frac{ch\pi\tau}{P^1_{-1/2+i\tau}(\cos\gamma)P^1_{-1/2+i\tau}(\cos\gamma)}.$$

Зависимость $|x_0|$ от ширины щели d при различных γ приведены на рис. 2 (при $N=1$, $\tau=1$ получаем зависимости: 1) $\gamma=5^\circ$, 2) $\gamma=30^\circ$, 3) $\gamma=60^\circ$, 4) $\gamma=90^\circ$). С увеличением ширины щели (уменьшение ширины конической ленты) $|x_0(d)|$ монотонно убывает до нуля, причем для меньших углов полураскрыва конуса γ кривые более пологие.

В отличие от $|x_0(d)|$ график $|x_1(d)|$ имеет максимум, который сдвигается с изменением γ (рис. 3. При $N=1$, $\tau=1$, показываем зависимости: 1) $\gamma=90^\circ$, 2) $\gamma=60^\circ$, 3) $\gamma=30^\circ$, 4) $\gamma=5^\circ$).

Зависимость $|x_0|$ и $|x_1|$ от γ при различных d приведены на рис. 4 и 5 (1) $d=243^\circ$, 2) $d=180^\circ$, 3) $d=90^\circ$, 4) $d=30^\circ$).

Характер изменения $|x_2(d)|$ и $|x_3(d)|$ при различных γ иллюстрируется на рис. 6 и 7 соответственно для $N=1$, $\tau=1$: 1) $\gamma=90^\circ$, 2) $\gamma=60^\circ$, 3) $\gamma=30^\circ$, 4) $\gamma=5^\circ$. С ростом номера коэффициентов увеличивается число максимумов и минимумов кривых, величины которых зависят от угла γ.

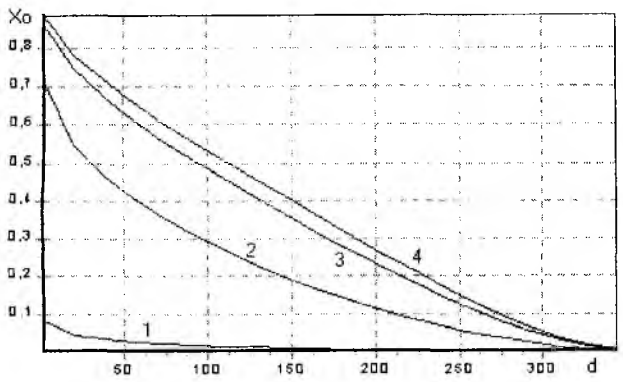


Рис.2

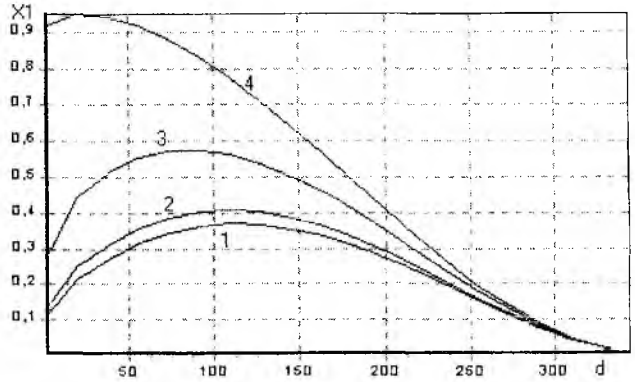


Рис.3

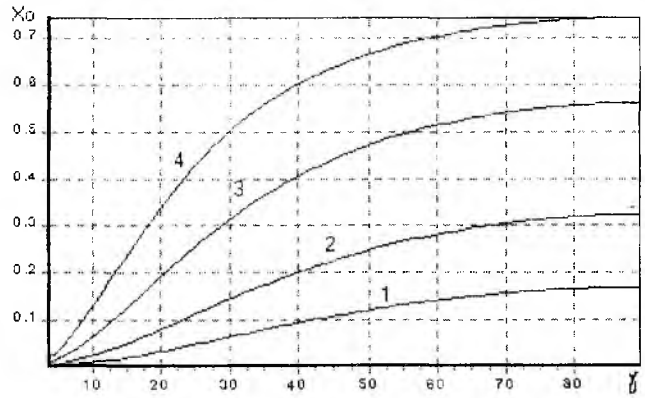


Рис.4

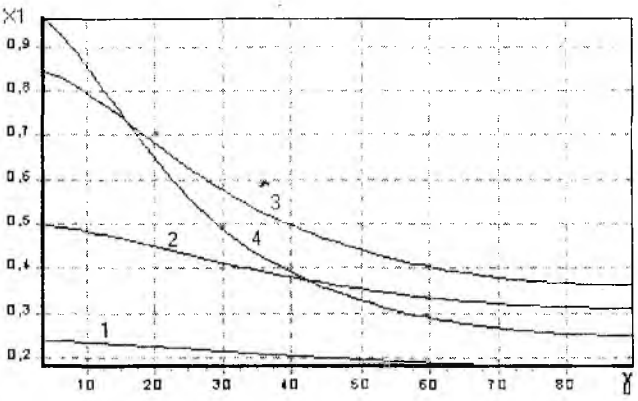


Рис.5

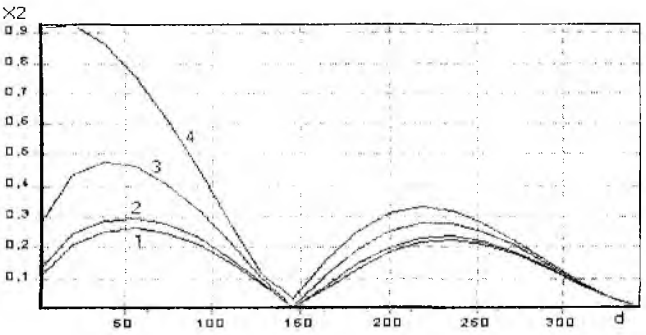


Рис.6

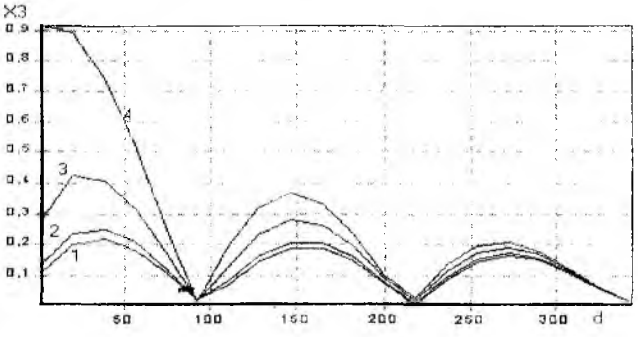


Рис.7

Сравнивая поведение $|x_1(d)|$, $|x_2(d)|$ и $|x_3(d)|$ (рис. 3, 6, 7) заключаем, что с ростом номера x_n наблюдается сдвижка и уменьшение величин максимумов при соответствующих фиксированных значениях γ.

В работе предложен алгоритм решения задачи возбуждения полубесконесного идеально проводящего тонкого кругового конуса с произвольным числом периодических продольных щелей магнитным радиальным диполем. Он основан на сведении исходной электродинамической задачи к решению сингулярного интегрального уравнения с ядром типа Коши. Проведен численный эксперимент и анализ численных результатов для коэффициентов Фурье компонент электромагнитного поля в случае конуса с одной щелью. Исследована зависимость этих коэффициентов от параметров конической структуры. При фиксированной ширине щели абсолютные величины коэффициентов ненулевых гармоник растут с уменьшением угла раскрыва конуса. В предельном случае одной узкой ленты численные результаты хорошо согласуются с аналитическими.

Список литературы: 1. *Дорошенко В. А., Кравченко В. Ф.* Рассеяние поля электрического диполя на конической структуре с продольными щелями // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45, № 7. С. 792-798. 2. *Гандель Ю. В.* Метод парных и сингулярных интегральных уравнений в задачах дифракции на ограниченных решетках // Электромагнитные явления. Харьков, 1998. Т. 1, № 12. С. 220-232. 3. *Дорошенко В. А., Ремаева О. А.* Интегральные уравнения в задаче возбуждения конуса с продольной щелью // Радиотехника. 2000. Вып. 113. С. 64-69. 4. *Вайнштейн Л. А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь. 1988. 440 с. 5. *Шестопалов В. П.* Метод задачи Римана- Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1971. 400 с. 6. *Белоцерковский С. М., Лифанов И. К.* Численные методы сингулярных интегральных уравнениях. М.: Наука, 1985. 256 с. 7. *Дорошенко В. А.* Возбуждение магнитным радиальным диполем конуса с продольными щелями // Радиотехника. 1992. Вып. 97. С. 54-61.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 29.11.2000

УДК 537.874:6

В. М. ОНУФРИЕНКО, канд. физ.-мат. наук, Т. И. СЛЮСАРОВА

ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОНОХРОМАТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ С КРУГОВЫМ ЦИЛИНДРОМ

Изучению с помощью α–характеристик явлений взаимодействия электромагнитных волн с фрактальными объектами [1] посвящены работы [2-4]. Так как уравнения Максвелла в интегральной форме требуют ввода геометрической информации о множествах определения поля и измерения их "величины" (расстояний, окрестностей, площадей, объемов) на контурах, поверхностях и пространственных областях, которые могут быть сильно изрезанными, шероховатыми, пористыми и т. п., то границы объектов в современной электродинамике могут рассматриваться как предфрактальные структуры в соответствующих диапазонах масштабов, характеризующиеся одной или несколькими фрактальными размерностями [5-6]. В работе [7] обобщен прием введения покрытия границ и областей определения электромагнитного поля на случай гладкого контура, который на некотором участке имеет фрактальное распределение неоднородностей. Это осуществляется с помощью использования обобщения меры "величины" множества, связанного с выбором некоторой пробной функции $h(\varepsilon)=\gamma(\mu)\cdot\varepsilon^{\mu}$ с геометрическим весовым коэффициентом $\gamma(\mu)$, с выбором покрытия рассматриваемого множества точек элементами с характерным размером ε (например, ε – диаметр покрытия), с образованием μ – меры Хаусдорфа $H_{\mu}(\varepsilon)=\sum h(\varepsilon)$, которая служит мерой протяженности и искривленности граничной непрерывной линии. В общем случае для фрактальных объектов мера $H_{\mu}(\varepsilon)$ равна нулю (для $\mu>0$) или бесконечности (для $\mu<0$) при $\varepsilon\to 0$ [8]. Поэтому, вместо сложной процедуры геометрического построения фрактального множества, нахождения μ – меры Хаусдорфа с последующими граничными переходами, будем использовать аппарат дробного интегродифференцирования $\mu=\alpha$ [9]:

$$ {}_aI_x^{\alpha}\left(f(x)\right)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\cdot\int_a^x f(t)\cdot\frac{dt}{(x-t)^{1-\alpha}},\quad x>a,\ \alpha>0, \tag{1}$$

$$ {}_aD_x^{\alpha}\left(f(x)\right)=\frac{1}{\Gamma(1-\alpha)}\cdot\frac{d\left(\int_a^x f(t)\cdot\frac{dt}{(x-t)^{\alpha}}\right)}{dx},\quad x>a,\ 0<\alpha<1, \tag{2}$$

где $\Gamma(.)$ – гамма-функция Эйлера; $D^{\alpha}(f(x))$ и $I^{\alpha}(f(x))$ – дробная производная и дробный интеграл порядка α. Выражения (1) и (2) составляют дробный интегродифференциал порядка α:

$$ f(x)={}_aI_x^{\alpha}\left(D^{\alpha}f(x)\right)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\cdot\int_a^x D^{\alpha}f(t)\cdot\frac{dt}{(x-t)^{1-\alpha}},\quad x>a,\ \alpha>0. \tag{3}$$

Примеры применения интегродифференциалов рассмотрены в работах [10-15].

Сформулируем следующую задачу дифракции. Пусть плоская линейно поляризованная электромагнитная монохроматическая волна $\dot{\vec{E}}_0,\dot{\vec{H}}_0$ падает на бесконечный круговой цилиндр радиуса R, поверхность которого обладает фрактальными свойствами. Фрактальными свойствами поверхности, например, с точки зрения техники, можно считать ее шероховатость, шорсткость (сильную изрезанность), неоднородность материала, различные сингулярности (острые углы, ребра, клинья и т. д.).

Когда говорим о фрактальной поверхности, то представляем себе шероховатую поверхность, размер неровностей которой медленно убывает с уменьшением площади проекции неровности. Однако эти неровности должны быть еще много больше межатомных расстояний, иначе неприменимы представления о границе тела. Поле вне цилиндра обозначим $\dot{\vec{E}}^{(\alpha)-},\dot{\vec{H}}^{(\alpha)-}$, а внутри него –

$$\dot{\vec{E}}^{(\alpha)+}, \dot{\vec{H}}^{(\alpha)+};\ \dot{\vec{E}}_0 = \vec{z}_0 \cdot \dot{E}_0 = \vec{z}_0 \cdot \dot{A} e^{-ik_0 x},$$

где $k_0 = \frac{\omega}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$; $\dot{\vec{H}}_0 = \vec{y}_0 \cdot \dot{H}_0 = -\vec{y}_0 \cdot \frac{\dot{A}}{W_0} e^{-ik_0 x}$; $W_0 = \frac{k_0}{\mu_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$.

Свойства среды внутри и вне цилиндра учитываем с помощью диэлектрической и магнитной проницаемостей

$$\dot{\varepsilon}(\vec{r}) = \dot{\varepsilon},\ \dot{\mu}(\vec{r}) = \dot{\mu} \text{ при } r < R,\ \dot{\varepsilon}(\vec{r}) = \varepsilon_0,\ \dot{\mu}(\vec{r}) = \mu_0 \text{ при } r > R.$$

Особенности поверхности учитываем с помощью α–характеристик $\dot{\vec{E}}^{\alpha} = D^{\alpha}\dot{\vec{E}}^{(\alpha)}$, $\dot{\vec{H}}^{\alpha} = D^{\alpha}\dot{\vec{H}}^{(\alpha)}$ компонент $\dot{\vec{E}}^{(\alpha)}, \dot{\vec{H}}^{(\alpha)}$ поля. Внешнее и внутреннее поля дифракции $\dot{\vec{E}}^{(\alpha)-+}, \dot{\vec{H}}^{(\alpha)-+}$ ищем как решения однородного уравнения Гельмгольца $\nabla^2 D^{\alpha}\dot{E}^{(\alpha)-+} + \dot{k}_{-+}^2 \cdot D^{\alpha}\dot{E}^{(\alpha)-+} = 0$, удовлетворяющие соответствующим граничным условиям [16], где $\dot{k}_-^2 = k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$, $\dot{k}_+^2 = \dot{k}^2 = \omega^2 \dot{\varepsilon}\dot{\mu}$. Параметры $\dot{k}, \dot{W}$ определяются аналогично параметрам k_0, W_0.

Задачу рассмотрим в цилиндрических координатах $x = r \cdot \cos\varphi$, $y = r \cdot \sin\varphi$, $z = z$. Решения построим в виде рядов [16] по функциям Бесселя 1-го рода $J_n(x)$ и 3-го рода $H_n^{(2)}(x)$ ($J_n(x)$ – для падающей и прошедшей волн, $H_n^{(2)}(x)$ – для отраженной волны, n – порядок функции), где x записывается с учетом цилиндрических координат. Учитываем также, что внешнее поле дифракции должно удовлетворять условию излучения [16]. Итак, $\dot{\vec{E}}_0 = \vec{z}_0 \cdot \dot{A} e^{-ik_0 r \cdot \cos\varphi}$.

Воспользовавшись известным разложением $e^{ix\cdot\cos\beta} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n \cdot J_n(x) \cdot e^{in\beta}$, получим выражения для падающей волны:

$$\dot{\vec{E}}_0 = \vec{z}_0 \cdot \dot{E}_0 = \vec{z}_0 \cdot \dot{A} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n \cdot J_n(k_0 \cdot r) \cdot e^{in\varphi},\ r > R \qquad (4)$$

и для α–характеристик напряженностей электрических дифрагированных внешнего и внутреннего полей соответственно:

$$D^{\alpha}\dot{\vec{E}}^{(\alpha)-} = \vec{z}_0 \cdot D^{\alpha}\dot{E}^{(\alpha)-} = \vec{z}_0 \cdot \dot{A} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n \cdot c_n \cdot D^{\alpha}\left(H_n^{(2)}(k_0 \cdot r) \cdot e^{in\varphi}\right),\ r > R, \qquad (5)$$

$$D^{\alpha}\dot{\vec{E}}^{(\alpha)+} = \vec{z}_0 \cdot D^{\alpha}\dot{E}^{(\alpha)+} = \vec{z}_0 \cdot \dot{A} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n \cdot b_n \cdot D^{\alpha}\left(J_n(\dot{k} \cdot r) \cdot e^{in\varphi}\right),\ r < R. \qquad (6)$$

Граничные условия ($r = R$) примут вид:

$$\dot{E}_0 + D^{\alpha}\dot{E}^{(\alpha)-} = D^{\alpha}\dot{E}^{(\alpha)+},\ \dot{H}_0\varphi + D^{\alpha}\dot{H}_{\varphi}^{(\alpha)-} = D^{\alpha}\dot{H}_{\varphi}^{(\alpha)+}. \qquad (7)$$

Они записаны, исходя из требования непрерывности $\dot{E}$, $\dot{H}_{\varphi}$ на границе раздела сред. Для нахождения магнитного поля воспользуемся [16] известным соотношением:

$$\dot{\vec{H}} = \frac{i}{\omega\dot{\mu}} \cdot rot\dot{\vec{E}} = \frac{i}{\omega\dot{\mu}} \cdot \left(\vec{r}_0 \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{E}}{\partial \varphi} - \vec{\varphi}_0 \cdot \frac{\partial \dot{E}}{\partial r}\right). \qquad (8)$$

Тогда, на основании формулы (8), для магнитных полей получим:
при $r > R$

Бібліотека ХНУРЕ ІНВ.№ 648380

$$\dot{\vec{H}}_0 = \frac{i\dot{A}}{\omega\mu_0}\cdot\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-i)^n\left(\vec{r}_0\frac{in}{r}J_n(k_0r)-\vec{\varphi}_0k_0\frac{dJ_n(k_0r)}{dr}\right)e^{in\varphi}, \tag{9}$$

$$D^\alpha\dot{\vec{H}}^{(\alpha)-} = \frac{i\dot{A}}{\omega\mu_0}\cdot\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-i)^n c_n\cdot D^\alpha\left(\left(\vec{r}_0\frac{in}{r}H_n^{(2)}(k_0r)-\vec{\varphi}_0k_0\frac{dH_n^{(2)}(k_0r)}{dr}\right)e^{in\varphi}\right), \tag{10}$$

при $r < R$

$$D^\alpha\dot{\vec{H}}^{(\alpha)+} = \frac{i\dot{A}}{\omega\dot{\mu}}\cdot\sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-i)^n b_n\cdot D^\alpha\left(\left(\vec{r}_0\frac{in}{r}J_n(\dot{k}r)-\vec{\varphi}_0\dot{k}\frac{dJ_n(\dot{k}r)}{dr}\right)e^{in\varphi}\right). \tag{11}$$

Неизвестные коэффициенты c_n ,b_n подлежат определению. Подставив в граничные условия

$$-D^\alpha\dot{E}^{(\alpha)+}+D^\alpha\dot{E}^{(\alpha)-}=-\dot{E}_0,\quad -D^\alpha\dot{H}_\varphi^{(\alpha)+}+D^\alpha\dot{H}_\varphi^{(\alpha)-}=-\dot{H}_0\varphi \tag{12}$$

ряды (4) – (6) и (9) – (11), получим систему для определения неизвестных коэффициентов c_n ,b_n:

$$-b_n\cdot J_n(\dot{k}\cdot R)+c_n\cdot H_n^{(2)}(k_0\cdot R)=-J_n(k_0\cdot R),$$
$$b_n\cdot\frac{\dot{k}}{\dot{\mu}}\cdot J_n'(\dot{k}\cdot R)-c_n\cdot\frac{k_0}{\mu_0}\cdot H_n^{(2)}{}'(k_0\cdot R)=\frac{k_0}{\mu_0}\cdot J_n'(k_0\cdot R)$$

Решив её, получим коэффициенты c_n ,b_n:

$$b_n=\frac{J_n(k_0R)\cdot H_n^{(2)}{}'(k_0R)-J_n'(k_0R)\cdot H_n^{(2)}(k_0R)}{J_n(\dot{k}R)\cdot H_n^{(2)}{}'(k_0R)-\frac{W_0}{\dot{W}}J_n'(\dot{k}R)\cdot H_n^{(2)}(k_0R)}, \tag{13}$$

$$c_n=\frac{-J_n(\dot{k}R)\cdot J_n'(k_0R)+\frac{W_0}{\dot{W}}J_n'(\dot{k}R)\cdot J_n(k_0R)}{J_n(\dot{k}R)\cdot H_n^{(2)}{}'(k_0R)-\frac{W_0}{\dot{W}}J_n'(\dot{k}R)\cdot H_n^{(2)}(k_0R)}. \tag{14}$$

Пусть цилиндр (с фрактальными свойствами поверхности) по диаметру $d = 2R$ мал в сравнении с длиной волны λ. Найдем выражения для α–характеристик $D^\alpha\dot{\vec{E}}^{(\alpha)+}$, $D^\alpha\dot{\vec{H}}^{(\alpha)+}$ компонент и сами компоненты $\dot{\vec{E}}^{(\alpha)+}$, $\dot{\vec{H}}^{(\alpha)+}$ внутреннего дифрагированного поля. Воспользовавшись формулой $J_n(x)\approx\frac{x^n}{n!2^n}$ (при $x<<1$) и её частными случаями $J_0(x)\approx 1$, $J_1(x)\approx\frac{x}{2}$, из выражения (13) находим, что при $\frac{R}{\lambda}\to 0$ $b_0 = 0$ и $b_1 = b_{-1} = \frac{2}{\dot{k}/k_0 + W_0/\dot{W}}$. Тогда при $\frac{R}{\lambda}\to 0$ в выражении (6) остается только одно слагаемое при $n = 0$, в котором $J_0(\dot{k}r)\to 1$. В результате выражение (6) примет вид:

$$D^\alpha\dot{\vec{E}}^{(\alpha)+}\Big|_{x=0}=\vec{z}_0\cdot D^\alpha\dot{E}^{(\alpha)+}\Big|_{x=0}=\vec{z}_0\cdot\dot{E}_0\Big|_{x=0}=\vec{z}_0\cdot\dot{A}, \tag{15}$$

а после интегрирования выражения (15) по φ получим вектор

$$\dot{\vec{E}}_\varphi^{(\alpha)+}\Big|_{x=0}=\vec{z}_0\cdot\dot{E}_\varphi^{(\alpha)+}\Big|_{x=0},$$

где $\dot{E}_\varphi^{(\alpha)+}\Big|_{x=0}={}_0I_\varphi^\alpha\left(D^\alpha\dot{E}^{(\alpha)+}\Big|_{x=0}\right)={}_0I_\varphi^\alpha\left(D^\alpha(\dot{A})\right)=\frac{\dot{A}}{\Gamma(\alpha)}\cdot\int_0^\varphi\frac{dt}{(\varphi-t)^{1-\alpha}}=\frac{\dot{A}}{\Gamma(\alpha+1)}\varphi^\alpha$ (16)

и $x = 0$ указывает на то, что цилиндр достаточно тонкий. Для определения $D^{\alpha}\dot{\vec{H}}^{(\alpha)+}$ достаточно взять в выражении (6) члены ряда с $n = 1$ и $n = -1$, так как остальные члены (в том числе и нулевой) исчезают при $\frac{R}{\lambda} \to 0$.

Тогда из (11) имеем:

$$D^{\alpha}\dot{\vec{H}}^{(\alpha)+} = \dot{A}\frac{2}{\dot{W}\left(\dot{k}/k_0 + W_0/\dot{W}\right)} \cdot D^{\alpha}\left(\left(\vec{r}_0\frac{i}{2} - \vec{\varphi}_0\frac{1}{2}\right)e^{i\varphi} - \left(\vec{r}_0\frac{i}{2} + \vec{\varphi}_0\frac{1}{2}\right)e^{-i\varphi}\right) =$$

$$= -\dot{A}\frac{2}{\dot{W}\left(\dot{k}/k_0 + W_0/\dot{W}\right)} \cdot D^{\alpha}\underbrace{\left(\vec{r}_0\sin\varphi + \vec{\varphi}_0\cos\varphi\right)}_{\vec{y}_0} = -\vec{y}_0\dot{A}\frac{2\cdot D^{\alpha}(1)}{\dot{W}\left(\dot{k}/k_0 + W_0/\dot{W}\right)}. \qquad (17)$$

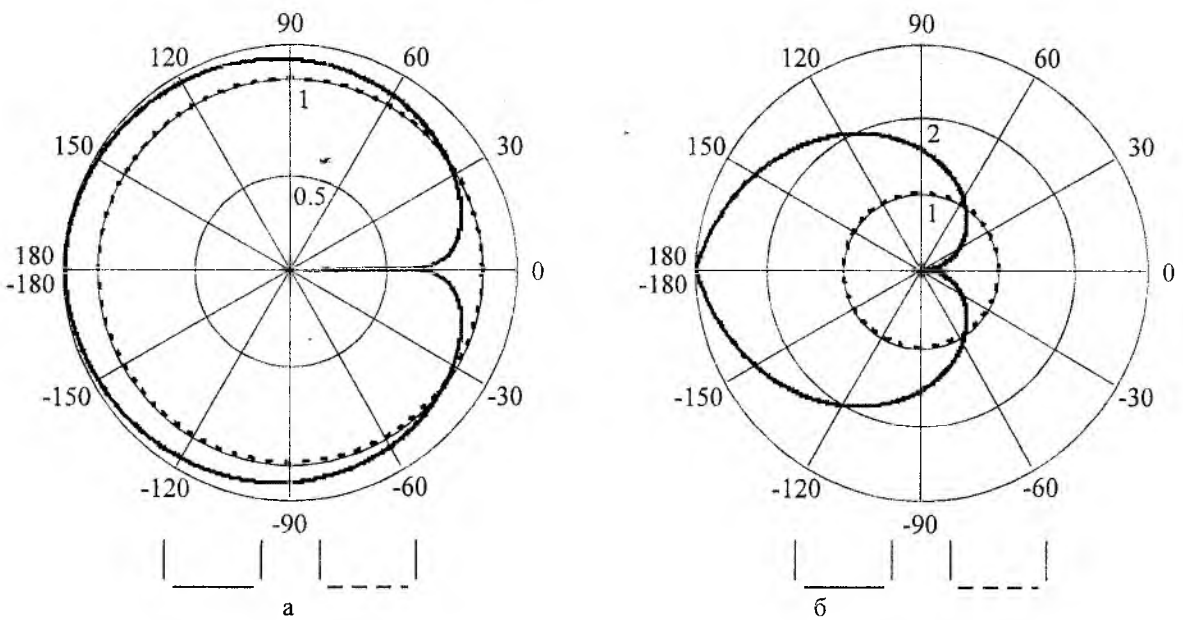
После интегрирования выражения (17) по φ вектор $\dot{\vec{H}}^{(\alpha)+}$ примет вид:

$$\dot{\vec{H}}_{\varphi}^{(\alpha)+} = \vec{r}_0\dot{H}_{\varphi r}^{(\alpha)+} + \vec{\varphi}_0\dot{H}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)+} = -\dot{A}\frac{2}{\dot{W}\left(\dot{k}/k_0 + W_0/\dot{W}\right)\Gamma(\alpha)}\int_0^{\varphi}\frac{\left(\vec{r}_0\sin t + \vec{\varphi}_0\cos t\right)dt}{(\varphi - t)^{1-\alpha}}. \qquad (18)$$

На рисунках представлены полярные графики модулей векторов $\dot{\vec{E}}_{\varphi}^{(\alpha)+}$, $\dot{\vec{E}}^{+}$ (рис. 1а-б), $\dot{\vec{H}}_{\varphi r}^{(\alpha)+} = \vec{r}_0\dot{H}_{\varphi r}^{(\alpha)+}$, $\dot{\vec{H}}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)+} = \vec{\varphi}_0\dot{H}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)+}$, $\dot{\vec{H}}_{r}^{+} = \vec{r}_0\dot{H}_{r}^{+}$, $\dot{\vec{H}}_{\varphi}^{+} = \vec{\varphi}_0\dot{H}_{\varphi}^{+}$ (рис. 2, а-б, 3, а-б) дифрагированного внутреннего поля при различных значениях α ($\alpha = 0.1$ – рис. а, $\alpha = 0.9$ – рис. б) для достаточно тонкого цилиндра. Они демонстрируют сравнение фрактального $\left|\dot{E}_{\varphi}^{(\alpha)+}\right|$, $\left|\dot{H}_{\varphi r}^{(\alpha)+}\right|$, $\left|\dot{H}_{\varphi\varphi}^{(\alpha)+}\right|$ (сплошная линия) и классического $\left|\dot{E}^{+}\right|$, $\left|\dot{H}_{r}^{+}\right|$, $\left|\dot{H}_{\varphi}^{+}\right|$ (пунктирная линия) случаев:

1) для электрического поля: $\dot{A} = 1$, $\varphi = -\pi, -\pi + \frac{\pi}{500}, -\pi + \frac{2\pi}{500}, \ldots, \pi$;

2) для магнитного поля: $\dot{A} = 1$, $\dot{B} = \frac{2}{\dot{W}\left(\dot{k}/k_0 + W_0/\dot{W}\right)} = 10$, $\varphi = -\pi, -\pi + \frac{\pi}{500}, -\pi + \frac{2\pi}{500}, \ldots, \pi$.



а б

Рис. 1

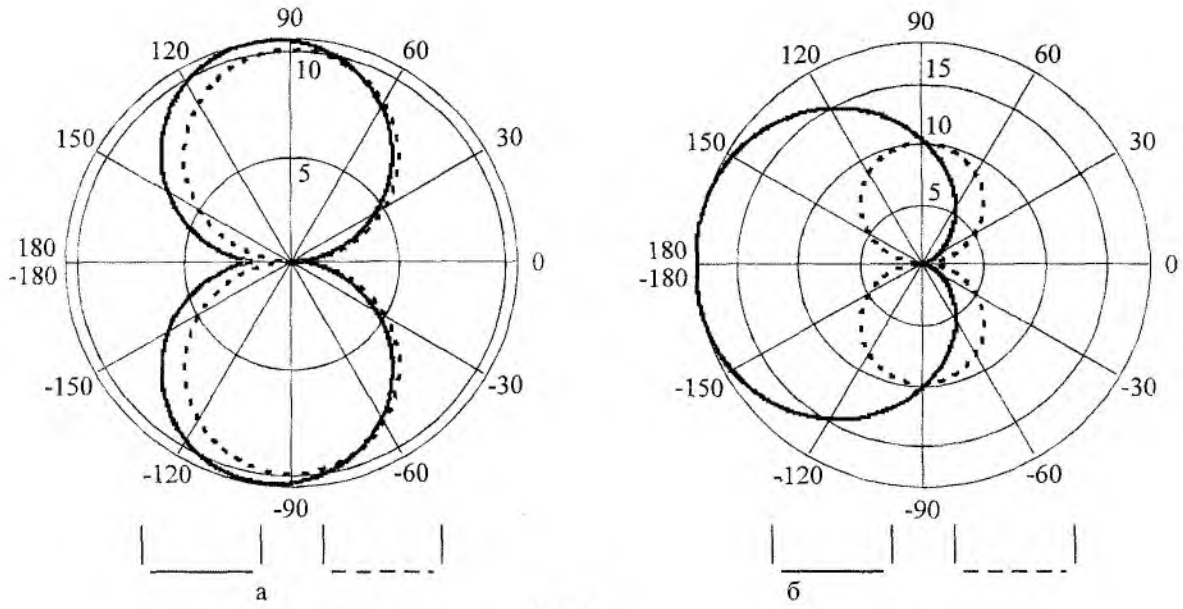


Рис. 2

При значении $\alpha \to 0$ результаты проектирования интегродифференциальной модели совпадают с классическими. Анализ выражения (16) показывает, что решение фрактальной задачи по форме совпадает с решением классической, если в качестве волнового импеданса выбрать $\dot{W}^{(\alpha)} = \dot{W} \cdot \Gamma(1+\alpha)\varphi^{-\alpha}$ (зависит от угла φ и порядка α интегродифференциала). Результаты численного расчета подтверждают известные факты о смещении диаграммы направленности поля, связанном с шероховатой структурой поверхности. "Фрактальность по углу" (интегрирование по переменной φ) можно интерпретировать как модель описания неоднородного распределения зарядов и токов на поверхности цилиндра.

Результаты исследования позволяют ставить и решать задачи о дифракции на цилиндре волны иной поляризации (вектор $\dot{\vec{E}}_0$ перпендикулярен оси цилиндра), на фрактальной сфере и др.

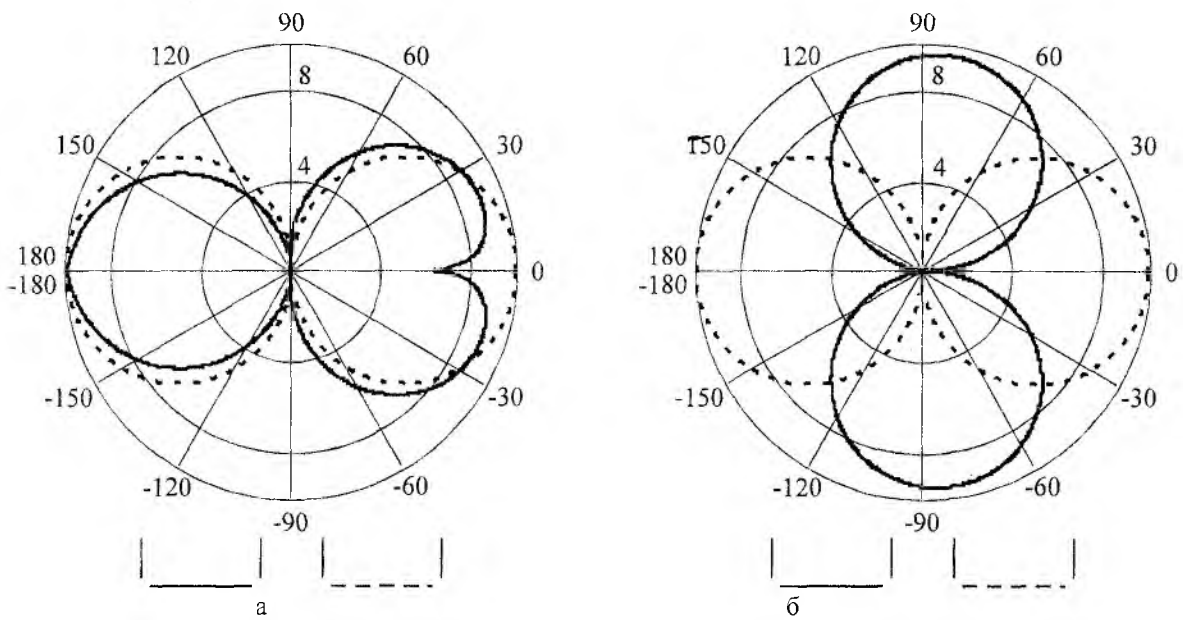


Рис. 3

Список литературы: 1 *Федер Е.* Фракталы: Пер. с англ. М.: Мир, 1991. 254 с. 2 *Onufriyenko V.* On "α-features" of electrical waves above impedance plane // Proceedings 12th International Conference on Microwaves & Radar. Krakov (Poland, May 20-22, 1998). Vol. 1. P. 212-215. 3 *Онуфрієнко В. М.* Взаємодія плоскої електромагнітної хвилі з металізованою фрактальною поверхнею // Радиофизика и электроника. Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины им. А. Я. Усикова, 1999. Т. 4, № 2. С. 19-20. 4 *Онуфрієнко В. М., Лисоконь І. В., Самолчев.П. О., Слюсарова Т. І.* Електромагнітні хвилі на фрактальній межі розділу двох середовищ // Радіоелектроніка, інформатика, управління. Запоріжжя: ЗДТУ, 1999. № 1. С. 20-23. 5 Фракталы в физике // Труды 6-го международного симпозиума по фракталам в физике. Триест (Италия, 9-12 июля 1985 г.): Пер. с англ./ Под ред. Л.Пьетронеро, Э.Тозотти. М.: Мир, 1988. 672 с. 6 *Працьовитий М. В.* Фрактальний підхід у дослідженнях сингулярних розподілів. Київ: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 1998. 296 с. 7 *Онуфрієнко В. М.* Фізико-геометрична інтерпретація α-характеристик електромагнітного поля // Радиофизика и электроника. Харьков: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины им. А. Я. Усикова. 1999. Т. 4, № 1. С. 7-10. 8 *Зельдович Я. Б., Соколов Д. Д.* Фракталы, подобие, промежуточная асимптотика // УФН, 1985. Т. 146, № 3. С. 493-506. 9 *Самко С. Г., Килбас А. А., Маричев О. И.* Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987. 688 с. 10 *Engheta N.* On Fractional Calculus and Fractional Multipoles in Electromagnetism // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. April, 1996. Vol. 44, № 4, P. 554-566. 11 *Engheta N.* Electrostatic "Fractional" Image Methods Perfectly Conducting Wedges and Cones // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. December, 1996. Vol. 44, №. 12, P. 1565-1574. 12 *Engheta N.* On the Role of Fractional Calculus in Electromagnetic Theory // IEEE Antennas & Propagation Magazin. August, 1997. Vol. 39, № 4. P. 35-46. 13 *Vladimir M. Onufriyenko, Petr A. Samolchev, Tatyana I. Slyusarova.* Interaction of an electrostatic field with a dielectric body // Conference Proceedings MIKON'2000. Wroclaw (Poland, May 22-24, 2000). Vol. 2. P. 502-505. 14 *Volodymir M. Onufriyenko, Eldar I. Veliev.* Electromagnetic theory radiation of electrical and magnetic fractal surface currents // Conference Proceedings ISAP'2000. Fukuoka (Japan, August 21-25, 2000). Vol. 3. P. 1319-1322. 15 *Onufriyenko V. M., Samolchev P. A., Slyusarova T. I.* Reflection of a Plane Wave from a Cylinder with Fractal Properties of the Surface (far-field region) // Conference Proceedings MMET'2000. Kharkov (Ukraine, September 12-15, 2000). Vol. 2. P. 420-422. 16 *Никольский В. В.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1973. 608 с.

Запорожский государственный технический университет

Поступила в редколлегию 14.12.2000

УДК 621.396.67

Ю. М. ПЕНКИН, канд. физ.-мат. наук, Р. И. КЛИМОВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ НЕСИММЕТРИЧНОГО ВИБРАТОРА, РАСПОЛОЖЕННОГО НА ИМПЕДАНСНОМ ПОЛУСФЕРИЧЕСКОМ ВЫСТУПЕ НАД ЭКРАНОМ

При математическом моделировании характеристик излучения слабонаправленных антенн реальных объектов часть корпуса, на которой расположена антенна, может с достаточным приближением аппроксимироваться какой-либо поверхностью правильной геометрической формы или их комбинациями [1]. Очевидно, что такая замена имеет смысл лишь в том случае, когда для аппроксимирующей поверхности известно решение соответствующей граничной задачи электродинамики. Одним из вариантов комбинации аппроксимирующих поверхностей, представляющих практический интерес, является полусферический выступ над плоским экраном.

Известно [1], что на движущихся объектах широко используются несимметричные вибраторы, расположенные непосредственно на корпусе и возбуждаемые у основания. Поля излучения тонких радиально ориентированных вибраторов такого типа исследовались ранее, например, в работах [1,2] при аппроксимации формы корпуса объекта идеально проводящей сферой. Однако, анализ полей излучения радиального несимметричного вибратора, расположенного на полусферическом выступе над плоским экраном, в известной литературе отсутствует. Исследованию этого вопроса и посвящено настоящее сообщение.

Введем сферическую систему координат, начало которой совмещено с геометрическим центром сферы радиуса R (см. рис. 1). В этой системе координат радиус-вектор $\vec{r}$ определяет точку наблюдения M, сферические координаты которой есть (r,θ,φ), а радиус-вектор $\vec{r}'$ — точку источника M' и ее сферические координаты (r',θ',φ'). В меридиональной плоскости, соответствующей значениям $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$, расположим бесконечный идеально проводящий экран.

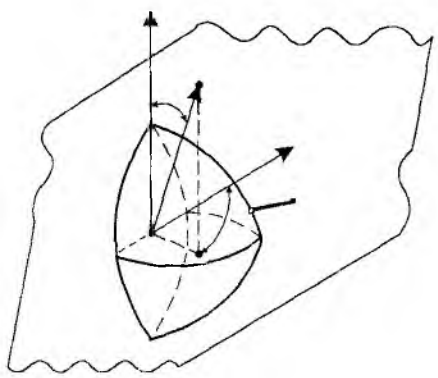


Рис. 1

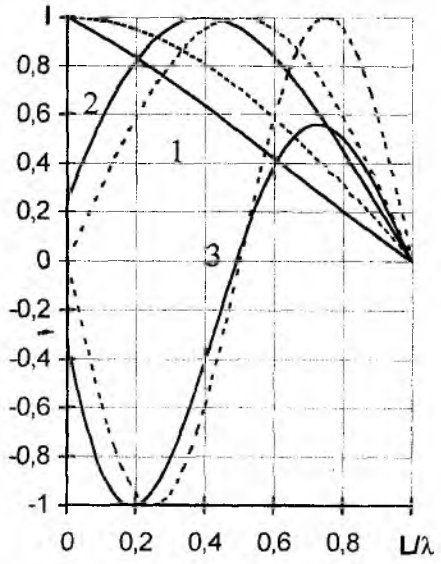


Рис. 2

Пусть на полусфере, поверхность которой характеризуется распределенным комплексным импедансом ξ [Ом], размещен идеально проводящий вибратор с радиусом a и длиной L $(a/L << 1)$, ось которого совмещена с направлением $\theta' = \theta_B$; $\varphi' = \varphi_B$. При этом генератор δ — образного напряжения, возбуждающий вибратор, располагается у его основания с координатой $r' = R$.

Согласно модели тонкого проводника, поле поверхностного тока вибратора при отсутствии азимутальной вариации и пренебрежении торцевыми токами эквивалентно полю линейного тока $J(r')$, протекающего по оси вибратора. Как известно, например, смотри [3], распределение тока $J(r')$ вдоль вибратора может быть аппроксимировано наборами различных базисных функций.

Так, в работах [1,2] распределение тока вибратора аппроксимировалось конусоидальной функцией. Однако, такое приближение позволяет рассматривать только электрически короткие излучатели

(порядка четверти длины рабочей волны λ). При этом для вибратора, расположенного на идеально проводящей сфере, электромагнитные поля излучения определяются путем численного интегрирования.

Здесь для тока вибратора будем использовать аппроксимацию:

$$\dot{J}(r') = \dot{I}_0\left[j_1(kr')y_1(kR+kL) - y_1(kr')j_1(kR+kL)\right]\cdot\vec{r}^{\,0}, \qquad (1)$$

где $\dot{I}_0$ – комплексная амплитуда тока; $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число; $\vec{r}^{\,0}$ – орт; $j_n(kr) = \sqrt{\dfrac{\pi}{2kr}}J_{n+1/2}(kr)$,

$y_n(kr) = \sqrt{\dfrac{\pi}{2kr}}\cdot N_{n+1/2}(kr)$; $J_{n+1/2}(kr)$ и $N_{n+1/2}(kr)$ – соответственно функции Бесселя и Неймана с полуцелым индексом. Предлагаемая аппроксимация (1) позволяет, как будет показано ниже, получить выражения для полей вибраторного излучателя в аналитическом виде.

Нетрудно убедиться, что приближение (1) удовлетворяет требованиям граничных условий для тока $J(r')$ на конце и у основания вибратора. При больших значениях радиуса полусферы $(|KR| \to \infty)$ в выражении (1) приходим к классическому распределению тока вдоль несимметричного вибратора над бесконечным идеально проводящим экраном [4]:

$$J(\vec{r}) = \dot{I}_0\cdot\sin(kR+kL-kr). \qquad (2)$$

Очевидно, что различия токовых представлений (1) и (2) в наибольшей мере будут проявляться при малых значениях kR. Для сравнения на рис. 2 представлены результаты расчетов нормированных токовых распределений в случае $kR = 3{,}0$. Сплошные линии соответствуют аппроксимации (1), штрихованные – аппроксимации (2). Кривыми 1 показано распределение тока вдоль четвертьволнового вибратора, кривыми 2 – вдоль полуволнового вибратора, кривыми 3 – вдоль вибратора длиной $L = \lambda$. Здесь же отметим, что различия в токовых представлениях (1) и (2) несущественно сказываются на определяемых с их помощью интегральных характеристиках вибраторного излучателя.

Для определения полей излучения антенны рассматриваемой геометрии воспользуемся результатами работы [5], где решена задача возбуждения бесконечного пространства вне импедансной сферы радиальными электрическим токами. В качестве ключевого используем из [5] выражение для функции Грина электрического типа векторного потенциала Герца. В нашем случае оно будет иметь следующий вид:

$$G(\vec{r},\vec{r}') = -2\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{n}\frac{U_n(r,r')}{C_{nm}}P_n^m(\cos\theta)P_n^m(\cos\theta')\sin m\varphi\cdot\sin m\varphi', \qquad (3)$$

где $U_n(r,r') = \dfrac{4\pi k h_n^{(2)}(kr)}{F\left(h_n^{(2)}(kR),\xi\right)}\cdot\left[j_n(kr')F\left(y_n(kR),\xi\right) - y_n(kr')F\left(j_n(kR),\xi\right)\right]$;

$C_{nm} = \dfrac{2\pi}{2n+1}\cdot\dfrac{(n+m)!}{(n-m)!}$; $F\left(f_n(kR),\xi\right) = \left(\dfrac{n}{R} - i\omega\varepsilon\xi\right)\cdot f_n(kR) - kf_{n+1}(kR)$, $h_n^{(2)}(kr) = j_n(kr) - iy_n(kr)$ –

функции Ханкеля второго рода; $P_n^m(\cos\theta)$ – присоединенные функции Лежандра первого рода; i – мнимая единица; ω – круговая частота; ε – диэлектрическая проницаемость среды вне рассеивателя.

В отличие от [5], в выражении (3) вместо функционального сомножителя $\cos m(\varphi-\varphi')$ фигурирует произведение $\sin m\varphi\cdot\sin m\varphi'$. Согласно работе (6) именно такая "замена" обеспечивает в нашем случае выполнение граничных условий для полей на металлическом экране $(\varphi = 0;\varphi = \pi)$. В правомерности этого нетрудно убедиться, заменив идеально проводящий экран зеркальным изображением вибраторной антенны.

Используя приближение (1) и представление функции Грина (3), интегрирование при определении радиальной компоненты электрического вектора Герца можно произвести аналитически на основании формулы из справочника [7]. Далее по известным соотношениям определяются электромаг-

нитные поля излучения вибраторной антенны в любой точке полупространства над экраном. Здесь в явном виде приведем формулы для расчета диаграмм направленности (ДН) антенны в дальней зоне $(kr \to \infty; |kr| >> n)$, полученные на основании выражений для составляющих магнитного поля:

$$F_\theta(\theta,\varphi) = -\frac{1}{\sin\theta}\sum_{n=1}^{N} D_n \cdot (i)^{n+1} \cdot \sum_{m=1}^{n} m \cdot \overline{P_n^m(\cos\theta)} \cdot \overline{P_n^m(\cos\theta_B)} \cos m\varphi \sin m\varphi_B;$$

$$F_\varphi(\theta,\varphi) = -\frac{1}{\sin\theta}\sum_{n=1}^{N} D_n \cdot (i)^{n+1} \cdot \sum_{m=1}^{n} \overline{P_n^m(\cos\theta)} \cdot \sin m\varphi \sin m\varphi_B \times \tag{4}$$

$$\times \left| B_{nm} \cdot \overline{P_{n+1}^m(\cos\theta)} - (n+1)\cos\theta \overline{P_n^m(\cos\theta)} \right|,$$

где

$$D_n = \frac{1}{F\left(h_n^{(2)}(kR),\xi\right)} \cdot \left\{ \frac{1}{\left(n+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}} \left[j_n(kR+kL) \cdot F\left(y_n(kR),\xi\right) - \right.\right.$$

$$- y_n(kR+kL) F\left(j_n(kR),\xi\right) - j_1(kR+kL) F\left(y_1(kR),\xi\right) + y_1(kR+kL) \times$$

$$\left.\left. \times F\left(j_1(kR),\xi\right)\right] + \frac{1}{R(n+2)}\left[j_1(kR+kL) y_1(kR) - y_1(kR+kL) j_1(kR) \right] \right\};$$

$B_{nm} = \sqrt{\frac{2n+1}{2n+3}\left[(n+1)^2 - m^2\right]}$; $\overline{P_n^m(\cos\theta)}$ – нормированные присоединенные функции Лежандра.

Отметим, что полученные выражения (4) оказываются удобными при проведении численных исследований в случаях резонансных размеров полусферического выступа, электрический диаметр которого составляет несколько длин волн. Для полусфер с большими электрическими диаметрами ряды в приведенных выражениях сходятся недостаточно быстро, что приводит к необходимости их модификации.

Можно убедиться, что величины $F_\theta(\theta,\varphi)$ и $F_\varphi(\theta,\varphi)$ являются функциями безразмерного параметра (kR). Это обобщенный параметр удобно применять при расчетах и анализе ДН, чем мы и воспользуемся в дальнейшем. Здесь же заметим, что при расчетах фиксировалось минимальное значение N, которое обеспечивало определение $|F_\theta(\theta,\varphi)|$ и $|F_\varphi(\theta,\varphi)|$ с точностью до $1 \div 5\ \%$ и симметрию ДН в главных плоскостях при размещении вибраторного излучателя на вершине полусферы $(\theta_B = \pi/2;\ \varphi_B = \pi/2)$.

На рис. 3 и 4 приведены результаты расчетов нормированных диаграмм направленности четвертьволнового вибратора $(kL = \pi/2)$, расположенного на идеально проводящей полусфере $(\xi = 0)$ размером $kR = 1{,}0$, основание которого размещено в точке с координатами $\theta_B = \pi/4$ и $\varphi_B = \pi/2$. Здесь и далее нормировка ДН производилась относительно максимального значения модуля полного поля в рассматриваемых сечениях. На рис. 3 показана ДН в меридиональной плоскости при $\varphi = \pi/2$ для $\theta \in [0, 180^\circ]$. На рис. 4 представлены ДН в экваториальной плоскости при $\theta = \pi/2$ для $\varphi \in [0, 180^\circ]$. Эти плоскости будем называть соответственно главными меридиональным и экваториальным сечениями. На рис. 4 кривой 1 показаны нормированные значения $|F_\theta(\theta,\varphi)|$, кривой 2 – значения $|F_\varphi(\theta,\varphi)|$, кривой 3 – значение модуля полного поля $|F| = \sqrt{|F_\theta|^2 + |F_\varphi|^2}$ (эффективная ДН [1]).

Заметим, что вибраторная антенна с указанными параметрами совместно со своим зеркальным изображением представляет собой аналог уголковой антенны на идеально проводящей сфере, исследованной в работах [1, 8]. Система из двух радиальных четвертьволновых вибраторов, питаемых в противофазе и расположенных на сфере в экваториальной плоскости под углом 90°, является вари-

антом уголковой антенны А.А. Пистолькорса и в соответствии с теорией этой антенны [8] должна быть слабонаправленной. Результаты измерений эффективных ДН из работы [1] показаны на рис. 3 и 4 точками. Как видно, эффективные ДН "несимметричного" аналога уголковой антенны оказываются более равномерными во всем секторе углов наблюдения, особенно в экваториальном сечении. Это объясняется влиянием экрана на перераспределение электромагнитных полей в пространстве. Таким образом, вибраторная антенна с рассмотренной геометрией может быть использована в качестве квазиизотропной антенны для полупространства над экраном. Отметим, что хорошее согласование расчетных и экспериментальных данных на рис. 3 в секторе углов $\theta \in [0°, 90°]$ подтверждает правомерность используемой методики и достоверность получаемых результатов.

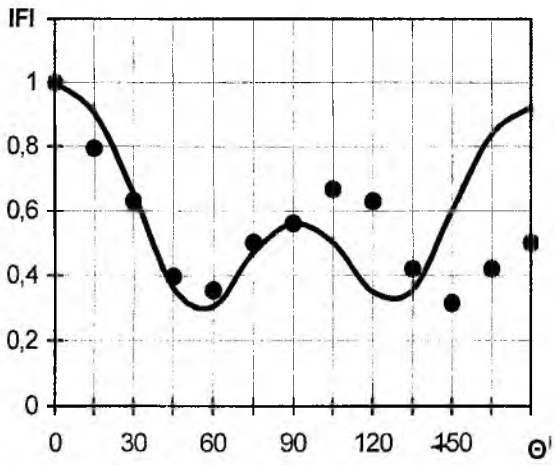


Рис. 3

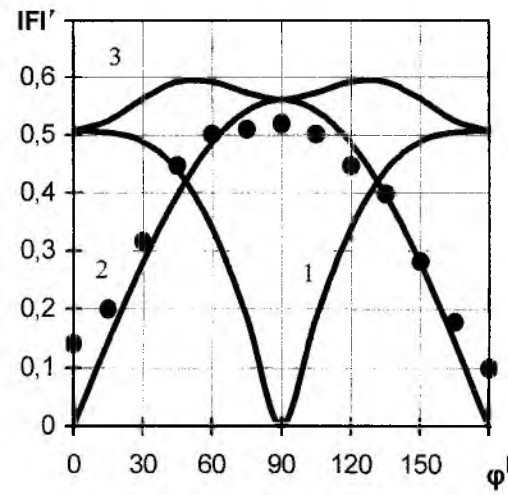


Рис. 4

На рис. 5 и 6 представлены расчетные эффективные ДН четвертьволнового вибратора при изменении его расположения на идеально проводящем полусферическом выступе над экраном размером $kR = 2{,}0$. На рис. 5 показаны ДН в главном меридиональном сечении, на рис. 6 – в главном экваториальном сечении. Здесь кривые 1 соответствуют случаю $\theta_B = \pi/6$, кривые 2 – $\theta_B = \pi/4$, кривые 3 – $\theta_B = \pi/3$, кривые 4 – $\theta_B = \pi/2$. Во всех случаях $\varphi_B = \pi/2$. Как можно предположить, ДН вибраторной антенны рассматриваемой геометрии будут представлять собой произведения ДН вибраторного излучателя, расположенного на идеально проводящей сфере в свободном пространстве, и множителя, учитывающего интерференцию прямых и отраженных от экрана лучей. Поэтому зависимости ДН на рис. 5 и 6 имеют характер типичный для суммарно-разностных ДН. При этом для малых углов $\theta_B \le \pi/4$, т.е. в случаях расположения вибратора вблизи экрана (кривые 1 и 2), изрезанность ДН больше проявляется в меридиональном направлении (рис. 5), чем в экваториальной плоскости (рис. 6). Для значения $\theta_B = \pi/2$ ДН в главных сечениях являются симметричными относительно значений углов наблюдения $\theta = \pi/2$ и $\varphi = \pi/2$ соответственно.

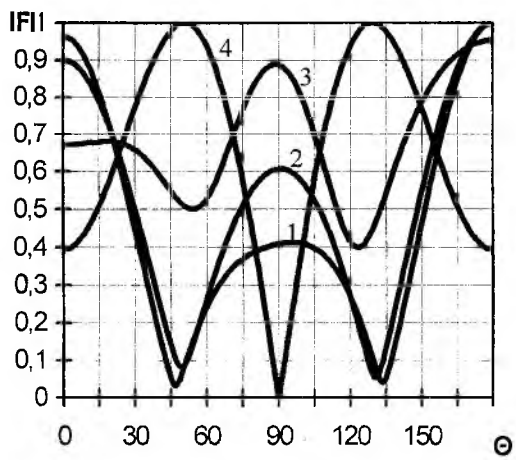


Рис. 5

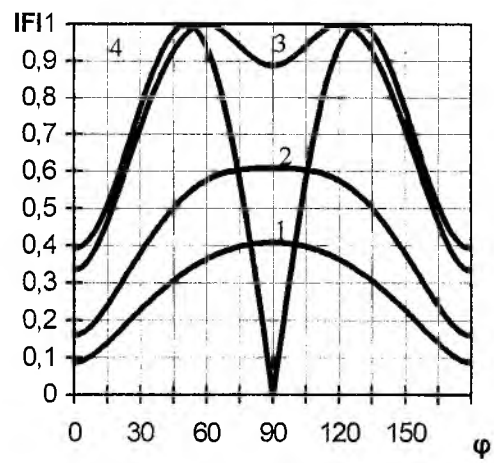


Рис.6

Следует отметить, что и для случая полусферы размером $kR = 2{,}0$ может быть определено местонахождение четвертьволнового вибратора, характеризующегося слабой направленностью в полупространстве над экраном. Например, при $\theta_B = \pi/3$ (кривые 3, рис. 5 и 6) ДН вибраторной антенны оказываются достаточно равномерными во всем секторе углов наблюдения.

Однако, влияние экрана на направленные свойства излучения вибраторной антенны рассматриваемой геометрии, являясь определяющим для относительно малых электрических размеров полусферического выступа, при увеличении kR будет дополняться влиянием на формирование ДН собственно полусферического рассеивателя. На рис. 7 и 8 представлены эффективные ДН четвертьволнового вибратора, расположенного на полусферическом выступе в случае $kR = 10{,}0$. Здесь кривые 1 соответствуют $\theta_B = \pi/4$, кривые 2 - $\theta_B = \pi/3$, кривые 3 – $\theta_B = \pi/2$. При этом полагалось $\varphi_B = \pi/2$. На рис. 7 ДН показаны в главном меридиональном, а на рис. 8 – в главном экваториальном сечениях. Как видно, при увеличении размеров полусферы ДН антенны приобретают более изрезанный, лепестковый характер. С физической точки зрения осцилляции амплитуды поля объясняются тем, что при возбуждении полусферического рассеивателя волны в определенную зону пространства попадают, "двигаясь" вдоль поверхности полусферы в прямом направлении и в обратном, отражаясь от экрана. В результате интерференции этих волн и имеют место осцилляции в зависимостях ДН на рис.7 и 8. Как и следовало ожидать, чем больше kR, тем больше число стоячих волн укладывается на полусфере и тем большим числом лепестков будет характеризоваться ДН.

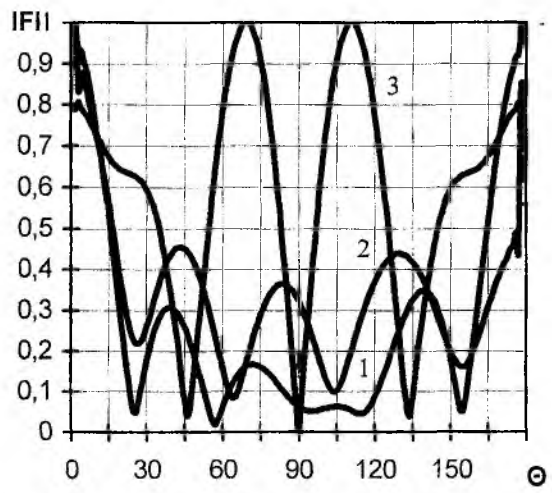


Рис. 7

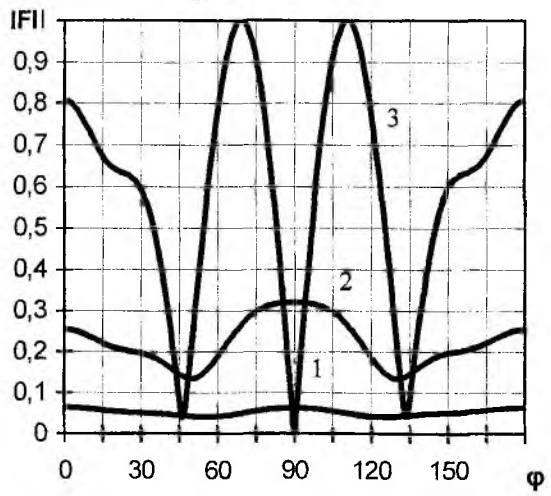


Рис. 8

Изменение формы ДН при увеличении длины вибраторного излучателя проанализируем на основании данных расчетов, представленных на рис. 9 и 10. Здесь приведены эффективные ДН в случае идеально проводящего полусферического выступа с $kR = 2{,}0$ при $\theta_B = \pi/4$ и $\varphi_B = \pi/2$. Как и ранее, ДН представлены в главных сечениях: меридиональном (рис. 9) и экваториальном (рис. 10). Расчеты показали, что ДН для четвертьволнового ($kL = \pi/2$, кривые 1) и более коротких вибраторов существенно не отличаются друг от друга. Этот факт отмечался и в [1] при исследовании радиальных вибраторов, расположенных на идеально проводящей сфере в свободном пространстве. Тоже можно сказать и о ДН полуволнового вибратора ($kL = \pi$, кривые 2). Однако, дальнейшее увеличение длины вибратора вызывает значительные изменения характеристик направленности антенны. Например, для вибратора с длиной, равной $3\lambda/4$ ($kL = 3\pi/2$, кривые 3) в направлении $\theta \approx 90^\circ$ (рис. 9) амплитуда излучаемого поля существенно увеличивается. Это связано с различием токовых распределений вдоль рассматриваемых вибраторов. Так, для четвертьволнового и полуволнового вибраторов фаза токовых распределений по их длине не изменяет знак, а распределение тока вдоль вибратора длиной $3\lambda/4$ характеризуется противофазными участками.

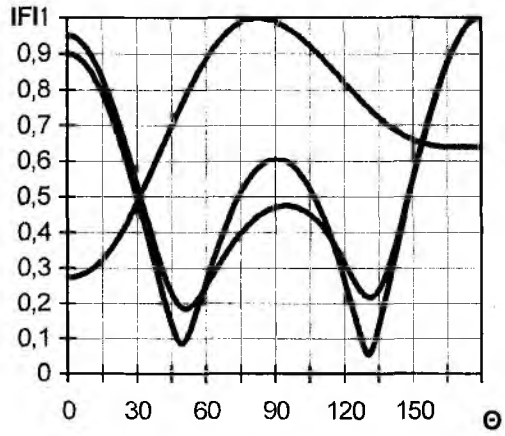


Рис. 9

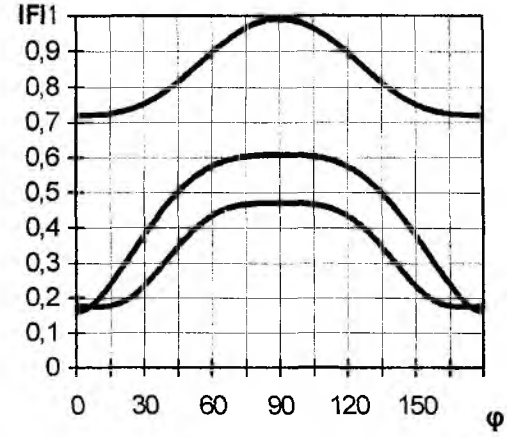


Рис. 10

Как и следовало ожидать, форма ДН рассматриваемой системы изменяется не только при изменении ее геометрии, но и в случае фиксированных параметров для различных значений комплексного импеданса ξ на поверхности полусферического выступа. Оценки такого влияния производились для близких к предельно большим значениям $|\xi| \approx 0{,}1$, допускаемых при использовании импедансной концепции, согласно которой должно выполняться условие $|\xi/(120\pi)| << 1$. В результате расчетов оказалось, что различия между нормированными ДН вибраторов, расположенных на идеально проводящих полусферах , и аналогичных излучающих систем, поверхность которых характеризуется распределенным импедансом, не превышают 10 %.

Таким образом, построенная методика и полученные формулы позволяют существенно расширить возможности математического моделирования полей излучения тонких несимметричных радиально ориентированных вибраторных излучателей, расположенных на импедансном полусферическом выступе над экраном. Результаты численных исследований непосредственно могут быть использованы при практических разработках слабонаправленных антенн на объектах со сложной формой корпуса.

Список литературы: 1. *Резников Г.Б.* Антенны летательных аппаратов. М.: Сов. Радио, 1967. 416 с. 2. *Белкина М.Г., Вайнштейн Л.А.* Характеристики излучения сферических поверхностных антенн / В сб. "Дифракция электромагнитных волн на некоторых телах вращения". М.: Сов. Радио, 1957. С. 57 – 125. 3. *Чаплин А.Ф.* Анализ и синтез антенных решеток. Львов: Вища школа, 1987. 180 с. 4. *Айзенберг Г.З., Белоусов С.П., Журбенко Э.М., Клитер Г.А., Курашов А.Г.* Коротковолновые антенны. М.: Сов. Радио, 1985. 535 с. 5. *Пенкин Ю.М.* Возбуждение электродинамических объемов с импедансными сферическими границами радиальными электрическими токами // Сб. Радиофизика и электроника. Харьков. 1997. Т. 2, № 1. С. 43 – 46. 6. *Воскресенский Д.И., Пономарев Л.И., Филлипов В.С.* Выпуклые сканирующие антенны (основы теории и методы расчета). М.: Сов. Радио, 1978. 304 с. 7. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983. 752 с. 8. *Пистолькорс А.А.* Новая слабонаправленная антенна для коротких волн // Техника связи. 1935. № 9 – 10. С. 11 – 15.

Национальная фармацевтическая
Академия Украины, г. Харьков

Поступила в редколлегию 16.11. 2000.

УДК 519.65

АБДЕРРАЗИК МОХАМЕД, Д. Л. ЛЫСЕНКО

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ ФУНКЦИИ АППРОКСИМАЦИИ ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОГОЗНАЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В различных областях радиотехники и электроники широко используются различные нелинейные элементы. В их качестве обычно применяют магнитные, сегнетоэлектрические, полупроводниковые и другие элементы. Характеристики этих элементов в большинстве случаев хорошо известны и исследованы. Для расширения функциональных возможностей существующих нелинейных элементов можно использовать многозначные элементы, которые имеют несколько устойчивых состояний. Преимуществами использования многозначных элементов являются более простая реализация разнообразных логических схем, сокращение числа функциональных элементов, а, следовательно, повышение надежности. Нелинейная характеристика многозначного элемента отличается от характеристики обычного элемента наличием более сложной зависимости. Наглядно это можно продемонстрировать на примере кривой намагничивания нелинейных магнитных элементов, как показано на рис. 1.

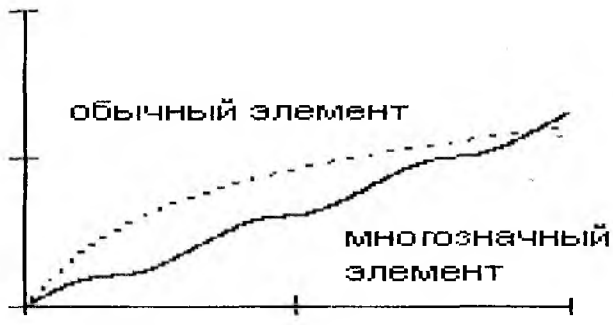


Рис. 1

При описании процессов, происходящих в нелинейном элементе при воздействии ЭМП, необходимо аппроксимировать его нелинейную характеристику. Математический аппарат аппроксимаций характеристики обычных нелинейных магнитных элементов хорошо разработан, но он не может быть применен для многозначных элементов, т.к. известные функции не позволяют получить характеристику, аналогичную показанной на рис. 1.

Статья посвящена построению функции, которая позволяла бы описывать характеристику нелинейного многозначного элемента с учетом скачкообразного характера поведения. При аппроксимации нелинейную характеристику представляют аналитическим выражением, графически или в виде таблицы, при этом каждый из способов имеет свои преимущества. Обычно предпочитают задавать нелинейную характеристику аналитическим выражением вида $Y = f(x, a_1, a_2, \ldots a_n)$. Аппроксимирующая функция должна адекватно описывать поведение нелинейной характеристики, быть компактной, и ее решение не должно быть сложным. Приближенный характер зависимости может быть предварительно известен либо из физических закономерностей, описывающих явление, либо на основе проведенного эксперимента и предварительного анализа данных. Коэффициенты аппроксимации обычно получают на основе экспериментальных данных.

Выделяют два основных метода получения аппроксимирующей функции какой-либо экспериментальной характеристики:

1) метод кусочной аппроксимации;

2) замена всей характеристики либо ее характерных участков одним аналитическим выражением.

Рассмотрим использование обоих методов для построения кривой характеристики нелинейного элемента, подобной изображенной на рис. 1. При кусочной аппроксимации возникает необходимость разбиения полученной экспериментальной кривой на отдельные участки. Каждый участок представляет собой независимую кривую намагничивания отдельного элемента. На каждом из выбранных участков возможен выбор своей функции, причем в общем случае функции $f_1, f_2, \ldots f_n$ могут быть различными. В конечном итоге аппроксимирующая функция на всем интервале изменения характеристики будет выглядеть следующим образом:

$$F(H)=\begin{cases} f_1(H,a_1,a_2...a_n), при\ \mathrm{H}_1 < H < H_2, \\ f_2(H,b_1,b_2...b_n), при\ \mathrm{H}_2 < H < H_3, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_x(H,z_1,z_{2\ldots z_n}), при\ \mathrm{H}_{k\text{-}1} < H < H_k. \end{cases} \quad (1)$$

Преимуществом подобного метода является возможность точного подбора аппроксимирующей функции на каком-либо одном участке характеристики либо одновременно на всех. Каждая из вводимых функций $f_1 \ldots f_n$ может принадлежать к одной из известных групп: кусочно-линейной аппроксимации, дробно-линейной, арктангенсной, экспоненциальной, логарифмической, аппроксимации степенными полиномами, гиперболической, степенной, смешанной. В каждой из групп существует множество функций аппроксимации обычной нелинейной характеристики. К недостаткам кусочной аппроксимации необходимо отнести необходимость довольно точного определения участков разбиения. Увеличение таких участков влечет за собой сложность и громоздкость расчетов. Применение кусочной аппроксимации нелинейной характеристики многозначного элемента может быть оправдано при различных величинах отдельных участков или при необходимости точной аппроксимации на отдельно взятом, как правило, линейном, небольшом участке функции.

Кривая аппроксимирующей функции должна максимально точно описывать нелинейный характер исследуемой характеристики, т. е. получаемые результаты должны совпадать с результатами проведенного эксперимента на требуемом участке. Очевидно, что для характеристики многозначного элемента определить аппроксимирующую функцию достаточно трудно. В работе [1] представлена характеристика, имеющая сходство с требуемой (рис. 1.), которая аппроксимируется сложной интегральной функцией вида:

$$Y(x)=x\cdot\frac{\int_0^x\left(\frac{\sin a}{a}\right)^2 da}{[Si(x)]^2}. \quad (2)$$

Математический анализ такой функции для инженерных расчетов не применим.

Анализируя характер поведения кривой, представленной на рис. 1, было сделано предположение о возможности нахождения производной от нелинейной характеристики намагничивания и ее использовании для построения самой аппроксимирующей функции кривой намагничивания. Функция намагничивания имеет повторяющиеся участки, следовательно, ее первая производная должна быть периодической. Функция намагничивания имеет возрастающий характер, следовательно, ее первая производная должна быть неотрицательной. Наиболее просто в качестве первой производной использовать периодические тригонометрические функции $f(x)=\cos(x)$ либо $f(x)=\sin(x)$. Для выполнения требования неотрицательности необходимо взять абсолютное значение функции первой производной. Кривая намагничивания, как характеристика нелинейного многозначного элемента, образуется путем интегрирования функции первой производной в пределах $[0\ldots i]$. Пределы интегрирования представляют собой изменения параметра на экспериментально полученной нелинейной характеристике. Полученная таким образом аналитическая кривая будет отображать экспериментальную характеристику в диапазоне изменения параметра $[0\ldots i]$. Взаимосвязь полученной аналитической кривой и ее первой производной показаны на рис. 2.

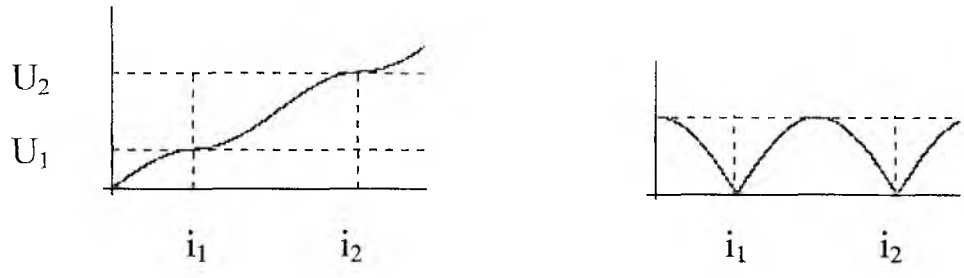


Рис. 2

Для соответствия экспериментальной кривой намагничивания $U(i)$ и аппроксимирующей функции $F(i)$ необходимо введение масштабного коэффициента α:

$$\alpha = \frac{U(i_1)}{F(i_1)}. \tag{3}$$

Согласование периодов изменения экспериментальной кривой и теоретической функции проведем путем введения параметра τ. Выбирая в качестве функции первой производной $f(x)$ функцию $\sin(x)$ и учитывая масштабный коэффициент α и параметр τ, получим следующий вид аппроксимирующей функции:

$$F(i) = \alpha \cdot \int_0^i \left| \sin\left(\pi \cdot \frac{x}{\tau} \right) \right| dx. \tag{4а}$$

Если в качестве первой производной $f(x)$ выбрать функцию $\cos(x)$, то аппроксимирующая функция будет выглядеть следующим образом:

$$F(i) = \alpha \cdot \int_0^i \left| \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{\tau} \right) \right| dx. \tag{4б}$$

Вид аппроксимирующих функций на начальном участке намагничивания показан на рис. 3, а и 3, б соответственно.

Рис. 3

В общем случае характер поведения основной кривой однозначно определяет поведение ее первой производной. При выполнении требований периодичности и неотрицательности на всем диапазоне изменения переменной, после интегрирования функции первой производной должна получаться кривая, аналогичная изображенной на рис. 1. В качестве первой производной может представлять интерес выбор других периодических неотрицательных функций, например, таких, как циклоида или циклоида с вершиной в начале.

Предложенной методике аппроксимации нелинейной характеристики многозначного элемента присущ следующий недостаток. Функции (4а) и (4б) при увеличении параметра i неограниченно возрастают. Нелинейная характеристика реального многозначного элемента $U(i)$ имеет какой-то предел, соответствующий насыщению магнитного материала. В формулах (3а) и (3б) это обстоятельство не учитывается. Для преодоления этого недостатка проанализируем, как должна вести себя функция первой производной. При наступлении насыщения кривая намагничивания перестает изменяться $\Delta F = 0$, следовательно, первая производная должна обращаться в нуль. Если значение параметра i меньше величины, соответствующей насыщению, то функция первой производной должна изменяться по установленному закону. Для реализации требуемого условия необходимо ввести ограничение для функции первой производной так, чтобы выполнялись условия:

$$f(x) = \begin{cases} \left| \sin\left(\pi \cdot \frac{x}{\tau} \right) \right|, \text{при } x < x_{max}; \\ 0, \text{при } x > x_{max}. \end{cases} \tag{5}$$

Выполнение этих условий наиболее просто реализовать путем введения функции Хевисайда, принимающей значение 1, если требуемый параметр меньше порогового значения, и принимающей значение 0, если параметр превышает пороговое значение. В этом случае конечный вид первой производной аппроксимирующей функции выглядит следующим образом:

$$f(x) = \alpha \cdot [o(x) - o(x - i_{\max})] \cdot \left| \sin\left(\pi \cdot \frac{x}{\tau} \right) \right|, \qquad (6)$$

где α – масштабный коэффициент амплитуды; τ – масштабный коэффициент периода; i_{max} – значение тока на экспериментальной кривой, соответствующее режиму насыщения; $\sigma(i)$ – функция Хевисайда.

Интегрируя первую производную в пределах изменения параметра $i \in (0, i)$, получим искомое выражение для функции аппроксимации нелинейной характеристики многозначного элемента:

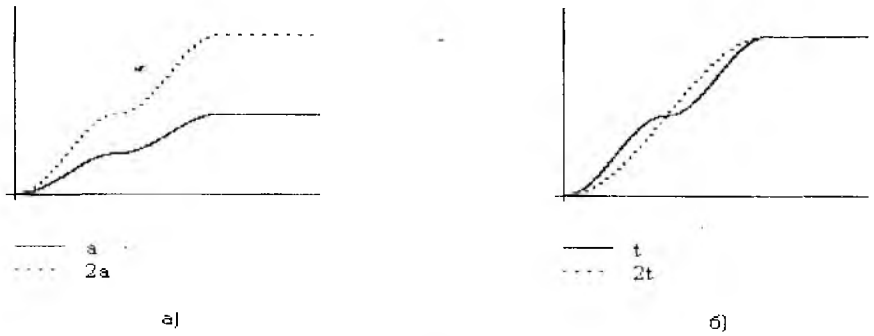
$$F(i) = \int_0^i f(x)dx. \qquad (7)$$

На рис. 4 показан характер поведения функции намагничивания магнитного материала и ее первой производной при выполнении условия ограничения кривой первой производной функцией Хевисайда.

а) б)

Рис. 4

Рассмотрим поведение функции (7) при изменении ее периода и значения масштабного коэффициента α. Изменение функции $F(i)$ при изменении масштабного коэффициента амплитуды α изображено на рис. 5а. Увеличение этого коэффициента вызывает "растягивание" кривой $F(i)$ вдоль оси U, не изменяя при этом периода колебаний первой производной $f(x)$. При увеличении параметра периода τ происходит "растягивание" кривой $F(i)$ вдоль оси i, как показано на рис. 5, б.



а) б)

Рис. 5

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что сложную нелинейную характеристику со ступенчатым изменением получают путем интегрирования в требуемых пределах периодической неотрицательной функции. В работе в качестве такой функции предложено использовать тригонометрические функции f(x)=sin(x) и f(x)=cos(x). Период изменения функции первой производной зависит от выбора параметра τ. Амплитуда функции аппроксимации зависит от масштабно-

го коэффициента α. Выбирая значения α и τ, соответствующие аналогичным параметрам экспериментальной кривой, можно получить требуемое приближение аппроксимирующей к реальной.

В статье рассмотрена методика построения аппроксимации функции нелинейной характеристики с несколькими устойчивыми состояниями на основе анализа ее первой производной. Такой подход может быть полезен при математическом моделировании, анализе и синтезе систем на основе многозначных элементов. Экспериментальное применение полученного аналитического выражения при соответствующем выборе параметров α и τ дает возможность оценить поведение мультистабильной характеристики нелинейного элемента. Предлагаемая методика позволяет довольно просто решать подобные задачи с помощью ЭВМ. *Авторы выражают П. И. Чередникову свою признательность за помощь, оказанную при исследованиях.*

Список литературы: *Л. М. Краснов.* О линейном кодировании радиоимпульсных сигналов // Радиотехника. 1971. № 19. С. 45.

Харьковский технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 12.12.2000

УДК 621.372.54

Д. В. БОНДАРЬ, канд. техн. наук, А. Н. ЗЕЛЕНИН, канд. техн. наук, А. И. КОСТРОМИЦКИЙ

АНАЛИЗ АКТИВНОГО КОРРЕКТОРА ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

При создании формирующих фильтров и корректоров частотных характеристик находят широкое применение цепи, имеющие характеристику корректора Боде (рис. 1). Аналитическое выражение для передаточной функции корректора Боде имеет вид:

$$H(p) = H_0 \left[p^2 + p\frac{\omega_0}{Q}\alpha + \omega_0^2 \right] \Big/ \left[p^2 + p\frac{\omega_0}{Q}(1-\alpha) + \omega_0^2 \right], \qquad (1)$$

где H_0 – постоянное основное усиление; ω_0 – центральная частота корректора; Q – добротность корректора; α — параметр регулирования подъема-спада АЧХ корректора на центральной частоте [1].

Параметр α принимает любые значения из промежутка от 0 до 1, причем, при $\alpha = 1$ значение АЧХ на частоте ω_0 устремляется к бесконечности, а при $\alpha = 0$ значение АЧХ на частоте ω_0 равно нулю. По этой причине на практике приходится ограничивать диапазон изменения параметра α величинами α_{max} и α_{min} в соответствии с желаемыми значениями подъема (H_{max}) и спада (H_{min}) АЧХ на центральной частоте [1].

Вид АЧХ и ФЧХ корректора Боде при изменении параметра α от некоторого минимального до некоторого максимального значения показан на рис. 1.

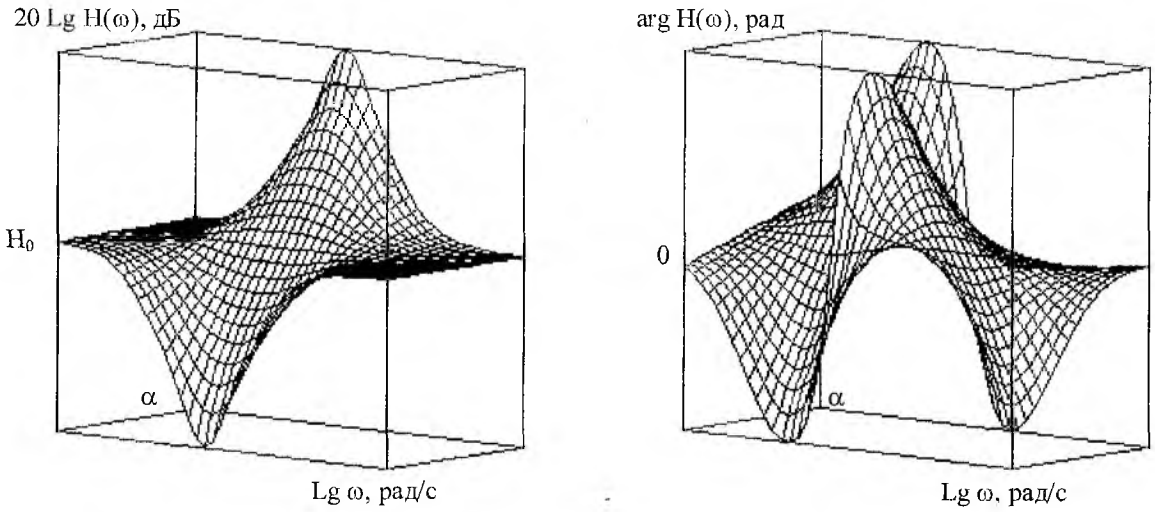


Рис. 1

Передаточной функции (1) соответствует звено второго порядка, которое может быть построено на основе операционного усилителя, в специализирующей цепи которого включен последовательный колебательный контур, выполняющий функции режекторного звена (рис. 2). Последовательный *R-L-C*-колебательный контур, собранный на элементах R_2, L, C, формирует резонансный характер передаточной функции $H(p)$, а потенциометр R_1 служит органом управления, который влияет на величину подъема или спада АЧХ на резонансной (центральной) частоте. Мерой регулирования в данном случае служит параметр α', показывающий перераспределение сопротивлений плеч потенциометра R_1. Количественно перераспределение сопротивлений плеч потенциометра R_1 задается соотношением:

$$R_1 = (1-\alpha')R_{11} + \alpha' R_{12},$$

где R_{11} и R_{12} – сопротивления соответствующих участков регулировочного потенциометра R_1.

Регулировочный параметр α' изменяется в пределах от 0 до 1.

На первом этапе анализа схемы (рис. 2) необходимо вывести выражение для ее передаточной функции. Затем следует выяснить, как связаны параметры корректора Боде (1) со значениями номиналов пассивных элементов рассматриваемой схемы.

Передаточную функцию цепи получим при помощи топологического метода анализа линейных электрических цепей. В соответствии с этим методом обобщенный сигнальный граф анализируемой цепи состоит из пяти вершин и восьми связывающих их дуг (рис. 3).

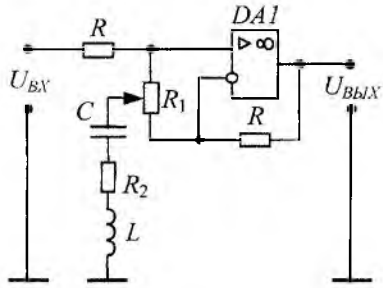


Рис. 2

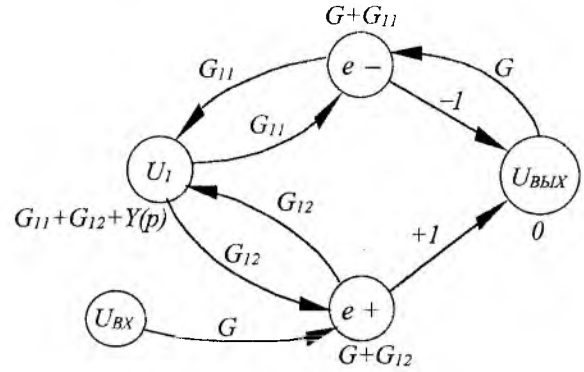


Рис. 3

Веса вершин и дуг связаны с проводимостями пассивных элементов схемы. Переменная $Y(p)$ представляет собой проводимость последовательного контура:

$$Y(p)=1/Z(p)=pC\Big/(p^2LC+pCR_2+1). \tag{2}$$

Коэффициент передачи графа от вершины U_{BX} к вершине $U_{ВЫХ}$, вычисляемый по формуле Мезона [2, 3], совпадает с передаточной функцией анализируемой цепи и определяется соотношением:

$$H(p)=\frac{\alpha'(1-\alpha')Z(p)+\alpha'(1-\alpha')R_1+\alpha'(1-\alpha')R_2+\alpha'R}{\alpha'(1-\alpha')Z(p)+\alpha'(1-\alpha')R_1+\alpha'(1-\alpha')R_2+(1-\alpha')R}. \tag{3}$$

Эта формула уточняет соотношение (11.3.9) [1].

Подставим выражение (2) в (3), приведем подобные и получим следующее выражение для передаточной функции анализируемого устройства:

$$H(p)=\frac{p^2+p\frac{1}{L}\left(R_1+R_2+R\frac{1}{1-\alpha'}\right)+\frac{1}{LC}}{p^2+p\frac{1}{L}\left(R_1+R_2+R\frac{1}{\alpha'}\right)+\frac{1}{LC}}, \tag{4}$$

где α' – параметр, характеризующий соотношение сопротивлений плеч потенциометра.

Приравняв коэффициенты при соответствующих степенях комплексной переменной p в формулах (1 и 4), получим соотношения:

$$H_0=1, \tag{5}$$

$$\omega_0=1/\sqrt{LC}, \tag{6}$$

$$Q=\alpha'(1-\alpha')\sqrt{L/C}\Big/\left[2\alpha'(1-\alpha')(R_1+R_2)+R\right], \tag{7}$$

$$\alpha=\alpha'\left[(1-\alpha')(R_1+R_2)+R\right]/\left[2\alpha'(1-\alpha')(R_1+R_2)+R\right]. \tag{8}$$

Формулы (5 – 8) позволяют заключить следующее:

1. Постоянное основное усиление цепи, независящее от номиналов пассивных элементов схемы и параметра регулирования α', есть величина постоянная, равная единице во всем диапазоне частот.

2. Центральная частота корректора, выполненного по схеме рис. 2, задается только значениями индуктивности и емкости последовательного колебательного контура и не зависит от параметра регулирования α'.

3. Добротность корректора зависит от значений всех элементов схемы и, в том числе, - от положения движка потенциометра R_1 (от α').

4. Параметр регулирования подъема-спада теоретической АЧХ корректора Боде определяется соотношением значений всех резисторов схемы. Соответствие α и α' определяется нелинейной дробно-рациональной зависимостью.

Как добротность схемы, так и параметр регулирования подъема-спада АЧХ цепи нелинейно зависят от соотношения сопротивлений плеч управляющего потенциометра. Выясним, существует ли такое соотношение номиналов цепи, при котором выполнялись бы условия:

$$\alpha = \alpha', \qquad Q = const.$$

С этой целью перепишем формулы (7) и (8) в виде:

$$\alpha = \alpha'\left[(1-\alpha')\delta + 1\right] / \left[2\alpha'(1-\alpha')\delta + 1\right], \tag{9}$$

$$Q = \left\{\alpha'(1-\alpha') / \left[2\alpha'(1-\alpha')\delta + 1\right]\right\}\sqrt{L/C}\,/R, \tag{10}$$

где δ – параметр, характеризующий соотношение значений сопротивлений схемы, вычисляемый по формуле:

$$\delta = (R_1 + R_2)/R.$$

Если предположить, что параметр $\delta << 1$, то первыми слагаемыми в числителе выражения (9) и знаменателе выражений (9) и (10) можно пренебречь и тогда:

$$\alpha \approx \alpha', \tag{11}$$

$$Q \approx \alpha'(1-\alpha')\sqrt{L/C}\,/R. \tag{12}$$

Выражения (11) и (12) показывают, что при выполнении условия $\delta << 1$ величина подъема-спада АЧХ схемы с достаточной степенью точности задается соотношением сопротивлений плеч потенциометра R_1 (параметр α'), однако зависимость добротности схемы от положения движка потенциометра близка к квадратичной с максимумом при $\alpha' = 0{,}5$ (рис. 4).

Если предположить, что параметр $\delta >> 1$, то единицей в числителе выражения (9) и знаменателе выражений (9) и (10) можно пренебречь и переписать их в виде:

$$\alpha \approx 0.5, \qquad Q \approx \sqrt{L/C}\,/2\delta R.$$

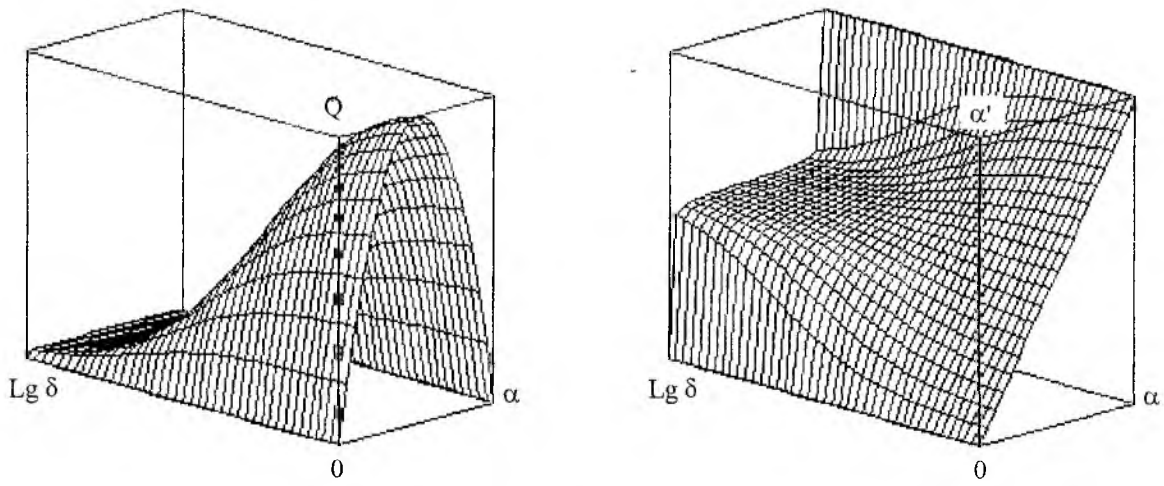


Рис. 4

В данном случае удается достичь постоянства добротности цепи. Но в то же самое время теряется возможность влиять на подъем и спад АЧХ. Более того, параметр регулирования α имеет значе-

ние 0,5, при котором АЧХ не изменяется во всем частотном диапазоне и равна H_0 (ФЧХ также постоянна и равна нулю).

На рис. 4 приведены графические зависимости добротности и параметра регулирования подъема-спада АЧХ корректора Боде от параметров δ и α'.

Учитывая изложенное выше, можно заключить, что цепь (рис. 2) имеет близкие к корректору Боде характеристики при $\delta << 1$.

Расчет номиналов пассивных элементов схемы при этом можно производить по следующей методике:

– задавшись значением индуктивности (емкости), рассчитать значение емкости (индуктивности) по требуемой центральной частоте в соответствии с формулами:

$$C = 1/\omega_0\sqrt{L}, \qquad L = 1/\omega_0\sqrt{C}.$$

– задавшись значением параметра $\delta << 1$, по требуемым α_{max} или α_{min} и добротности при максимальном подъеме (или спаде) АЧХ корректора вычислить номинал резистора R по одной из формул:

$$R = \{\alpha_{max}(1-\alpha_{max})/[2\alpha_{max}(1-\alpha_{max})\delta+1]\}\cdot\left(\sqrt{L/C}/Q\right),$$
$$R = \{\alpha_{min}(1-\alpha_{min})/[2\alpha_{min}(1-\alpha_{min})\delta+1]\}\cdot\left(\sqrt{L/C}/Q\right).$$

– задавшись значением R_1 (или R_2), вычислить номинал резистора R_2 (или R_1) по формулам:

$$R_2 = \delta R - R_1, \qquad R_1 = \delta R - R_2.$$

При использовании анализируемой цепи, например, в качестве базового звена эквалайзера в устройствах звукотехники, следует помнить об имеющей место зависимости добротности Q от параметра регулирования α'.

Список литературы: 1. *Шкритек* П. Справочное руководство по звуковой схемотехнике: Пер. с нем. М.: Мир, 1991. 446 с. 2. *Зеленин А.Н., Костромицкий А.И., Бондарь Д.В.* Активные фильтры на операционных усилителях. Харьков: Телетех, 2000. 136 с. 3. *Анисимов В.И.* Топологический расчет электронных схем. М.: Энергия, 1977. 240 с.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 20.12.2000

УДК 621.391

В. А. ПИСЬМЕНЕЦКИЙ, канд. техн. наук, Н. И. СЛИПЧЕНКО, канд. техн. наук, П. И. ПЛАТОНОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПЕРСИОННО-СПЕКТРАЛЬНОГО СПОСОБА ИДЕНТИФИКАЦИИ ИМПУЛЬСНЫХ РАДИОСИГНАЛОВ

Целью данной работы является исследование дисперсионно-спектрального способа идентификации однократных импульсных сигналов малой длительности в квазиреальном времени. Так как длительность сигнала мала (единицы-доли наносекунд), для обработки целесообразно использовать дисперсионную линию задержки, которая в отличие от устройств, использующих быстрое преобразования Фурье, обладает эффектом расширения спектрального отклика как функции времени. Таким образом, применение дисперсионной линии задержки позволяет увеличить время измерения параметров исследуемых сигналов и производить эти измерения в квазиреальном времени.

Задача распознавания решается при следующих начальных условиях:

- принимаются искомый импульсный радиосигнал и импульсный радиосигнал-помеха с различными параметрами (центральная частота заполнения ω_0, ширина спектра $\Delta\omega_{0,7}$ на уровне 0,7 и коэффициент прямоугольности K_n огибающей спектра);
- идентифицируемый радиоимпульс и сигнал-помеха могут действовать одновременно или раздельно во времени;
- принимаемые сигналы выделены приемным устройством на фоне шумов;
- центральная частота ω_0 принимаемого одиночного радиоимпульса изменяется по нормальному закону;
- если принимается сумма основного сигнала и сигнала-помехи, центральная частота последнего изменяется по нормальному закону.

В процессе идентификации выделяются сигналы класса Ω_1 (радиоимпульсы с параметрами $x_1 \in (\omega_{0\min}, \omega_{0\max})$, $x_2 \in (\Delta\omega_{0,7\min}, \Delta\omega_{0,7\max})$, $x_3 \in (K_{n\min}, K_{n\max})$) как без мешающего сигнала класса Ω_2, так и в его присутствии.

Таким образом, для идентификации используем три наиболее устойчивых семейства признаков [1]:

- частоты максимумов спектра f_m (признак x_1);
- ширину спектра на различных относительных уровнях Δf_n, где n – уровень отсчета (0,7; 0,5) (признак x_2);
- коэффициенты прямоугольности K_n огибающей спектра $K_{n_{NM}} = \Delta f_N / \Delta f_M$, где N, M – уровни отсчета в пределах $N \in (0{,}5..0{,}8)$, $M \in (0{,}001..0{,}01)$ (признак x_3).

При этом:

$x_1 \in (x_1; x_2 ... x_l)$, где l – количество максимумов спектра;

$x_2 \in (x_1; x_2 ... x_j)$, где j – количество уровней отсчета ширины спектра;

$x_2 \in (x_1; x_2 ... x_i)$, где i – количество уровней, по которым вычисляется коэффициент прямоугольности $K_{n_{NM}}$.

Для общего случая принимаем равные вероятности появления сигналов обоих классов: $P(\Omega_1) = P(\Omega_2) = 0{,}5$.

Для получения конкретных характеристик процесса распознавания в качестве основного сигнала класса Ω_1 будем рассматривать радиоимпульсы с огибающей спектра $S_1(\omega)$ типа функции Хэмминга и в качестве сигнала-помехи класса Ω_2 – радиоимпульсы с колоколообразной огибающей спектра $S_2(\omega)$.

При одновременном их воздействии [1] на выходе дисперсионной линии задержки (ДЛЗ) получим:

$$|S(\omega)| = \sqrt{|S_1^2(\omega,\omega_{01},T_1)| + |S_2^2(\omega,\omega_{02},T_2,\tau)| + 2\cdot S_2(\omega,\omega_{01},T_1)\cdot S_2(\omega,\omega_{02},T_2,\tau)\cdot\cos(\varphi)}\,. \quad (1)$$

После определения информативных признаков x_1, x_2, x_3 входных радиоимпульсов идентификация выполняется на основе критерия Байеса. Как известно, при этом стратегия решений обеспечивает минимум среднего байесовского риска. Применение критерия Байеса можно считать оправданным, так как распознавание осуществляется многократно в условиях неизменного признакового пространства при стабильном описании классов и неизменной платежной матрице.

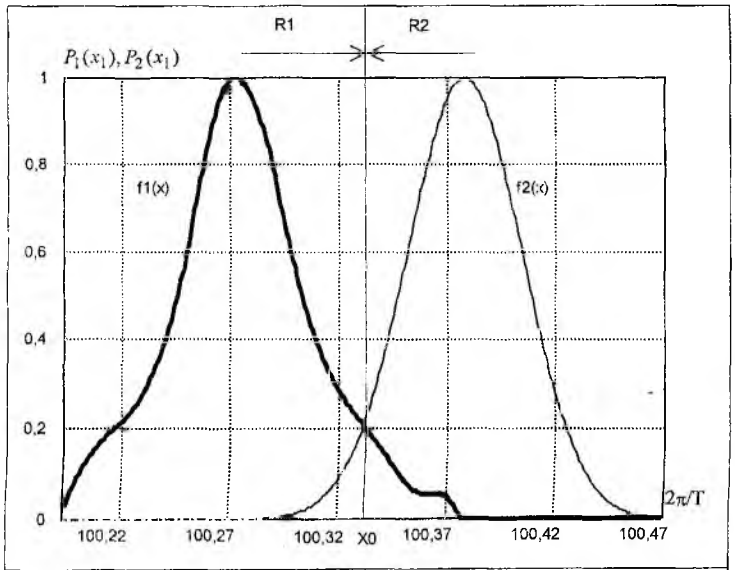


Рис. 1

Минимум риска, усредненного по множеству решений задачи распознавания неизвестных объектов, обеспечивается тогда, когда решения о принадлежности объектов классу Ω_1 или Ω_2 принимаются в соответствии со следующим правилом: если измеренное значение признака у данного объекта расположено в области R_1, то объект относится к классу Ω_1, если в области R_2 – к классу Ω_2, что показано на рис. 1 (для случая, когда амплитуды основного сигнала и сигнала-помехи равны, центральная частота основного сигнала $\omega_{01} = 100\cdot\frac{2\pi}{T}$; дисперсия $\sigma = 0{,}2$).

Стратегию, основанную на этом правиле, называют байесовской стратегией, а минимальный средний риск – байесовским риском.

При этом условная вероятность принадлежности объекта классу Ω_1 для признака x_n, где n – номер признака равна [2]:

$$P(\Omega_1 / x_n^0) = P(\Omega_1) f_1(x_n^0) / f(x_n^0),$$

а условная вероятность принадлежности объекта классу Ω_2:

$$P(\Omega_2 / x_n^0) = P(\Omega_2) f_2(x_n^0) / f(x_n^0),$$

где $f(x_n^0) = P(\Omega_1) f_1(x_n^0) + P(\Omega_2) f_2(x_n^0)$ – совместная плотность распределения вероятностей значений признака x_n по классам; $P(\Omega_1 / x_n^0)$ и $P(\Omega_2 / x_n^0)$ – апостериорные вероятности принадлежности распознаваемого объекта классам Ω_1 и Ω_2 соответственно.

Условные риски по признаку x_n, связанные с решениями $\omega \in \Omega_1$ и $\omega \in \Omega_2$, равны $R(\Omega_1 / x_n^0) = c_2 P(\Omega_2 / x_n^0)$, $R(\Omega_2 / x_n^0) = c_1 P(\Omega_1 / x_n^0)$. Решение о принадлежности $\omega \in \Omega_1$ принимается при условии минимального среднего риска, когда $R(\Omega_1 / x_n^0) / R(\Omega_2 / x_n^0) < 1$.

Таким образом, байесовский подход к решению задачи распознавания состоит в вычислении условных рисков и принятии решений на основании сравнения их значений. Именно такой подход обеспечивает минимум среднего риска и минимум ошибочных решений.

При распознавании первоначально необходимо определить: принимается один основной сигнал или вместе с сигналом-помехой. Поскольку рассматриваются радиоимпульсы с гладкими монотонно убывающими спектрами, эта задача решается по количеству максимумов суммарной огибающей $S(\omega)$. Далее процедура идентификации выполняется по-разному в зависимости от числа слагаемых.

Если принимается один радиоимпульс, необходимо определить – это основной сигнал или помеха. Поскольку центральная частота последнего может флуктуировать по нормальному закону, возможно ее совпадение с аналогичным параметром основного сигнала. Таким образом, имеется вероят-

ность приема на частоте ω_{0_1} сигнала-помехи. Следовательно, для принятия решения о принадлежности радиосигнала к классу Ω_1 необходимо последовательно определить соответствие параметров x_1, x_2, x_3 априорно заданным интервалам их значений. Если принимается сумма полезного сигнала и помехи, то априорные распределения признаков x_1, x_2, x_3 будут близки к нормальному распределению [1].

При условии, что амплитуды основного сигнала и сигнала-помехи равны, условный риск принятия решения о принадлежности радиосигнала к классу Ω_1 увеличивается с увеличением каждого признака. Условный риск для признака x_1 приведен на рис. 2: при D=1 (кривая 1), D=10 (кривая 2), D=50 (кривая 3). График для равных амплитуд сигналов (D=1) аппроксимируется зависимостью:

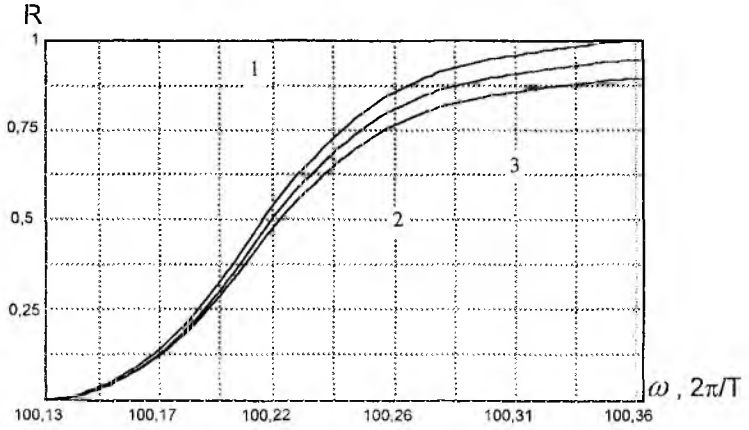


Рис. 2

$$R(\omega) = \exp\left[\frac{-(\omega - a(\omega))^2}{2\sigma^2}\right],$$

где $\sigma = 0{,}21$; $a(\omega) = 100{,}4 + tg(\omega) \cdot tg(\omega) \cdot \dfrac{tg(\omega)}{0.069}$.

В реальных условиях идентифицируемый радиосигнал и сигнал-помеха имеют различные амплитуды A_1 и A_2, отношение которых образует динамический диапазон $D = \dfrac{A_2}{A_1}$ амплитуд в некотором интервале значений $D \in [D_{\min}, D_{\max}]$.

Для устойчивого измерения признаков x_1, x_2, x_3 при наличии сигнала-помехи в динамическом диапазоне D необходимо внести ограничение на уровень точки пересечения спектров сигналов, а также модифицировать процедуру их измерения. Точка пересечения спектров, находящаяся между максимумами, должна находиться на уровне 0,5-0,7, а процедура измерения ширины спектра будет заключаться в измерении половины ширины спектра основного сигнала (по уровню 0,7) и умножению ее на 2.

Эти условия вызывают увеличение интервала разрешения $\Delta\omega$ при условии (0,5-0,7). График зависимости этого параметра ($\Delta\omega = \omega_{02} - \omega_{01}$) от динамического диапазона (D=1..150) приведен на рис. 3 и аппроксимируется функциями:

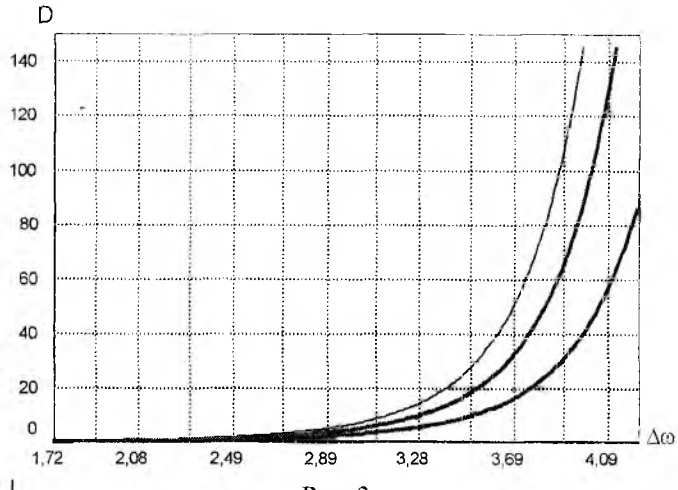


Рис. 3

$$\Delta_n(D) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma} \cdot \left[\frac{-\left[D - \left(a_n + a_n \cdot \dfrac{\sqrt{D^3}}{3} \right) \right]^2}{2 \cdot (\sigma)^2} \right]$$

где $\sigma = 0{,}95$; n – номер зависимости (n=1 – уровень точки пересечения спектров равен 0,4; n=2 и n=3 – соответственно 0,5 и 0,6); a_1=1,048; a_2=1,014; a_3=0,96.

Из рис. 2 видно, что динамический диапазон сигналов фактически не влияет на риск принятия решения о принадлежности входного радиосигнала к тому или иному классу.

Исходя из этого можно сделать вывод, что чем больше D, тем меньшее влияние на центральную частоту суммарного сигнала он оказывает. То есть увеличение динамического диапазона не увеличит условный риск распознавания.

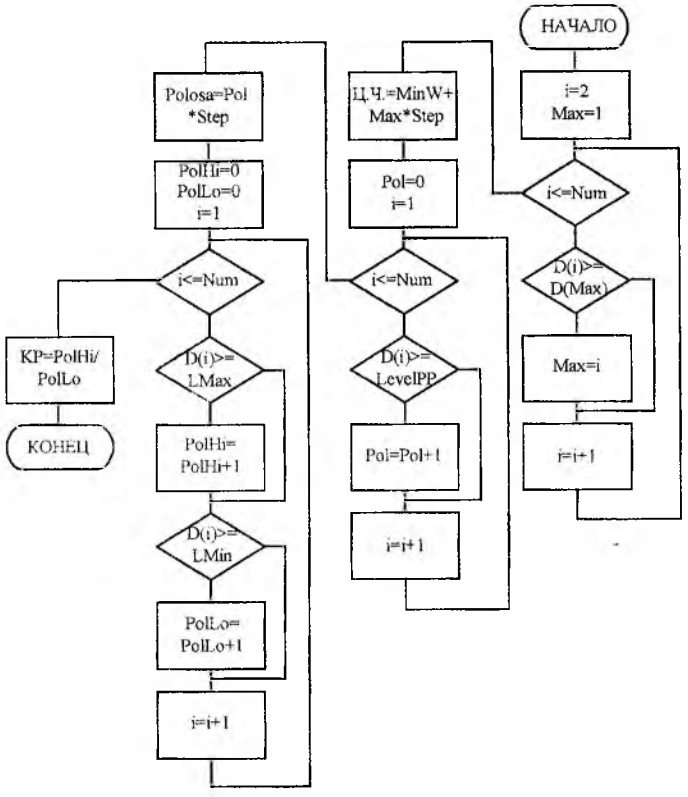


Рис. 4

С учетом рассмотренных особенностей информативных признаков и критерия Байеса, обработка суммарного спектра (1) выполняется согласно алгоритму, приведенному на рис. 4 (где Num – количество отсчетов; D(i) – i-ый элемент входного дискретного спектра сигнала; Ц.Ч. – центральная частота; Polosa – полоса пропускания; LevelPP – уровень, по которому измеряется полоса пропускания; PolHi, PolLo – соответственно верхний и нижний уровни для определения коэффициента прямоугольности; KP – коэффициент прямоугольности).

Алгоритм функционирует следующим образом: при определении центральной частоты находится максимальное значение спектральной характеристики и вычисляется соответствующее ей значение частоты. Затем определяется ширина спектра (полоса пропускания): находится количество отсчетов выше уровня, по которому измеряется ширина спектра, после чего это количество умножается на шаг по частоте. Коэффициент прямоугольности определяется отношением двух ширин спектра на разных уровнях.

Алгоритм самой идентификации приведен на рис. 5.

Устройство идентификации радиоимпульсов (рис. 6) функционирует следующим образом.

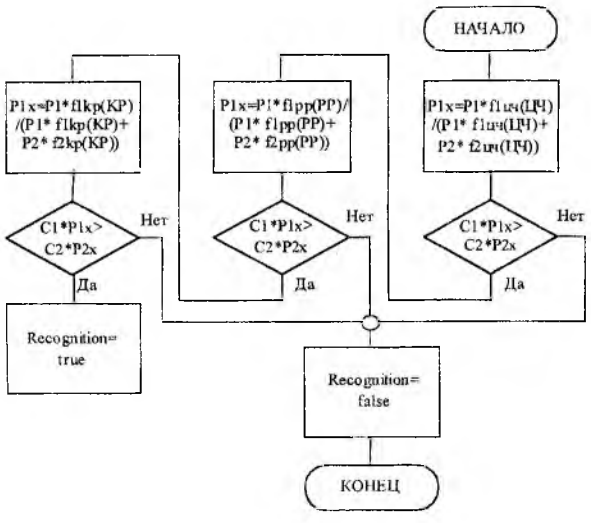


Рис. 5

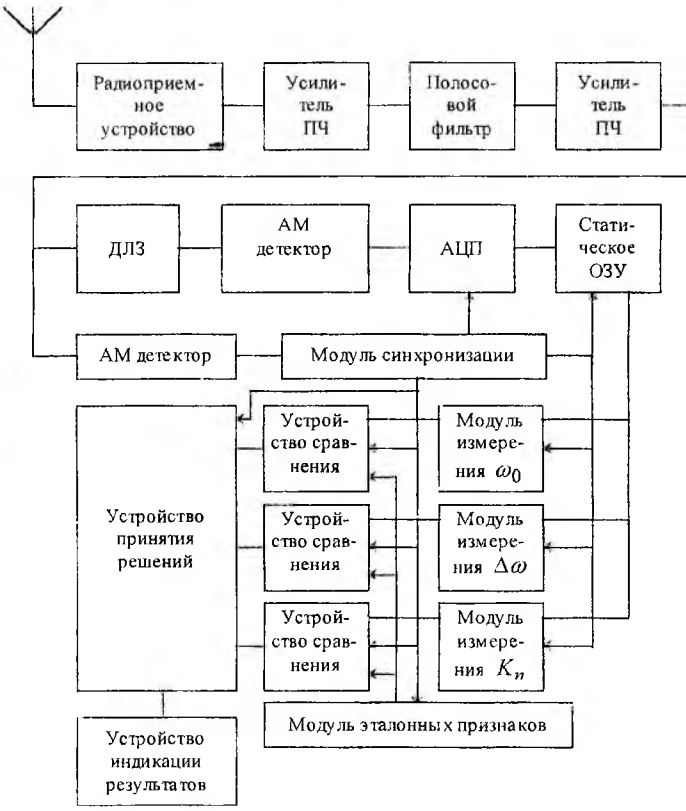


Рис. 6

Принятый исследуемый сигнал поступает на радиоприемное устройство, где выделяется на фоне сигналов-помех, далее выделенный и усиленный радиосигнал поступает на дисперсионную линию задержки (ДЛЗ), на выходе которой формируется спектр $S(\omega)$ суммарного радиосигнала. Спектр заносится в оперативное запоминающее устройство (ОЗУ), откуда поступает на модули измерения признаков. Измеренные признаки в устройствах сравнения сравниваются с априорно заданными параметрами, после чего в устройстве принятия решения принимается решение о принадлежности входного сигнала к классу Ω_1 или Ω_2.

Список литературы: 1. *Письменецкий В.А., Бородин А.В., Платонов П.И.* Анализ информативных признаков для идентификации импульсных радиосигналов по спектральным параметрам // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2000. Вып. 114. С.159-162. 2. *Письменецкий В.А., Бородин А.В., Платонов П.И.* Измерение несущей частоты наносекундных импульсов спектральным методом, 1996. 10 с. Деп. В ГНТБ Украины. 3. *Горелик А.Л. Скрипкин В.А.* Методы распознавания. М.: Высшая школа, 1989. 232 с. 4. *Глудкин О.П., Черняев В.Н.* Анализ и контроль технологических процессов производства РЭА. М.: Радио и связь, 1983. 296 с. 5. *Бородачев В.И.* Основные вопросы теории и точности производства. М.: Изд. АН СССР, 1950. 418 с.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 29.12.2000

УДК 621.396.67

П. Л. ТОКАРСКИЙ, канд. техн. наук

ВЗАИМНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ И КПД ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДИПОЛЕЙ, РАСПОЛОЖЕННЫХ НАД ПОВЕРХНОСТЬЮ ЗЕМЛИ

Введение

Эффективность излучения антенн и антенных решеток, размещенных вблизи поверхности земли, всегда представляла интерес для их исследователей и проектировщиков излучающих систем. Данная работа продолжает исследования автора, посвященные изучению влияния реальной земли на взаимодействие излучателей в приземных антенных решетках и их КПД [1-3]. Ниже рассмотрено взаимодействие горизонтальных электрических диполей (ГЭД), размещенной над границей раздела воздух-земля, с точки зрения влияния последней на КПД излучающей системы.

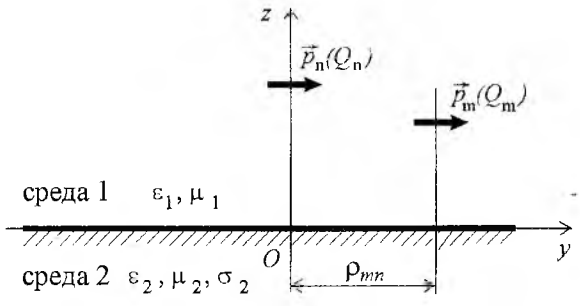


Рис.1

Основные соотношения

Рассмотрим антенную решетку из N электрических диполей Герца, размещенных в непосредственной близости к плоской поверхности раздела двух сред (рис.1). Будем полагать, что диполи с центрами в точках $Q_n(x_n, y_n, z_n)$ $(n = 1,2,\ldots,N;\ z_n > 0)$ декартовой системы координат $(\bar{x}^0, \bar{y}^0, \bar{z}^0)$ имеют электрические моменты $\bar{p}_n = \bar{y}^0 I_n l_n$, где I_n – амплитуда тока на n-м диполе, l_n – его длина. Среда 1 (воздух), где помещены диполи, имеет диэлектрическую проницаемость ε_1, магнитную проницаемость μ_1 и проводимость $\sigma_1 = 0$ и занимает верхнее полупространство. Среда 2 (земля) с электрическими параметрами $(\varepsilon_2, \mu_2, \sigma_2)$ занимает нижнее полупространство.

Принято считать [4], что мощность P_Σ, излучаемая антенной в верхнее полупространство, является полезной, а мощность P_d, проникающая в нижнее полупространство и поглощаемая землей, является мощностью потерь. В связи с этим определим КПД антенной решетки, как отношение мощности, излучаемой ею в верхнее полупространство, к суммарной мощности $P_{in} = P_\Sigma + P_d$, отбираемой диполями от внешних генераторов:

$$\eta = P_\Sigma / P_{in} = P_\Sigma / (P_\Sigma + P_d). \tag{1}$$

Входящие в (1) мощности могут быть выражены через амплитуды токов на клеммах излучателей и записаны в виде квадратичных эрмитовых форм:

$$P_{in} = \sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} P_{mn} = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} I_m R_{mn} I_n^*, \quad P_{\Sigma,d} = \sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} P_{\Sigma,dmn} = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{N}\sum_{n=1}^{N} I_m \Re_{\Sigma,dmn} I_n^*, \tag{2}$$

где коэффициентами служат вещественные части взаимного импеданса $R_{mn} = \mathrm{Re}\{Z_{mn}\}$, взаимные сопротивления излучения $\Re_{\Sigma mn}$ и взаимные сопротивления потерь $\Re_{dmn}$ между m-м и n-м диполями, которые соотносятся между собой, как: $\Re_{\Sigma mn} + \Re_{dmn} = \mathrm{Re}\{Z_{mn}\} = R_{mn}$ [5].

Комплексные амплитуды токов I_n входят в эрмитовы формы (2) как независимые переменные, поэтому, зная соответствующие взаимные сопротивления, можно находить все требуемые мощности и, следовательно, КПД антенной решетки при любом заданном амплитудно-фазовом распределении (АФР) токов на клеммах излучателей.

Найдем взаимные сопротивления Z_{mn}, $\Re_{\Sigma mn}$ и $\Re_{dmn}$. Для упрощения выкладок представим напряженности электрического и магнитного поля n-го диполя в верхнем полупространстве в виде суммы двух слагаемых:

$$\vec{E}_n = \vec{E}_n^{\infty} + \Delta E_n,\ \vec{H}_n = \vec{H}_n^{\infty} + \Delta\vec{H}_n, \tag{3}$$

где первые слагаемые соответствуют случаю $\sigma_2 \to \infty$, а вторые слагаемые – это поправки, учитывающие реальные параметры нижней среды.

Поле диполя Герца $\vec{E}_n^{\infty}$ и $\vec{H}_n^{\infty}$ над идеально проводящей поверхностью достаточно хорошо изучено и может быть рассчитано по известным формулам. Поэтому найдем только поправки ΔE_n и $\Delta\vec{H}_n$, для чего воспользуемся представлением электромагнитного поля n-го ГЭД в верхнем полупространстве в виде спектра плоских волн [6]:

$$\Delta E_{n\,x,y,z} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \Delta e_{n\,x,y,z}\, \mathrm{e}^{-j\Psi}\, d\nu_x d\nu_y, \qquad \Delta H_{n\,x,y,z} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \Delta h_{n\,x,y,z}\, \mathrm{e}^{-j\Psi}\, d\nu_x d\nu_y, \tag{4}$$

$$\Delta e_{nx} = jZ_{01}C_n \frac{\nu_x\nu_y(\gamma_1^2 T_\varepsilon + k_1^2\widetilde{T}_\mu)}{k_1\gamma_1(\nu_x^2+\nu_y^2)}\mathrm{e}^{j\Psi_n}, \qquad \Delta h_{nx} = C_n \frac{\nu_y^2 T_\varepsilon + \nu_x^2\widetilde{T}_\mu}{k_1\gamma_1(\nu_x^2+\nu_y^2)}\mathrm{e}^{j\Psi_n},$$

$$\Delta e_{ny} = jZ_{01}C_n \frac{\nu_y^2\gamma_1^2 T_\varepsilon - \nu_x^2 k_1^2\widetilde{T}_\mu}{k_1\gamma_1(\nu_x^2+\nu_y^2)}\mathrm{e}^{j\Psi_n}, \qquad \Delta h_{ny} = -C_n \frac{\nu_x\nu_y(T_\varepsilon - \widetilde{T}_\mu)}{\nu_x^2+\nu_y^2}\mathrm{e}^{j\Psi_n},$$

$$\Delta e_{nz} = Z_{01}C_n\nu_y T_\varepsilon\, \mathrm{e}^{j\Psi_n}, \qquad \Delta h_{nz} = -jC_n\frac{\nu_x}{\gamma_1}\widetilde{T}_\mu\, \mathrm{e}^{j\Psi_n},$$

где $C_n = \dfrac{k_1^2 p_n}{8\pi^2}$; $T_\varepsilon = \dfrac{2\gamma_2\varepsilon_1}{\gamma_1\varepsilon_2+\gamma_2\varepsilon_1}$; $T_\mu = \dfrac{2\gamma_2\mu_1}{\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1}$; $\widetilde{T}_\mu = \dfrac{\gamma_1\mu_2}{\gamma_2\mu_1}T_\mu = \dfrac{2\gamma_1\mu_2}{\gamma_1\mu_2+\gamma_2\mu_1}$;

$j\Psi = jk_1(\nu_x x + j\nu_y y) + \gamma_1 z$; $j\Psi_n = jk_1(\nu_x x_n + j\nu_y y_n) - \gamma_1 z_n$; $k_{1,2} = \omega\sqrt{\widetilde{\varepsilon}_{1,2}\,\mu_{1,2}}$;

$\widetilde{\varepsilon}_{1,2} = \varepsilon_{1,2}\left(1 - j\sigma_{1,2}/\omega\varepsilon_{1,2}\right)$; $\gamma_{1,2} = \sqrt{k_1^2\nu^2 - k_{1,2}^2}$, $\nu = \sqrt{\nu_x^2+\nu_y^2}$.

Определим теперь взаимный импеданс Z_{mn} между m-м и n-м ГЭД, используя метод наведенных ЭДС [7]:

$$Z_{mn} = -\frac{E_{ny}p_m^*}{I_n I_m^*}$$

и запишем его в согласии с (3) в следующем виде:

$$Z_{mn} = Z_{mn}^{\infty} + \Delta Z_{mn}. \tag{5}$$

Здесь слагаемое Z_{mn}^{∞} соответствует случаю идеально проводящей земли, а ΔZ_{mn} – поправочный член, учитывающий свойства реальной земли:

$$\frac{\Delta Z_{mn}}{R_{00}} = -j\frac{3}{2}\int_0^{\infty}\left(\frac{j\gamma_1}{k_1}T_\varepsilon A + \frac{k_1}{j\gamma_1}\widetilde{T}_\mu B\right)\mathrm{e}^{-\gamma_1(z_m+z_n)}\,\nu\, d\nu, \tag{6}$$

где $\left.\begin{matrix}A\\B\end{matrix}\right\} = \mathrm{J}_0(k_1\nu\rho_{mn})\left\{\begin{matrix}\sin^2\varphi_{mn}\\ \cos^2\varphi_{mn}\end{matrix}\right\} + \dfrac{\mathrm{J}_1(k_1\nu\rho_{mn})}{k_1\nu\rho_{mn}}\cos 2\varphi_{mn}$; $\rho_{mn} = \sqrt{(x_m-x_n)^2+(y_m-y_n)^2}$;

$\varphi_{mn} = \arctan\dfrac{y_m - y_n}{x_m - y_n}$; $\mathrm{J}_0(x)$ – функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка.

Найдем взаимные сопротивления потерь $\Re_{dmn}$ и взаимные сопротивления излучения $\Re_{\Sigma mn}$, используя метод вектора Пойнтинга [1]:

$$\Re_{\Sigma,dmn} = \frac{1}{I_n I_m^*}\left(P_{\Sigma,d\,mn} + P^*_{\Sigma,d\,nm}\right) = \frac{1}{2I_n I_m^*}\int_{S_{\Sigma,d}}\left\{\left([\vec{E}_m, \vec{H}_n^*]\vec{s}^{\,0}\right) + \left([\vec{E}_n^*, \vec{H}_m]\vec{s}^{\,0}\right)\right\} ds\,. \qquad (7)$$

При определении взаимных мощностей излучения $P_{\Sigma mn}$ диполей интегрирование в (7) выполняется по верхней полусфере S_Σ, радиус которой удовлетворяет условию дальней зоны решетки, а при определении взаимных мощностей потерь P_{dmn} – по поверхности S_d раздела двух сред (здесь плоскость $z = 0$) [1,3]. Подставляя выражения для полей из (4) в (7), нетрудно получить искомое соотношение для расчета сопротивления потерь $\Re_{dmn}$:

$$\frac{\Re_{dmn}}{R_{00}} = j\frac{3}{2}\int_0^\infty\left(\left[\frac{\gamma_1 - \gamma_1^*}{4k_1}|T_\varepsilon|^2 - \mathrm{Im}\left\{\frac{\gamma_1}{k_1}T_\varepsilon\right\}\right]A + \left[\frac{\gamma_1 - \gamma_1^*}{4k_1}|T|^2 + \mathrm{Im}\{T\}\right]B\right)\mathrm{e}^{-\gamma_1 z_n - \gamma_1^* z_m}\,\nu\,d\nu\,, \qquad (8)$$

где $T = \widetilde{T}_\mu k_1/\gamma_1$; $R_{00} = 20k_1^2 l_m l_n$ – нормирующий коэффициент, численно равный среднему геометрическому значению собственных сопротивлений m-го и n-го диполей в свободном пространстве.

Теперь определим сопротивление излучения $\Re_{\Sigma mn}$, которое по аналогии с (5) представим его в виде суммы: $\Re_{\Sigma mn} = \Re^\infty_{\Sigma mn} + \Delta\Re_{\Sigma mn}$. Слагаемое $\Re^\infty_{\Sigma mn}$ есть ничто иное, как вещественная часть упомянутого выше взаимного сопротивления между m-м и n-м диполями над идеально проводящим экраном $\Re^\infty_{\Sigma mn} = \mathrm{Re}\{Z^\infty_{mn}\}$. Поэтому обратим внимание лишь на добавку $\Delta\Re_{\Sigma mn}$, которую также удобно разбить на две части $\Delta\Re_{\Sigma mn} = \Delta\Re^{\theta\theta}_{\Sigma mn} + \Delta\Re^{\varphi\varphi}_{\Sigma mn}$, первая из которых – это мера мощности излучения, переносимая E-волнами, а вторая – H-волнами:

$$\frac{\Delta\Re^{\theta\theta}_{\Sigma mn}}{R_{00}} = -j\frac{3}{2}\int_0^1\left(\mathrm{Re}\left\{T_\varepsilon\,\mathrm{e}^{-\gamma_1(z_m+z_n)}\right\} + \frac{1}{2}\left(|T_\varepsilon|^2 - T_\varepsilon - T_\varepsilon^*\right)\mathrm{e}^{\gamma_1(z_m - z_n)}\right)\frac{\gamma_1}{k_1}A\,\nu\,d\nu\,, \qquad (9)$$

$$\frac{\Delta\Re^{\varphi\varphi}_{\Sigma mn}}{R_{00}} = j\frac{3}{2}\int_0^1\left(\mathrm{Im}\left\{T\,\mathrm{e}^{-\gamma_1(z_m+z_n)}\right\} + \left[\frac{\gamma_1}{2k_1}|T|^2 - \mathrm{Im}\{T\}\right]\mathrm{e}^{\gamma_1(z_n - z_m)}\right)B\,\nu\,d\nu\,. \qquad (10)$$

Выражения (5)-(6) и (8)-(10) полностью описывают взаимную связь между двумя ГЭД, расположенными над границей раздела двух сред и дают возможность использовать импедансный подход (1)-(2) для оценки КПД антенных решеток с заданным АФР.

Результаты расчетов

На рис .2 в качестве примера представлены зависимости составляющих нормированного взаимного импеданса между двумя ГЭД, расположенными в воздухе ($\varepsilon_1 = \varepsilon_0$, $\mu_1 = \mu_0$, $\sigma_1 = 0$) на высоте $z_1 = h_1$ и $z_2 = h_2$ от поверхности земли с параметрами $\varepsilon_2/\varepsilon_1 = 10$, $\mu_2/\mu_1 = 1$ и $\sigma_2 = 0.01\,(\Omega\cdot m)^{-1}$. Расчеты выполнялись для частоты 6 МГц.

Здесь использованы следующие обозначения: $\mathrm{r}_{12} = \mathrm{Re}\{Z_{12}\}/R_{00}$; $\mathrm{r}_{d12} = \mathrm{Re}\{\Re_{d12}\}/R_{00}$; $\mathrm{r}_{\Sigma 12} = \mathrm{Re}\{\Re_{\Sigma 12}\}/R_{00}$; $\mathrm{r}_{\Sigma 12} = \mathrm{r}'_{\Sigma 12} + j\,\mathrm{r}''_{12}$; $\mathrm{r}_{d12} = \mathrm{r}'_{d12} - j\,\mathrm{r}''_{12}$. На рис. 2, а показано изменение составляющих взаимного импеданса между параллельными ГЭД, центры которых лежат на оси z, при перемещении 2-го из них ($h_2 = \mathrm{var}$) относительно 1-го ($h_1 = 0{,}5\lambda$). Зависимость взаимных сопротивлений между двумя параллельными ГЭД, расположенными на одной высоте ($h_1 = h_2 = 0{,}5\lambda$), от радиального расстояния ρ_{12} между ними показана на рис. 2, б. Из графиков следует, что вещественная

часть r'_{d12} сопротивления потерь составляет заметную долю взаимного сопротивления r_{12}, а характер ее изменения практически повторяет форму кривой r_{12}. Мнимая часть r''_{12} сопротивлений излучения и потерь изменяется в квадратуре с r_{12}, а ее максимумы мало отличаются по величине от максимумов кривой r'_{d12}. Следует подчеркнуть, что при размещении обоих диполей на одной высоте мнимая составляющая r''_{12} обращается в нуль, из-за чего она отсутствует на рис. 2, б.

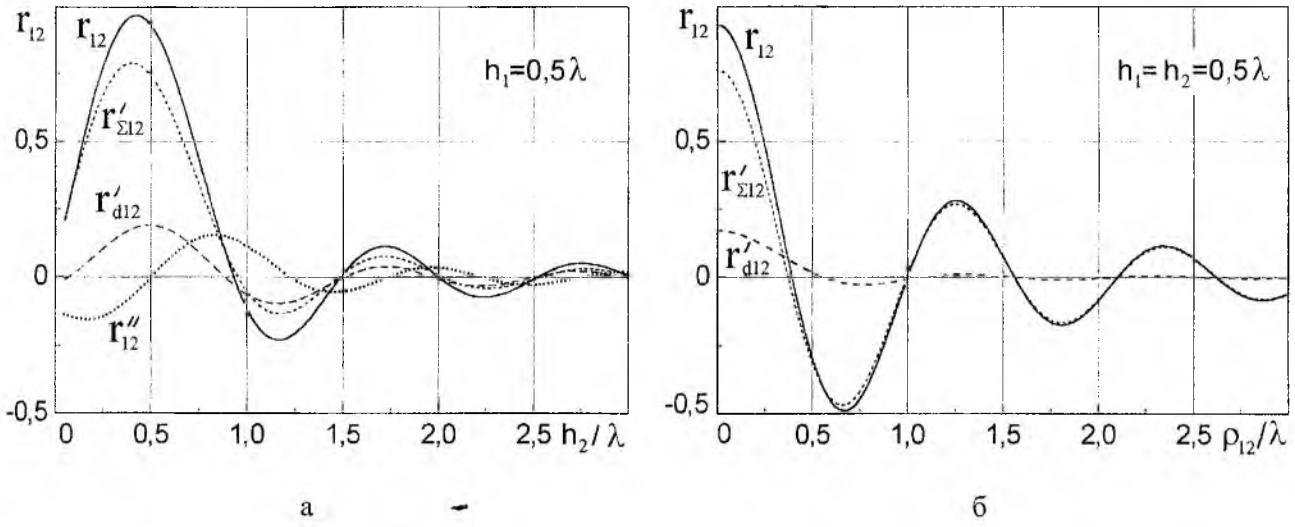


Рис. 2

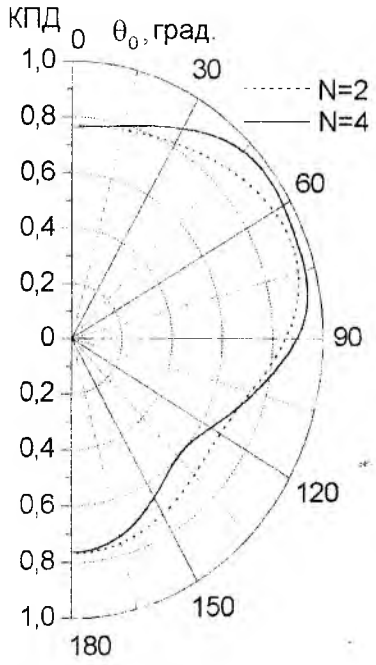


Рис. 3

Исследовался также КПД составленной из ГЭД N-элементной эквидистантной линейной ФАР. Центры диполей размещались на оси z с шагом $d = \lambda/2$, при этом нижний из них располагался на удалении $h = \lambda/2$ от поверхности раздела. Предполагалось, что распределение тока в решетке имеет равномерное амплитудное $I_n = I_0 = \text{Const}$ и прогрессивное фазовое распределения. На рис.3 показана зависимость КПД решетки от направления θ_0 главного максимума ее диаграммы направленности в плоскости xOz. Как видно из рисунка, при сканировании луча в вертикальной плоскости КПД антенной решетки изменяется в довольно широких пределах, к тому же его поведение зависит от числа излучателей в решетке N. Максимальные значение КПД (до 97%) наблюдается при отклонении луча на угол $\theta_0 \approx 45^\circ \ldots 75^\circ$ от зенита, а минимальные – при углах θ_0, близких к $120^\circ \ldots 135^\circ$. КПД синфазно возбужденной решетки, луч которой направлен вдоль поверхности раздела, составляет примерно $0{,}85 \ldots 0{,}9$. Такое поведение КПД при сканировании луча ФАР целесообразно учитывать при проектировании антенных систем декаметрового диапазона волн.

Заключение

Изложенный подход позволяет исследовать влияние диссипативной среды на межэлементные связи в системах излучателей, а полученные соотношения – изучать принципиальные вопросы поведения КПД приземных антенных решеток из горизонтальных вибраторов при изменении АФР токов на их входах.

Список литературы: 1. *Токарский П.Л.* Взаимные сопротивления и КПД электрических диполей, расположенных вблизи поверхности раздела двух сред // Радиофизика и радиоастрономия. 1998. Т. 3, № 4. С. 434-440. 2. *Tokarsky P.L.* Radiation Efficiency of Coupled Vertical Dipole Antennas Located Above a Lossy Half-Space / *Proc. of the IIIrd Intern. Conference on Antenna Theory and Techniques* (ICATT-99). Ukraine, Sevastopil, SSTU. 1999. С. 158-159. 3. *Токарский П.Л.* Взаимные сопротивления и КПД вертикальных вибраторов, расположенных над поверхностью земли // Радиотехника: Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. 1999. Вып. 111. С.42-45. 4. *Hansen P. M.* The Radiation Efficiency of a Dipole Antenna Located Above an Imperfectly Conducting Ground // IEEE Trans. Antennas Propagation. 1972. V. AP-20, № 11. С. 766-770. 5. *Токарский П.Л.* Взаимные связи в системе излучателей с джоулевыми потерями // Радиотехника и электроника. 1986. Т. 31, № 9. С.1717-1723. 6. *Марков Г.Т., Чаплин А.Ф.* Возбуждение электромагнитных волн. М.-Л.: Энергия, 1967. 7. Справочник по антенной технике: Справ. в 5 т. Т.1 / Л.Д.Бахрах, Л.С.Бененсон, Е.Г.Зелкин и др./ Под ред. Я.Н.Фельда и Е.Г.Зелкина. М.: ИПРЖР, 1997. 256 с.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 28.02.2001

УДК 621.375.7

П. И. ЧЕРЕДНИКОВ, канд. техн. наук, О. И. ПОДГАЙКО

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АСИММЕТРИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ГАРМОНИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Задачи, связанные с исследованием нелинейных колебаний, в частности, ультрагармонических, занимают важное место в современной радиофизике и имеют широкое практическое применение. В последнее время возрос интерес к существенно нелинейным параметрическим системам (НПС), работающим в высших зонах возбуждения. Характер возбуждения и режимы стационарных колебаний в НПС достаточно хорошо исследованы в области субгармонических колебаний, ряд публикаций посвящен рассмотрению колебаний в высших зонах неустойчивости[1]. При этом принималось допущение об идентичности параметров системы. Поэтому, несмотря на то, что явления в симметричных нелинейных системах достаточно хорошо изучены, мало исследована зависимость режимов параметрического возбуждения колебаний и характера взаимодействий в асимметричной системе. Наличие неидентичности структуры вызывает ударное возбуждение системы и оказывает влияние на ее амплитудные и частотные характеристики. Рассмотрение подобного круга вопросов имеет научный и практический интерес в области создания новых принципов построения широкого круга быстродействующих, многофункциональных преобразователей и многостабильных пороговых устройств.

Нашей целью, изложенной в статье, является построение и анализ математической модели параметрических взаимодействий нелинейной системы с внешней гармонической силой при отклонении физических параметров системы на некоторую величину и получение общих уравнений для анализа нелинейных колебательных систем в произвольной зоне неустойчивости.

Симметричная индуктивная НПС, параметрический генератор при гармоническом воздействии ($U(t)=U_m\sin\omega t$, с использованием аппроксимации нелинейной характеристики намагничивания $H=f(B)$ в виде $H=\alpha sh\beta B$, где α, β – коэффициенты аппроксимации; B, H – мгновенные значения магнитной индукции и напряженности магнитного поля в сердечнике), описывается следующими уравнениями [2]:

$$\begin{cases} \dot{x}+\gamma_1 sh\dfrac{x}{2}ch\dfrac{y}{2}=U'_m\sin\tau, \\ \ddot{y}+\gamma_2 ch\dfrac{x}{2}sh\dfrac{y}{2}+\gamma_3\dfrac{d}{d\tau}\left(ch\dfrac{x}{2}sh\dfrac{y}{2}\right)=0, \end{cases}$$

где $x=\beta(B_I+B_{II})$; $y=\beta(B_I-B_{II})$; $\tau=\omega t$; $\gamma_1=\dfrac{\alpha\beta\, lR_1}{SW_1^2\omega}$; $\gamma_2=\dfrac{\alpha\beta\, lR_2}{SW_2^2\omega}$; $\gamma_3=\dfrac{\alpha\beta\, l}{SW_2^2\omega^2 C}$;

$U'_m=\dfrac{\beta U_m}{SW_1\omega}$; B_I, B_{II} – мгновенные значения индукции магнитного поля в первом и втором сердечниках; S и l – сечение и длина средней магнитной линии сердечников; W_1 и W_2 – число витков в цепи возбуждения и резонансной цепи; R_1 и R_2 – активные сопротивления соответственно цепи возбуждения и резонансной цепи; C – емкость резонансной цепи.

Рассмотрим физические процессы в такой диссипативной системе при наличии асимметрии и воздействии гармонического внешнего поля с постоянной составляющей. Учтем асимметрию параметров системы через их отклонение от среднего значения. Неидентичность магнитных сердечников будет выражаться различием коэффициентов аппроксимации: $\alpha_1=\alpha(1-\varepsilon), \alpha_2=\alpha(1+\varepsilon)$, $\beta_1=\beta(1-\delta)$, $\beta_2=\beta(1+\delta)$. Разница сечения и длины средней магнитной линии учтена в виде: $S_1=S(1-\rho), S_2=S(1+\rho), l_1=l(1-\eta), l_2=l(1+\eta)$. Неидентичность обмоток в резонансном контуре учитывается выражениями: $W'_2=W_2(1-\xi)$, $W''_2=W_2(1-\xi)$. (где: ε, δ, ρ, η и ξ – малые величины, учитывающие неидентичность сердечников и резонансных обмоток).

Пренебрегая величинами второго порядка малости, при условии малости δ (δ→0) имеем: $sh\delta\beta B \cong \delta\beta B$, а $ch\delta\beta B \cong 1$. Преобразуем исходную систему относительно новых выражений. После простейших преобразований имеем:

$$\begin{cases} \dot{x} - \rho\dot{y} + \gamma_1\left[D_1 - (\varepsilon + \eta - \xi)D_3 - \dfrac{\delta}{2}(xD_2 + yD_4)\right] = U_0' + U'_m \sin\tau, \\ \ddot{y} - (\xi + \rho)\ddot{x} + \gamma_2 \dfrac{d}{d\tau}\left[D_3 - (\varepsilon + \eta)D_1 - \dfrac{\delta}{2}(yD_2 + xD_4)\right] + \gamma_3\left[D_3 - \right. \\ \left. - (\varepsilon + \eta)D_1 - \dfrac{\delta}{2}(yD_2 + xD_4)\right] = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $D_1 = sh\,\frac{x}{2}ch\,\frac{y}{2}$; $D_2 = sh\,\frac{x}{2}xh\,\frac{y}{2}$; $D_3 = ch\,\frac{x}{2}sh\,\frac{y}{2}$; $D_4 = ch\,\frac{x}{2}ch\,\frac{y}{2}$; $U_0' = \frac{\beta U_0}{SW_1\omega}$,

остальные обозначения в системе аналогичны рассмотренной выше.

Получена система двух нелинейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами относительно мгновенных значений индукции. Первое уравнение описывает цепь возбуждения, второе – резонансную цепь. Коэффициенты $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, U_0', U_m'$ учитывают конструктивные параметры системы. Система уравнений (1) описывает совокупность всех физических процессов, протекающих в асимметричной индуктивной НПС. Учет асимметрии с помощью коэффициентов при соответствующих членах нелинейного уравнения дает возможность оценить влияние разброса параметров системы на ее поведение.

Имеем систему из двух нелинейных дифференциальных уравнений с двумя неизвестными. Так как основным требованием к цепи возбуждения является малость активного сопротивления обмоток $(R_1 \to 0) \Rightarrow \gamma_1 = 0$, а величина магнитной индукции в сердечнике связана соотношением $2B_н = \frac{\beta U_m}{SW_1\omega}$ [2], первое уравнение (1) дает значение параметра системы. С учетом значительной амплитуды *x* и малости *y* в цепи возбуждения (x>>y), имеем:

$$x = 2C_0 + 2B_H \sin(\tau + \varphi),$$

где C_0, B_H – амплитуда постоянной и переменной магнитной индукции в цепи возбуждения; φ – угол сдвига фазы между возбуждающими колебаниями и изменением параметра.

Подстановка *x* во второе уравнение системы (1) приводит к уравнению с одним неизвестным *y* и получению искомой модели. Следовательно, получена математическая модель асимметричной системы, позволяющая исследовать параметрические взаимодействия в диссипативной существенно нелинейной системе.

Проведем анализ данного уравнения. Коэффициент γ_2 определяет диссипативные свойства системы, γ_3 пропорционален квадрату собственной частоты и представляет собой расстройку системы. Удачный выбор аппроксимирующей функции $H = f(B)$ позволяет учитывать характер параметрических взаимодействий через соответствующие функции взаимодействия D_1-D_4, которые раскрывают связь между полем воздействия и колебаниями системы. Очевидно, что неидентичность параметров системы приводит к увеличению числа слагаемых в уравнении и оказывает равноценное влияние на упругую силу и силу трения в системе. Второе слагаемое уравнения показывает, что наличие асимметрии приводит к появлению гармоники возбуждающего воздействия в колебаниях системы.

Рассмотрим начальные условия для полученной модели – второго уравнения системы (1). Так как магнитная индукция в сердечниках мгновенно измениться не может, в первый момент времени она равна индукции до появления поля воздействия, которая равна нулю:

$$y\big|_{t=0} = \beta B_I - \beta B_{II}\big|_{t=0} = 0.$$

Далее, так как в цепи есть емкость, напряжение на которой не может меняться мгновенно, то в первый момент времени после включения:

$$U_{вых}\big|_{t=0} = \frac{SW_2 dB_I}{dt} - \frac{SW_2 dB_{II}}{dt}\bigg|_{t=0} = SW_2 \frac{dy}{dt}\bigg|_{t=0} = 0.$$

Следовательно, данное уравнение имеет нулевые начальные условия.

При отсутствии внешнего воздействия ($x = 0$) уравнение преобразуется к виду:

$$\ddot{y} + \gamma_2 sh\frac{y}{2} + \gamma_3 sh\frac{y}{2} = 0.$$

Следовательно, существование колебаний без поля воздействия обусловлено собственными колебаниями системы.

При отсутствии колебаний в системе ($y = 0$) уравнение преобразуется к виду:

$$(\xi + \rho)\ddot{x} - \gamma_2 \frac{d}{d\tau}\left[(\varepsilon + \eta)sh\frac{x}{2} + \frac{\delta}{2}xch\frac{x}{2}\right] - \gamma_3\left[(\varepsilon + \eta)sh\frac{x}{2} + \frac{\delta}{2}xch\frac{x}{2}\right] = 0.$$

Следовательно, при отсутствии колебаний системы воздействие внешней силы направлено на изменение параметра. При этом оказывают влияние все факторы асимметрии.

Дальнейшее решение системы уравнений (1) будем искать в виде:

$$y = 2B_0 + 2B_n \sin n(\tau + \varphi_n), \tag{2}$$

где B_0, B_n – амплитуды постоянной и переменной составляющих магнитной индукции в n-ой зоне неустойчивости.

Разложим гиперболические функции в ряд Фурье, коэффициентами которого являются модифицированные функции Бесселя. Будем удерживать Бесселевы функции 4-го порядка, а также выражения, содержащие комбинации фаз только вида $\kappa = (\varphi_n - \varphi)$. Тогда:

$$sh\frac{x}{2} = shC_0(I_o(B_H) - 2I_2(B_H)\cos 2(\tau + \varphi) + 2I_4(B_H)\cos 4(\tau + \varphi)) +$$
$$+ chC_0(2I_1(B_H)\sin(\tau + \varphi) - 2I_3(B_H)\sin 3(\tau + \varphi)),$$

$$ch\frac{x}{2} = chC_0(I_o(B_H) - 2I_2(B_H)\cos 2(\tau + \varphi) + 2I_4(B_H)\cos 4(\tau + \varphi)) +$$
$$+ shC_0(2I_1(B_H)\sin(\tau + \varphi) - 2I_3(B_H)\sin 3(\tau + \varphi)),$$

$$sh\frac{y}{2} = shB_0(I_o(B_n) - 2I_2(B_n)\cos 2n(\tau + \varphi_n) + 2I_4(B_n)\cos 4n(\tau + \varphi_n)) +$$
$$+ chB_0(2I_1(B_n)\sin n(\tau + \varphi_n) - 2I_3(B_n)\sin 3n(\tau + \varphi_n)),$$

$$ch\frac{y}{2} = chB_0(I_o(B_n) - 2I_2(B_n)\cos 2n(\tau + \varphi_n) + 2I_4(B_n)\cos 4n(\tau + \varphi_n)) +$$
$$+ shB_0(2I_1(B_n)\sin n(\tau + \varphi_n) - 2I_3(B_n)\sin 3n(\tau + \varphi_n)).$$

Находим величины, входящие в систему (2.4):

$$D_1 = A_{1n} + F_{1n}\sin n(\tau + \varphi) + \Phi_{1n}\cos n(\tau + \varphi), \qquad xD_2 = A_{2n} + F_{2n}\sin(\tau + \varphi) + \Phi_{2n}\cos(\tau + \varphi),$$

$$D_1' = A_{1n}' + F_{1n}'\sin(\tau + \varphi) + \Phi_{1n}'\cos(\tau + \varphi), \qquad yD_4 = A_{4n} + F_{4n}\sin(\tau + \varphi) + \Phi_{4n}\cos(\tau + \varphi),$$

$$D_3 = A_{3n} + F_{3n}\sin n(\tau + \varphi) + \Phi_{3n}\cos n(\tau + \varphi), \qquad yD_2 = A_{2n} + F_{2n}\sin n(\tau + \varphi) + \Phi_{2n}\cos n(\tau + \varphi),$$

$$D_3' = A_{3n}' + F_{3n}'\sin(\tau + \varphi) + \Phi_{3n}'\cos(\tau + \varphi), \qquad xD_4 = A_{4n} + F_{4n}\sin n(\tau + \varphi) + \Phi_{4n}\cos n(\tau + \varphi),$$

где введены обозначения: $\delta_{kn} = \begin{cases} 1, \text{если } k = n \\ 0, \text{если } k \neq n \end{cases}$

$$A_{1n} = D_{10} + \delta_{1n}q_{11} + \delta_{2n}q_{21} + \delta_{3n}q_{31} + \delta_{4n}q_{41};\ A_{3n} = D_{30} + \delta_{1n}q_{13} + \delta_{2n}q_{23} + \delta_{3n}q_{33} + \delta_{4n}q_{43};$$

$$A_{2n} = 2C_0 m_{2n} + B_н\Big(S_{21} + \delta_m\Big(\Big(D_{21} - \frac{1}{2}a_{2n}\Big)\cos(\varphi_1 - \varphi) + \frac{1}{2}(a_{3,2n} - a_{1,2n})\cos 2(\varphi_1 - \varphi) +$$

$$+ \frac{1}{2}(a_{2,3n} - a_{4,3n})\cos 3(\varphi_1 - \varphi) - \frac{1}{2}a_{3,4n}\cos 4(\varphi_1 - \varphi)\Big) + \delta_{2n}\Big(\frac{1}{2}(a_{3,n} - a_{1,n})\sin 2(\varphi_2 - \varphi) -$$

$$- \frac{1}{2}(a_{3,2n}\cos 4(\varphi_2 - \varphi)) + \delta_{3n}\Big(\frac{1}{2}(a_{2,n} - a_{4,n})\cos 3(\varphi_3 - \varphi)\Big) + \delta_{4n}\Big(-\frac{1}{2}a_3 \sin 4(\varphi_4 - \varphi)\Big)\Big);$$

$$A_{4n} = 2C_0 m_{2n} + B_н\Big(S_{41} + \delta_{1n}\Big(\Big(D_{41} - \frac{1}{2}b_{2,n}\Big)\cos(\varphi_1 - \varphi) + \frac{1}{2}(b_{3,2n} - b_{1,2n})\cos 2(\varphi_1 - \varphi) +$$

$$+ \frac{1}{2}(b_{2,3n} - b_{4,3n})\cos 3(\varphi_1 - \varphi) - \frac{1}{2}b_{3,4n}\cos 4(\varphi_1 - \varphi)\Big) + \delta_{2n}\Big(\frac{1}{2}(b_{3,n} - b_{1,n})\sin 2(\varphi_2 - \varphi) -$$

$$- \frac{1}{2}b_{3,2n}\cos 4(\varphi_2 - \varphi)\Big) + \delta_{3n}\Big(\frac{1}{2}(b_{2,n} - b_{4,n})\cos 3(\varphi_3 - \varphi)\Big) + \delta_{4n}\Big(-\frac{1}{2}b_{3,n}\sin 4(\varphi_4 - \varphi)\Big)\Big);$$

$$A'_{2n} = 2B_0 m_{2n} + B_n\Big(D_{21} + \delta_{1n}\Big(\Big(S_{21} - \frac{1}{2}a_{1,2n}\Big)\cos(\varphi_1 - \varphi) + \frac{1}{2}(a_{2,3n} + a_{2,n})\cos 2(\varphi_1 - \varphi) +$$

$$+ \frac{1}{2}(a_{3,2n} - a_{3,4n})\cos 3(\varphi_1 - \varphi) - \frac{1}{2}a_{3,4n}\cos 4(\varphi_1 - \varphi)\Big) +$$

$$+ \delta_{2n}(C_{22}\sin 2(\varphi_3 - \varphi) - \frac{1}{2}a_{4,n}\cos 4(\varphi_2 - \varphi)\Big) + \delta_{3n}S_{23}\cos 3(\varphi_3 - \varphi) + \delta_{4n}C_{24}\sin 4(\varphi_4 - \varphi));$$

$$A'_{4n} = 2B_0 m_{4n} + B_n\Big(D_{41} + \delta_{1n}\Big(\Big(S_{41} - \frac{1}{2}b_{1,2n}\Big)\cos(\varphi_1 - \varphi) + \frac{1}{2}(b_{2,3n} - b_{2,n})\cos 2(\varphi_1 - \varphi) +$$

$$+ \frac{1}{2}(b_{3,2n} - b_{3,4n})\cos 3(\varphi_1 - \varphi) - \frac{1}{2}b_{4,3n}\cos 4(\varphi_1 - \varphi)\Big) + \delta_{2n}(C_{42}\sin 2(\varphi_2 - \varphi) -$$

$$- \frac{1}{2}b_{4,n}\cos 4(\varphi_2 - \varphi)\Big) + \delta_{3n}S_{43}\cos 3(\varphi_3 - \varphi) + \delta_{4n}C_{44}\sin 4(\varphi_4 - \varphi));$$

$$F_{1n} = \delta_{1n}S_{11} + \delta_{3n}S_{13} + D_{11}\cos n(\varphi_n - \varphi);$$

$$F'_{1n} = S_{11} + \delta_{1n}D_{11}\cos(\varphi_1 - \varphi);$$

$$F_{3n} = \delta_{1n}S_{31} + \delta_{3n}S_{33} + D_{31}\cos n(\varphi_n - \varphi);$$

$$F'_{3n} = S_{31} + \delta_{1n}D_{31}\cos(\varphi_1 - \varphi);$$

$$F_{2n} = (2B_n m_{2n} - B_n P_2)\cos n(\varphi_n - \varphi) + \delta_{1n}(2B_0 S_{21} + B_n a_{1,n}) + \delta_{3n}2B_0 S_{23};$$

$$F'_{2n} = 2B_H m_{2n} - B_H C_{22} + 2C_0 S_{21} + \delta_{1n}2C_0 D_{21}\cos(\varphi_1 - \varphi);$$

$$F_{4n} = \delta_{1n}(2B_н m_{4n} + 2C_0 S_{41} - B_н C_{42}) + (2C_0 D_{41} + B_н b_{1,n})\cos n(\varphi_n - \varphi) + \delta_{3n}2C_0 S_{43};$$

$$F'_{4n} = \delta_{1n}(2B_n m_{4n} - B_n P_4)\cos(\varphi_1 - \varphi) + 2B_0 S_{41} + B_n b_{1,n};$$

$$\Phi_{1n} = \delta_{2n}C_{12} + \delta_{4n}C_{14} + D_{11}\sin n(\varphi_n - \varphi);$$

$$\Phi'_{1n} = \delta_{1n}D_{11}\sin(\varphi_1 - \varphi);$$

$$\Phi_{3n} = \delta_{2n} C_{32} + \delta_{4n} C_{34} + D_{31} \sin n(\varphi_n - \varphi);$$

$$\Phi'_{3n} = \delta_{1n} D_{31} \sin(\varphi_1 - \varphi);$$

$$\Phi_{2n} = (2B_n m_{2n} - B_n P_2)\sin n(\varphi_n - \varphi) + \delta_{2n} 2B_0 C_{22} + \delta_{4n} 2B_0 C_{24};$$

$$\Phi'_{2n} = \delta_{1n} 2C_0 D_{21} \sin(\varphi_1 - \varphi);$$

$$\Phi_{4n} = (2C_0 D_{41} + B_n b_{1,n})\sin n(\varphi_n - \varphi) + \delta_{2n} 2B_0 C_{42} + \delta_{4n} 2C_0 C_{44};$$

$$\Phi'_{4n} = \delta_{1n}(2B_n m_{4n} - B_n P_4)\sin(\varphi_1 - \varphi),$$

где: $m_{2n} = D_{20} + \delta_{1n} q_{12} + \delta_{2n} q_{22} + \delta_{3n} q_{32} + \delta_{4n} q_{42};$

$$m_{4n} = D_{40} + \delta_{1n} q_{14} + \delta_{2n} q_{24} + \delta_{3n} q_{34} + \delta_{4n} q_{44};$$

$$q_{11} = 2chC_0 shB_0 z_{11} + 2shC_0 chB_0 z_{12}; \qquad q_{21} = 2shC_0 chB_0 z_{21} + 2shC_0 chB_0 z_{22};$$

$$q_{12} = 2chC_0 chB_0 z_{11} + 2shC_0 shB_0 z_{12}; \qquad q_{22} = 2shC_0 chB_0 z_{21} + 2shC_0 shB_0 z_{22};$$

$$q_{13} = 2shC_0 chB_0 z_{11} + 2chC_0 shB_0 z_{12}; \qquad q_{23} = 2chC_0 chB_0 z_{21} + 2chC_0 shB_0 z_{22};$$

$$q_{14} = 2shC_0 shB_0 z_{11} + 2chC_0 chB_0 z_{12}; \qquad q_{24} = 2chC_0 shB_0 z_{21} + 2chC_0 chB_0 z_{22},$$

где: $z_{11} = I_1(B_H) I_1(B_1)\cos(\varphi_1 - \varphi) + I_3(B_H) I_3(B_1)\cos 3(\varphi_1 - \varphi);$

$$z_{12} = I_2(B_H) I_2(B_1)\cos 2(\varphi_1 - \varphi) + I_4(B_H) I_4(B_1)\cos 4(\varphi_1 - \varphi);$$

$$z_{21} = I_2(B_н) I_1(B_2)\sin 2(\varphi_2 - \varphi); \qquad z_{22} = I_4(B_н) I_2(B_2)\cos 4(\varphi_2 - \varphi);$$

$$q_{31} = 2chC_0 shB_0 I_3(B_н) I_1(B_3)\cos 3(\varphi_3 - \varphi); \quad q_{41} = 2shC_0 shB_0 I_4(B_н) I_1(B_4)\sin 4(\varphi_4 - \varphi);$$

$$q_{32} = 2chC_0 chB_0 I_3(B_н) I_1(B_3)\cos 3(\varphi_3 - \varphi); \quad q_{42} = 2shC_0 chB_0 I_4(B_н) I_1(B_4)\sin 4(\varphi_4 - \varphi);$$

$$q_{33} = 2shC_0 chB_0 I_3(B_н) I_1(B_3)\cos 3(\varphi_3 - \varphi); \quad q_{43} = 2chC_0 chB_0 I_4(B_н) I_1(B_4)\sin 4(\varphi_4 - \varphi);$$

$$q_{34} = 2shC_0 shB_0 I_3(B_н) I_1(B_3)\cos 3(\varphi_3 - \varphi); \quad q_{44} = 2chC_0 shB_0 I_4(B_н) I_1(B_4)\sin 4(\varphi_4 - \varphi);$$

$$D_{10} = shC_0 chB_0 I_0(B_H) I_0(B_n); \qquad D_{30} = chC_0 shB_0 I_0(B_H) I_0(B_n);$$

$$D_{11} = 2shC_0 shB_0 I_0(B_H) I_1(B_n); \qquad D_{31} = 2chC_0 chB_0 I_0(B_H) I_1(B_n);$$

$$D_{20} = shC_0 shB_0 I_0(B_H) I_0(B_n); \qquad D_{40} = chC_0 chB_0 I_0(B_H) I_0(B_n);$$

$$D_{21} = 2shC_0 chB_0 I_0(B_H) I_1(B_n); \qquad D_{41} = 2chC_0 shB_0 I_0(B_H) I_1(B_n);$$

для нечетных κ (κ=1,3): для четных κ (κ=2,4):

$$S_{1k} = 2chC_0 chB_0 I_k(B_H) I_0(B_n); \qquad S_{1k} = 2shC_0 chB_0 I_k(B_H) I_0(B_n);$$

$$S_{2k} = 2chC_0 shB_0 I_k(B_H) I_0(B_n); \qquad S_{2k} = 2shC_0 shB_0 I_k(B_H) I_0(B_n);$$

$$S_{3k} = 2shC_0 shB_0 I_k(B_H) I_0(B_n); \qquad S_{3k} = 2chC_0 shB_0 I_k(B_H) I_0(B_n);$$

$$S_{4k} = 2shC_0 chB_0 I_k(B_H) I_0(B_n); \qquad S_{4k} = 2chC_0 chB_0 I_k(B_H) I_0(B_n);$$

$$a_{1n} = 4chC_0 chB_0 I_1(B_H) I_1(B_n); \qquad b_{1,n} = 4shC_0 shB_0 I_1(B_H) I_1(B_n);$$

$$a_{1,2n} = 4chC_0 shB_0 I_1(B_H) I_1(B_n); \qquad b_{1,2n} = 4shC_0 chB_0 I_1(B_H) I_2(B_n);$$

$$a_{2,n} = 4shC_0chB_0I_2(B_H)I_1(B_n); \qquad b_{2,n} = 4chC_0shB_0I_2(B_H)I_1(B_n);$$

$$a_{2,2n} = 4shC_0shB_0I_2(B_H)I_2(B_n); \qquad b_{2,2n} = 4chC_0chB_0I_2(B_H)I_2(B_n);$$

$$a_{2,3n} = 4shC_0chB_0I_2(B_H)I_3(B_n); \qquad b_{2,3n} = 4chC_0shB_0I_2(B_H)I_3(B_n);$$

$$a_{3,n} = 4chC_0chB_0I_3(B_H)I_1(B_n); \qquad b_{3,n} = 4shC_0shB_0I_3(B_H)I_1(B_n);$$

$$a_{3,2n} = 4chC_0shB_0I_3(B_H)I_2(B_n); \qquad b_{3,2n} = 4shC_0chB_0I_3(B_H)I_2(B_n);$$

$$a_{3,3n} = 4chC_0chB_0I_3(B_H)I_3(B_n); \qquad b_{3,3n} = 4shC_0shB_0I_3(B_H)I_3(B_n);$$

$$a_{3,4n} = 4chC_0shB_0I_3(B_H)I_4(B_n); \qquad b_{3,4n} = 4shC_0chB_0I_3(B_H)I_4(B_n);$$

$$a_{4,n} = 4shC_0chB_0I_4(B_H)I_1(B_n); \qquad b_{4,n} = 4chC_0shB_0I_4(B_H)I_1(B_n);$$

$$a_{4,2n} = 4shC_0shB_0I_4(B_H)I_2(B_n); \qquad b_{4,2n} = 4chC_0chB_0I_4(B_H)I_2(B_n);$$

$$a_{4,3n} = 4shC_0chB_0I_4(B_H)I_3(B_n); \qquad b_{4,3n} = 4chC_0shB_0I_4(B_H)I_3(B_n);$$

$$a_{4,4n} = 4shC_0shB_0I_4(B_H)I_4(B_n); \qquad b_{4,4n} = 4chC_0chB_0I_4(B_H)I_4(B_n);$$

$$P_1 = 2shC_0chB_0I_0(B_H)I_2(B_n); \qquad P_2 = 2shC_0shB_0I_0(B_H)I_2(B_n);$$

$$P_3 = 2chC_0shB_0I_0(B_H)I_2(B_n); \qquad P_4 = 2chC_0chB_0I_0(B_H)I_2(B_n).$$

С учетом принятых обозначений после подстановки решения (2) в систему (1), получим:

$$\begin{cases} 2B_н\cos(\tau+\varphi) - 2\rho B_n\cos(\varphi_n-\varphi)\cos(\tau+\varphi) + 2\rho B_n\sin(\varphi_n-\varphi)\sin(\tau+\varphi) + \\ + \gamma_1 G_{0n} + \gamma_1 G_n\sin(\tau+\varphi) + \gamma_1 Q_n\cos(\tau+\varphi) = U_0' + U_m'\sin\tau, \\ -2n^2 B_n\cos(\varphi_n-\varphi)\sin n(\tau+\varphi) - 2n^2 B_n\sin n(\varphi_n-\varphi)\cos n(\tau+\varphi) + \delta_{1n}2(\xi+\rho)B_n\sin n(\tau+\varphi) + \\ + \gamma_2 nE_n\cos n(\tau+\varphi) - \gamma_2 nP_n\sin n(\tau+\varphi) + \gamma_3 E_{0n} + \gamma_3 E_n\sin n(\tau+\varphi) + \gamma_3 P_n\cos n(\tau+\varphi) = 0, \end{cases} \tag{3}$$

где $G_{0n} = A_{1n} - (\varepsilon+\eta-\xi)A_{3n} - \frac{\delta}{2}(A'_{2n} + A'_{4n})$; $\quad E_{0n} = A_{3n} - (\varepsilon+\eta)A_{1n} - \frac{\delta}{2}(A_{2n} + A_{4n})$;

$G_n = F'_{1n} - (\varepsilon+\eta-\xi)F'_{3n} - \frac{\delta}{2}(F'_{21} + F'_{41})$; $\quad E_n = F_{3n} - (\varepsilon+\eta)F_{1n} - \frac{\delta}{2}(F_{2n} + F_{4n})$;

$Q_n = \Phi'_{1n} - (\varepsilon+\eta-\xi)\Phi'_{3n} - \frac{\delta}{2}(\Phi'_{21} + \Phi'_{41})$; $\quad P_n = \Phi_{3n} - (\varepsilon+\eta)\Phi_{1n} - \frac{\delta}{2}(\Phi_{2n} + \Phi_{4n})$.

Переменные, характеризующие движение системы, являются периодическими функциями времени. Применяя метод гармонического баланса, получим уравнения, описывающие физические процессы в цепи возбуждения:

$$\begin{cases} \gamma_1 G_{0n} = 0, \\ 2\rho B_n\sin(\varphi_n-\varphi) + \gamma_1 G_n = U_m'\cos\varphi, \\ 2B_H - 2\rho B_n\cos(\varphi_n-\varphi) + \gamma_1 Q_n = -U_m'\sin\varphi. \end{cases}$$

Отсюда находим уравнение баланса амплитуд в цепи возбуждения:

$$\left(B_H - \rho B_n\cos(\varphi_n-\varphi) + \frac{1}{2}\gamma_1 Q_n\right)^2 + \left(\rho B_n\sin(\varphi_n-\varphi) + \frac{1}{2}\gamma_1 G_n\right)^2 = \left(\frac{1}{2}U_m'\right)^2 \tag{4}$$

и условие для фазы φ:

$$tg\varphi = \frac{-2B_н + 2\rho B_n \cos(\varphi_n - \varphi) - \gamma_1 Q_n}{2\rho B_n \sin(\varphi_n - \varphi) + \gamma_1 G_n}. \qquad (5)$$

Из второго уравнения системы (3) получим методом гармонического баланса:

$$\begin{cases} \gamma_3 E_{0n} = 0, \\ -2n^2 B_n \cos n(\varphi_n - \varphi) + \delta_{1n} 2(\xi - \rho) B_H - \gamma_2 n P_n + \gamma_3 E_n = 0, \\ -2n^2 B_n \sin n(\varphi_n - \varphi) + \gamma_2 n E_n + \gamma_3 P_n = 0. \end{cases}$$

Отсюда получаем уравнение баланса амплитуд в резонансной цепи:

$$B_n^2 = \frac{1}{4n^2}\left(\left(\delta_{1n} 2(\xi + \rho) B_H - \gamma_2 n P_n + \gamma_3 E_n\right)^2 + \left(\gamma_2 n E_n + \gamma_3 P_n\right)^2\right) \qquad (6)$$

и условие для разности фаз $n(\varphi_n - \varphi)$:

$$tgn(\varphi_n - \varphi) = \frac{\gamma_2 n E_n + \gamma_3 P_n}{-\gamma_2 n P_n + \gamma_3 E_n + \delta_{1n} 2(\xi + \rho) B_H}. \qquad (7)$$

Выражения (6), (7) описывают энергетические соотношения в асимметричной диссипативной НПС в произвольной зоне неустойчивости колебаний. Полученные соотношения позволяют оценить влияние неидентичности параметров системы на ее поведение.

Уравнения (1) и (6) для НПС на сердечниках из пермолоя 79НМ 20×15×5 с обмотками W_1= 80, W_2= 150 витков и емкостью C = 0,4 мкФ на частоте возбуждения 1кГц были вычислены для I – VI зоны неустойчивости при ограничениях: $0<B_H<10$; $0<\varepsilon, \delta, \rho, \eta, \zeta<1$; $0<B_n<6$, где n = 1, 2, 3, 4, 5, 6. Полученная зависимость амплитуды параметрических колебаний от амплитуды возбуждения приведена на рис. 1, где кривая 1 -$B_n = f(B_н)$ соответствует симметрии системы для второй, четвертой и шестой зоны неустойчивости, кривая 2 – $B_n = f(\xi, B_н)$ при наличии неидентичности витков вторичной обмотки в соответствующих зонах неустойчивости, кривая 3 – $B_n = f(\varepsilon, \delta, B_н)$ при неидентичности магнитных сердечников.

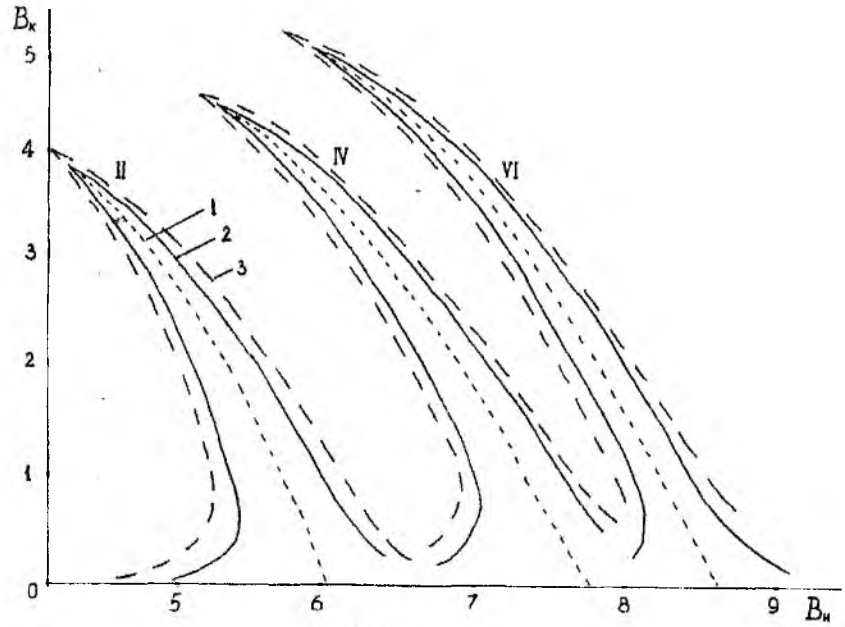


Рис. 1

Из представленных графиков (рис.1) следует, что оба фактора асимметрии системы (различие в витках и неидентичность магнитных сердечников) приводят к расширению области неустойчивости.

Асимметрия вызывает необходимость увеличения интенсивности воздействия для возбуждения колебаний в соответствующей зоне неустойчивости.

Таким образом, построена и исследована математическая модель асимметричной диссипативной нелинейной системы (1) при модуляции ее параметра внешней силой гармонического характера. Неидентичность параметров системы учтена в коэффициентах нелинейного дифференциального уравнения через отклонения от среднего значения. Соответствующие функции D_1-D_4 раскрывают связь между полем воздействия и колебаниями системы. Полученные выражения (6), (7) описывают энергетические соотношения в системе при гармоническом воздействии с постоянной составляющей в произвольной зоне неустойчивости колебаний. Выражение (6) представляет собой уравнение баланса амплитуд, (7) – условие фазы.

Неидентичность параметров системы приводит к появлению основной гармоники возбуждающего воздействия в ее колебаниях и оказывает равноценное влияние на упругую силу и силу трения в системе. Асимметрия системы оказывает существенное влияние на характер изменения (модуляцию) параметра и приводит к расширению области неустойчивости ее колебаний, что вызывает необходимость увеличения интенсивности воздействия для возбуждения колебаний в соответствующих зонах неустойчивости.

Построенная модель относительно мгновенных значений индукции с учетом конструктивных параметров системы в коэффициентах при соответствующих членах нелинейного уравнения дает возможность оценить влияние разброса параметров магнитных сердечников и числа витков на АЧХ колебаний при проектировании параметрических генераторов.

Список литературы: 1. *Зуев Н.Г., Титаренко А.М., Чередников П.И.* О характеристиках параметрических систем, работающих на высших гармониках.// Рук. деп. в УкрНИИНТИ 03.10.84. №1591 Ук-84 Деп. 15с. 2. *Зуев Н.Г., Меняйло А.Д., Титаренко А.М., Чередников П.И.* Исследование устойчивости в параметрическом генераторе методом фазовой плоскости.// Рук. деп. в УкрНИИНТИ 21.01.86. №1622 Ук-85 Деп. 21с.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 11.01.2001.

УДК 621.373.826

А. Г. ПАЩЕНКО, канд. физ.-мат. наук, В. М. ВАНЦАН, канд. физ.-мат. наук.

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО СТАЦИОНАРНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ ЧАСТИЦ И КВАЗИЧАСТИЦ В КВАНТОВОРАЗМЕРНОЙ СТРУКТУРЕ. Часть 2. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для определения влияния внешнего стационарного электрического поля на энергетические состояния электронов, тяжёлых и лёгких дырок в квантово-размерной структуре необходимо, прежде всего, найти собственные значения энергии и собственные функции этих частиц в стационарном состоянии, т.е. в отсутствие внешнего электрического поля.

Собственные значения энергии и собственные функции частиц, которые находятся в квантово-ограниченном слое, получены в результате решения уравнения Шредингера для областей ямы и барьера, показанных на рис. 1, приведены в работе [1].

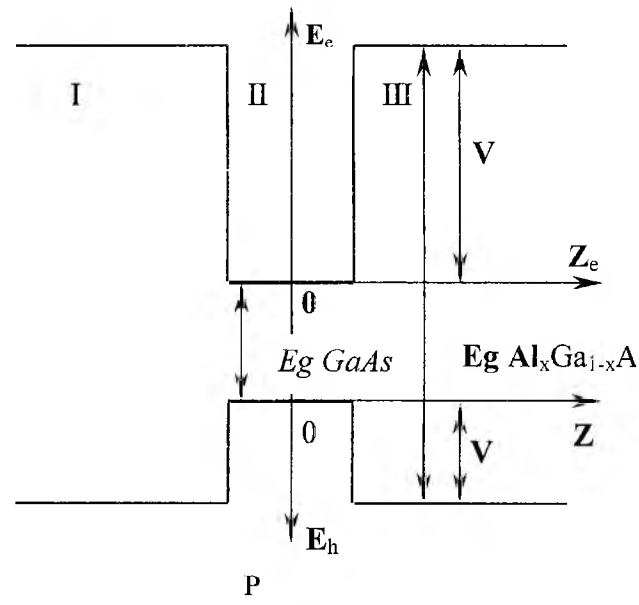


Рис. 1

После несложных преобразований собственные функции могут быть представлены в виде:

чётные решения

$$\Psi^{+}(Z)=\begin{cases} A^{+}\cos(k_2\cdot Z), & -a\le Z\le a, \\ A^{+}\cos(k_2\cdot a)\cdot e^{k_1\cdot(a-Z)}, & a\le Z, \\ A^{+}\cos(k_2\cdot a)\cdot e^{-k_1\cdot(a-Z)}, & Z\le -a;\ n=1,3,5,\ \ldots\ , \end{cases} \tag{1}$$

нечётные решения

$$\Psi^{-}(Z)=\begin{cases} A^{-}\sin(k_2\cdot Z), & -a\le Z\le a, \\ A^{-}\sin(k_2\cdot a)\cdot e^{k_1\cdot(a-Z)}, & a\le Z, \\ A^{-}\sin(k_2\cdot a)\cdot e^{-k_1\cdot(a-Z)}, & Z\le -a;\ n=2,4,6,\ \ldots\ , \end{cases} \tag{2}$$

где Z – текущая координата в области решения; a – полуширина квантово-ограниченного слоя (квантовой ямы); A^{+} A^{-} – коэффициенты, определяемые из условия нормировки волновой функции на единицу:

$$\int_{-\infty}^{\infty}|\Psi(Z)|^2\,dz=1, \tag{3}$$

$$\frac{1}{\left(A^{\pm}\right)^2}=a+\frac{1}{k_1}, \tag{4}$$

величины k_1 и k_2 рассчитываются по формулам [1]:

$$k_1=\frac{1}{\hbar}\sqrt{2m_1^{*}(V_0-E)}, \tag{5}$$

$$k_2 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m_2^* E}\,. \qquad (6)$$

Зависимости волновых функций Ψ^+ и Ψ^-, а также функций распределения вероятности $w(Z) = \left|\Psi^{\pm}\right|^2$ для электрона, представлены на рис. 2 а и 2 б.

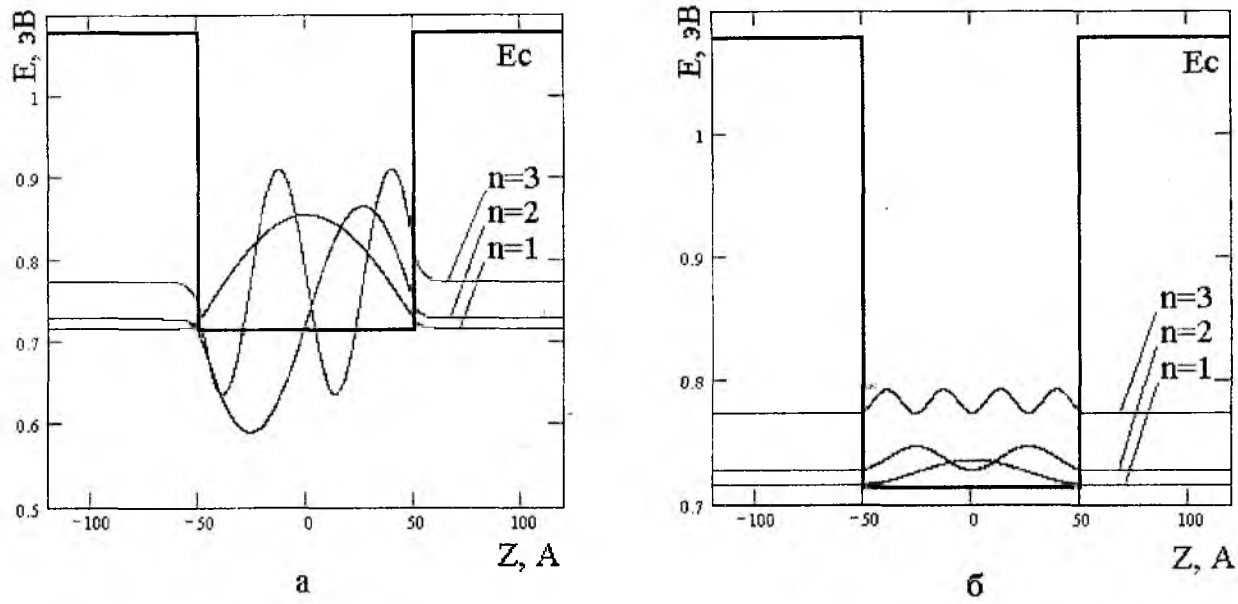


Рис. 2

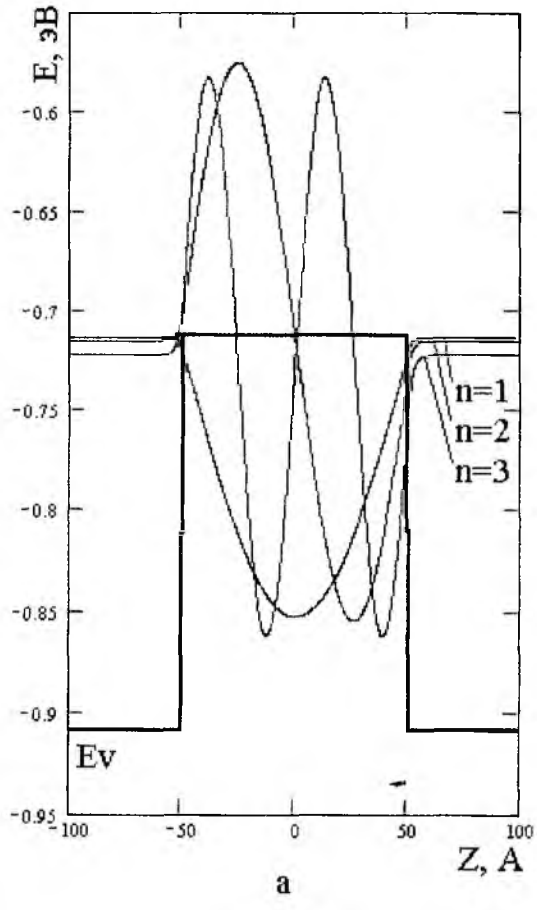
Представленные функции во всех случаях симметричны относительно центра ямы ($Z = 0$). Это следует ожидать, так как барьеры, ограничивающие яму, равновысокие и создаваемое ими поле Ve симметрично относительно центра ямы. Эффективные массы частиц как в яме, так и в барьере рассчитывались на основании соотношений и данных, приведенных в работах [2, 3]. Расчёт проводился для молярной доли алюминия в материале барьера x = 0,45, исходя из этого, соответствующим образом выбиралась ширина запрещённой зоны ограничивающего материала и эффективные массы частиц в нём. Ширина квантово-ограниченного слоя для данного случая выбрана равной 100 А, при таком размере структуры квантовые эффекты выражены достаточно чётко. Количество энергетических состояний электронов в квантовой яме, ограниченной барьерами высотой Ve=0,365 эВ, достигает девяти, и будет изменяться в зависимости от высоты барьера и ширины квантовой ямы. На рис. 2 а и 2 б, приведены волновые функции и функции распределения вероятности только для трёх первых значений n, т.е. из множества функций (1) учтены только два состояния n=1,3, а из множества функций (2) – только одно значение n=2. Расчёты могут быть выполнены для всех значений n как чётных, так и нечётных решений, помещающихся в яме, однако для практически важных случаев интерес представляют первые два – три уровня как для электронов, так и для дырок. На рис. 3 а, б и рис. 4 а, б, представлены $\Psi^{\pm}$ и $w(Z)$ для лёгких и тяжёлых дырок.

В отсутствие внешнего стационарного электрического поля свойства волновых функций тяжёлых и лёгких дырок аналогичны свойствам волновых функций электронов.

Рассмотрим случай, когда к квантово-размерной структуре приложено внешнее стационарное электрическое поле, направленное перпендикулярно плоскости квантового ограничения (вдоль оси z рис. 1). Приложенное поле можно рассматривать как возмущение, оператор которого имеет вид [1]:

$$\hat{V}' = -e\,\vec{E}\,\vec{z}\,, \qquad (7)$$

где e – заряд электрона; $\vec{E}$ – напряженность приложенного электрического поля; $\vec{z}$ – текущая координата.



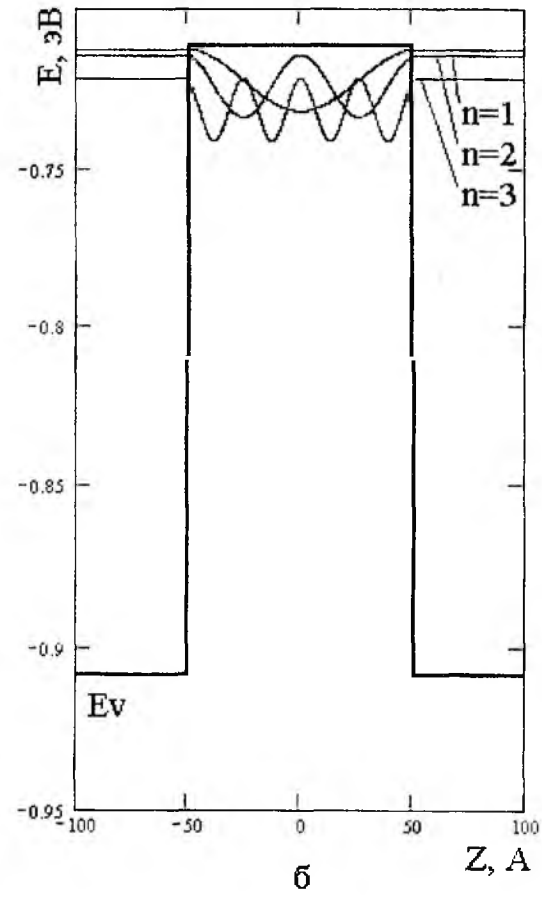
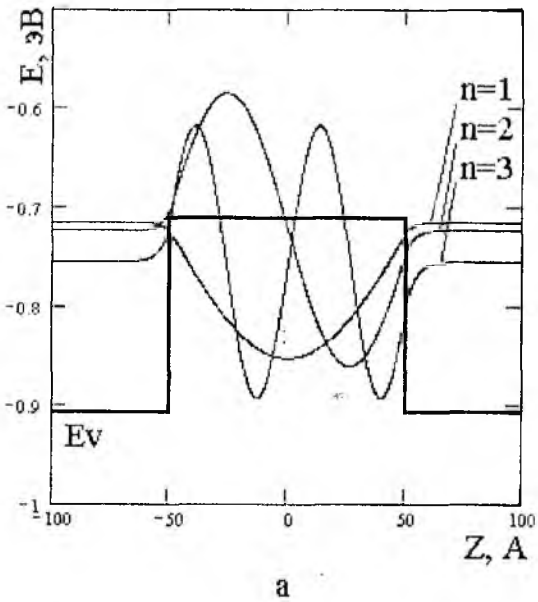


Рис. 3



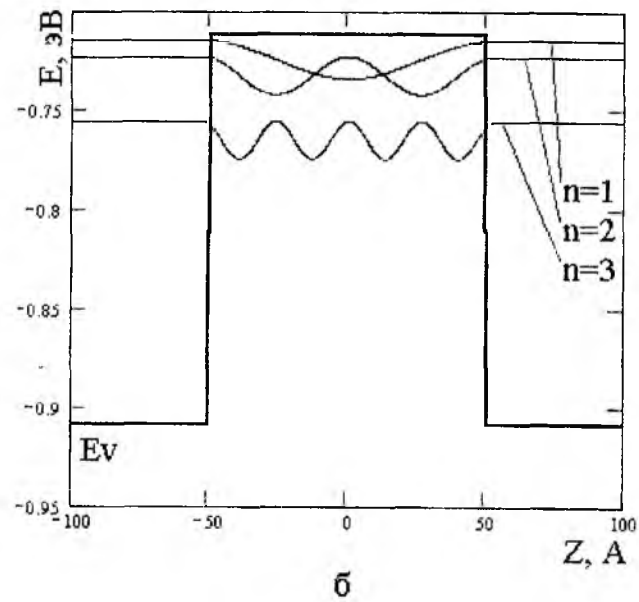


Рис. 4

При наличии внешнего возмущения уравнение Шредингера для частиц и квазичастиц, находящихся в квантово-размерной структуре записывается так:

$$\left(\hat{H}^0 - e\vec{E}\vec{z} \right) \Psi = E\Psi . \qquad (8)$$

Для нахождения собственных функций и собственных значений энергии электронов, тяжёлых и лёгких дырок в работе [1] было предложено применить теорию возмущений, широко используемую в квантовой механике [4, 5, 6].

Для определения собственных значений энергии и волновых функций частиц в рассматриваемой квантово-размерной структуре (рис. 1) используем первое приближение теории возмущений. В этом случае:

$$E_n = E_n^0 + \lambda \cdot E_n^1 = E_n^0 + V_{nn}, \tag{9}$$

где

$$V_{nn} = \int \Psi_n^{0*} \cdot \hat{V}' \cdot \Psi_n^0 \, dz. \tag{10}$$

Подставляя в выражение (10) значения волновых функций Ψ_n^0 из (1) или (2) и интегрируя по всему пространству определения волновых функций Ψ_n^0, получим, что $V_{nn} = 0$, т.е. поправка первого приближения теории возмущений равна нулю, следовательно, $E_n = E_n^0$.

Определим волновые функции электронов, лёгких и тяжёлых дырок с учётом первого приближения теории возмущений. В этом случае:

$$\Psi_n = \Psi_n^0 + \Psi_n^{(1)}, \tag{11}$$

где

$$\Psi_n^{(1)} = \sum_{\substack{m \\ m \neq n}} \left(\frac{V_{mn}}{E_m^0 - E_n^0} \Psi_m^0 \right). \tag{12}$$

Подставляя в выражения (11) и (12) значения волновых функций Ψ_n^0 из (1) или (2) и значения E_n^0, которые для рассматриваемой задачи определены в работах [1, 2], получим зависимости волновых функций и функций распределения вероятностей для электронов – рис. 5 а, б, для тяжёлых дырок – рис 6, а, б, для лёгких дырок – рис. 7, а, б. Здесь, как и в случае отсутствия возмущения учтены первые три состояния частиц (n = 1, 2, 3).

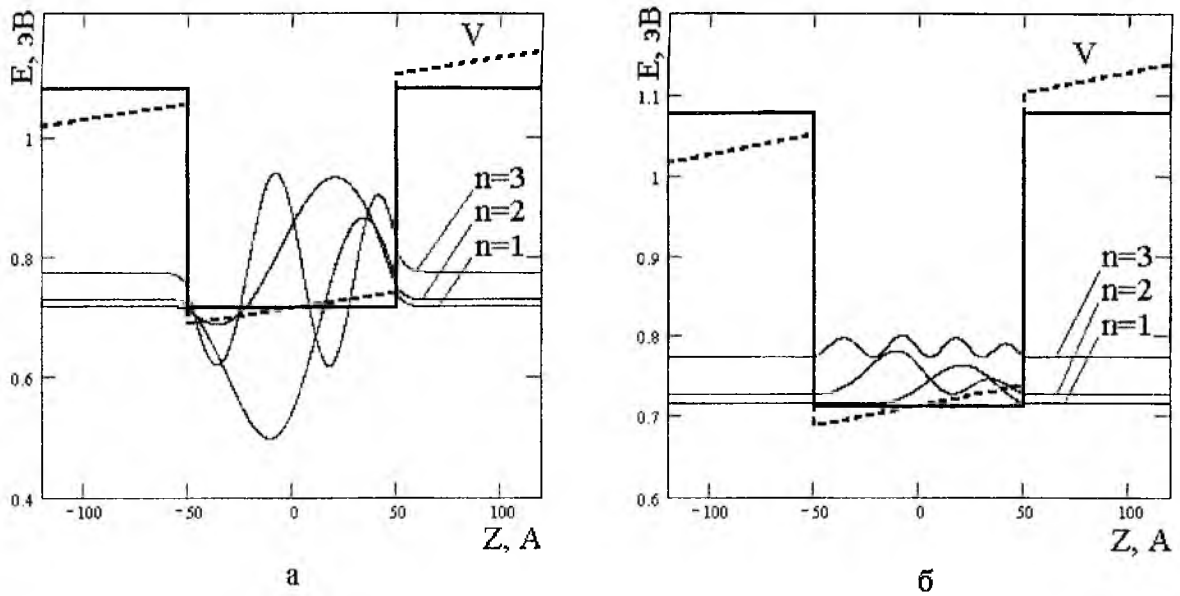


Рис. 5

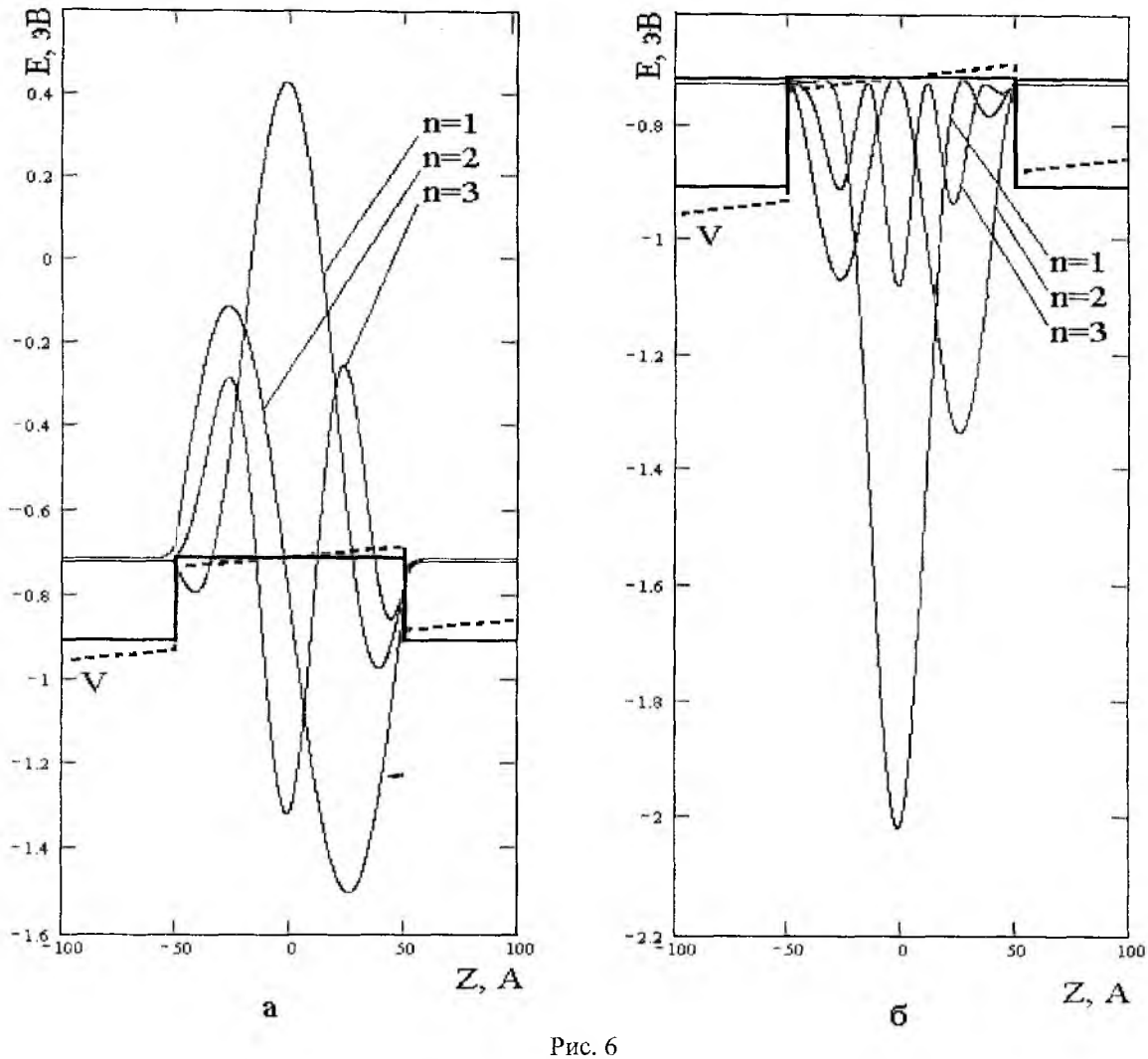


Рис. 6

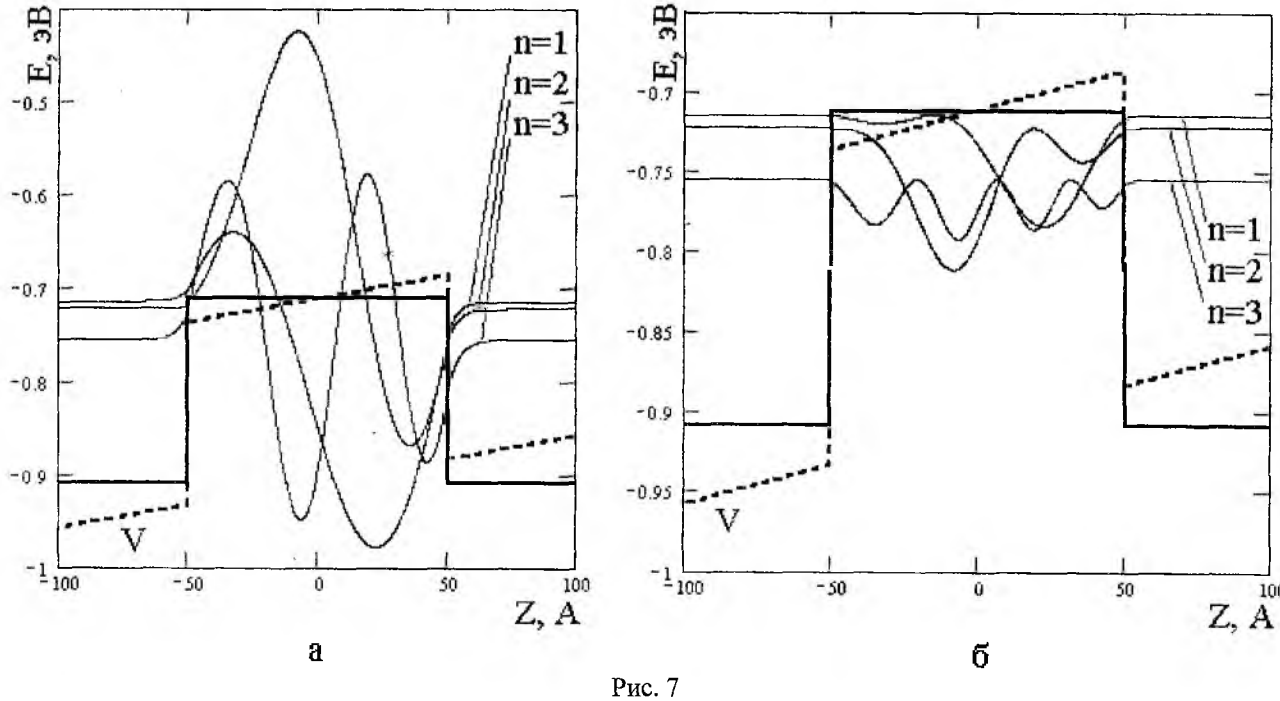


Рис. 7

Анализируя полученные результаты можно сделать вывод о том, что наличие внешнего возмущения – стационарного электрического поля приводит к изменению чётности волновых функций для

электронов и дырок. Также наблюдается смещение максимумов волновых функций и функций распределения вероятностей для каждой из рассматриваемых частиц и квазичастиц. Для электронов волновые функции и функции распределения вероятностей смещаются в направлении, противоположном направлению приложенного внешнего поля. Для тяжёлых и лёгких дырок смещение происходит в направлении поля.

Список литературы: 1. *Пащенко А.Г.* Влияние внешнего стационарного электрического поля на энергетические состояния частиц и квазичастиц в квантоворазмерной структуре. Часть 1. Постановка задачи // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 117. С. 117 — 120. 2. *Пащенко А.Г., Ванцан В.М.* Исследование стационарных энергетических состояний экситонов Ванье-Мотта в полупроводниковых инжекционных лазерах на основе квантоворазмерных структур // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 1997. Вып. 102. С. 85 — 92. 3. *J.M. Luttinger, W. Kohn.* Motion of Electrons and Holes in Perturbed Periodic Fields // Phys. Rev. Ser. B. 1955. Vol. 97, No 4. P. 869 – 883. 4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика (нерелятивистская теория) Изд. 2-е М.: Физматгиз, 1963. 704 с. 5. *Борисоглебский Л. А.* Квантовая механика: Учеб. пособие для физ. спец. вузов. 2-е изд., перераб. и доп. Минск: Университетское, 1988. 623 с. 6. *Киттель Ч.* Квантовая теория твёрдых тел. М.: Наука, 1967. 491 с.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 15.03.2001

УДК 621.396.96'06

В. М. КАРТАШОВ, канд. техн. наук

ФУНКЦИИ РАССЕЯНИЯ СИГНАЛОВ СИСТЕМ ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ

Вид и параметры зондирующих сигналов в значительной степени определяют возможности радиосистем различного назначения. В связи с этим разработаны методы анализа характеристик сигналов, а также методы синтеза и оптимизации их структур и параметров. Ключевую роль в этих методах занимает понятие функции неопределенности, которая представляет собой отклик системы на сигнал, отраженный от движущегося точечного объекта.

Классическая функция неопределенности вводится для случая, когда отраженный сигнал отличается от зондирующего только сдвигом по времени и по частоте. Формы отраженного и зондирующего сигналов не различаются даже в деталях. Функция неопределенности реализуется в различных представлениях на выходах коррелятора и оптимального согласованного фильтра. Вид функции неопределенности определяет оптимальные возможности систем по измерению дальности и скорости движения точечных объектов, а также разрешающие способности по этим параметрам.

Использование классической функции неопределенности для анализа и синтеза зондирующих сигналов систем акустического и радиоакустического зондирования атмосферы затруднительно, так как здесь при рассеянии сигналы изменяют свою форму, а следовательно, деформируется и тело неопределенности. Кроме того, процесс рассеяния на объектах, используемых в системах зондирования атмосферы, характеризуется рядом специфических особенностей, которые необходимо учитывать. Так, в радиоакустических системах в формировании отраженной волны принимают участие два сигнала, имеющие различную физическую природу, акустический и электромагнитный. В соответствии с этим необходимо найти некоторые другие формы представления информации о возможностях и свойствах сигналов.

С целью выяснения характерных для задач зондирования атмосферы особенностей процесса рассеяния волн запишем и проанализируем соотношение [1,2] для рассеянного на звуке электромагнитного поля $e_1(t)$. Выражение получено в борновском приближении при достаточно общих условиях из нестационарного волнового уравнения:

$$e_1(t) = K\int_0^{\infty} E\left[2r' - c(t-t_0)\right] S^*\left[r'\left(1+\frac{c_s}{c}\right) - c_s t\right] \cdot \exp\left\{-j(\omega-\Omega)t + j\left[2k_e - k_s\left(1+\frac{c_s}{c}\right)\right]r'\right\} dr', \quad (1)$$

где r' – пространственная координата в направлении зондирования; E – комплексная огибающая напряженности электрического поля электромагнитных колебаний; S – комплексная огибающая акустического сигнала; t – время; t_0 – промежуток времени между моментами излучения акустического и радиосигнала; ω, Ω – несущие частоты акустической и радиоволны соответственно; c, c_s – скорости распространения света и звука; $k_e = \omega/c, k_s = 2\pi/\lambda_s$ – волновые числа для радиоволны и звука; K – амплитудный множитель, зависящий от расстояния до объекта. Формула (1) определяет поле в некоторой точке $r_1 = 0$, где расположены центры всех антенн.

Как видно из (1), первое слагаемое в показателе экспоненты не зависит от дальности r' и соответствующий сомножитель может быть вынесен за знак интеграла. Этот сомножитель определяет несущую частоту рассеянного сигнала, которая сдвинута относительно излучаемого сигнала на частоту звука Ω. Второе слагаемое в показателе экспоненты содержит параметр расстройки условия Брэгга $q = 2k_e - k_s\left(1+c_s/c\right)$. При существенном отличии q от нуля данный сомножитель вследствие осцилляций подынтегрального выражения "зануляет" значение интеграла.

Проанализировав (1), приходим к выводу, что радиосигнал, рассеянный на звуковой посылке, для фиксированного значения t представляется в виде скалярного произведения (или корреляционного интеграла) функций, описывающих зондирующие акустический и электромагнитный сигналы, причем, в описание электромагнитного сигнала пространственная координата входит с коэффициен-

том 2. С изменением времени t, как следует из (1), при рассеянии радиосигнала на акустическом волновом пакете формируется пространственная взаимокорреляционная функция этих сигналов.

Учитывая общность процессов рассеяния, характерных для задач акустического и радиоакустического зондирования атмосферы, в которых полезный сигнал формируется в результате брэгговского рассеяния волн на пространственно распределенных неоднородностях в виде решетки, сделанный выше вывод распространим также на процесс рассеяния акустических волн на естественных неоднородностях атмосферы. Дальнейшие рассуждения будем проводить, в основном, для радиоакустических систем, но они справедливы также и для систем акустического зондирования. В последнем случае под $E(e)$ следует понимать зондирующий сигнал, под $S(s)$ – естественную неоднородность атмосферы.

Вывод о формировании при рассеянии волн в атмосфере корреляционной функции позволяет ввести понятие двумерной взаимокорреляционной функции зондирующих электромагнитного и акустического сигналов:

$$Z(r,q)=\int_{-\infty}^{\infty} e(2r')s(r'-r)dr', \tag{2}$$

где e и s – соответственно зондирующие электромагнитный и акустический сигналы; r, $q=2k_e-k_s$ – отличия сигналов по дальности и пространственной частоте.

В представлении (2) $Z(r,q)$ содержит высокочастотное заполнение, что на практике не всегда удобно. В соответствии с этим целесообразно определять $Z(r,q)$ как огибающую корреляционной функции (или корреляционную функцию огибающих сигналов), без учета высокочастотного заполнения. Этому условию отвечают следующие математически эквивалентные соотношения:

$$Z(r,q)=\left|F(r,q)\right|=\left|\int_{-\infty}^{\infty} E(2r')S^*(r'-r)e^{jqr'}dr'\right|, \tag{3}$$

$$Z(r,q)=\left|F(r,q)\right|=\frac{1}{2\pi}\left|\int_{-\infty}^{\infty} S_E\left(\frac{k}{2}\right)S^*(k-q)e^{jkr}dk\right|, \tag{4}$$

где S_E, S_s – спектры соответствующих комплексных амплитуд.

Введенная двумерная пространственно-частотная корреляционная функция достаточно информативна: она содержит в себе сведения о свойствах и возможностях соответствующей пары зондирующих акустического и электромагнитного сигналов. Данная функция позволяет определять вид рассеянного радиосигнала, диапазон возможных значений параметра расстройки условия Брэгга, в котором система зондирования сохраняет работоспособность, точностные характеристики измерения системой скорости и дальности объекта и ряд других важных показателей.

Особенностью функции является то, что она характеризует зондирующие и рассеянный сигналы в пространстве, а не на входе или выходе приемника или передатчика. В то же время полученные с помощью функции пространственные характеристики сигналов достаточно легко преобразуются во временные характеристики. Использование пространственного представления сигналов и двумерной взаимокорреляционной функции диктуется тем обстоятельством, что именно пространственными характеристиками определяются возможности взаимодействия сигналов (условие Брэгга), а также результаты и особенности этого взаимодействия.

Математическая сущность введенной для сигналов функции очевидна. Название данной функции должно отображать физические свойства и характерные особенности рассматриваемого процесса рассеяния. В качестве названий рассматривались следующие: функция неопределенности; портретная функция сигналов; функция определенности; функция рассогласования; функция расстройки. Каждое из этих названий отображает определенные характерные особенности, но, на наш взгляд, в недостаточной степени. Названия, взятые по аналогии из радиолокации, такие как «функция неопределенности», «взаимная функция неопределенности» также не всегда можно признать удачными по отношению к функции $Z(r,q)$ ввиду физических и метрологических особенностей задачи зондирования атмосферы. В последующем для $Z(r,q)$ будем использовать название «сигнальная функция рассея-

ния», а тело, заключенное между поверхностью функции $Z(r,q)$ и плоскостью r,q, будем называть телом рассеяния или телом рассеяния сигналов. Возможно название функции по фамилии автора.

Целесообразно определить основные свойства введенной сигнальной функции рассеяния, что позволит использовать эти свойства при решении задач анализа и синтеза сигналов, а также при решении других задач, в которых эта функция может применяться.

Далее наряду с функцией $Z(r,q)$ будем использовать ее нормированное представление:

$$Z_0(r,q)=\frac{\left|\int_{-\infty}^{\infty}E(2r')S^*(r'-r)l^{jqr'}dr''\right|}{\left(\int_{-\infty}^{\infty}|E(2r')|^2dr'\right)^{1/2}\left(\int_{-\infty}^{\infty}|S(r')|^2dr'\right)^{1/2}},$$

а также квадрат нормированной функции $Z_0^2(r,q)=F_0(r,q)F_0^*(r,q)$.

Если выполняются условия $\int_{-\infty}^{\infty}|E(2r')|^2dr'=1$, $\int_{-\infty}^{\infty}|S(r')|^2dr'=1$, то функция $Z(r,q)$ так же является нормированной.

Свойство 1. Полный объем тела рассеяния для любой пары (комбинации) из акустического и электромагнитного сигналов одинаков, т. е.

$$V=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int Z_0^2(r,q)drdq=1.$$

Будем считать, что $\int_{-\infty}^{\infty}|E(2r')|^2dr'=1$, $\int_{-\infty}^{\infty}|S(r')|^2dr'=1$. Запишем выражение для объема:

$$V=\frac{1}{2\pi}\iint_{-\infty}^{\infty}\int\int E(2r')S^*(r'-r)e^{jqr'}E^*(2r'')S(r''-r)e^{-jqr''}dqdrdr'dr''.$$

Интегрирование по q приводит к δ – функции: $\int_{-\infty}^{\infty}e^{jq(r'-r'')}dq=2\pi\delta(r'-r'')$.

При дальнейшем интегрировании, используя свойство δ – функции, переменную r'' заменим на r'. В результате имеем:

$$V=\int_{-\infty}^{\infty}|E(2r')|^2|S(r'-r)|^2dr'dr=\int_{-\infty}^{\infty}|E(2r')|^2|S)r'_1)|^2dr'dr'_1=1.$$

Таким образом, объем сигнального тела рассеяния, заключенного между поверхностью функции рассеяния и плоскостью r,q, является величиной постоянной, равной единице и не зависящей от видов и параметров зондирующих сигналов. Другими словами, путем подбора видов зондирующих сигналов нельзя изменить объем сигнального тела рассеяния, можно лишь некоторым образом перераспределить этот объем.

Если сигнал (сигналы) видоизменяют с целью изменения рельефа тела рассеяния в некоторой части плоскости r,q для улучшения характеристик системы, то, руководствуясь принципом постоянства объема, необходимо определить, куда на плоскости r,q переместились «вытесненные» части тела рассеяния, либо откуда они были заимствованы и проверить влияние такого преобразования сигнальной функции на качество работы системы.

Свойство 2. Двумерная сигнальная функция рассеяния не обладает свойством центральной симметрии:

$$Z(-r,-q) \neq Z(r,q).$$

Запишем выражение для $Z(r,q)$:

$$Z(r,q) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} E(2r')S^*(r'-r)e^{jqr'}dr' \right|, \tag{5}$$

теперь в этом выражении изменим знаки перед r и q:

$$Z(-r,-q) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} E(2r')S^*(r'+r)e^{-jqr'}dr' \right|.$$

Для доказательства перейдем в последнем выражении к комплексно-сопряженным величинам

$$Z(-r,-q) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} E^*(2r')S(r'+r)e^{jqr'}dr' \right|. \tag{6}$$

Выражение (6) не совпадает с выражением (5). Член S в (6) отличается от соответствующего члена в (5) направлением сдвига. Поскольку взаимокорреляционная функция не является четной функцией аргумента сдвига r, то выражения (5) и (6) не равны.

Свойство 3. Значения функции $Z_0(r,q)$ находятся в диапазоне [0,1]. Это следует из неравенства Коши-Буняковского:

$$Z^2(r,q) \leq \int_{-\infty}^{\infty} |E(2r')|^2 dr' \int_{-\infty}^{\infty} |S(r')|^2 dr'.$$

Соответственно, если $\int_{-\infty}^{\infty} |E(2r')|^2 dr' = 1$, $\int_{-\infty}^{\infty} |S(r')|^2 dr' = 1$, то значения $Z(r,q)$ также находятся в диапазоне [0,1].

Функция $Z_0^2(r,q)$ в точке $r = 0, q = 0$ не обязательно равна единице, а соотношение

$$Z_0^2(r,q) \leq Z_0^2(0,0)$$

в общем случае не справедливо. Это вытекает из известного положения, что значение взаимокорреляционной функции при нулевом сдвиге не обязано достигать максимума.

Свойство 4. Функция $Z^2(r,q)$ не инвариантна относительно двумерного преобразования Фурье, т. е. не является своим собственным двумерным преобразованием Фурье:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int Z^2(r,q) \cdot e^{-jvr} e^{juq} dr dq = \frac{1}{2\pi} \int\int_{-\infty}^{\infty} \int\int E(2r')S^*(r'-r) \times$$

$$\times e^{jqr'} E^*(2r'')S(r''-r)e^{-jqr''} e^{-jvr} e^{juq} dr dq dr' dr''.$$

Интегрирование по q приводит к δ – функции $\int_{-\infty}^{\infty} e^{jq(r'-r''+u)} dq = 2\pi\delta(r'-r''+u)$.

При дальнейшем интегрировании по r', используя свойство δ – функции, переменную r' заменим на $r' = r''-u$. Произведя далее замену переменной r на $r''-r$, получим:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int E[2(r''-u)]S^*(r''-u-r)E^*(2r'')S(r''-r)e^{-jvr}dr''dr = \int_{-\infty}^{\infty}\int E^*(2r'')E(2r''-2u)e^{-jvr''}\times$$

$$\times S(r)S^*(r-u)e^{jvr}dr''dr = F_E^*(2u, v/2)F_s(u,v).$$

Таким образом, результатом двумерного преобразования Фурье квадрата функции рассеяния электромагнитного и акустического сигналов является произведение двух комплексно-сопряженных множителей в виде двумерных автокорреляционных функций акустического и радиосигнала.

Свойство 5. Некоторая функция $F(r,q)$ осуществима как сигнальная функция рассеяния в том и только в том случае, если обратное преобразование Фурье этой функции является произведением двух комплексно-сопряженных множителей.

На основании обратного преобразования Фурье определения (3), которое можно рассматривать как преобразование Фурье по переменной r', имеем:

$$\int_{-\infty}^{\infty}F(r,q)e^{-jqr'}dq = E(2r')S^*(r'-r). \qquad (7)$$

Следовательно, если преобразование Фурье функции $F(r,q)$ можно представить в форме (7), то она является пространственно-частотной корреляционной функцией, а $E(r')$ и $S(r')$ – соответствующими сигналами.

Можно также показать, что, если два сигнала $E_1(r')$ и $E_2(r'')$ (или два акустических сигнала) отличаются только начальной фазой (при прочих неизменных условиях), то им соответствуют одинаковые функции рассеяния $Z(r,q)$.

Функции $Z(r,q)$ и $Z^2(r,q)$ можно изображать в прямоугольной системе координат в виде поверхности. Рельеф тела рассеяния можно также характеризовать с помощью линий, полученных при сечении тела рассеяния горизонтальными плоскостями на определенном уровне $Z(r,q) = const = Z_c$, эти линии будем называть диаграммами рассеяния. Например, целесообразно использовать сечения на уровне $Z_c = 0{,}5(0{,}7)$ и $Z_c = 0{,}1$. Тогда область $Z \geq 0{,}5$ будет представлять собой область высокой корреляции акустического и радиосигнала, область $Z < 0{,}5$ – область низкой корреляции, а зона $Z < 0{,}1$ – область нулевой корреляции. Число используемых градаций при необходимости может быть увеличено.

Тело рассеяния можно характеризовать и с помощью сечений вертикальными плоскостями $r = const = r_0$, $q = const = q_0$. Форма сечения тела рассеяния плоскостью $q = q_0$ совпадает с огибающей рассеянного сигнала, когда электромагнитный и акустический сигналы расстроены на величину q_0. Анализ этих сечений позволяет установить влияние расстройки на степень уменьшения амплитуды рассеянного сигнала и, соответственно, на основные характеристики системы, зависящие от амплитуды. Протяженность сечения на уровне $Z = 0{,}5$ определяет разрешающую способность по дальности, однако для радиоакустических систем этот параметр не так важен, как в радиолокации.

Таким образом, предложенная сигнальная функция рассеяния определяет основные информационные характеристики систем радиоакустического и акустического зондирования атмосферы. Она может использоваться при анализе свойств сигналов, выборе подходящих видов сигналов, оценке характеристик системы зондирования.

Список литературы: 1. *Кон А. И., Татарский В. И.* Частотный спектр сигнала при радиоакустическом зондировании атмосферы // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1980. Т. 16, №3. С. 219-228. 2. *Каллистратова М. А., Кон А. И.* Радиоакустическое зондирование атмосферы. М.: Наука, 1985. 200 с. 3. *Ширман Я. Д., Манжос В. Н.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981. 416 с.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 2.11.2000

УДК 621.391:519.2+537.87

В. Г. ВОЛОСЮК, канд. техн. наук

СИНТЕЗ ФИЛЬТРА-КЛАССИФИКАТОРА ДЛЯ СИГНАЛА, ОТРАЖЕННОГО ОТ СЛАБОКОНТРАСТНОГО ПРОТЯЖЕННОГО ОБЪЕКТА В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ФОРМЫ СИГНАЛА

Введение

Развитие дистанционных методов исследования природной среды включает в себя разработку и изготовление систем подповерхностного зондирования, с помощью которых можно исследовать объекты, расположенные в слоистой среде. Использование видеоимпульсов в качестве зондирующих сигналов позволяет проводить активную локацию объектов на большей глубине и повышать разрешающую способность подповерхностных радиолокационных систем. При этом возрастает роль способов и методов получения и обработки информативных параметров, характеристик протяженных подповерхностных объектов в целях определения их типа, назначения и пространственного положения в различные моменты времени [1-4]. В процессе получения радиолокационной информации решаются следующие основные задачи: обнаружение объектов, измерение параметров их движения, разрешение объектов и распознавание объектов.

Если вид законов распределения характеристик объектов неизвестен, а выборки имеют малые размеры, то обработка сигналов по определению типа объекта решается методами распознавания образов и состоит из выбора информативных, устойчивых характеристик различных объектов и классификации объектов.

Постановка задачи и цель обработки подповерхностных сигналов

В активной видеоимпульсной радиотехнической системе подповерхностного зондирования (ВРТС ППЗ) источник информации представляет собой принимаемый сигнал $u(t,\vec{r})$, где t и $\vec{r} = \{x, y, z\}$ – время и координаты точки приема. Извлечение полезной информации из принятого сигнала затрудняется наличием помех, являющихся: 1) аппаратными шумами, накладываемыми на зондирующий и принимаемый сигналы [5, 6]; 2) помехами, обусловленными распространением зондирующего сигнала через неоднородную поглощающую среду. В дисперсной среде волны, имеющие разные частоты, распространяются с различными фазовыми скоростями, что приводит к изменению формы импульса по мере его распространения [7-10]; 3) отражениями от несущественных объектов (наземных, воздушных и подповерхностных), которые находятся в зоне распространения зондирующего сигнала; 4) помехами, обусловленными конечной длительностью зондирующего сигнала. При глубинах зондирования порядка нескольких метров передний фронт зондирующего импульса, отразившись от объектов, начинает распространяться в сторону приемной антенны и при этом взаимодействует с частью зондирующего импульса, которая еще распространяется от передающей антенны.

Целью обработки подповерхностных сигналов является: 1) синтез функции принятия решения, с помощью которой можно распознать на исходном изображении только один подповерхностный объект; 2) создание способа адаптивного распознавания, с помощью которого можно определять местоположение всего протяженного подповерхностного объекта, а не только его части. Таким объектом может быть, например, дно озера или подземный трубопровод.

Описание эксперимента

Эксперимент проводился на поселке Жуковского (г. Харьков). Проводилось подповерхностное зондирование участка городской мостовой. Схема расположения объектов на маршруте движения ВРТС ППЗ представлена в работе [4]. Был выбран участок мостовой с пролегающей подземной теплотрассой. Продвижение ВРТС ППЗ при зондировании проводилось перпендикулярно залеганию трубопровода теплотрассы. Антенна ВРТС ППЗ располагалась на расстоянии 0,01 м от поверхности Земли. Зондирующий импульс возбуждения ВРТС ППЗ на входе антенны имеет форму гауссоиды со смещенным влево центром тяжести. Амплитуда импульса равна 140 В. Зависимость от времени напряженности магнитного поля на расстоянии 2 м от антенны в направлении максимума диаграммы направленности имеет форму одного периода синусоиды. Максимальное значение напряженности первой положительной полуволны синусоидального импульса равно 0,5 А/м. Максимальное значение напряженности второй отрицательной полуволны синусоидального импульса равно 0,3 А/м. Более подробная информация о подповерхностных объектах и условиях проведения эксперимента представлена в работе [4].

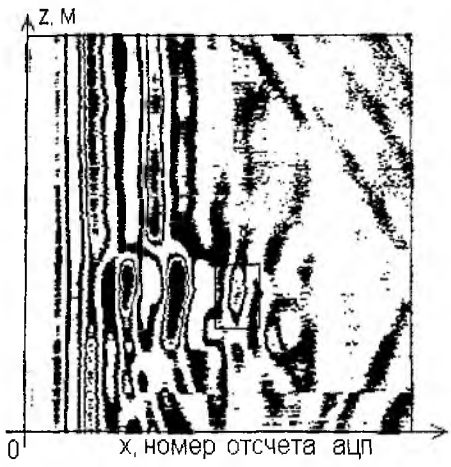


Рис. 1

4. Данные подповерхностного зондирования. В результате работы ВРТС ППЗ было получено подповерхностное изображение участка земной поверхности, которое показано на рис. 1. Свяжем с изображением декартову систему координат xyz. По оси x отложены номера отсчетов аналого-цифрового преобразователя (АЦП) принятых подповерхностных сигналов. Удвоенное расстояние, на которое проникает вглубь Земли зондирующий импульс, определяется путем умножения значения x (номера отсчета АЦП) на период следования импульсов АЦП и на среднюю скорость распространения электромагнитного импульса в среде. Расстояние x = 0 (нулевой отсчет АЦП) соответствует поверхности Земли. Точки на оси z (при x = 0) соответствуют точкам поверхности Земли, в которых излучался и принимался зондирующий импульс при движении ВРТС ППЗ. Расстояние между точками по оси z равно 0,06 м, т.е. через 0,06 м посылался и принимался зондирующий импульс. По оси y, направленной перпендикулярно к плоскости рисунка (плоскости xz), откладывались численные значения принятого сигнала u(x, z) в значениях отсчетов АЦП. На рис. 1 численные значения u(x, z) выражены в виде значений яркости точек изображения. Максимальному значению u(x, z) соответствует белый цвет рисунка, а минимальному – черный. Промежуточные значения u(x, z) соответствуют оттенкам серого, но из-за черно-белой печати оттенки серого перешли на рисунке в черный или белый цвета.

Если в момент t = 0 (при x = 0 и z = 5, например) излучается зондирующий импульс, то точка изображения, рассматриваемая на линии, параллельной оси x при z = 5, пропорциональна расстоянию, которое проходит зондирующий импульс от антенны передатчика до подповерхностного объекта, затем отражается от объекта и возвращается в антенну приемника. Поэтому всегда можно пересчитать номер отсчета, отложенный на оси x, во время распространения зондирующего импульса до объекта.

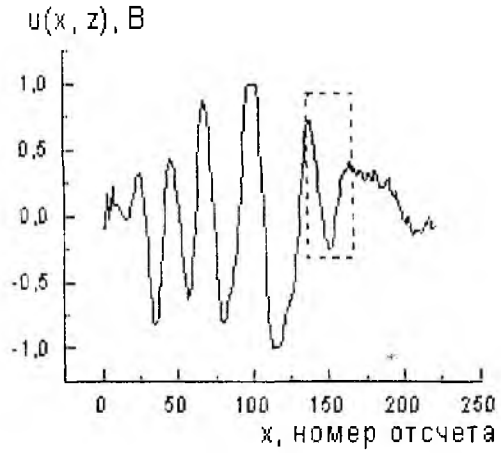


Рис. 3

В выделенном прямоугольнике на рис. 1 (непрерывная черная линия) находится часть изображения, сформированная отражениями от исследуемого подповерхностного объекта (бетонного короба теплотрассы). На рис. 2 показан сигнал, принятый в точке поверхности Земли над исследуемым объектом. Участок сигнала в прямоугольнике (штриховая линия) представляет собой отражение от исследуемого объекта (УСО). Местоположение УСО определялось следующим образом. По известной глубине залегания исследуемого объекта (равна 1,8 ... 2,0 м и проверяется путем углубления земли до объекта) и скорости распространения электромагнитного зондирующего импульса определялось время $t_{об}$, за которое импульс распространялся от передатчика до объекта и обратно к приемнику. Известно также время между отсчетами АЦП (определяется тактовой частотой АЦП) $T_{АЦП}$. Разделив $t_{об}$ на $T_{АЦП}$ и умножив результат на 2, получаем номер отсчета АЦП, с которого начинается УСО. Исследуемый подповерхностный объект – бетонный короб теплотрассы – имеет следующие геометрические размеры поперечного сечения, вдоль которого проводились измерения: 1,2 м – по оси z и 0,6 м – по оси x.

При получении подповерхностного изображения в каждой точке на оси z (на линии, по которой передвигалась ВРТС ППЗ на земной поверхности) формировался один зондирующий и один принятый сигнал, т.е. условия для статистической обработки сигналов не были созданы.

В качестве априорной информации использовался один принятый сигнал. При этом априорно известно местоположение УСО в принятом сигнале. Априорная информация (местоположение УСО) получена по известной глубине залегания теплотрассы и месте ее залегания на земной поверхности. При измерении рельефа дна это может быть участок сигнала, который соответствует измеренной в

одном месте глубине озера. Таким образом, в качестве априорной информации используется форма УСО в окрестности точки, соответствующей измеренной (или известной априорно) глубине залегания объекта. УСО при этом может иметь произвольную форму и амплитуду, т.е. объект можно полагать слабоконтрастным.

Способ синтеза аналитического двумерного фильтра-классификатора для отраженного сигнала (начало)

При статистическом подходе к задаче распознавания объектов полное вероятностное описание сигнала дается его n-мерной плотностью вероятности. Однако, как правило, априорной информации и обоснованно принятых гипотез относительно объектов исследования для получения многомерной плотности вероятности оказывается недостаточно. Кроме того, экспериментальная проверка адекватности рассматриваемых моделей объектам исследования в рассматриваемом случае на уровне n-мерной плотности вероятности практически нереализуема ввиду недостаточности объема экспериментальных данных, трудностей в проведении статистических измерений и интерпретации их измерений. В некоторых случаях плотности вероятностей изучают непосредственно, но чаще всего получают их с помощью аппроксимации подходящими рядами по моментным функциям [11]. В настоящее время хорошо разработаны модели сигналов, имеющие гауссовы распределения вероятностей параметров в задачах обнаружения, оценки и измерения характеристик объектов [5-8]. Если же распределения вероятностей параметров сигнала не являются гауссовыми, то для описания плотности распределения произвольного вида необходимо использовать моментные функции более высоких порядков, чем корреляционные [11].

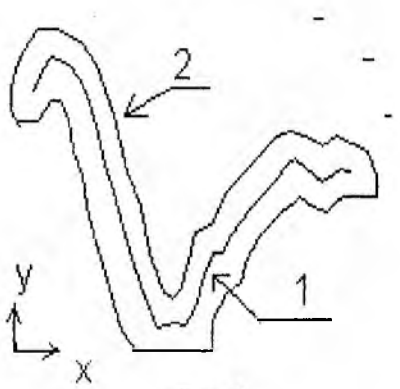


Рис. 1

Сформируем еще одну координатную ось, перпендикулярную плоскости xy. В этом трехмерном пространстве на плоскости xy располагаются принятые сигналы, а третья координатная ось $\rho(x,y)$ является осью плотностей вероятности распределений принятых сигналов. На рис. 3 УСО, который обозначен цифрой 1, показан с увеличением. Участок сигнала образован 34 точками, соединенными линией.

При излучении зондирующего импульса в различных точках земной поверхности происходит изменение формы УСО из-за наличия указанных выше помех. Поэтому для учета искажений, вносимых средой распространения при подповерхностном зондировании в процессе движения ВРТС ППЗ, необходимо для формы УСО указать допуск на ее изменение, т.е. построить пространственный (в данном случае в двумерном пространстве) фильтр для формы сигнала. Фильтр должен быть настроен на форму УСО и иметь допуск на искажения формы сигнала в целях выделения всего объекта, а не только его части. На рис. 3 под номером 2 показана граница допуска сигнала (ГДС). Внутренняя область замкнутой кривой 2 отведена на допустимые искажения формы сигнала, отраженного от исследуемого объекта.

Кривая 1 на рис. 3 представляет собой набор точек, который является реализацией УСО. Кривая 2 соответствует набору точек, который является реализацией ГДС из-за помех. ГДС выбиралась экспериментально в целях выделения на изображении только интересующего объекта без мешающих отражений. При наличии результатов теоретических исследований по оценке искажений, вносимых средой, в которую помещен объект , можно будет учитывать и их при определении ГДС. Значение дисперсии, как и форма ГДС, определялось экспериментально из условия выделения на изображении только заданного объекта на фоне мешающих отражений. В настоящее время проводится разработка программного обеспечения для автоматизированного построения ГДС, которая повторяет форму УСО. Разработанное программное обеспечение позволит в автоматическом режиме выбирать ГДС для возможности последовательного распознавания на изображении, во-первых, только одного отраженного сигнала, во-вторых, расширяя границы ГДС увеличивать количество отраженных сигналов, которые помещаются в ГДС. Автоматический режим выбора ГДС даст возможность проводить анализ изменения формы отраженных сигналов при зондировании различных участков Земли в целях исследования физических механизмов формирования как УСО, так и ГДС. Таким образом, предпринимаются шаги по исследованию зависимости формы ГДС от характеристик подповерхностного слоя Земли.

Проведем генерирование точек УСО по кривой 1 и ГДС по кривой 2 для получения достаточной информации для формирования законов распределений УСО $\rho_1(x,y)$ и ГДС $\rho_2(x,y)$. Для этого каждую точку УСО и ГДС полагаем оценками математических ожиданий двумерных гауссовых законов распределений, т.е. в каждой точке сигнала и его границы генерируются точки по двумерному гауссовому закону с заданной априорно дисперсией, которая определяет разброс генерируемых точек относительно векторов оценок математических ожиданий на плоскости.

Список литературы: 1. *Финкельштейн М.И., Мендельсон В.Л., Кутев В.А.* Радиолокация слоистых земных покровов / Под ред. М.И. Финкельштейна. М.:Сов. радио, 1977. 176 с. 2. *Масалов С.А., Пузанов А.О.* Дифракция видеоимпульсов на слоистых диэлектрических структурах // Радиофизика и радиоастрономия. 1997. Т. 2, № 1. С. 85-94. 3. *Корниенко Ю.В.* Оптимальная фильтрация отраженного сигнала в среде с дисперсией и поглощением // Радиофизика и электроника. 1999. Т 4, № 2. С. 74-77. 4. *Коваленко В.О., Масалов С.А.* Модификация метода синтезирования апертуры для обработки данных зондирования грунтов // Радиофизика и электроника. 1999. Т. 4, № 2. С. 126-131. 5. *Ширман Я.Д., Голиков В.Н.* Основы теории обнаружения радиолокационных сигналов и измерения их параметров. М.:Сов. радио, 1963. 278 с. 6. *Фалькович С.Е.* Оценка параметров сигнала. М.:Сов. радио, 1970. 336 с. 7. *Фалькович С.Е., Пономарев В.И., Шкварко Ю.В.* Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием / Под ред. С.Е. Фальковича. М.:Радио и связь, 1989. 296 с. 8. *Бендат Дж., Пирсол А.* Применения корреляционного и спектрального анализа. М.: Мир, 1983. 312 с. 9. *Применение цифровой обработки сигналов* / Под ред. Э. Оппенгейма. М.: Мир, 1980. 552 с. 10. *Джексон Дж.* Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965. 702 с. 11. *Дуда Р., Харт П.* Распознавание образов и анализ сцен. М.: Мир, 1976. 356 с.

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Поступила в редколлегию 3.12.2000

ДК 621.378

С. В. ТЮРИН, канд. тех. наук., М. М. БЫКОВ, канд. тех. наук, А. В. ГЛИНЯНЫЙ, В. А. РОМАНЮК

ФОРМИРОВАНИЕ МНОЖЕСТВА ОПОРНЫХ ИСТОЧНИКОВ ДЛЯ АДАПТИВНЫХ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ МНОГОПУЧКОВОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

Как известно, эффективная компенсация влияния атмосферы на изображение какого-либо объекта наблюдается лишь в пределах изопланатического угла $\theta_{из}$, зависящего от радиуса когерентности атмосферы r_0 и высоты эффективного турбулентного слоя над землёй h_0 (рис. 1). Угол изопланатизма в видимом диапазоне составляет величину порядка 4...15 секунд в зависимости от местности, времени суток, погодных условий. Используя один опорный источник (ОИ) в изопланатической области с помощью адаптивной системы можно получить неискаженное (скорректированное) изображение точечного объекта. При наблюдении протяженного объекта, угловые размеры которого превыщают величину изопланатического угла, с помощью одного опорного источника компенсировать влияние атмосферы в плоскости изображения не удаётся. Улучшение качества изображения в его центральной части, соответствующей одной изопланатической области, приводит к его ухудшению на периферии (рис. 1). В связи с этим возникает актуальная задача создания нескольких опорных источников по числу зон изопланатизма, укладывающихся в плоскости протяженного объекта. Количество опорных источников зависит от диаметра входной апертуры оптического средства D, высоты опорного источника над плоскостью оптической системы z_0, радиуса когерентности атмосферы r_0, высоты эффективного турбулентного слоя над землёй h_0 и определяется выражением [1]:

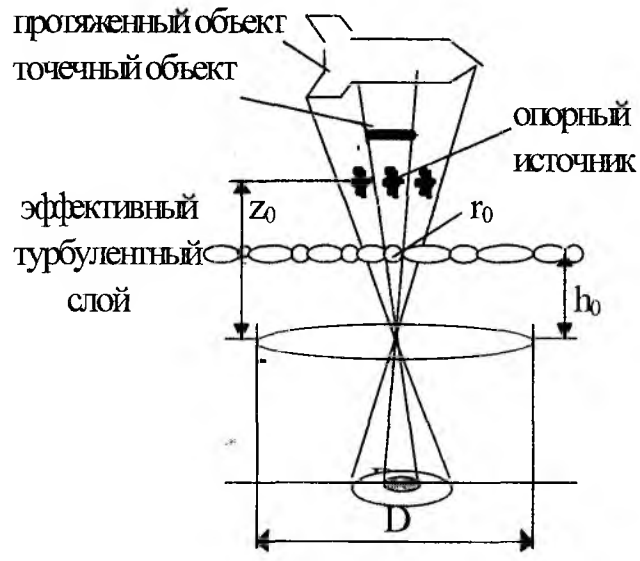


Рис. 1

$$N_{ои} = 2{,}25\frac{D^2 h_o^2}{z_o^2 r_o^2} \qquad (1)$$

Зависимость количества необходимых опорных источников от высоты над плоскостью апертуры при $h_0 = 10$ км, $r_0 = 0{,}1$ м, $D = 0{,}5$ м представлена на рис. 2.

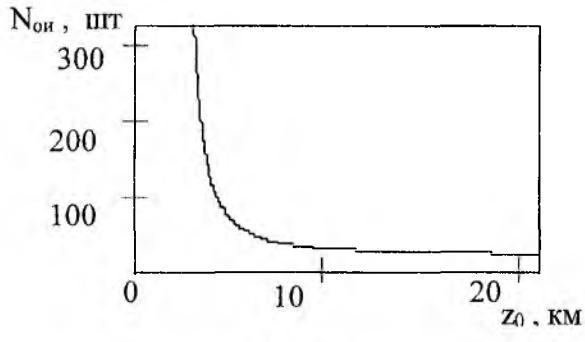


Рис. 2

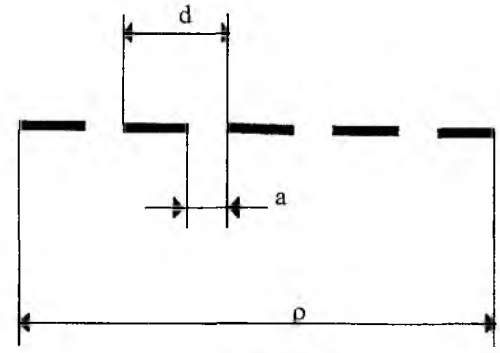


Рис. 3

Из графика видно, что чем больше высота, на которой создаются опорные источники, тем меньшее количество их необходимо.

В данной работе рассматривается возможность создания множества опорных источников с помощью многопучковой интерференции. Многопучковое излучение формируется с помощью непро-

зрачного экрана-маски с периодически расположенными равноразмерными отверстиями. Другими словами, экран представляет собой транспарант с периодом d и отверстиями a, ограниченный размером ρ (рис. 3).

Распределение интенсивности в дальней зоне в этом случае записывается известным выражением [2]:

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{nkd\theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{kd\theta}{2}\right)} \right)^2 \left(\frac{\sin\left(\frac{ka\theta}{2}\right)}{\frac{ka\theta}{2}} \right)^2, \qquad (2)$$

где I_0 – интенсивность в центре картины; n- количество отверстий в транспаранте; k=2π/λ-волновое число; θ – угол дифракции.

На рис. 4 представлено распределение интенсивности $I(\theta)$ в дальней зоне при многолучковой интерференции. При этом каждому максимуму интерференционной картины соответствует пространственное положение опорного источника. Характер результирующей интерференционной картины определяется параметрами транспаранта, поэтому путем их изменения можно варьировать числом и пространственным положением максимумов в главном лепестке распределения интенсивности.

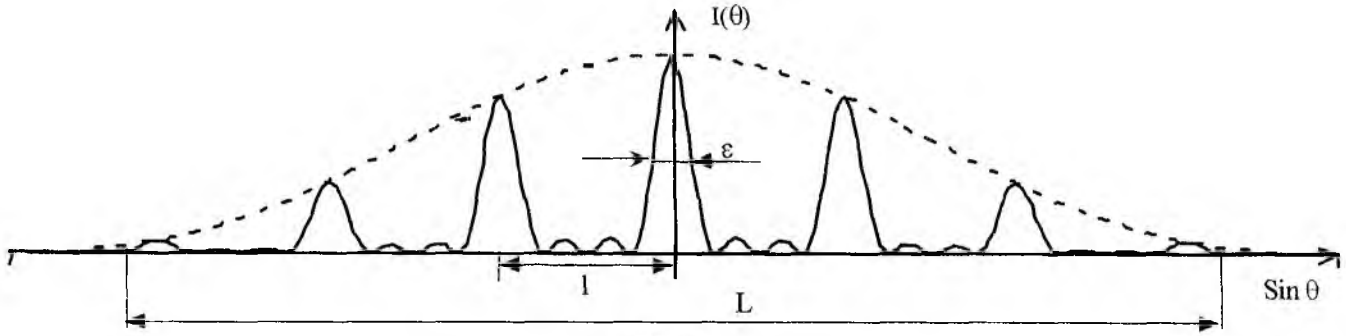


Рис. 4

Данный эффект и предлагается использовать в основе метода создания множества ОИ. Основные параметры распределения интенсивности (рис.4) находятся из выражений:

$$l = \frac{\lambda}{d} z_0 \qquad (3)$$

– расстояние между соседними максимумами интенсивности (расстояние между ОИ),

$$L = 2\frac{\lambda}{a} z_0 \qquad (4)$$

– ширина главного лепестка распределения (размер общей картины ОИ),

$$\varepsilon = 2\frac{\lambda}{\rho} z_0 \qquad (5)$$

– ширина максимумов интенсивности (диаметр ОИ),

$$N = \frac{L}{l} = 2\frac{d}{a} \qquad (6)$$

– общее количество максимумов (опорных источников).

Возможность создания на необходимом расстоянии z_0 требуемого количества N опорных источников диаметром ε на удалении l друг от друга была исследована на экспериментальной установке (рис. 5), где 1 – источник лазерного излучения; 2 – коллиматор; 3 – диафрагма; 4 – транспарант; 5 – экран с миллиметровой шкалой. В качестве источника излучения использовался лазер ЛГ-38. Параметры 3-х типов транспарантов представлены в таблице.

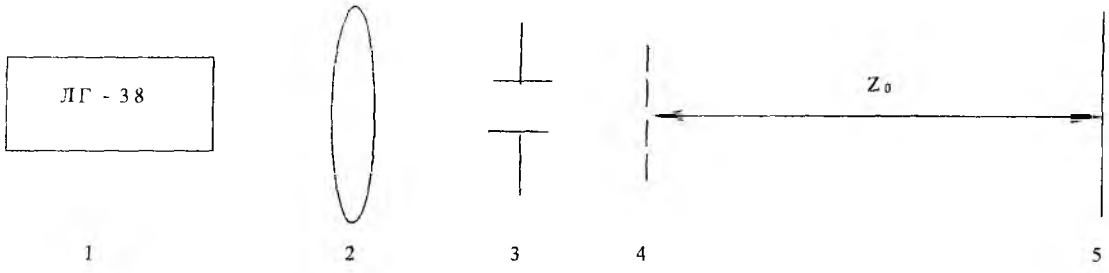


Рис. 5

Таблица

Параметры	а	б	в
d, мм	1	0,25	1
a, мм	0,8	0,16	0,4
ρ, мм	3	3	3

Размер диафрагмы (базы транспаранта ρ) выбирался из условия достижимости области дифракции Фраунгофера ($z_0 \geq \rho^2/\lambda$). Результаты эксперимента приведены на рис. 6. Они с достаточной степенью точности согласуются с машинным моделированием в соответствии с формулами (3-6). Была проведена оценка параметров транспаранта, необходимых для создания трех опорных источников ($N = 3$) на дальности $z_0 = 100$ м при r_0=0,005 м, диаметре апертуры $D = 0,2$ м. Диаметр ограничивающей диафрагмы (ρ) рассчитывался из условий обеспечения неразрешимости оптической системой отдельного ОИ ($1,22\lambda/r_0 \geq 2\lambda/\rho$). Результаты моделирования следующие: период транспаранта $d = 1,2$ см, размер отверстия $a = 0,84$ см, диаметр ограничивающей диафрагмы $\rho = 12$ см.

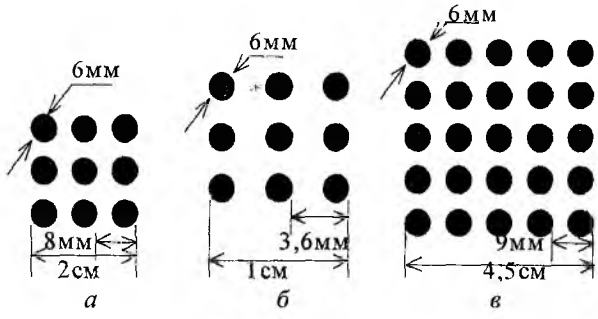


Рис. 6

Влияние атмосферной турбулентности на многопучковую интерференцию исследовано в [3]. Оно сводится в основном к некоторому искажению результирующей интерференционной картины, выражающемуся в расширении интерференционных полос и ухудшению контраста.

Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о возможности создания опорных источников на основе многопучковой интерференции.

Список литературы: 1. *Gardner C.S.* Design and performanse analysis of adaptive optical telescopes using laser guide stars // Proceedings of the IEEE. 1990. Vol.78, №11. 2. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. Пер. с англ. /Под ред. Матулевич Г.П. М.: Наука, 1973. 3. *Сухоруков А.П., Фадеев В.М., Шумилов Э.Н.* Влияние атмосферной турбулентности на многопучковую интерференцию // Оптика атмосферы. 1988. Т.01, №1. С. 59-66.

Харьковский военный университет
Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 18.12.2000

УДК 621.396.677

У. Р. ЛИЕПИНЬ, канд. техн. наук, О. Н. СТАВИЦКИЙ

АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ ЧАСТИЧНО НЕВОЗБУЖДАЕМОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

Приведен метод и процедуры алгоритмического восстановления уровня боковых лепестков и ширины диаграммы направленности (ДН) в решетке, часть излучателей которой не возбуждается. Показана возможность алгоритма на конкретном примере восстановления ДН линейной антенной решетки.

Существенное влияние на параметры диаграмм направленности (ДН) ФАР оказывают отказы в системах управления амплитудой и фазой принятых (излученных) сигналов. В [1] приведен статистический анализ ДН ФАР при отказах излучателей. Показано, что искажение амплитудного распределения (АР) из-за отказов излучателей приводит к заметному (на 10 и более дБ) росту уровня боковых лепестков (УБЛ). При этом, чем ближе отказавшие излучатели к центру апертуры, тем сильнее рост УБЛ при том же числе отказавших излучателей. В [2] показано, что, чем ниже номинальное УБЛ в решетке. тем сильнее на него влияют искажения АР. Увеличение УБЛ ДН решеток заметно снижает помехозащищенность и электромагнитную совместимость радиотехнических систем. В настоящее время защита радиотехнических систем от помех и решение задач электромагнитной совместимости являются первостепенными задачами, особенно в радиолокационных системах.

Наиболее простой способ восстановления номинальных параметров ДН – замена или ремонт неисправных элементов решетки. Однако, если доступ к ФАР или ее излучателям затруднен или невозможен, необходимо разрабатывать алгоритмические методы восстановления параметров ДН.

Целью статьи является разработка и анализ простого надежного способа алгоритмического восстановления основных параметров ДН при неустранимых в процессе эксплуатации отказах типа "невозбуждение" части излучателей решетки.

Готовой методики и алгоритмов решения поставленной таким образом задачи пока нет. Методы решения ряда частных задач описаны в [3,4].

В [3] приведена методика восстановления ДН путем восстановления отсутствующих отсчетов сигналов в цифровых приемных решетках. В решетках с фазовращателями и в приемо-передающих решетках эта методика не реализуема.

Работа [4] посвящена восстановлению ДН решеток в условиях отказов части излучателей путем изменения комплексных амплитуд возбуждения в исправных каналах. Недостаток этой работы в том, что изменения номинального амплитудно-фазового распределения (АФР), предназначенные для компенсации влияния на ДН невозбужденного канала, возлагаются только на два соседних с неисправным канала. Это заранее ограничивает количество степеней свободы решетки, привлекаемых для восстановления ДН. а, следовательно, заметно снижает потенциальные возможности применяемых процедур адаптации к отказам излучателей.

В данной статье приводится один из возможных вариантов реализации метода адаптированного к отказам излучателей синтеза АФР, изложенного в [5], и заключающегося в принудительном формировании нулей ДН неисправной решетки в направлениях, соответствующих номинальной ДН исправной решетки.

Исправная решетка, содержащая N каналов, имеет N-1 управляемых нулей в ДН. В случае невозбуждения K каналов количество управляемых нулей снижается до N-K-1. Это означает, что при синтезе можно заказывать принудительное формирование только R=N-K-1 нулей. Учитывая это, модель подпространства с управляемыми нулями может быть сформирована при помощи $N \times R$ матрицы волновых фронтов:

$$\mathbf{F}_R = [\mathbf{f}_1 \vdots \cdots \vdots \mathbf{f}_R], \tag{1}$$

где

$$f_r^{\mathrm{T}} = [\ldots C_i \exp[j(i-t)\psi_r]\ldots], \quad i \in 0, N-1; \ r \in 1, R; \ t = 0{,}5(N-1). \tag{2}$$

Множители C_i принимают два значения, 1 или 0, и описывают неустранимые дефекты в АР, ψ_r – обобщенные углы, соответствующие направлениям формируемых (принудительно) нулей.

Используя (1) можно сформировать модель корреляционной матрицы в виде:

$$\mathbf{M} = \mathbf{I} + \mathbf{F}_R diag(p_r^2) \mathbf{F}_R^H, \tag{3}$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица, размерности $N \times N$; $diag\left(p_r^2\right)$ – $R \times R$ диагональная матрица; p_r^2 – коэффициенты, характеризующие требуемую глубину формируемых нулей (в реальной решетке – отношение сигнал/шум при приеме r-го источника); знак "H" – комплексно-сопряженное транспонирование.

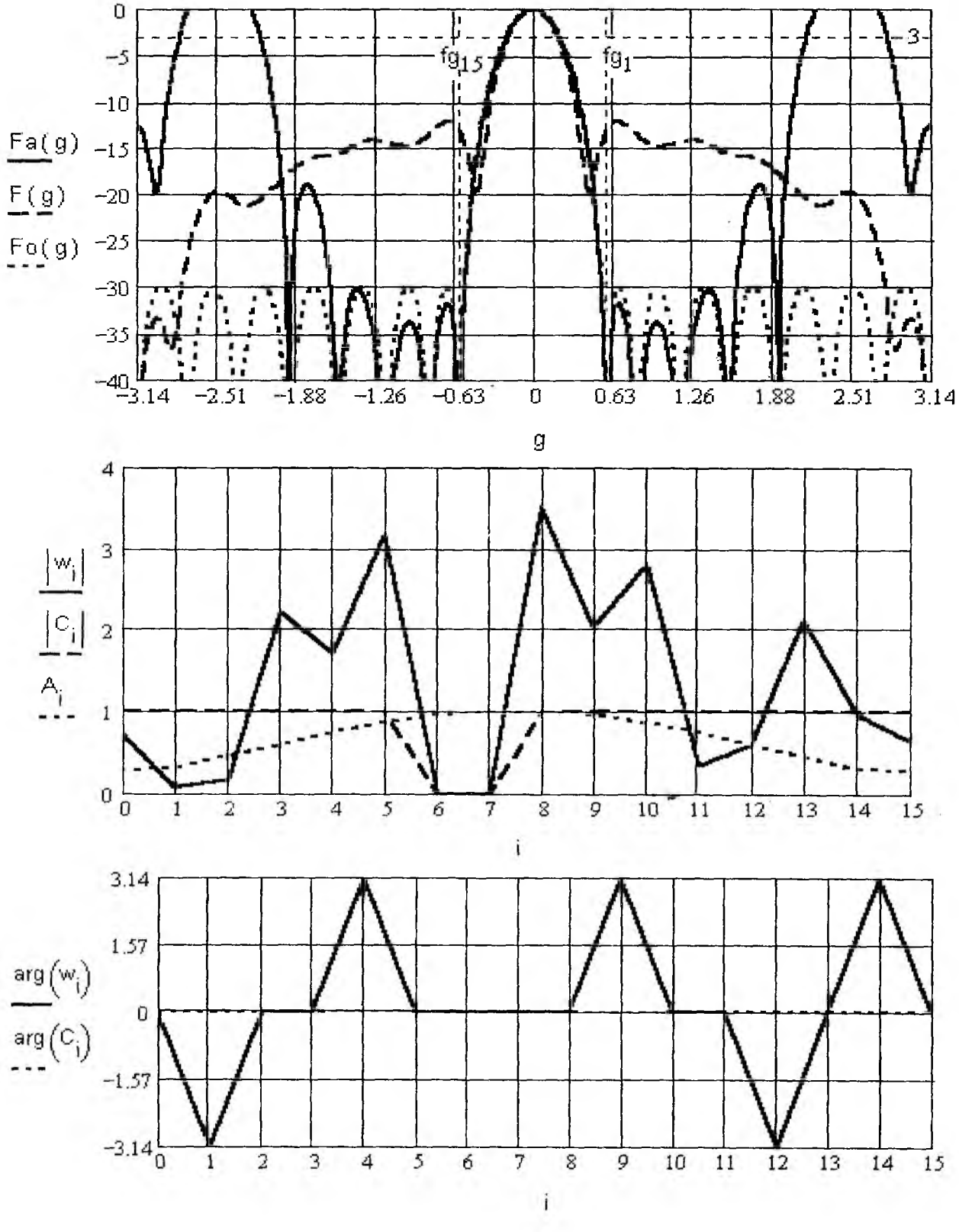


Рис.

Воспользуемся традиционной записью вектора АФР $\boldsymbol{\omega}$, формирующего ДН с нулями ориентированными в направлении ψ_r [6]:

$$\boldsymbol{\omega} = e\mathbf{M}^{-1}\mathbf{V}, \qquad (4)$$

где e – нормирующий множитель Лагранжа, обеспечивающий заданный уровень усиления в направлении главного максимума; V – вектор волнового фронта, задающий направление фазирования решетки, но в данном случае, то есть при синтезе, необходима замена V=C.

Количество реставрируемых нулей в ДН определяется величиной $R \le N - K - 1$, а УБЛ – подбором величин ψ_r. Для реализации алгоритма необходима информация о номерах отказавших излучателей.

Возможность предлагаемого метода и алгоритма иллюстрируются результатами моделирования, представленными на рисунке.

Исследовался множитель системы линейной эквидистантной решетки, содержащей N=16 каналов, имеющей дольф-чебышевское АР, рассчитанное на УБЛ, равном -30 дБ. Обозначения на рисунке:

$Fa(g)$ (сплошная линия) – множитель системы после применения синтеза согласно (4);

$F(g)$ (штриховая линия) – искаженная дефектами АР ДН;

$F_0(g)$ – идеальная ДН;

$|w_i|$ – синтезированное АР;

$|C_i|$ – вектор дефектов АР (отказали каналы с номерами i=6, i=7);

A_i – номинальное АР;

g – обобщенный угол, отсчитываемый от нормали к апертуре.

Результаты моделирования подтверждают реализуемость и эффективность предлагаемого алгоритма синтеза АФР, учитывающего неустранимые дефекты в АР.

Для рассматриваемого примера, при отказе двух соседних излучателей, УБЛ в неисправной решетке возрос более, чем на 15 дБ. После применения синтеза восстановились ширина ДН и номинальный УБЛ, но в секторе $\pm 30^\circ$ относительно центра главного максимума.

Если два отказа размещены не в соседних каналах, то восстанавливаемый сектор увеличивается до $\pm 50^\circ$ независимо от номеров отказавших каналов. Увеличение числа отказов приводит к уменьшению R и сужению размеров сектора, в котором восстанавливается УБЛ.

Таким образом, в ситуациях, когда доступ к ФАР и ее элементам затруднен, возможна реализация алгоритма восстановления УБЛ и ширины ДН путем принудительной ориентации нулей неисправной решетки в направлениях, соответствующих ориентации нулей номинальной ДН.

Список литературы: 1. *Бейдер А.Б.* Статистический анализ ДН ФАР при отказах излучателей // Радиоэлектроника. ИВУЗ. 1990. № 2. С.28-33. 2. *Шифрин Я.С., Корниенко Л.Г.* Статистика поля антенных решеток // Антенны. 2000. № 1 (44). С. 3-26. 3. *Mailloyx R.Z.* Array failure correction with a digitaly beam-formed array. IEEE Trans. Ant. and Proc. December 1996. Vol. 44. PP. 1543-1550. 4. *Levitas M., Horton D.A, Cheston T.C.* Practical failure compensation in active phased arrays. Trans. Ant. and Proc. March 1999. Vol. 47. № 3. PP. 524-535. 5. *Shifrin Y.S., Liepin U.R., Golovina L.V.* Method and algorithms of PAA RP sunthesis adaptive to its elements failure. Proc. of the 3rd Int. Conf. of Ant. Theory and Techn. Sevastopil. Ukraine. 8-11 Sept. 1999. P. 297-299. 6. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория. Справочник / под ред. *Ширмана Я.Д.* М.: ЗАО "МАКВИС". 1998. 828 с.

Харьковский военный университет

Поступила в редколлегию 17.01.2001

УДК 621.396.962.27

В. Н. МАНЖОС, д-р техн. наук, С. В. ПШЕНИЧНЫХ, канд. техн. наук, Ю. А. ПОПОНИН.

ОДНОЗНАЧНАЯ ОЦЕНКА КООРДИНАТ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ В РАЗНЕСЕННОЙ СИСТЕМЕ ПАССИВНОЙ РАДИОЛОКАЦИИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РАЗНОСТНО-ДАЛЬНОМЕРНОГО МЕТОДА ИХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В известных алгоритмах определения координат источников радиоизлучений (ИРИ) в разностно – дальномерной системе (РДС) с произвольными числом и расположением выносных приемных пунктов (ВПП) вначале определяется дальность d до ИРИ относительно опорного пункта, а затем угловые координаты (азимут β и угол места ε) [1]. При большом числе ИРИ и слабонаправленных антеннах ВПП, такой порядок определения координат становится относительно сложным, поскольку при этом возникает необходимость в операции специального отождествления разностей расстояний R_i по каждому ВПП. Необходимость проведения такой операции вызывается тем, что априории не известно какое значение R_i в каждом ВПП соответствует данному ИРИ. Поскольку эту операцию необходимо производить по всем целям в зоне обзора РДС, то при относительно большом числе ИРИ процедура их отождествления значительно усложняет процесс однозначного определения координат всех ИРИ.

Более простой алгоритм определения координат целей имеет место в угломерно-разностно-дальномерной системе. Упрощение при этом достигается за счет дополнительного измерения угловых координат пеленгуемых ИРИ. При этом каждой угловой координате ИРИ однозначно соответствует определенная разность расстояния R_i, что исключает операцию специального отождествления. Если обеспечить прием шумовых излучений в опорном пункте РДС только главным лепестком направленной антенны, что возможно при адаптивном подавлении излучений, воздействующих по боковым лепесткам, то реализацию процедуры однозначной пеленгации в РДС можно осуществить, если в качестве первичной оценки координат ИРИ измерять не дальности, а их угловые координаты. При этом разность расстояний R_i следует измерять для каждой пары первичных измерений угловых координат ИРИ.

Целью статьи является иллюстрация алгоритмов вычисления координат ИРИ при первичном измерении их угловых координат. При этом рассмотрим следующие характерные конфигурации РДС:

1. Число ВПП n = 2, измеряется азимут ИРИ β. Все ВПП расположены в одной плоскости с опорным пунктом, $z_i = 0$.

2. Число ВПП n = 3, измеряется азимут β и угол места ε ИРИ. ВПП расположены в одной плоскости с опорным пунктом, $z_i = 0$.

3. Число ВПП n = 3, измеряется азимут β и угол места ε ИРИ. Высоты ВПП относительно опорного могут быть различными, т. е. $z_i \neq 0$.

4. Число ВПП n = 4, измеряется азимут β и угол места ε ИРИ. Высоты ВПП относительно опорного могут быть различными, т. е. $z_i \neq 0$.

Анализ перечисленных конфигураций РДС удобно начать с 4–го варианта их построения. Соотношения, связывающие исходные данные и искомые координаты ИРИ в РДС с четырьмя ВПП, имеют вид [1]:

$$\begin{cases} X \cdot x_1 + Y \cdot y_1 + Z \cdot z_1 = a_1 - d \cdot R_1 \\ X \cdot x_2 + Y \cdot y_2 + Z \cdot z_2 = a_2 - d \cdot R_2 \\ X \cdot x_3 + Y \cdot y_3 + Z \cdot z_3 = a_3 - d \cdot R_3 \\ X \cdot x_4 + Y \cdot y_4 + Z \cdot z_4 = a_4 - d \cdot R_4 \end{cases}, \qquad (1)$$

где x_i, y_i, z_i – координаты ВПП; X, Y, Z – координаты ИРИ; d – дальность до ИРИ относительно опорного пункта; R_i – разности расстояний; $a_i = 0{,}5 \cdot (B_i^2 - R_i^2)$, где B_i – базы ВПП; i – номер ВПП.

В дальнейшем будем полагать, что отсчет азимута в РДС производится относительно оси **oy** по часовой стрелке. В этом случае искомые координаты X, Y, Z определяются соотношениями

$$X = d \cdot \cos(\varepsilon) \cdot \sin(\beta),\ Y = d \cdot \cos(\varepsilon) \cdot \cos(\beta),\ Z = d \cdot \sin(\varepsilon). \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), и обозначая, $s1(\beta,\varepsilon)=\cos(\varepsilon)\cdot\sin(\beta)$, $s2(\beta,\varepsilon)=\cos(\varepsilon)\cdot\cos(\beta)$, $s3(\varepsilon)=\sin(\varepsilon)$ получим:

$$\begin{cases} d\cdot(x_1\cdot s1(\beta,\varepsilon)+y_1\cdot s2(\beta,\varepsilon)+z_1\cdot s3(\varepsilon)+R_1)=a_1 \\ d\cdot(x_2\cdot s1(\beta,\varepsilon)+y_2\cdot s2(\beta,\varepsilon)+z_2\cdot s3(\varepsilon)+R_2)=a_2 \\ d\cdot(x_3\cdot s1(\beta,\varepsilon)+y_3\cdot s2(\beta,\varepsilon)+z_3\cdot s3(\varepsilon)+R_3)=a_3 \\ d\cdot(x_4\cdot s1(\beta,\varepsilon)+y_4\cdot s2(\beta,\varepsilon)+z_4\cdot s3(\varepsilon)+R_4)=a_4 \end{cases}. \tag{3}$$

Составим n-1 уравнение путем последовательного деления левой и правой частей (3). В результате получим три уравнения:

$$\begin{cases} \dfrac{x_1\cdot s1(\beta,\varepsilon)+y_1\cdot s2(\beta,\varepsilon)+z_1\cdot s3(\varepsilon)+R_1}{x_2\cdot s1(\beta,\varepsilon)+y_2\cdot s2(\beta,\varepsilon)+z_2\cdot s3(\varepsilon)+R_2}=\dfrac{a_1}{a_2}=a12 \\ \dfrac{x_1\cdot s1(\beta,\varepsilon)+y_1\cdot s2(\beta,\varepsilon)+z_1\cdot s3(\varepsilon)+R_1}{x_3\cdot s1(\beta,\varepsilon)+y_3\cdot s2(\beta,\varepsilon)+z_3\cdot s3(\varepsilon)+R_3}=\dfrac{a_1}{a_3}=a13 \\ \dfrac{x_1\cdot s1(\beta,\varepsilon)+y_1\cdot s2(\beta,\varepsilon)+z_1\cdot s3(\varepsilon)+R_1}{x_4\cdot s1(\beta,\varepsilon)+y_4\cdot s2(\beta,\varepsilon)+z_4\cdot s3(\varepsilon)+R_4}=\dfrac{a_1}{a_4}=a14 \end{cases}. \tag{4}$$

Вводя далее обозначения, $A1=x_1-a12\cdot x_2$, $B1=y_1-a12\cdot y_2$, $C1=z_1-a12\cdot z_2$, $D1=a12\cdot R_2-R_1$, $A2=x_1-a13\cdot x_3$, $B2=y_1-a13\cdot y_3$, $C2=z_1-a13\cdot z_3$, $D2=a13\cdot R_3-R_1$, $A3=x_1-a14\cdot x_4$, $B3=y_1-a14\cdot y_4$, $C3=z_1-a14\cdot z_4$, $D3=a14\cdot R_4-R_1$, получим систему из 3-х уравнений:

$$\begin{cases} A1\cdot s1(\beta,\varepsilon)+B1\cdot s2(\beta,\varepsilon)+C1\cdot s3(\varepsilon)=D1 \\ A2\cdot s1(\beta,\varepsilon)+B2\cdot s2(\beta,\varepsilon)+C2\cdot s3(\varepsilon)=D2, \\ A3\cdot s1(\beta,\varepsilon)+B3\cdot s2(\beta,\varepsilon)+C3\cdot s3(\varepsilon)=D3 \end{cases} \tag{5}$$

или в матричном виде:

$$\bar{M}\cdot\bar{S}=\bar{D}, \text{ где } \bar{M}=\begin{Vmatrix} A1 & B1 & C1 \\ A2 & B2 & C2 \\ A3 & B3 & C3 \end{Vmatrix}, \bar{S}=\begin{Vmatrix} s1(\beta,\varepsilon) \\ s2(\beta,\varepsilon) \\ s3(\varepsilon) \end{Vmatrix}, \bar{D}=\begin{Vmatrix} D1 \\ D2 \\ D3 \end{Vmatrix}. \tag{6}$$

На основе (6) определяем вектор искомых параметров

$$\bar{S}=\bar{M}^{-1}\cdot\bar{D}, \tag{7}$$

где $\bar{M}^{-1}$ – матрица, обратная к матрице M.

С учетом введенных обозначений для $s1(\beta,\varepsilon)$, $s2(\beta,\varepsilon)$, $s3(\varepsilon)$ на основе (7) можно определить угловые параметры β и ε. Значения оценок азимута $\beta0$ и угла места $\varepsilon0$ имеют вид:

$$\beta0=\left[\arctan\left(s1(\beta,\varepsilon)/s2(\beta,\varepsilon)\right)+f1\right]\cdot180\cdot\pi^{-1},\ \varepsilon0=\arcsin\left(s3(\varepsilon)\right)\cdot180\cdot\pi^{-1}, \tag{8}$$

где f1 – слагаемое, учитывающее возможные значения азимута $\beta0$ и равное

$$f1=0{,}5\cdot\pi\cdot\left[2-s1(\beta,\varepsilon)/|s1(\beta,\varepsilon)|-s1(\beta,\varepsilon)/|s1(\beta,\varepsilon)|\cdot s2(\beta,\varepsilon)/|s2(\beta,\varepsilon)|\right]. \tag{9}$$

Далее на основе оценок $\beta0$ *и* $\varepsilon0$ можно определить оценку дальности $d0$ до ИРИ относительно опорного пункта РДС. С этой целью произведем сложение левых и правых частей системы уравнений (3) с заменой β и ε их оценками $\beta0$ *и* $\varepsilon0$. В результате получим выражение для оценки d0:

$$d0=\sum_{i=1}^{n}a_i\cdot\left(F(\beta0,\varepsilon0)+\sum_{i=1}^{n}R_i\right)^{-1}, \tag{10}$$

где $F(\beta0,\varepsilon0)=\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)\cdot s1(\beta0,\varepsilon0)+\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)\cdot s2(\beta0,\varepsilon0)+\left(\sum_{i=1}^{n}z_i\right)\cdot s3(\varepsilon0)$. (11)

При числе ВПП n = 3 имеем систему из n-1 = 2 уравнений. В свою очередь, при $z_i = 0,\ i = 1,3$, при относительно ровной местности, значения C1 и C2 оказываются примерно нулевыми. В этом случае вместо системы (5) придем к системе вида:

$$\begin{Vmatrix} A1 & B1 \\ A2 & B2 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} s1(\beta,\varepsilon) \\ s2(\beta,\varepsilon) \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} D1 \\ D2 \end{Vmatrix}. \tag{12}$$

При этом вектор искомых параметров $\bar{S}$ в (12) приобретает вид:

$$\bar{S} = \begin{Vmatrix} s1(\beta,\varepsilon) \\ s2(\beta,\varepsilon) \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \cos(\varepsilon)\cdot\sin(\beta) \\ \cos(\varepsilon)\cdot\cos(\beta) \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} A1 & B1 \\ A2 & B2 \end{Vmatrix}^{-1} \cdot \begin{Vmatrix} D1 \\ D2 \end{Vmatrix}. \tag{13}$$

Оценку азимута $\beta 0$ в этом случае можно определить соотношением

$$\beta 0 = \left[\arctan\left(s1(\beta,\varepsilon)/s2(\beta,\varepsilon)\right) + f1\right]\cdot 180\cdot\pi^{-1}. \tag{14}$$

Угол места определяется с помощью следующих соотношений:

$$f01 = s1(\beta,\varepsilon)/\sin(\beta 0),\ \ \varepsilon 0 = 90^{\circ} - \arcsin(f01)\cdot 180\cdot\pi^{-1}. \tag{15}$$

Функция $F(\beta 0, \varepsilon 0)$ вида (11) в этом случае будет равна:

$$F\beta 0,\varepsilon 0) = \left[\sin(\beta 0)\cdot\sum_{i=1}^{n} x_i + \cos(\beta 0)\cdot\sum_{i=1}^{n} y_i\right]\cdot\cos(\varepsilon 0). \tag{16}$$

При этом дальность будет определяться соотношением (10) при n = 3.

Более сложным является случай, когда при n = 3 значения $z_i \neq 0$ и определяются две координаты: азимут цели β и угол места ε. При этом система уравнений вида (5) содержит только два уравнения. Поэтому матрица коэффициентов $\bar{M} = \begin{Vmatrix} A1 & B1 & C1 \\ A2 & B2 & C2 \end{Vmatrix}$ оказывается прямоугольной с рангом r = 2. При решении уравнений с прямоугольной матрицей можно использовать различные методы. Ниже рассматриваются два метода решения уравнения с прямоугольной матрицей. В первом из них вычисляется псевдообратная к матрице $\bar{M}$ матрица $\bar{P}$. Во втором методе матричная запись уравнения (6) преобразуется к скалярной с двумя неизвестными параметрами. Пояснение указанных методов начнем со случая использования псевдообратной матрицы $\bar{P}$. Псевдообратной для матрицы $\bar{M}$ размера (2x3) будет матрица $\bar{P}$ размера (3x2) при выполнении условия [2]:

$$\bar{M}\cdot\bar{P}\cdot\bar{M} = \bar{M}. \tag{17}$$

Для вычисления матрицы $\bar{P}$ умножим левую и правую части (17) слева и справа на матрицу $\bar{M}^{\mathrm{T}}$. В результате получим:

$$\bar{M}^{\mathrm{T}}\cdot\bar{M}\cdot\bar{P}\cdot\bar{M}\cdot\bar{M}^{\mathrm{T}} = \bar{M}^{\mathrm{T}}\cdot\bar{M}\cdot\bar{M}^{\mathrm{T}}. \tag{18}$$

Далее умножим левую и правую части (18) слева на матрицу $(\bar{M}^{\mathrm{T}}\cdot\bar{M})^{-1}$ и разрешим полученное уравнение относительно $\bar{P}$. В результате получим:

$$\bar{P} = \bar{M}^{\mathrm{T}}\cdot(\bar{M}\cdot\bar{M}^{\mathrm{T}})^{-1}. \tag{19}$$

При этом искомый вектор $\bar{S}$ размера (3x1) определится как

$$\bar{S} = \begin{Vmatrix} \cos(\varepsilon)\cdot\sin(\beta) \\ \cos(\varepsilon)\cdot\cos(\beta) \\ \sin(\varepsilon) \end{Vmatrix} = \bar{P}\cdot\bar{D}. \tag{20}$$

При этом оценки угловых координат азимута $\beta 0$ и угла места $\varepsilon 0$ получим на основе соотношений

$$\beta 0 = \left[\arctan\left(S_{1,1}/S_{2,1}\right) + f1\right]\cdot 180\cdot\pi^{-1},\ \ \varepsilon 0 = \arccos\left(S_{1,1}/\sin(\beta 0)\right)\cdot 180\cdot\pi^{-1}. \tag{21}$$

Вместе с тем, как следует из анализа (20), расчеты угловых координат β и ε по данному соотношению за счет небольших погрешностей вычисления псевдообратной матрицы $\bar{P}$ сопровождаются

относительно небольшими угловыми ошибками, которые могут привести к значительным ошибкам определения дальности до ИРИ.

В этой связи, полученные на основе (21) оценки $\beta 0$ и $\varepsilon 0$ целесообразно скорректировать, используя их в качестве начальных значений при совместном решении двух уравнений:

$$\begin{Vmatrix} A1 & B1 & C1 \\ A2 & B2 & C2 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} s1(\beta 0, \varepsilon 0) \\ s2(\beta 0, \varepsilon 0) \\ s3(\varepsilon 0) \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} D1 \\ D2 \end{Vmatrix}. \qquad (22)$$

Для решения уравнений (22) удобно использовать процедуры Given и Find $(\beta 0, \varepsilon 0)$ [3]. Далее на основе (10) и скорректированных значений угловых координат определяется оценка дальности $d0$ до ИРИ.

Из анализа расчета оценок угловых координат $\beta 0$ и $\varepsilon 0$, а также дальности $d0$ до ИРИ следует, что достаточно точные результаты при исходной дальности $d = 400$ км и заданных углах места приемных пунктов ε_i (5, 7 и 9)° в отсутствие флюктуаций разности расстояний R_i достигаются в диапазоне углов по азимуту в пределах (18...338)° и по углу места (0,6...90)°. При увеличении углов места ВПП диапазон оцениваемых углов по азимуту несколько уменьшается. При значениях $\varepsilon_i \approx 0$ значение величины сектора обзора по азимуту составляет 0...360°. Поэтому расчет допустимого сектора по азимуту необходимо производить с учетом углов места ВПП.

Второй метод вычисления угловых координат $\beta 0$ и $\varepsilon 0$ исключает использование псевдообращения матрицы $\overline{M}$. При этом вместо матричной записи двух уравнений предлагается перейти к одному скалярному уравнению с двумя неизвестными $\beta 0$ и $\varepsilon 0$. С этой целью выразим из второго уравнения системы (22) $s3(\varepsilon 0)$ и подставим его в первое. В результате получим:

$$(C2 \cdot A1 - C1 \cdot A2) \cdot s1(\beta 0, \varepsilon 0) + (C2 \cdot B1 - C1 \cdot B2) \cdot s2(\beta 0, \varepsilon 0) - (C2 \cdot D1 - C1 \cdot D2) = 0 \qquad (23)$$

Вводя далее обозначения $A11 = C2 \cdot A1 - C1 \cdot A2$, $B11 = C2 \cdot B1 - C1 \cdot B2$, $D11 = C2 \cdot D1 - C1 \cdot D2$, получим:

$$F(\beta 0, \varepsilon 0) = (A11 \cdot s1(\beta 0, \varepsilon 0) + B11 \cdot s2(\beta 0, \varepsilon 0) - D11). \qquad (24)$$

При анализе выражения (24) выяснилось, что при подстановке в (24) оценок $\beta 0$ и $\varepsilon 0$ функция $F(\beta 0, \varepsilon 0)$ стремится к нулю. В этом случае вместо функции $F(\beta 0, \varepsilon 0)$ целесообразно использовать обратную ей функцию

$$F1(\beta 0, \varepsilon 0) = F(\beta 0, \varepsilon 0)^{-1} = (A11 \cdot s1(\beta 0, \varepsilon 0) + B11 \cdot s2(\beta 0, \varepsilon 0) - D11)^{-1}. \qquad (25)$$

Проекция положения экстремума функции $F1(\beta 0, \varepsilon 0)$ по координатам β и ε будет соответствовать оценочным искомым координатам $\beta 0$ и $\varepsilon 0$. Далее на основе (10) определяем дальность $d0$ до ИРИ.

Анализ расчета оценок $\beta 0$ и $\varepsilon 0$ при тех же исходных данных показал, что достаточно точные оценки, при отсутствии флюктуаций разностей расстояний R_i, имеют место во всем диапазоне азимутальных и угломестных углов. Отказ от нахождения псевдообратной матрицы $\overline{P}$ делает алгоритм более устойчивым.

В том случае, когда число произвольно расположенных ВПП $n = 2$, система уравнений (5) сводится к одному уравнению

$$A \cdot \sin(\beta) + B \cdot \cos(\beta) = C. \qquad (26)$$

Для однозначной оценки азимута ИРИ зададимся функцией $F2(\beta 0)$, имеющей вид

$$F2(\beta 0) = (A \cdot \sin(\beta) + B \cdot \cos(\beta) - C). \qquad (27)$$

Поскольку функция $F2(\beta 0)$ стремится к нулю, то для подчеркивания экстремума необходимо перейти к обратной ей величине. В результате получим:

$$F3(\beta 0) = (A \cdot \sin(\beta) + B \cdot \cos(\beta) - C)^{-1}. \quad (28)$$

Экстремум функции $F3(\beta 0)$ будет однозначно соответствовать оценочной координате азимута ИРИ. Далее по выражению (10) определяем оценку дальности $d0$ до ИРИ.

Таким образом, получены однозначные оценки угловых координат и дальности до ИРИ при квадратных матрицах М (3×3), при n = 4 и М (2×2) при n = 3 и $Z_i = 0$, а также при n = 2. В случае, когда n = 3 и $Z_i \neq 0$, матрица М становится прямоугольной, размера (2×3). Поэтому для получения однозначных оценок угловых координат и дальности используются различные подходы. В одном из них применяется операция псевдообращения, и полученные оценки используются в качестве начальных значений. При этом решается система нелинейных уравнений. Однако использование такого подхода приводит к некоторому уменьшению сектора обзора РДС. В другом подходе определяется экстремум двумерной функции $F1(\beta 0, \varepsilon 0)$, проекция которого по координатам β и ε однозначно соответствует оценкам $\beta 0$ и $\varepsilon 0$. Далее на их основе определяется дальность до ИРИ. В случае двух ВПП $F1(\beta 0, e0)$ становится одномерной и зависит только от параметра β. Проведенное математическое моделирование полученных алгоритмов показало, что при исключении возможных флюктуаций разностей расстояний R_i получение оценок угловых координат и дальности до ИРИ с учетом некоторого ограничения сектора обзора по азимуту только для третьего варианта построения РДС при использовании псевдообратной матрицы $\overline{P}$ не сопровождается систематическими ошибками. По этой причине, первичное измерение угловых координат в РДС является вполне возможным. Оно практически не сопровождается увеличением ошибок измерения угловых координат и дальности до ИРИ при используемых на практике числе ВПП n = 2, 3 и 4. Вместе с тем при первичном измерении угловых координат и вычислении на их основе дальности в РДС значительно упрощается отождествление ИРИ даже в сложной помеховой обстановке.

Список литературы: 1. *Манжос В.Н., Калюжный Н.М., Бурковский С.И., Колодей О.П.* Методы определения координат целей и оценки точности их измерения в разностно-дальномерной системе с произвольным числом и расположением выносных пунктов. // Зб. наук. праць. Вип. 4(26). Х.: ХВУ, 1999. С. 29-39. 2. *Воеводин В. В., Кузнецов Ю. А.* Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984. С. 134-136 3. Финансовые, инженерные и научные расчеты в среде WINDOWS 95: Пер. с англ. М.: Изд. дом "Филинь", 1996. С. 617.

Харьковский военный университет

Поступила в редколлегию 20.02.2001

УДК 621.396

Н. М. КАЛЮЖНЫЙ, канд. техн. наук, С. В. ПШЕНИЧНЫХ, канд. техн. наук,
И. В. ПУЗИЙ, Э. Э. АСАНОВ

ОБЕСПЕЧЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ ФАЗЫ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ИМПУЛЬСНЫХ РАДИОСИГНАЛОВ МЕТОДОМ ЛЧМ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

В последнее время широкое применение в различных отраслях науки и техники находят акустоэлектронные фурье-процессоры (АЭФП). В [1] показано, что АЭФП на основе ЛЧМ преобразования выполняют не только прямое, но и обратное преобразование Фурье. Данные процессоры используются для синтеза сигналов заданной частоты f_c, а также могут быть использованы для формирования помеховых сигналов в средствах радиоэлектронного противодействия. Для этого на вход фурье-процессора (ФП) необходимо подать два импульса, сдвинутых относительно друг друга на временной интервал $\tau = 2\omega_c / \beta$. Меняя задержку между импульсами, получают сигнал требуемой частоты. Однако более распространен способ синтеза частот смешением ЛЧМ сигналов, полученных возбуждением двух дисперсионных линий задержки (ДЛЗ). Структурная схема такого синтезатора представлена на рис. 1.

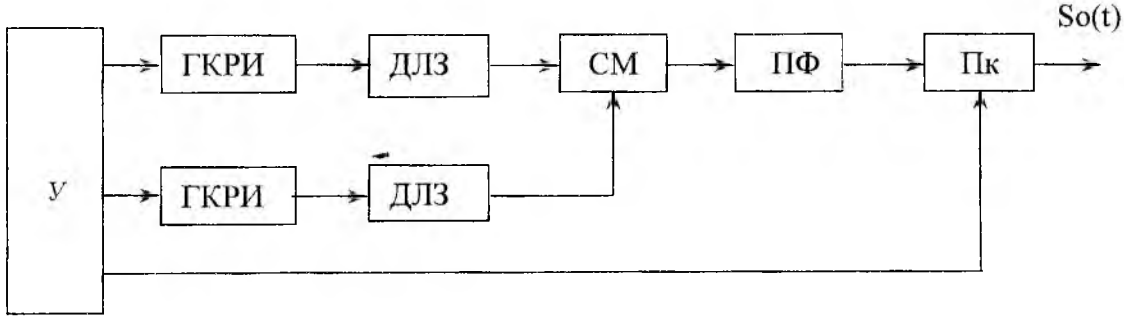


Рис. 1

В состав структурной схемы входят следующие устройства: блок управления (БУ), генераторы коротких радиоимпульсов (ГКРИ 1, ГКРИ 2), дисперсионные линии задержки (ДЛЗ 1, ДЛЗ 2), смеситель (СМ), переключатель (Пк). При некотором усложнении структурной схемы (рис.1), путем придания формируемому короткому радиоимпульсу соответствующего высокочастотного заполнения, зависящего от задержки запуска ГКРИ 1 ($\tau 1$), можно добиться того, что два ЛЧМ сигнала $f_1(t)$ и $f_2(t)$ с выходов ДЛЗ 1 и ДЛЗ 2, соответственно, будут поступать на входы смесителя СМ практически одновременно. Частотно-временные диаграммы, иллюстрирующие алгоритм работы предлагаемого устройства, представлены на рис. 2. Схема работает следующим образом. Формируемый ГКРИ 1 короткий радиоимпульс (рис. 2, а) воздействует на вход ДЛЗ 1 и возбуждает в ней ЛЧМ радиоимпульс с постоянными параметрами огибающей и зависящей от временного положения возбуждающего импульса $(\tau 1)$ средней частотой (рис. 2, в). При перемножении его с колебаниями ДЛЗ 2, которые выступают в качестве опорного ЛЧМ гетеродина (рис. 2, г), осуществляется формирование сигнала с точностью до несущей частоты, начальной фазы и нормирующего амплитудного множителя $П_{длз1} / T_{длз1}$, записываемого следующим выражением:

$$S_0(t) = \mathrm{Re}\left(\frac{П_{длз1}}{T_{длз1}} \cdot S_0 \cdot e^{j\varphi_0} \cdot П\left[\frac{t}{T_{длз2}} \right] \cdot e^{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t} \right), \qquad (1)$$

где $П_{длз1}$ и $T_{длз1}$ – полоса пропускания и длительность импульсной характеристики ДЛЗ 1 соответственно; S_0 – амплитуда сигнала; φ_0 – начальная фаза сигнала; $П\left[\frac{t}{T_{длз2}} \right]$ – стробирующая функция; f_0 – частота формируемого радиоимпульса.

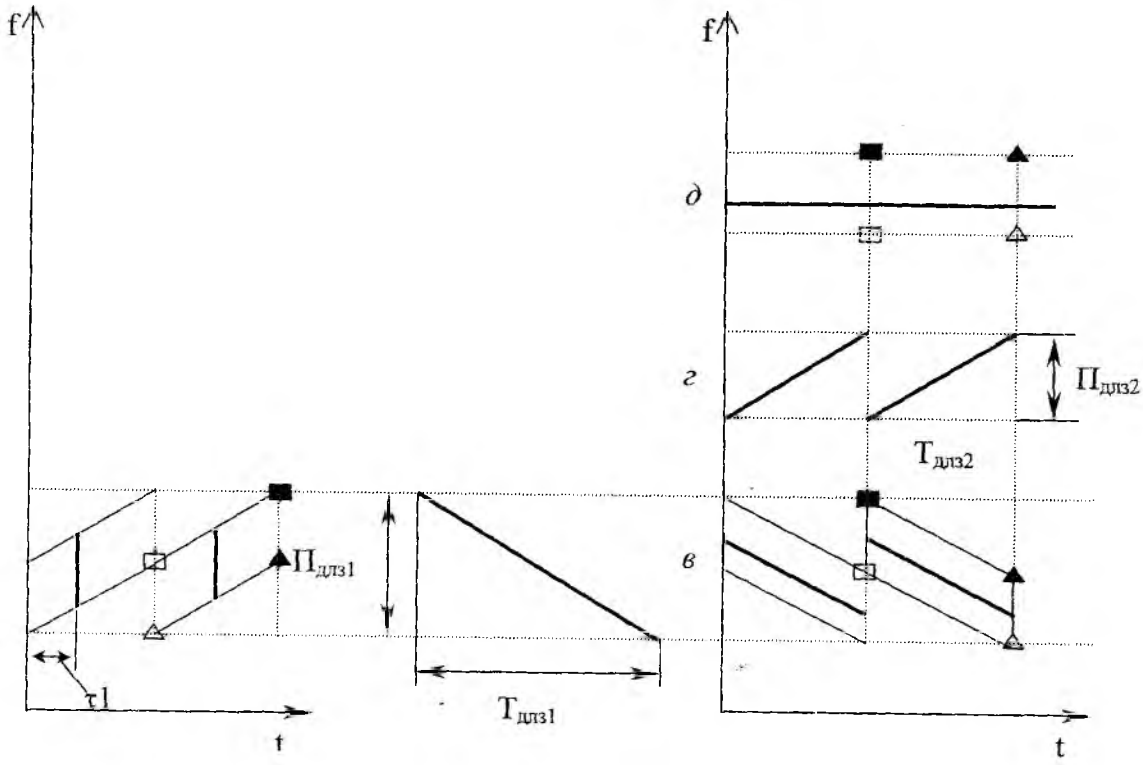


Рис. 2

Таким образом, можно сделать вывод, что для некоторой частотно-временной области $П * T$, в данном случае $П_{длз2} * T_{длз2}$, можно синтезировать гармонические высокочастотные колебания с шагом по частоте, пропорциональным дискретности задержки запуска ДЛЗ 1 τ1 и длительностью, пропорциональной $n \cdot T_{длз2}$, где n=1,2,…,m. Тогда выражение для синтезируемого высокочастотного сигнала можно записать в виде:

$$S1(t) = \sum_{n=1}^{m} \left(\cos(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + \varphi_0) \cdot a(t - n \cdot T_{длз2})\right), \qquad (2)$$

где $a(t) = \begin{cases} 1, & 0 \le t \le T_{длз2}, \\ 0, & T_{длз2} < t < 0. \end{cases}$

Анализируя полученное выражение (2), видно, что синтезируемый сигнал состоит из n парциальных гармонических сигналов длительностью $T_{длз2}$. Каждый парциальный сигнал характеризуется частотой f_0, пропорциональной задержке τ1 возбуждающего короткого радиоимпульса, и начальной фазой φ_0. Но в зависимости от значений $f_0, T_{длз2}$ и φ_0 на границе предыдущей дискреты и последующей возможно нарушение непрерывности текущей фазы $\varphi(t)$. Данное нарушение непрерывности фазы эквивалентно скачку фазы и, тем самым, влечет за собой расширение спектра сигнала. В зависимости от значений $f_0, T_{длз2}$ и φ_0 разность фаз $|\varphi_m - \varphi_0|$ между смежными дискретами может принимать любое значение в интервале $0...2\pi$.

Обеспечить непрерывность текущей фазы при формировании сигнала с длительностью $T_c \rangle T_{длз2}$ возможно путем применения узкополосного фильтра, существенно ослабляющего нежелательные составляющие спектра. Остается только определить длительность импульсной характеристики фильтра, инвариантного к нарушениям непрерывности фазы сигнала. Для этого надо перемн

жить спектр сигнала $S1(t)$ и характеристику полосового фильтра в частотной области. Запишем сигнал, подвергшийся фильтровой обработке по предлагаемой методике в частотной области как:

$$S2(f) = \int_{-\infty}^{\infty} S1(t) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} dt \cdot H(f), \tag{3}$$

где $H(f)$ – частотная характеристика фильтра, которую для наглядности представим в виде гауссоиды $H(f) = A \cdot \sqrt{2 \cdot \pi} \cdot a \cdot e^{-a^2 \cdot (2\pi \cdot f)^2 / 2}$.

На основании взаимосвязи между гауссовым импульсом и его спектром [2] выражение для импульсной характеристики фильтра, настроенного на частоту f_0, записывается в виде:

$$h(t) = A \cdot e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2 \cdot a^2}} \cdot \cos(2\pi \cdot f_0 \cdot t), \tag{4}$$

где A – амплитудный множитель; $2a$ – длительность импульсной характеристики на уровне 0,67А.

После перемножения спектра сигнала $S1(t)$ с частотной характеристикой фильтра $H(f)$ результирующий сигнал, но уже во временной области, можно записать в виде свертки импульсной характеристики $h(t)$ (4) и сигнала $S1(t)$ (2):

$$S2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(s) \cdot S1(t-s) ds. \tag{5}$$

Как видно из выражения (5), огибающая сигнала S2(t) и его внутриимпульсная структура, а именно – нарушение непрерывности фазы на границах парциальных импульсов, будут зависеть от импульсной характеристики фильтра $h(t)$.

Так, если длительность импульсной характеристики фильтра будет равна $0{,}69 \cdot T_{длз2}$, то согласно [2] в сигнале (5) появится амплитудная модуляция. Если длительность импульсной характеристики фильтра будет равна $0{,}5 \cdot m \cdot T_{длз2}$, выходной сигнал будет представлять собой радиоимпульс с частотой f_0 и непрерывной фазой. Огибающую данного радиоимпульса с некоторыми допущениями можно представить в виде гауссоиды.

Данные выводы подтверждаются моделированием на ПЭВМ указанных операций, производимых над синтезируемым радиоимпульсом. Пусть радиоимпульс состоит из шести парциальных составляющих, у которых значение разности фаз между предыдущей и последующей дискретами, равно 180°. В модели разность фаз, равная 180°, выбрана ввиду того, что при таком соотношении фаз между смежными дискретами амплитуда формируемого сигнала после прохождения фильтра с импульсной характеристикой $h(t)$ имеет минимальное значение по сравнению с другими возможными соотношениями фаз. Длительность формируемого в модели радиоимпульса составляла $T_c = 0{,}6$ мкс, т. е. $m = 6$, длительность каждой из шести дискрет соответствует длительности импульсной характеристики $T_{длз2}$ и равна $t_д = 0{,}1$ мкс. Несущая частота для наглядности выбрана равной $f_0 = 25$ МГц. В модели использовался двухзвенный фильтр с гауссовой амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ), настроенный на несущую частоту радиосигнала.

На рис. 3 представлены результаты моделирования. Зависимость амплитуды формируемого на выходе ПФ радиоимпульса S от времени t изображена на рис. 3, а. На данном рисунке видны скачки фазы в радиоимпульсе. АЧХ гауссового фильтра второго порядка изображена на рис. 3, б. На рис. 3, в приведена зависимость амплитуды формируемого сигнала $S_ф$ от времени t после фильтрации. На рис. 3, показано, что радиоимпульс имеет непрерывную текущую фазу, длительность его увеличилась почти в два раза и уменьшилась амплитуда (по сравнению с рис.3а).

Анализируя полученные результаты можно сделать вывод, что при формировании импульсных высокочастотных сигналов с прямоугольной огибающей длительностью $T_c = n \cdot T_{длз2}$ методом ЛЧМ

преобразования необходимо дополнительно вводить в синтезатор узкополосный фильтр, импульсная характеристика которого согласована с длительностью формируемого сигнала, амплитудный ограничитель, усилитель, компенсирующий уменьшение амплитуды в сигнале при обеспечении непрерывности фазы, а также дополнительный ключ, который формирует заданную длительность сигнала.

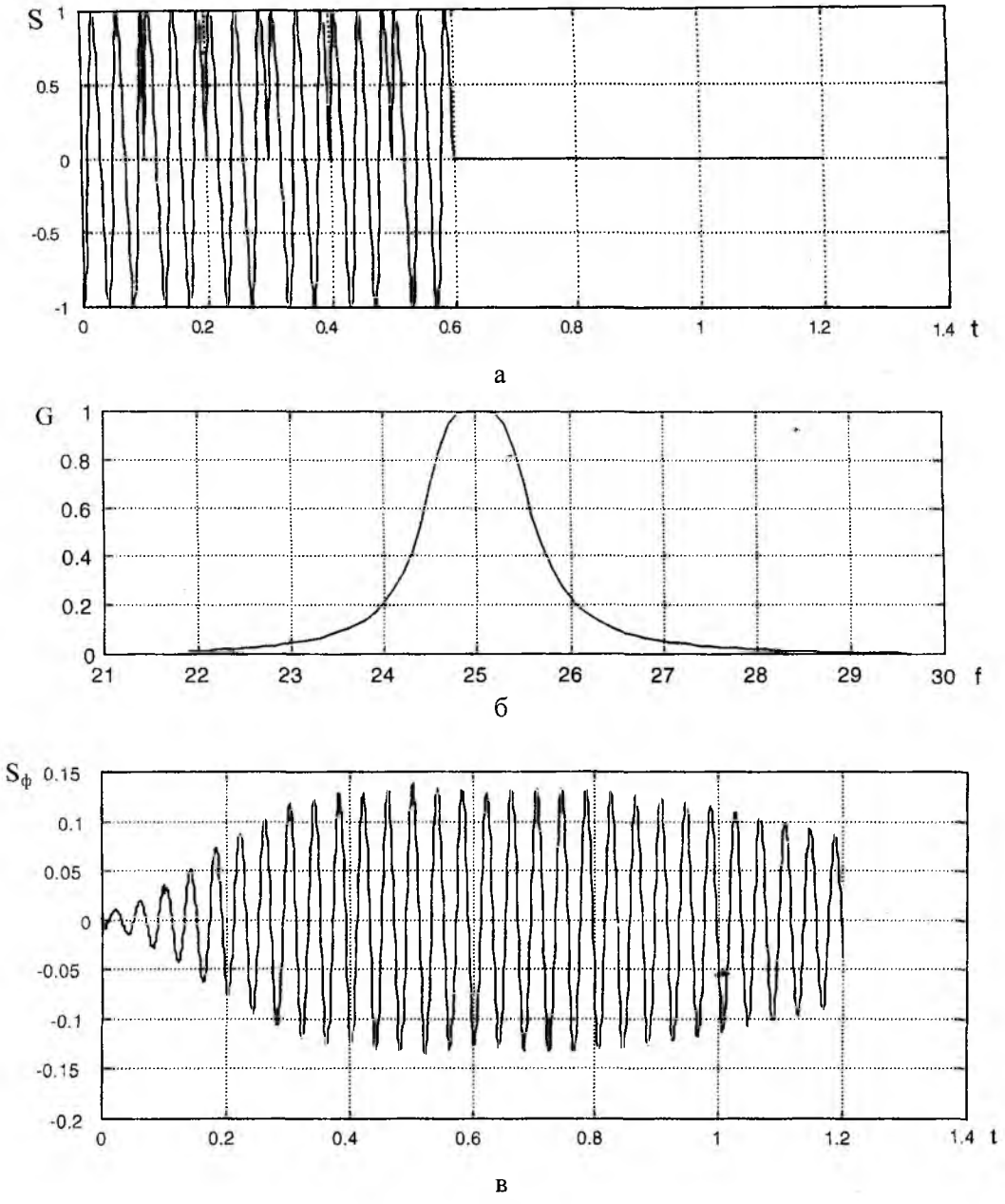


Рис. 3

В целом можно отметить, что данный способ обеспечения непрерывности фазы при формировании высокочастотных радиоимпульсов методом ЛЧМ преобразования обладает достаточно хорошей эффективностью.

Список литературы: 1. *Акустоэлектронные фурье-процессоры* / В.Н. Кочемасов и др. М.: Радио и связь, 1987. 168 с. 2. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. М.: Радио и связь, 1986, 512с.

Харьковский военный университет

Поступила в редколлегию 20.02.2001

УДК 621.396.96

В. В. БАВЫКИНА, канд. техн. наук, Ю. А. КОВАЛЬ, д-р. техн. наук, О. Л. ТРОЩИН

АНАЛИЗ ПУТЕЙ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ АЛГОРИТМОВ ИЗМЕРЕНИЯ СДВИГА ШКАЛ В СИСТЕМАХ СИНХРОНИЗАЦИИ ВРЕМЕНИ И ЧАСТОТЫ

Анализ принципов построения и источников погрешностей систем синхронизации времени и частоты показывает особую роль, которую играют алгоритмы измерений сдвига шкал времени [1]. Алгоритмы измерений обеспечивают учет либо исключение времени задержки сигналов синхронизации в среде распространения. Особая роль алгоритмов измерений сдвига шкал объясняется следующими причинами:

1) эти алгоритмы присущи только системам синхронизации;

2) выбор алгоритма измерений существенно влияет на особенности технической реализации системы синхронизации в целом;

3) различные алгоритмы измерений сдвига шкал времени по разному трансформируют источники погрешностей в суммарную погрешность измерений;

4) алгоритмы измерений сдвига шкал времени непосредственно связаны с заключительным этапом измерений – обработкой их результатов.

Выбор алгоритма измерения сдвига шкал определяется прежде всего, исходя из особенностей и параметров используемого в системе синхронизации канала распространения радиоволн. Основными алгоритмами измерения сдвига шкал являются: пассивный непосредственный алгоритм (ПНА); пассивный взаимный алгоритм (ПВА); активный встречный алгоритм (АВА); активный ретрансляционный алгоритм (АРА); активный опорно-ретрансляционный алгоритм (АОРА) [1, 2]. Предварительное сравнение основных алгоритмов (см. таблицу) показывает, что предпочтительных во всех отношениях алгоритмов не существует. В то же время некоторые перспективные каналы распространения радиоволн не могут быть применены для синхронизации из-за несовместимости с существующим арсеналом алгоритмов. В связи с этим целесообразно рассмотреть возможные пути совершенствования алгоритмов измерения сдвига шкал.

Таблица

Характеристики алгоритмов	Основные алгоритмы			
	Пассивные		Активные	
	ПНА	ПВАй	АВА	АРА и АОРА
Требования к задержке сигналов в канале	Задержка в канале должна оцениваться.	Должна оцениваться разность задержек в канале.	Задержка в канале должна быть стабильной и обратимой.	
Достоинства	Отсутствие излучения в одном из пунктов синхронизации.	Отсутствие излучения в пунктах синхронизации. Исключение погрешностей, вызванных общими источниками.	Задержка сигналов в канале исключается.	
Недостатки	Погрешности определения задержек в канале. Необходимость обмена информацией о результатах измерений.		Необходимость обмена информацией о результатах измерений.	Излучение в пунктах
Примеры реализации	Телевизионный метод синхронизации; системы СДВ и ДВ диапазонов; спутниковые радионавигационные системы GPS и ГЛОНАСС; отражение сигналов от Луны; кабельные, лазерные и волоконно-оптические линии.	Спутниковые радионавигационные системы GPS и ГЛОНАСС; радиоинтерферометры со сверхдлинными базами.	Радиометеорный метод синхронизации; спутники связи; кабельные, лазерные и волоконно-оптические линии.	

На рис.1 показаны используемые алгоритмы для наиболее распространенных методов синхронизации и возможные пути совершенствования алгоритмов. Целями совершенствования алгоритмов являются:

1) модернизация существующих методов синхронизации путем изменения алгоритма;

2) модернизация существующих и создание новых методов синхронизации с использованием комбинированных алгоритмов, являющихся сочетанием двух и более основных алгоритмов измерения сдвига шкал;

3) повышение точности и снижение энергетических затрат ретрансляционных алгоритмов.

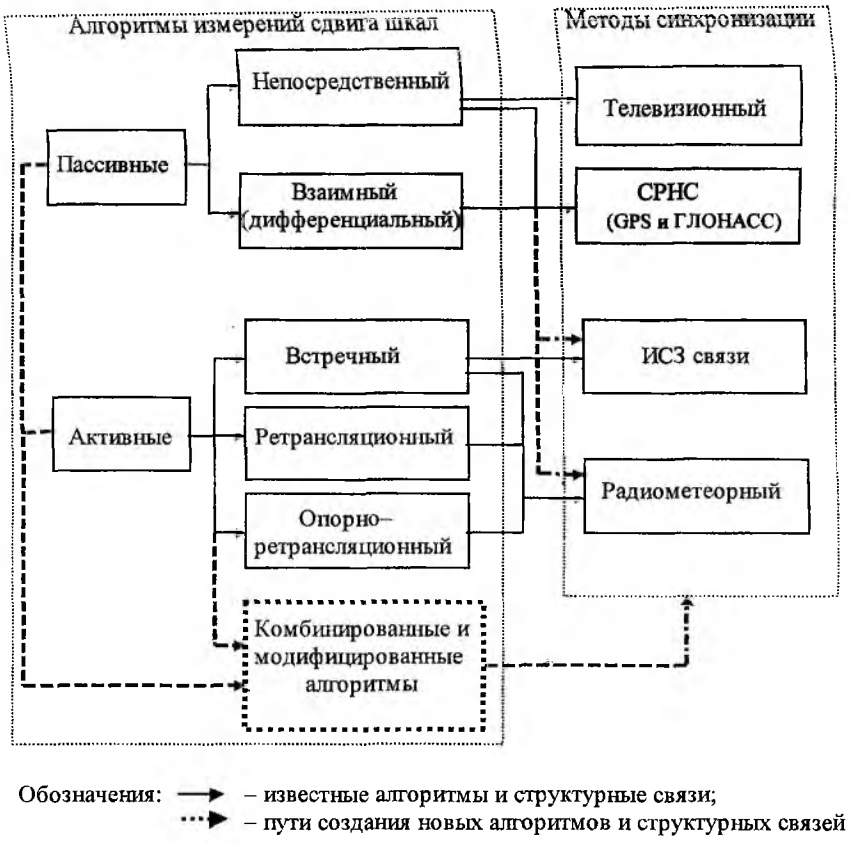


Рис. 1

Примером модернизации существующего метода синхронизации путем изменения алгоритма может служить использование ПНА в радиометеорном методе синхронизации. Особенности реализации, достоинства и ожидаемые погрешности такого пассивного радиометеорного метода синхронизации рассмотрены в работе [2].

Сочетание основных алгоритмов измерения сдвига шкал возможно в следующих случаях (рис. 2–4):

1) ПНА или ПВА являются основными алгоритмами, а активный алгоритм может быть использован для оценивания задержки сигналов в канале (в случае ПНА) или разности задержек в канале (в случае ПВА);

2) один из активных алгоритмов является основным, а пассивный алгоритм позволит выполнить обнаружение сигналов, грубое измерение сдвига шкал и др.

Временные диаграммы для двух возможных вариантов первого из перечисленных случаев приведены на рис. 2, 3. Эти режимы могут найти применение для калибровки задержек в телевизионном методе синхронизации, уточнения аппаратурных систематических погрешностей при синхронизации с применением спутниковых навигационных систем GPS и ГЛОНАСС (непосредственный и взаимный алгоритмы).

На рис. 4 приведена диаграмма для одного из возможных вариантов второго случая сочетания основных алгоритмов. Такой вариант широко применяется в радиометеорном методе для предварительной грубой синхронизации шкал времени. Для этого в радиометеорной аппаратуре введен, так называемый, режим «T_1».

Для снижения случайных погрешностей, вызванных конечным отношением сигнал/помеха и нестабильностью времени задержки сигналов при распространении радиоволн (РРВ), предложен ряд комбинированных и модифицированных ретрансляционных и опорно-ретрансляционных алгоритмов [5, 6].

В известном опорно-ретрансляционном алгоритме измерения сдвига шкал [1, 3-5] для получения одного измерения в каждом из пунктов необходимо четыре излучения. Для сокращения излучаемой энергии предложен алгоритм повторной опорной ретрансляции (АПОР). В предлагаемом алгоритме один из пунктов, например, пункт B работает в ждущем режиме, а пункт A – в активном режиме.

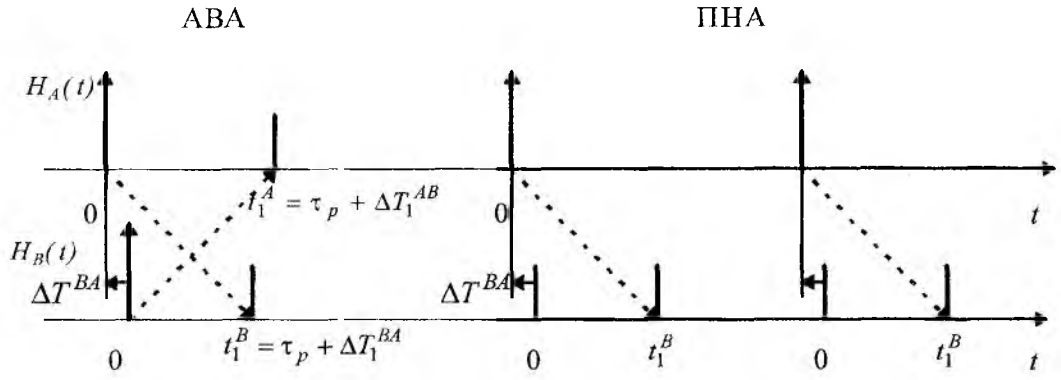


Рис. 2

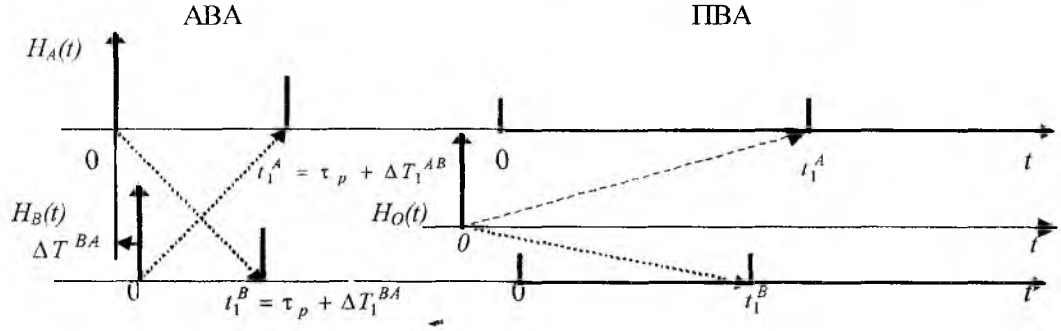


Рис. 3

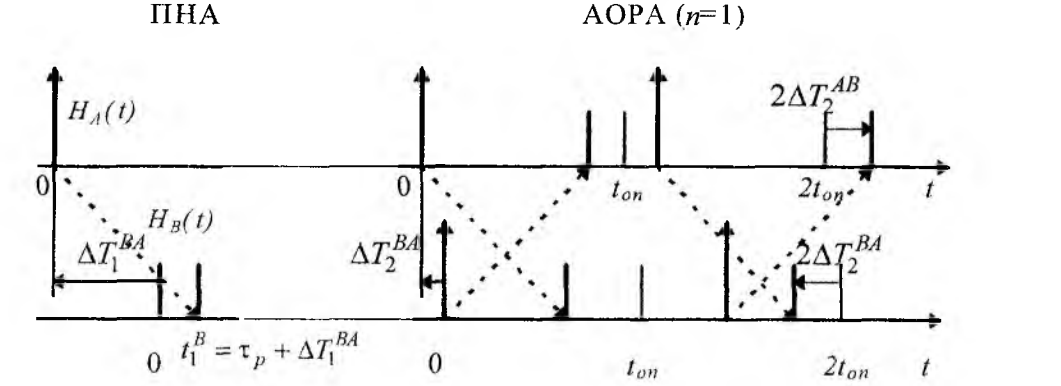


Рис. 4

Сигнал, принятый в пункте *B*, опорно ретранслируется с коэффициентом ретрансляции n_B=1. После приема этого сигнала в пункте *A* производится первая оценка сдвига шкал $\Delta\hat{T}_1^{AB}$ и организуется повторная ретрансляция с учетом измеренного в этом пункте значения сдвига шкал. На рис. 5 показан один из вариантов повторной ретрансляции, в котором в роли опорного импульса выступает очередной импульс шкалы времени пункта *A*, а ретранслируемый сигнал сдвинут относительно него на величину $n_A \cdot \Delta\hat{T}_1^{AB}$, где n_A – коэффициент опорной ретрансляции ($n_A \neq 0$). В пункте *B* оцениваются временное положение принятого сигнала и сдвиг шкал $\Delta\hat{T}^{BA}$, а также выполняется еще одна опорная ретрансляция с коэффициентом n_B=1 После приема этого сигнала в пункте *A* производится вторая оценка сдвига шкал $\Delta\hat{T}_2^{AB}$.

Рассмотрим основные соотношения для измерения сдвига шкал применительно к АПОР.

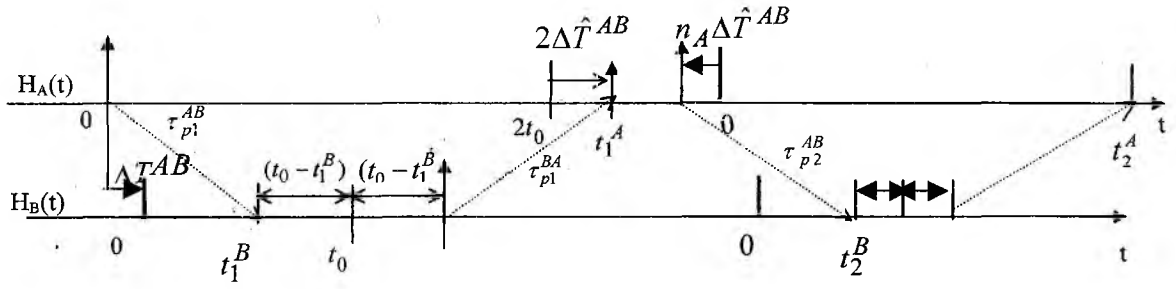


Рис. 5

Измеренные значения временного положения сигналов в пунктах составят:

$$t_1^B = \tau_{p1}^{AB} + \Delta T^{BA} + \delta_{t1}^B + \tau_{ПРД}^A + \tau_{ПРМ}^B,$$

$$t_1^A = 2t_0 + 2\Delta T^{AB} + (\delta_{t1}^A - \delta_{t1}^B) + (\tau_{p1}^{BA} - \tau_{p1}^{AB}) + (\tau_{ПРМ}^A - \tau_{ПРД}^A) - (\tau_{ПРМ}^B - \tau_{ПРД}^B),$$

$$t_2^B = n_A \hat{\Delta T}_1^{AB} + (1-n_A)\Delta T^{BA} + \frac{2\delta_{t2}^B + n_A(\delta_{t1}^A - \delta_{t1}^B)}{2} + \frac{n_A(\tau_{p1}^{BA} - \tau_{p1}^{AB}) + 2\tau_{p2}^{AB}}{2} +$$

$$+ \frac{n_A(\tau_{ПРМ}^A + \tau_{ПРД}^B) - (n_A - 2)(\tau_{ПРД}^A + \tau_{ПРМ}^B)}{2},$$

$$t_2^A = 2\Delta T^{AB} + 2t_0 + (\delta_{t2}^A - \delta_{t2}^B) + (\tau_{p2}^{BA} - \tau_{p2}^{AB}) + (\tau_{ПРМ}^A - \tau_{ПРД}^A) - (\tau_{ПРМ}^B - \tau_{ПРД}^B),$$

где $\delta_{t1}^A, \delta_{t1}^B, \delta_{t2}^A, \delta_{t2}^B$ – абсолютные погрешности оценки временного положения сигналов, вызванные конечным соотношением сигнал/помеха в пунктах; $\tau_{p1}^{AB}, \tau_{p1}^{BA}, \tau_{p2}^{AB}, \tau_{p2}^{BA}$ – соответствующие задержки сигналов при РРВ; $\tau_{ПРМ}^A, \tau_{ПРД}^A, \tau_{ПРМ}^B, \tau_{ПРД}^B$ – задержки сигналов в приемных и передающих трактах аппаратуры соответствующих пунктов.

Оценки сдвига шкал в пункте *A* можно выполнить в виде:

$$\Delta\hat{T}_1^{AB} = \frac{t_1^A - 2t_0}{2} = \Delta T^{AB} + \frac{\delta_{t1}^A - \delta_{t1}^B}{2} + \frac{\tau_{p1}^{BA} - \tau_{p1}^{AB}}{2} + \frac{(\tau_{ПРМ}^A - \tau_{ПРД}^A) - (\tau_{ПРМ}^B - \tau_{ПРД}^B)}{2},$$

$$\Delta\hat{T}_2^{AB} = \frac{t_2^A - 2t_0}{2} = \Delta T^{AB} + \frac{\delta_{t2}^A - \delta_{t2}^B}{2} + \frac{\tau_{p2}^{BA} - \tau_{p2}^{AB}}{2} + \frac{(\tau_{ПРМ}^A - \tau_{ПРД}^A) - (\tau_{ПРМ}^B - \tau_{ПРД}^B)}{2}. \quad (1)$$

По результатам измерений в пункте *B* можно оценить сдвиг шкал следующим образом:

$$\Delta\hat{T}^{BA} = \frac{t_1^B - t_2^B}{n_A} = \Delta T^{BA} + \frac{(n_A+2)\delta_{t1}^B - 2\delta_{t2}^B - n_A\delta_{t1}^A}{2n_A} +$$

$$+ \frac{(n_A+2)\tau_{p1}^{AB} - 2\tau_{p2}^{AB} - n_A\tau_{p1}^{BA}}{2n_A} + \frac{\left(\tau_{ПРМ}^B - \tau_{ПРД}^B\right) - \left(\tau_{ПРМ}^A - \tau_{ПРД}^A\right)}{2}. \quad (2)$$

Выражения (1) и (2) позволяют оценить абсолютную погрешность измерения сдвига шкал в пунктах в виде:

$$\delta_{\Sigma=} \delta_{С/П} + \delta_{РРВ} + \delta_{АП},$$

где $\delta_{С/П}$ – помеховая погрешность, вызванная конечным соотношением сигнал/помеха в пунктах; $\delta_{РРВ}$ – канальная погрешность, вызванная нестабильностью задержек сигналов при РРВ; $\delta_{АП}$ – аппаратурная погрешность, вызванная нестабильностью задержек сигналов в аппаратуре.

Помеховые, канальные и аппаратурные погрешности измерений сдвига шкал в пунктах составляют:

$$\delta^A_{1\,C/\Pi} = \frac{\delta^A_{t1} - \delta^B_{t1}}{2n_A},\ \delta^A_{2\,C/\Pi} = \frac{\delta^A_{t2} - \delta^B_{t2}}{2n_A},\ \delta^B_{C/\Pi} = \frac{(n_A+2)\delta^B_{t1} - 2\delta^B_{t2} - n_A\delta^A_{t1}}{2n_A}, \quad (3)$$

$$\delta^A_{1\,PPB} = \frac{\tau^{BA}_{p1} - \tau^{AB}_{p1}}{2},\ \delta^A_{2\,PPB} = \frac{\tau^{BA}_{p2} - \tau^{AB}_{p2}}{2},\ \delta^B_{PPB} = \frac{(n_A+2)\tau^{AB}_{p1} - 2\tau^{AB}_{p2} - n_A\tau^{BA}_{p1})}{2n_A}, \quad (4)$$

$$\delta^A_{A\Pi} = \frac{\left(\tau^A_{\Pi PM} - \tau^A_{\Pi PД}\right) - \left(\tau^B_{\Pi PM} - \tau^B_{\Pi PД}\right)}{2},\ \delta^B_{A\Pi} = \frac{\left(\tau^B_{\Pi PM} - \tau^B_{\Pi PД}\right) - \left(\tau^A_{\Pi PM} - \tau^A_{\Pi PД}\right)}{2}. \quad (5)$$

Используя выражения (3) и полагая погрешности оценки временного положения сигналов в пунктах случайными некоррелированными величинами с нулевыми средними значениями, можно записать выражения для СКО помеховых погрешностей измерений сдвига шкал в пунктах:

$$\sigma^{AB}_{\Delta T} = \frac{\sqrt{\left(\sigma^A_t\right)^2 + \left(\sigma^B_t\right)^2}}{2} = \frac{\sigma^A_t\sqrt{1+10^{0,1m}}}{2}, \quad (6)$$

$$\sigma^{BA}_{\Delta T} = \frac{\sigma^A_t\sqrt{n_A^2 + 10^{0,1m}(n_A^2+4n_A+8)}}{2|n_A|}, \quad (7)$$

где σ^A_t, σ^B_t – СКО оценки временного положения сигналов в пунктах A и B соответственно; $10^{0,1m} = \left(\sigma^B_t / \sigma^A_t\right)^2$, m – отношение СКО оценок временного положения сигналов в пунктах B и A в децибелах.

СКО результата измерения сдвига шкал в пункте А соответствует встречному алгоритму. Применив выражение (6) для нормировки, запишем относительные погрешности измерения сдвига шкал в пунктах:

$$\left(\sigma^{AB}_{\Delta T}\right)' = 1,\quad \left(\sigma^{BA}_{\Delta T}\right)' = \frac{\sigma^{BA}_{\Delta T}}{\sigma^{AB}_{\Delta T}} = \frac{\sqrt{n_A^2 + 10^{0,1m}(n_A^2+4n_A+8)}}{|n_A|\sqrt{1+10^{0,1m}}}. \quad (8)$$

Получим соотношение для коэффициента корреляции случайных помеховых погрешностей измерения сдвига шкал в пунктах:

$$R = \frac{\overline{\delta^A_{C/P}\cdot\delta^B_{C/P}} - \overline{\delta^A_{C/P}}\cdot\overline{\delta^A_{C/P}}}{\sigma^{AB}_{\Delta T}\cdot\sigma^{BA}_{\Delta T}} = -\frac{\left[(n_A+2)10^{0,1m} + n_A\right]\cdot|n_A|}{n_A\sqrt{\left(1+10^{0,1m}\right)\cdot\left[n_A^2 + (n_A^2+4n_A+8)\cdot 10^{0,1m}\right]}}. \quad (9)$$

Для анализа канальных погрешностей измерения сдвига шкал в пунктах примем линейную модель изменения задержки сигналов при РРВ:

$$\tau^{BA}_{p1} = \tau^{AB}_{p1} + V_\tau\cdot\Delta\tau_1,\ \tau^{AB}_{p2} = \tau^{BA}_{p1} + V_\tau\cdot\Delta\tau_2 = \tau^{AB}_{p1} + V_\tau\cdot(\Delta\tau_1+\Delta\tau_2),$$

$$\tau^{BA}_{p2} = \tau^{AB}_{p2} + V_\tau\cdot\Delta\tau_3 = \tau^{AB}_{p1} + V_\tau\cdot(\Delta\tau_1+\Delta\tau_2+\Delta\tau_3),$$

где $\Delta\tau_1; \Delta\tau_2; \Delta\tau_3$ – интервалы времени между моментами прохождения радиоволн через середину трассы для соответствующих циклов ретрансляции; $V_\tau = \frac{d\tau_p(t)}{dt}$ – скорость изменения задержки сигналов при РРВ.

Для выбранной модели изменения задержки сигналов при РРВ канальные погрешности измерения сдвига шкал составят:

$$\delta^{A}_{1\,PPB} = \frac{\tau^{BA}_{p1} - \tau^{AB}_{p1}}{2} = \frac{V_\tau \cdot \Delta\tau_1}{2}, \quad \delta^{A}_{2\,PPB} = \frac{\tau^{BA}_{p2} - \tau^{AB}_{p2}}{2} = \frac{V_\tau \cdot \Delta\tau_3}{2}, \tag{10}$$

$$\delta^{B}_{PPB,} = -\frac{V_\tau \cdot \left[(n_A + 2)\cdot \Delta\tau_1 + 2\Delta\tau_2\right]}{2n_A}. \tag{11}$$

При обмене результатами измерений между пунктами можно выполнить совместную обработку результатов измерений. Оценка сдвига шкалы пункта *B* относительно пункта *A* в случае совместной обработки составит:

$$\Delta\hat{T}^{\Sigma BA} = \frac{\Delta\hat{T}^{BA} - \Delta\hat{T}^{AB}}{2} = \Delta T^{BA} +$$

$$+\frac{(n_A+1)\delta^{B}_{t1} - \delta^{B}_{t2} - n_A\delta^{A}_{t1}}{2n_A} + \frac{(n_A+1)\tau^{AB}_{p1} - \tau^{AB}_{p2} - n_A\tau^{BA}_{p1}}{2n_A} + \frac{\left(\tau^{B}_{ПРМ} - \tau^{B}_{ПРД}\right) - \left(\tau^{A}_{ПРМ} - \tau^{A}_{ПРД}\right)}{2}.$$

Выражения для случайной помеховой, аппаратурной и канальной погрешностей для совместной обработки результатов измерений в пунктах имеют вид:

$$\sigma^{\Sigma BA}_{\Delta T} = \frac{\sigma^{A}_{t}\sqrt{n_A^2 + 10^{0,1m}(n_A^2 + 2n_A + 2)}}{2|n_A|}; \quad \delta^{\Sigma BA}_{АП} = \frac{\left(\tau^{B}_{ПРМ} - \tau^{B}_{ПРД}\right) - \left(\tau^{A}_{ПРМ} - \tau^{A}_{ПРД}\right)}{2}, \tag{12}$$

$$\delta^{\Sigma BA}_{PPB} = -\frac{V_\tau \cdot \left[(n_A + 1)\cdot \Delta\tau_1 + \Delta\tau_2\right]}{2n_A}. \tag{13}$$

Относительная случайная помеховая погрешность для совместной обработки АПОР составляет:

$$\left(\sigma^{\Sigma BA}_{\Delta T}\right)' = \frac{\sqrt{n_A^2 + 10^{0,1m}(n_A^2 + 2n_A + 2)}}{|n_A|\cdot\sqrt{1 + 10^{0,1m}}}. \tag{14}$$

На рис. 6–8 приведены графики зависимостей СКО единичного измерения сдвига шкал в пункте *B*, СКО для совместной обработки результатов в пунктах и коэффициента корреляции случайных помеховых погрешностей от коэффициента ретрансляции в пункте А для m=0. Графики построены по теоретическим соотношениям и путем моделирования (показаны точками).

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1) предложенный АПОР позволяет сократить энергию излучения по сравнению с известными алгоритмами опорной ретрансляции без потери точности синхронизации;

2) случайная погрешность измерения в пункте, работающем в активном режиме, совпадает со случайной погрешностью встречного алгоритма;

3) случайная погрешность измерения сдвига шкал в пункте, работающем в ждущем режиме, зависит от коэффициента ретрансляции в активном пункте (n_A); эта погрешность минимальна при n_A = -4 и совпадает со случайной погрешностью встречного алгоритма при n_A = -2;

4) в случае совместной обработки результатов измерения сдвига шкал случайная погрешность не уменьшается; эта погрешность минимальна при n_A=-2 и совпадает со случайной погрешностью встречного алгоритма при n_A = -1;

5) аппаратурные погрешности АПОР и других алгоритмов совпадают;

6) канальная погрешность измерения сдвига шкал в активном пункте соответствует основному алгоритму опорной ретрансляции для n = 1;

7) канальная погрешность измерения сдвига шкал в пункте, работающем в ждущем режиме, при известных соотношениях между $\Delta\tau_1$ и $\Delta\tau_2$ может быть сведена к нулю при определенном значение n_A.

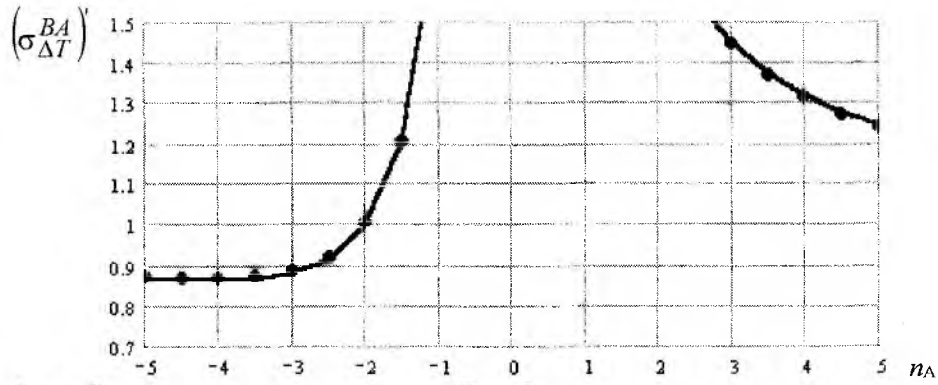


Рис. 6

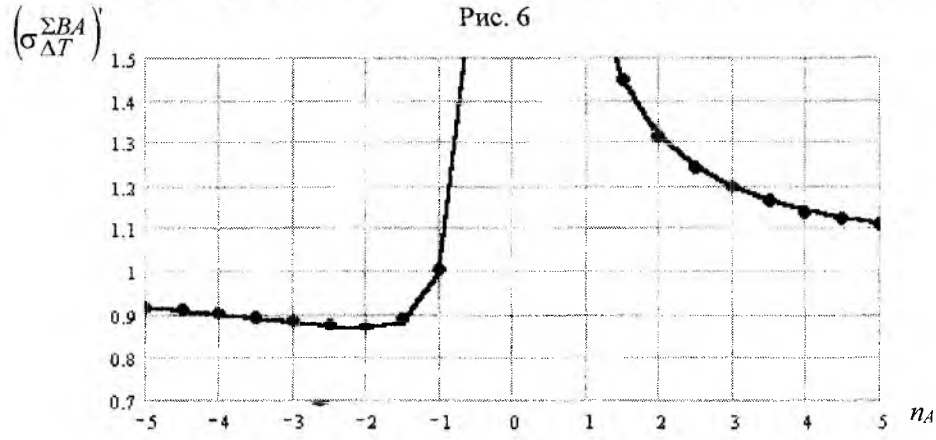


Рис. 7

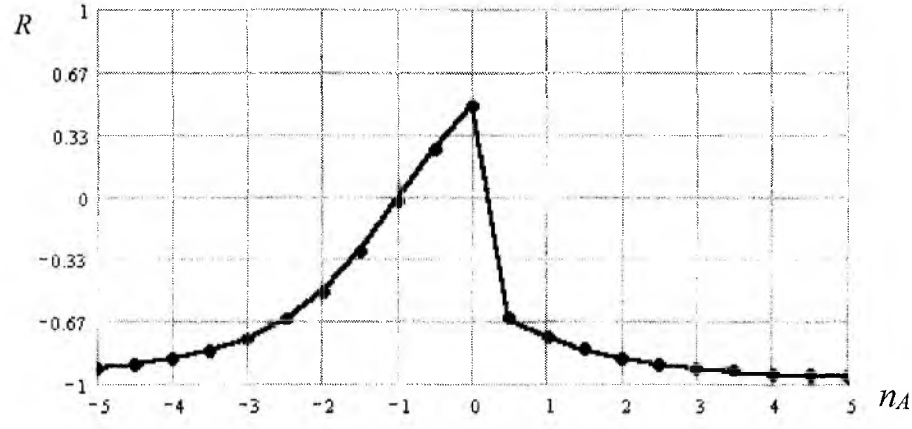


Рис. 8

Список литературы: 1. *Коваль Ю.А., Трощин О. Л.* Анализ алгоритмов синхронизации эталонов времени и частоты // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2000. Вып. 113. С. 47-52. 2. *Антипов И.Е., Бавыкина В.В., Коваль Ю.А., Нестеренко Г.В., Трощин О.Л.* Приём телевизионных сигналов времени и частоты по метеорному радиоканалу // Радиотехника. Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2000. Вып. 117. 3. А.С. 712807 СССР, МКИ G 04 С 11/02. Способ сравнения шкал времени/ *Б.С.Дудник, Б.Л. Кащеев, В.П. Моисеев.* Опубл. 7.06.80 Бюл. №4. 4. А.С. 1167573 СССР, МКИ G 04 С 11/02. Способ сличения шкал времени и устройство для его осуществления / *Б.С. Дудник, В.П. Моисеев.* N 2737342; заявл. 16.03.79. Опубл. 09.05.85. Бюл. N 26. 5. *Кащеев Б.Л., Коваль Ю.А., Горбач В.И., Бондарь Б.Г.* Метеоры сегодня. К.: Техника, 1996. 196 с. 6. А.С. 1644079 СССР, МКИ G 04 С 11/02. Способ сличения шкал времени и устройство для его осуществления / *В.В. Бавыкина, В.П. Моисеев.* N 4357373; заявл. 5.01.81. Опубл. 23.04.91. Бюл. N 15.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 4.01.2001

UDC 541.138:535.379

IRINA B. SVIR, cand. phys.- math. sci. , PhD, ALEXEY V. KLIMENKO and RICHARD G. COMPTON, PhD, doc. chem. sci.*

THE SIMULATION OF CONVECTIVE DIFFUSION TRANSPORT OF MATTER TO A CHANNEL DOUBLE MICROBAND ELECTRODE AND ITS APPLICATION TO ELECTROGENERATED CHEMILUMINESCENCE

The theory of double electrodes has been well-established for large electrodes under conditions where diffusion in the direction of the flow can be safely neglected [1-6]. Much present interest [7,8] is focused on microband channel electrodes for which axial diffusion can be a significant and, at low flow rates, a dominant contribution to the mass transport [9]. Recently Alden and Compton introduced the multigrid method [10-14] MGD1 as an efficient and stable [15] alternative to SIP for steady-state simulations, and applied it to investigate the behaviour of the otherwise intractable double microband channel electrode system [16]. This arrangement is particularly useful for mechanistic investigations [17]. A species can be electrogenerated at an upstream "generator" electrode and detected on a downstream "detector" electrode. The ratio of the detector current to the generator current is defined as the collection efficiency.

In this paper we consider the simulation of electrogenerated chemiluminescence (ECL) in channel flow cell with two opposite polarised microband electrodes. Electrolysis of electrolyte solutions of complex organic compounds and metal-organic compounds – electrochemiluminesors – can be accompanied by the light emission from near electrode region namely by electrochemiluminescence [18-20]. In many cases the ECL quanta (γ_{ECL}) are emitted through the radiative deactivation of singlet-excited molecules ($^1A^*$) of the organoluminesor (A_g) i.e. the products of highly exothermic reactions of electron transfer between electrogenerated species: anion (A^-) and cation radicals (A^+). In this case, the anion-radicals are formed on the downstream electrode and cation radicals – on the upstream electrode in the channel cell (Fig. 1). We selected the channel and electrode geometry parameters for realisation of ECL with the aim of obtaining maximal ECL intensity.

In the following we use a non-uniform grid in spatial and time co-ordinate for simulation of the convection-diffusion transport of matter in electrochemical cell with channel double microband electrode under non-steady state electrolysis.

Model

The ECL physicochemical model can be presented as the reaction scheme:

$$A_g - e \rightarrow A^+ \quad \text{(upstream electrode)} \tag{1}$$

$$A^+ \xrightarrow{k_1} B$$

$$A_g + e \rightarrow A^- \quad \text{(downstream electrode)} \tag{2}$$

$$A^- \xrightarrow{k_2} C$$

$$A^+ + A^- \xrightarrow{k_{bi}} {}^1A^* + A_g \tag{3}$$

$$^1A^* \xrightarrow{k_f} \gamma_{ECL} + A_g \tag{4}$$

Reactions (1) and (2) are Faraday one-electrode processes of reduction and oxidation of organic depolarizer A_g. Reaction (3) is a chemical reaction following the electrochemical one and complicating the electrochemical stage. The fast reaction (3) is controlled by the rate of diffusion or convective mass-transfer of reagents into near electrode region. Reaction (4) provides the quantitative characteristics of the reactions emitting "light" and it is also responsible for ECL spectrum formation coinciding as a rule with the luminizer fluorescence spectrum.

* Corresponding author. E-mail:svir@kture.kharkov.ua

We assume the presence of enough supporting electrolyte that migration effects may be neglected and that the width, **w**, of the microband electrodes is much larger then their lengths ($w>>x_{e1}$ and $w>>x_{e2}$ where $x_{e1}=L_1-L$, $x_{e2}=L_3-L_2$), so that the calculation reduces to a two-dimensional problem. Note that the flow through the cell is parallel to the electrode length. We also assume that the electrodes are sufficiently less wide than the channel for edge effects to be neglected (Fig. 1). Fig. 1 shows a scheme of the coordinate system for two microband electrodes in the channel with a directed flow.

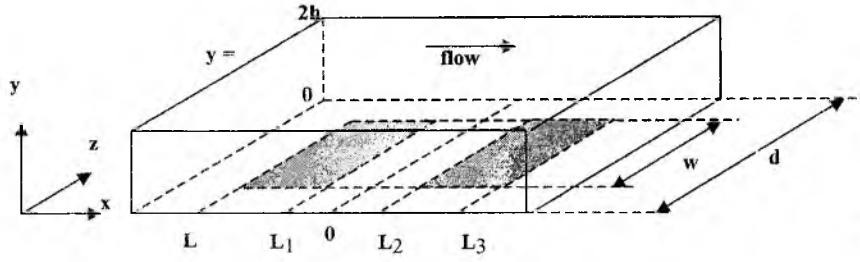


Fig. 1

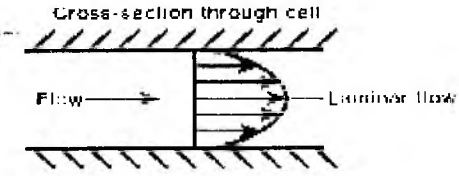


Fig. 2

Our mathematical model of the considered physicochemical processes Eqs. (1) - (4) represented by the system of non-linear PDEs is

$$\frac{\partial C^+}{\partial t}=D_+\left[\frac{\partial^2 C^+}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C^+}{\partial y^2}\right]-V_x\frac{\partial C^+}{\partial x}-\frac{C^+}{\tau_+}-k_{bi}C^+C^-; \tag{5}$$

$$\frac{\partial C^-}{\partial t}=D_-\left[\frac{\partial^2 C^-}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C^-}{\partial y^2}\right]-V_x\frac{\partial C^-}{\partial x}-\frac{C^-}{\tau_-}-k_{bi}C^+C^-\quad; \tag{6}$$

$$\frac{\partial C^*}{\partial t}=D_*\left[\frac{\partial^2 C^*}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C^*}{\partial y^2}\right]-V_x\frac{\partial C^*}{\partial x}-k_f C^*+k_{bi}C^+C^-\quad, \tag{7}$$

where C^+, C^-, C^* are concentrations of species A^+, A^-, A^*; D_+, D_-, D_* are diffusion coefficients of A^+, A^-, A^*; k_{bi} is a bimolecular interaction rate constant of reaction Eq. (3), τ_+, τ_-, τ_* are the lifetime of species A^+, A^-, A^*. τ_+, τ_- in equations describe the possibility of participation the cation- and anion-radicals in secondary chemical reactions into solution with the pseudo-first-order rate constants $k_1=\frac{1}{\tau_+}$ and $k_2=\frac{1}{\tau_-}$; k_f is the pseudo-monomolecular rate constant of "light emitting" homogeneous electron transfer reaction Eq. (4) $k_f=\frac{\varphi_{ECL}}{\tau_*}$, φ_{ECL} is the quantum fluorescent output (in our calculation $\varphi_{ECL}=1$); V_x represents the solution velocity profile in the x direction.

The solution velocity profile in the x direction V_x is parabolic under laminar flow conditions (fig. 2) provided that a sufficiently long lead-in section is present for the flow to become fully developed [21, 22]. For a parabolic flow

$$V_x=V_0\left(1-\frac{(h-y)^2}{h^2}\right)$$

where V_0 is the velocity at the centre of the channel and *h* is a half height of the cell (in the *y* coordinate). Note that $V_y=V_z=0$. Fig. 2 demonstrates a flow profile at a channel electrode.

Quantitatively,

$$V_x = V_0\left(1-\frac{(h-y)^2}{h^2}\right)=\frac{3V_f}{4hd}\left(1-\frac{(h-y)^2}{h^2}\right). \qquad (8)$$

The initial and boundary conditions:

$t=0$ all x $\quad y\ge 0 \quad C^+(x,y,0)=C^-(x,y,0)=C^*(x,y,0)=0;$

$t>0 \quad -\infty<x<L \quad y=0 \quad \frac{\partial C^+(x,0,t)}{\partial y}=\frac{\partial C^-(x,0,t)}{\partial y}=\frac{\partial C^*(x,0,t)}{\partial y}=0;$

$L\le x\le L_1 \quad C^+(x,0,t)=C_0; C^-(x,0,t)=C^*(x,0,t)=0;$

$L_1<x<L_2 \quad \frac{\partial C^+(x,0,t)}{\partial y}=\frac{\partial C^-(x,0,t)}{\partial y}=0; C^*(x,0,t)=0;$

$L_2\le x\le L_3 \quad C^+(x,0,t)=0; C^-(x,0,t)=C_0; C^*(x,0,t)=0; \qquad (9)$

$x>L_3 \quad \frac{\partial C^+(x,0,t)}{\partial y}=\frac{\partial C^-(x,0,t)}{\partial y}=0; C^*(x,0,t)=0;$

all x $\quad y=2h \quad \frac{\partial C^+(x,2h,t)}{\partial y}=\frac{\partial C^-(x,2h,t)}{\partial y}=\frac{\partial C^*(x,2h,t)}{\partial y}=0;$

$x\to\infty \quad$ all y $\quad C^+(x,y,t)=C^-(x,y,t)=C^*(x,y,t)=0,$

where C_0 is an initial concentration of organoluminesor.

The transient currents of electrolysis at upstream and downstream electrodes are

$$i_{up}(t)=-nFw\int_L^{L_1}\left(D_+\left.\frac{\partial C^+}{\partial y}\right|_{y=0}-D_-\left.\frac{\partial C^-}{\partial y}\right|_{y=0}\right)dx; \qquad (10)$$

$$i_{down}(t)=-nFw\int_{L_2}^{L_3}\left(D_-\left.\frac{\partial C^-}{\partial y}\right|_{y=0}-D_+\left.\frac{\partial C^+}{\partial y}\right|_{y=0}\right)dx, \qquad (11)$$

where F is the Faraday constant, *n* is a number of transfer electrons.

The transient ECL intensity [20] is

$$I_{ECL}(t)=N_A\,\Phi_{ECL}\,k_f\,w\int_0^{2h}\int_{-\infty}^{\infty}C^*(x,y,t)dxdy, \qquad (12)$$

where Φ_{ECL} is an ECL efficiency, N_A is the Avogadro Number.

Simulation space

We define the area of simulations in the **x** and **y** co-ordinates:

1) $0\le y\le y_{max}$, $\quad y_{max}=\begin{cases}5\sqrt{DT_e} & \text{when } 5\sqrt{DT_e}<2h\\ 2h & \text{when } 5\sqrt{DT_e}\ge 2h\end{cases};$

2) $-x_{up} - x_{e1} - \frac{x_{gap}}{2} \le x \le \frac{x_{gap}}{2} + x_{e2} + x_{down}$;

where T_e is an electrolysis duration; x_{up} is the length upstream; x_{gap} is the length between electrodes ($x_{gap} = L_2 - L_1$); x_{down} is the length downstream:

$$x_{up} = L = \begin{cases} V_{max} T_e - \sqrt{DT_e} & \text{when } \left| V_{max} T_e - \sqrt{DT_c} \right| > 0{,}5\, x_e \\ 0{,}5 & \text{when } \left| V_{max} T_e - \sqrt{DT_e} \right| \le 0{,}5\, x_e \end{cases};$$

$$x_{down} = V_{max} T_e + \sqrt{DT_e};$$

$$x_e = \max(x_{e1}, x_{e2});$$

$$D = \max(D_+, D_-, D_*);$$

$$V_{max} = \begin{cases} V_0 & \text{when } y_{max} \ge h \\ V_0 \left[1 - \frac{(h - y_{max})^2}{h^2} \right] & \text{when } y_{max} < h \end{cases};$$

3) To limit the simulation space we use the following inequality

$$V_{max} T_e + \sqrt{DT_e} \le n\, x_e \quad \text{where } n = 10,$$

which allows to limit the electrolysis duration with fixed other parameters and therefore to limit the spatial area which depends on the value of T_e (see conditions 1 and 2 of this section).

Transformed co-ordinates

Transformation in **x** direction is

$$\varphi = \tanh\left(\alpha \frac{x}{x_\alpha} \right); \quad x = \frac{x_\alpha}{\alpha} \operatorname{arctanh} \varphi \ , \tag{13}$$

where α is a compression grid coefficient, $x_\alpha = 2x_e + x_{gap}$. Pastore et al. [23] used this hyperbolic tangent function to expand the axial co-ordinate in the channel flow cell.

Transformation in **y** direction is

$$\psi = \ln\left(1 + \beta \frac{y}{y_{max}} \right); \quad y = \frac{y_{max}}{\beta} \left(e^{\psi} - 1 \right). \tag{14}$$

In the time (**t**) direction we use

$$\Theta = \ln\left(1 + \gamma \frac{t}{T_e} \right); \quad t = \frac{T_e}{\gamma} \left(e^{\Theta} - 1 \right) \ , \tag{15}$$

where β and γ are the compression grid coefficients which selects by user. This transformation proposed by Feldberg [24], we use to create an exponentially expanding grid in **y** and **t** directions.

To find values of geometric parameters in new co-ordinates:

$$L \to \lambda = \tanh\left(\alpha \frac{L}{x_\alpha} \right); \ L_1 \to \lambda_1 = \tanh\left(\alpha \frac{L_1}{x_\alpha} \right); \ L_2 \to \lambda_2 = \tanh\left(\alpha \frac{L_2}{x_\alpha} \right); \ L_3 \to \lambda_3 = \tanh\left(\alpha \frac{L_3}{x_\alpha} \right)$$

$$y_{max} \to \psi_{max} = \ln(1 + \beta).$$

Mathematical model in transformed co-ordinates

The transformed co-ordinates in time (**t**) Eq. (15) must be differentiated readily, if it is to be used in a co-ordinate transformation:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \Theta} \cdot \frac{d\Theta}{dt} = \frac{\gamma}{T_e} e^{-\Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta}. \tag{16}$$

In **x** direction

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dx} = \frac{\alpha}{x_\alpha} \left(1-\varphi^2\right) \frac{\partial}{\partial \varphi} \tag{17}$$

and

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \cdot \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 + \frac{\partial}{\partial \varphi} \cdot \frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{\alpha^2}{x_\alpha^2} \left(1-\varphi^2\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2\frac{\alpha^2}{x_\alpha^2} \varphi \left(1-\varphi^2\right) \frac{\partial}{\partial \varphi}. \tag{18}$$

In **y** direction

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} \cdot \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 + \frac{\partial}{\partial \psi} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{\beta^2}{y_{max}^2} e^{-2\psi} \left(\frac{\partial^2}{\partial \psi^2} - \frac{\partial}{\partial \psi}\right). \tag{19}$$

Input the following dimensionless concentrations:

$$c^+ = \frac{C^+}{C_0}, \quad c^- = \frac{C^-}{C_0}, \quad c^* = \frac{C^*}{C_0}.$$

System of non-linear PDE (5) - (7) in transformed co-ordinates is

$$\frac{\gamma}{T_e} e^{-\Theta} \frac{\partial c^+}{\partial \Theta} = D_+ \left[\frac{\alpha^2}{x_\alpha^2} \left(1-\varphi^2\right) \left(\left(1-\varphi^2\right) \frac{\partial^2 c^+}{\partial \varphi^2} - 2\varphi \frac{\partial c^+}{\partial \varphi}\right) + \frac{\beta^2}{y_{max}^2} e^{-2\psi} \left(\frac{\partial^2 c^+}{\partial \psi^2} - \frac{\partial c^+}{\partial \psi}\right)\right] - \frac{\alpha}{x_\alpha} \left(1-\varphi^2\right) V_\varphi \frac{\partial c^+}{\partial \varphi} - \frac{c^+}{\tau_+} - K_b c^+ c^- \tag{20}$$

$$\frac{\gamma}{T_e} e^{-\Theta} \frac{\partial c^-}{\partial \Theta} = D_- \left[\frac{\alpha^2}{x_\alpha^2} \left(1-\varphi^2\right) \left(\left(1-\varphi^2\right) \frac{\partial^2 c^-}{\partial \varphi^2} - 2\varphi \frac{\partial c^-}{\partial \varphi}\right) + \frac{\beta^2}{y_{max}^2} e^{-2\psi} \left(\frac{\partial^2 c^-}{\partial \psi^2} - \frac{\partial c^-}{\partial \psi}\right)\right] - \frac{\alpha}{x_\alpha} \left(1-\varphi^2\right) V_\varphi \frac{\partial c^-}{\partial \varphi} - \frac{c^-}{\tau_-} - K_b c^+ c^- \tag{21}$$

$$\frac{\gamma}{T_e} e^{-\Theta} \frac{\partial c^*}{\partial \Theta} = D_* \left[\frac{\alpha^2}{x_\alpha^2} \left(1-\varphi^2\right) \left(\left(1-\varphi^2\right) \frac{\partial^2 c^*}{\partial \varphi^2} - 2\varphi \frac{\partial c^*}{\partial \varphi}\right) + + \frac{\beta^2}{y_{max}^2} e^{-2\psi} \left(\frac{\partial^2 c^*}{\partial \psi^2} - \frac{\partial c^*}{\partial \psi}\right)\right] - \frac{\alpha}{x_\alpha} \left(1-\varphi^2\right) V_\varphi \frac{\partial c^*}{\partial \varphi} - k_f c^* + K_b c^+ c^- \tag{22}$$

where $K_b = k_{bi} C_0$, $V_\varphi = V_0 \left(1 - \frac{1}{h^2} \cdot \left[h - \beta^{-1} y_{max} \left(e^\psi - 1\right)\right]^2\right)$.

The initial and boundary conditions are

$\Theta = 0$ all φ $\psi \geq 0$ $c^+(\varphi,\psi,0) = c^-(\varphi,\psi,0) = c^*(\varphi,\psi,0) = 0$;

$$\Theta > 0 \quad -1 < \varphi < \lambda \qquad \psi = 0 \qquad \frac{\partial c^+(\varphi,0,\Theta)}{\partial\psi} = \frac{\partial c^-(\varphi,0,\Theta)}{\partial\psi} = \frac{\partial c^*(\varphi,0,\Theta)}{\partial\psi} = 0;$$

$$\lambda \le \varphi \le \lambda_1 \qquad c^+(\varphi,0,\Theta) = 1; c^-(\varphi,0,\Theta) = c^*(\varphi,0,\Theta) = 0;$$

$$\lambda_1 < \varphi < \lambda_2 \qquad \frac{\partial c^+(\varphi,0,\Theta)}{\partial\psi} = \frac{\partial c^-(\varphi,0,\Theta)}{\partial\psi} = 0;\ c^*(\varphi,0,\Theta) = 0;$$

$$\lambda_2 \le \varphi \le \lambda_3 \qquad c^+(\varphi,0,\Theta) = 0; c^-(\varphi,0,\Theta) = 1;\ c^*(\varphi,0,\Theta) = 0; \qquad (23)$$

$$\varphi > \lambda_3 \qquad \frac{\partial c^+(\varphi,0,\Theta)}{\partial\psi} = \frac{\partial c^-(\varphi,0,\Theta)}{\partial\psi} = 0;\ c^*(\varphi,0,\Theta) = 0;$$

$$\text{all } \varphi \qquad \psi = \psi_{max} \qquad \frac{\partial c^+(\varphi,\psi_{max},\Theta)}{\partial\psi} = \frac{\partial c^-(\varphi,\psi_{max},\Theta)}{\partial\psi} = \frac{\partial c^*(\varphi,\psi_{max},\Theta)}{\partial\psi} = 0;$$

$$\varphi = 1 \qquad \text{all } \psi \qquad c^+(\varphi,\psi,\Theta) = c^-(\varphi,\psi,\Theta) = c^*(\varphi,\psi,\Theta) = 0.$$

The transient currents of electrolysis at the upstream and downstream electrodes in the transformed co-ordinates are

$$i_{up}(\Theta) = -nFC_0 w \frac{\beta x_\alpha}{\alpha y_{max}} \int_{\lambda}^{\lambda_1} \left(D_+ \frac{\partial c^+}{\partial\psi}\bigg|_{\psi=0} - D_- \frac{\partial c^-}{\partial\psi}\bigg|_{\psi=0} \right) \frac{d\varphi}{1-\varphi^2}; \qquad (24)$$

$$i_{down}(\Theta) = -nFC_0 w \frac{\beta x_\alpha}{\alpha y_{max}} \int_{\lambda_2}^{\lambda_3} \left(D_- \frac{\partial c^-}{\partial\psi}\bigg|_{\psi=0} - D_+ \frac{\partial c^+}{\partial\psi}\bigg|_{\psi=0} \right) \frac{d\varphi}{1-\varphi^2}. \qquad (25)$$

The transient ECL intensity is

$$I_{ECL}(\Theta) = N_A \Phi_{ECL} k_f C_0 w \frac{x_\alpha y_{max}}{\alpha\beta} \int_0^{\psi_{max}} \int_{-1}^{1} c^*(\varphi,\psi,\Theta) \frac{e^\psi}{1-\varphi^2} d\varphi\, d\psi. \qquad (26)$$

Numerical simulation

ADI method

The ADI method is used for numerical simulation of this problem [25, 26].

We introduce the grid in simulation space with dimensions NX in the **x** co-ordinate, NY in the **y** co-ordinate and NT in time (**t**).

Each step in time is divided into two half steps. First half step on time makes a crossing from k-layer in time to $\left(k+\frac{1}{2}\right)$-layer, which is denoted as *-layer. Next for approximation of derivatives for x co-ordinate we use values of concentration at the *-layer in time, but for approximation of derivatives for y co-ordinate at the k-layer. The second half step on time makes a crossing from *-layer in time to (k+1)-layer. Derivatives in the x co-ordinate use the approximate concentration values at *-layer in time, but for the approximation of derivatives in the y co-ordinate the (k+1)-layer is used.

Discretization of the differential equations (Eqs. (20), (21) for C^+ and C^-) gives the system of non-linear equations. We use the Newton's method to solve such systems. Newton's method reduces the solution of non-linear system to solution of sequence of linear systems A x = f. The unknown vector x has the following structure

$$x = \left(C_0^+, C_0^-, C_1^+, C_1^-, ..., C_N^+, C_N^-\right),$$

where N is NX at the first half step and NY at the second one. This feature allows us to obtain penta-diagonal systems of linear equations.

Discretization of differential equation (22) for C^* gives only tri-diagonal systems in alternating directions at each half step. Therefore we use the Thomas algorithm to solve these equations.

Modification of generalised Thomas algorithm

For the solution of penta-diagonal linear systems, we propose a fast modification for generalised Thomas algorithm. This modification allows to store only five diagonals from the whole matrix, i.e. if we have system of N equations we need to store only 5N-6 elements instead of N^2 elements in a whole matrix.

The penta-diagonal equations system has the form:

$$\begin{vmatrix} c_1 & d_1 & e_1 & & & & & & & & \\ b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & & & & & & & \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 & e_3 & & & & & & \\ & a_4 & b_4 & c_4 & d_4 & e_4 & & & & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & & & & a_{N-2} & b_{N-2} & c_{N-2} & d_{N-2} & e_{N-2} \\ & & & & & & & a_{N-1} & b_{N-1} & c_{N-1} & d_{N-1} \\ & & & & & & & & a_N & b_N & c_N \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \cdots \\ x_{N-2} \\ x_{N-1} \\ x_N \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ \cdots \\ f_{N-2} \\ f_{N-1} \\ f_N \end{vmatrix}$$

The *forward substitution* (elimination of coefficients a_i and b_i) gives an upper triangular matrix A′ which looks like:

$$A' = \begin{vmatrix} 1 & d_1' & e_1' & & & & & & & & \\ 0 & 1 & d_2' & e_2' & & & & & & & \\ 0 & 0 & 1 & d_3' & e_3' & & & & & & \\ & 0 & 0 & 1 & d_4' & e_4' & & & & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & & & & & 0 & 0 & 1 & d_{N-2}' & e_{N-2}' \\ & & & & & & & 0 & 0 & 1 & d_{N-1}' \\ & & & & & & & & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad f' = \begin{vmatrix} f_1' \\ f_2' \\ f_3' \\ f_4' \\ \cdots \\ f_{N-2}' \\ f_{N-1}' \\ f_N' \end{vmatrix}$$

This transformed matrix we obtain using equations:

$$d_1' = \frac{d_1}{c_1}; \quad e_1' = \frac{e_1}{c_1}; \quad f_1' = \frac{f_1}{c_1}$$

$$d_i' = \frac{d_i - b_i e_{i-1}' + a_i d_{i-1}' e_{i-1}'}{m_i} \qquad i = (2,..., N-1)$$

$$e_i' = \frac{e_i}{m_i} \qquad i = (2,..., N-2)$$

$$f_i' = \frac{f_i - a_i f_{i-1}' - b_i f_{i-1}' + a_i d_{i-1}' f_{i-1}'}{m_i} \qquad i = (2,..., N)$$

$$m_i = c_i - a_i e'_{i-2} - b_i d'_{i-1} + a_i d'_{i-1} d'_{i-2} \qquad i = (2,...,N)$$

Now we can solve the system $A'x = f'$ by *backward substitution* using the following equations

$$x_N = f'_N$$

$$x_{N-1} = f'_{N-1} - d'_{N-1} \cdot x_N$$

$$x_i = f'_i - d'_i \cdot x_{i+1} - e'_i \cdot x_{i+2}; \quad i = N-2, N-3,...,1$$

This modification gives a great economy of CPU time because it is necessary to do only 16N-20 operations of multiplying and dividing (whereas for example, the Gauss method requires $O(N^3)$ operations).

Computing

The original programs used to generate the results quoted in this paper are written by the authors in Delphi 5 and were run on a PC with Pentium III 800 MHz processor and 256 Mb of RAM. All codes are available from the authors on request.

Results and discussion

For analysis of the calculated results we compared calculated currents for the double microband channel system with our calculations for microband electrode channel problem [29]. This comparison is correct in the case where the bimolecular rate constant in double microband problem is approximately zero ($k_{bi} = 0$) and sizes of cells are equal for both problems. Our idea was as follows: to make conditions, when recombination reactions between opposite charged particles were absent.

Therefore expression for current in this case was calculated by equation ($x_{e1} = x_{e2}$)

$$i(t) = -nFwD_+ \int_L^{L_1} \left.\frac{\partial C^+}{\partial y}\right|_{y=0} dx = -nFwD_- \int_{L_2}^{L_3} \left.\frac{\partial C^-}{\partial y}\right|_{y=0} dx \qquad (27)$$

Table 1 consists of the main parameters for simulation of both problems – microband channel and double microband channel – for such analysis. Table 2 shows the calculated currents for microband electrode channel and double microband electrode channel systems. Comparison of calculated currents for both problems gives small convergence errors for double microband channel problem – less than 0,1587% (Table 2) – for different values of flow velocity.

Table 1

Length of upstream electrode	$x_{e1} = L_1 - L$	5 μm
Length of gap between electrodes	$x_{gap} = L_2 - L_1$	1 μm
Length of downstream electrode	$x_{e2} = L_3 - L_2$	5 μm
Electrode width	w	0,087 cm
Channel width	d	0,2 cm
Channel height	2h	0,0116 cm
Diffusion coefficient	D	$1 \cdot 10^{-5}$ cm^2 s^{-1}
Bulk concentration	C_0	$1 \cdot 10^{-6}$ mol cm^{-3}
Electrolysis duration	T	0,001 s
No. of nodes in time	NT	1000
Adjustable coefficient in x co-ordinate	α	1
Adjustable coefficient in y co-ordinate	β	0,01
[redacted]table coefficient in x time	γ	10

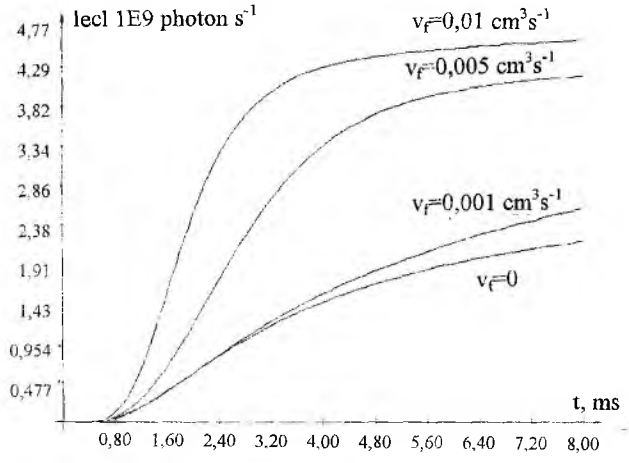


Fig. 3

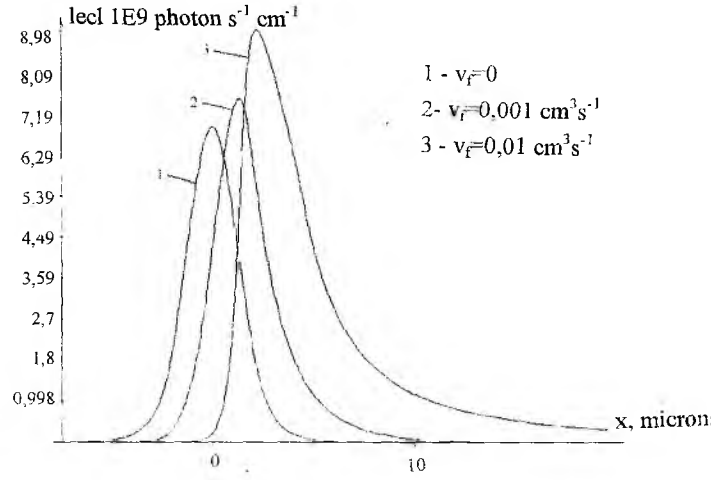


Fig. 4

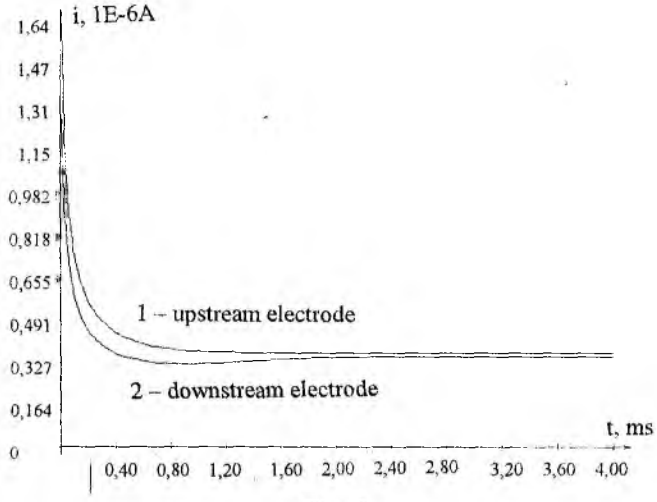


Fig. 5

Table2

v_f, cm^3 s^{-1}	Current, μA		Convergence errors, %
	Microband electrode in channel	Double microband electrode channel system	
0,0005	0,37189	0,37242	0,1425
0,001	0,37199	0,37252	0,1425
0,005	0,37519	0,37575	0,1493
0,01	0,38429	0,38490	0,1587

Fig. 3 - 4 shows the calculated ECL intensity distribution in time and density of ECL intensity in the **x** direction for different flow velocity of solution. We used the experimental data for rubrene (organoluminesor) in our calculation [20].

Fig. 3 demonstrates the development of the ECL intensity after the start of electrolysis and approaches a limiting value towards the end of the electrolysis ($x_{e1} = x_{gap} = x_{e2} = 3$ μm; T = 0,008 s; $\Phi_{ECL} = 0{,}01$; T = 0,008 s). When the convection contributes more strongly the plots show a faster approach to a limiting ECL intensity value.

Fig. 4 shows the distribution of density of ECL intensity in the **x** direction, which we calculated as

$$I_{ECL}(x,t) = N_A \Phi_{ECL} k_f w \int_0^{2h} C^*(x,y,t)dy . \qquad (28)$$

The position of ECL intensity maximum in the **x** direction shows Fig. 4 with different flow velocity of solution ($x_{e1} = x_{gap} = x_{e2} = 3$ μm; T = 0,008 s; $\Phi_{ECL} = 0{,}01$). In case when $v_f = 0$ the ECL intensity maximum is situated in the centre of gap (Fig. 1). With the increase of flow velocity we have increase of ECL intensity and motion of the maximum of ECL intensity into the downstream area.

Fig. 5 shows the calculated currents for the upstream electrode (curve 1) and downstream electrode (curve 2) with parameters from Table 1 (except $x_{e1} = 5$ μm; $x_{e2} = 3{,}5$ μm, $x_{gap} = 3$ μm; $v_f = 0{,}02$ cm^3 s^{-1}; T = 0,004 s). The difference between the current distributions of the upstream electrode (curve 1) and downstream electrode (curve 2) can be explained by influence of species coming from the upstream electrode to downstream electrode during electrolysis time. Cation radicals formed at the upstream electrode convective flow after some time to the downstream electrode and increase the current value at this electrode. Therefore the current at the downstream electrode decreases at the start of electrolysis and then makes a small increase before reaching a limiting value at the and of the electrolysis.

Conclusion

Our main conclusion is that the ADI method in combination with the modified Thomas algorithm and irregular grid in all spatial and time directions gives fast and accurate solution near the electrode area in which takes places the ECL reactions. We obtain the accuracy less than 0,1587% at all parameter values of interest in comparison with one microband electrode channel problem [29]. Our programs allow the simulation of the behaviour of the ECL intensity (values at any point in time and position of density maximum in **x** direction) and currents in channel flow cell with double microband electrode system with various channel and electrode geometry and physicochemical parameters.

Acknowledgements

We thank The Royal Society of United Kingdom for grant of Joint Project between group of Professor Richard G. Compton (Oxford University) and group of Dr. Irina B. Svir (KTURE).

References: 1. *Braun R.* // J. Electroanal. Chem., 1968, N19. P. 23. 2. *Matsuda H* // J. Electroanal. Chem. 1965. N16. P. 153. 3. *Aoki K. and Matsuda H.* // J.Electroanal. Chem. 1978. N 94. P. 157. 4. *Cook R.N.*, D. Phil. Thesis, University of Oxford, 1973, p. 313. 5. *Compton R.G. and Stearn G.M.* // J. Chem. Soc. Faraday Trans. 1988. V.1, no. 84. P. 4349. 6. *Compton R.G., Coles B.A. and Fisher A.C.* // J. Phys. Chem. 1994. N 98. P. 2441. 7. *Rees N.V, Dryfe R.A.W., Cooper J.A., Coles B.A., Compton R.G., Davies S.G and McCarthy T.D.* // J. Phys. Chem. 1995. N 99. P. 7096. 8. *Rees N.V., Alden J.A., Dryfe R.A.W., Compton R.G. and Coles B.A.* // J. Phys. Chem. 1995. N 99. P. 14813. 9. *Alden J.A. and Compton R.G.* // J. Electroanal. Chem. 1996. N 404. P. 27. 10. *G.J. McCarthy* / Investigation into the Multigrid Code MGD1, Harwell Rep. AERE-R 10889, 1983. 11. *Wesseling P* / Multigrid Methods, Lecture Notes in Mathematics, no. 960, Springer-Verlag, Berlin, 1982, p.614. 12. *Wesseling P.* // SIAM J. Sci. Stat. Comput. 1982. N 3. P. 387. 13. *Bramble J.H.* / Multigrid Methods, Pitman Research Notes in Mathematics Series, no. 294, Longman, Harlow, 1993. 14. *Paddon D.J. and Holstein H.* / Multigrid Methods for Integral and Differential Equations, Clarendon Press, Oxford, 1983. 15. *Alden J.A. and Compton R.G.* // J. Electroanal. Chem. 1996. N 415. P. 1. 16. *H. Gerisher, I. Mattes and R. Braun* // J. Electroanal. Chem. 1965. N 10. P. 553. 17. *Compton R.G., Coles B.A., Gooding J.J., Fisher A.C. and Cox T.I.* // J. Phys. Chem. 1994. N 98. P. 2446. 18. *Faulkner L.R., Tachikawa H., Bard A.J.* // J. Amer. Chem. Soc. 1972, no.3. V. 94. P. 691. 19. *Tachikawa H., Bard A.J.* // J. Chem. Phys. Lett. 1974, no.2. V. 26. P. 246. 20. *Bykh A. I., Vasil'ev R.F., Rozhitskii N.N.* / Itogi Nauki. Radiatsionnaya Khimiya. Fotokhimiya, VINITI, Moscow, 1979, Vol.2. P. 135. 21. *Levich V.G* / Physicochemical Hydrodynamics. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1962. 22. *Lévêque M.* / Ann. Mines. Mem. Ser. 1928, 12/13, 201. 23. *Pastore L., Magno F., Amatore C.A.* // J. Electroanal. Chem. 1991. V. 301. P. 1. 24. *Feldberg S.W.* // J. Electroanal. Chem. 1981. V. 127. P. 1. 25. *Heinze J. And Störzbach M.* // Ber. Bunsenges. Phys. Chem. 1986. N 90. P. 1043. 26. *Heinze J.* // Electroanalysis. 1981. V. 124. P. 73. 27. *Thomas L.H.* / Elliptic problems in linear difference equations over a network, Watson Sci. Comput. Lab. Rept.,Columbia University, New York, 1949. 28. *Bruce G.H., Peaceman D.W., Rachford H.H., Rice J.D.* / Trans. Am. Inst. Min. Engrs (Petrol Div.) 1953. N 198. P. 79. 29. *I. B. Svir, A.V. Klimenko and R.G. Compton* // Radioelectronika i Informatika. 2000. N 2. P. 24.

Kharkov State Technical University of Radioelectronics (UKRAINE)
Oxford University (UK)

Поступила в редколлегию 13.12.2001

УДК 621.385.69

А. В. ГРИЦУНОВ, канд. техн. наук

ОБ АВТОМАТИЗАЦИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА КРАТНОСТИ МАКРОЧАСТИЦ

Среди параметров, задаваемых при моделировании СВЧ-приборов со скрещенными полями методом крупных частиц, особое место занимает коэффициент кратности макрочастицы K_q. Он определяется как отношение заряда макрочастицы q_0 к заряду электрона e. Для модели с переменным зарядом макрочастиц [1] проблема задания величины K_q не возникает, поскольку расчет обычно начинается с единичного значения коэффициента кратности. Напротив, в модели с фиксированным зарядом макрочастиц неправильный выбор этого коэффициента приводит к слишком большому или слишком малому количеству частиц в приборе после достижения электронным потоком бриллюэновской плотности заряда. До настоящего времени определение правильного значения коэффициента кратности производилось путем подбора с помощью кратковременных пробных расчетов, что сопряжено с определенными трудностями не только для пользователя (конструктора), но и для самого разработчика программного обеспечения.

Очевидны преимущества, которые можно получить в результате автоматизации процесса нахождения коэффициента кратности в модели с фиксированным зарядом частиц и исключения тем самым его из списка исходных параметров. Такая методика может основываться на известном из теории приборов М-типа и подтвержденном многочисленными расчетами факте, что после образования спиц суммарный заряд в приборе лишь незначительно изменяется по сравнению с его значением в бриллюэновской втулке. Учитывая, что число макрочастиц в приборе не относится к особо критичным параметрам модели, точность аналитических приближений обычно оказывается приемлемой. Таким образом, задача определения коэффициента кратности для цилиндрического прибора с катодом в пространстве взаимодействия сводится к интегрированию аналитически найденной функции радиального распределения плотности объемного заряда $\rho(r)$ по объему втулки V_{hub} с последующим делением полученного значения на требуемое количество макрочастиц N_{tube} и заряд электрона:

$$K_q = \frac{1}{eN_{tube}} \int_{V_{hub}} \rho(r) dV . \qquad (1)$$

Для приборов прямоугольной конструкции и лучевых задача еще проще, поскольку здесь плотность объемного заряда в пределах втулки или луча можно считать постоянной.

Требуемое количество частиц в большинстве случаев целесообразно определять исходя из того, что оптимальное число макрочастиц на длину замедленной волны при моделировании приборов М-типа составляет около 2...3 тысяч [2]. Если частиц меньше, возрастают модельные шумы (ошибки дискретизации). С увеличением числа частиц сверх оптимального точность расчетов возрастает незначительно, однако почти пропорционально увеличивается время моделирования. В то же время для некоторых специальных приложений, например, при исследовании шумов в СВЧ-приборах, оптимальное значение N_{tube} может достигать нескольких сот тысяч [3].

Конкретизируем методику оценки коэффициента K_q для типовых конструкций СВЧ-приборов.

Цилиндрическая геометрия с втулкой на внутреннем электроде

Согласно работе [4], уравнение, связывающее анодное напряжение U_a с радиусом границы втулки r_{hub}, имеет вид:

$$U_a = \frac{|\eta| B_m^2 r_{hub}^2}{8} \left(1 - \frac{r_1^2}{r_{hub}^2}\right) \left[2\left(1 + \frac{r_1^2}{r_{hub}^2}\right) \ln\frac{r_2}{r_{hub}} + \left(1 - \frac{r_1^2}{r_{hub}^2}\right)\right], \qquad (2)$$

где η – отношение заряда электрона к его массе; r_1 и r_2 – радиусы соответственно внутреннего и внешнего электродов; B_m – индукция внешнего магнитного поля.

Уравнение (2) является трансцендентным относительно r_{hub}. Для его решения пригоден любой метод нахождения действительного нуля функции одной переменной, например, алгоритм ZEROIN из книги [5], сочетающий надежность бисекции с быстротой метода секущих.

Суммарный заряд во втулке Q_{hub} определяется как интеграл:

$$Q_{hub} = \Delta Z \Delta \Phi \int_{r_1}^{r_{hub}} \rho(r) r dr , \tag{3}$$

где ΔZ и $\Delta \Phi$ – соответственно ширина и длина пространства прибора (для приборов с замкнутым потоком $\Delta \Phi = 2\pi$). В предположении бриллюэновской втулки имеем [4]:

$$\rho(r) = \frac{\varepsilon_0 \eta B_m^{\,2}}{2} \left(1 + \frac{r_1^{\,4}}{r^4} \right), \tag{4}$$

(ε_0 – электростатическая постоянная). Подставляя (4) в (3) и интегрируя, окончательно получаем:

$$K_q = \frac{\varepsilon_0 \eta B_m^{\,2} \Delta Z \Delta \Phi}{4 e N_{tube}} \left(r_{hub}^{\,2} - \frac{r_1^{\,4}}{r_{hub}^{\,2}} \right). \tag{5}$$

Для амплитрона QK-434 при U_a = 40 кВ, B_m = 0,119 Тл найденные по описанной методике значения r_{hub} и Q_{hub} равны соответственно 12,43 мм и 134 нКл. В численном эксперименте при количестве макрочастиц около 4 тысяч получается $r_{hub} \approx 12{,}6$ мм, $Q_{hub} \approx 150$ нКл.

Цилиндрическая геометрия со втулкой на внешнем электроде

Формулу, связывающую анодное напряжение с радиусом границы втулки в обращенной конструкции прибора, получим, воспользовавшись методикой работы [4]. С учетом изменения начальных условий для траектории электрона и распределения потенциала на радиусах, меньших и больших r_{hub}, она принимает вид:

$$U_a = \frac{|\eta| B_m^{\,2} r_{hub}^{\,2}}{8} \left(1 - \frac{r_2^{\,2}}{r_{hub}^{\,2}} \right) \left[2 \left(1 + \frac{r_2^{\,2}}{r_{hub}^{\,2}} \right) \ln \frac{r_1}{r_{hub}} + \left(1 - \frac{r_2^{\,2}}{r_{hub}^{\,2}} \right) \right]. \tag{6}$$

Суммарный заряд во втулке равен:

$$Q_{hub} = \Delta Z \Delta \Phi \int_{r_{hub}}^{r_2} \rho(r) r dr . \tag{7}$$

Радиальное распределение плотности объемного заряда теперь описывается формулой:

$$\rho(r) = \frac{\varepsilon_0 \eta B_m^{\,2}}{2} \left(1 + \frac{r_2^{\,4}}{r^4} \right). \tag{8}$$

После подстановки (8) в (7) имеем:

$$K_q = \frac{\varepsilon_0 \eta B_m^{\,2} \Delta Z \Delta \Phi}{4 e N_{tube}} \left(\frac{r_2^{\,4}}{r_{hub}^{\,2}} - r_{hub}^{\,2} \right). \tag{9}$$

В обращенном аналоге амплитрона QK-434 при U_a = 80 кВ, B_m = 0,119 Тл аналитические значения r_{hub} и Q_{hub} равны соответственно 18,44 мм и 236 нКл. Численные расчеты показывают, что $r_{hub} \approx$ $\approx 18{,}2$ мм, $Q_{hub} \approx 290$ нКл.

Прямоугольная геометрия со втулкой

В прямоугольной геометрии уравнение, связывающее анодное напряжение обычного и обращенного прибора с толщиной втулки Δy_{hub}, решается аналитически относительно Δy_{hub}:

$$\Delta y_{hub} = \Delta Y - \sqrt{\Delta Y^2 - \frac{2U_a}{|\eta| B_m^{\,2}}} , \tag{10}$$

где ΔY – высота пространства прибора. Плотность объемного заряда во втулке считаем постоянной:

$$\rho = \varepsilon_0 \eta B_m{}^2 . \tag{11}$$

В результате получаем:

$$K_q = \frac{\varepsilon_0 \eta B_m{}^2 \Delta X \Delta Z}{e N_{tube}} \left(\Delta Y - \sqrt{\Delta Y^2 - \frac{2U_a}{|\eta| B_m{}^2}} \right), \tag{12}$$

где ΔX и ΔZ – соответственно ширина и длина пространства прибора.

Цилиндрическая и прямоугольная геометрия с лучом

Для лучевого прибора оптимальное значение коэффициента кратности макрочастиц оценивается, исходя из объема невозмущенного луча V_{beam} и плотности объемного заряда, вычисляемой по формуле (11). Имеем:

$$K_q = \frac{\varepsilon_0 \eta B_m{}^2 V_{beam}}{e N_{tube}} . \tag{13}$$

Рассмотрим теперь вопросы надежности предлагаемой методики. В процессе счета фактическое количество макрочастиц в приборе может превысить (и обычно превышает) прогнозируемое значение N_{tube}. Причинами этого являются:

– отклонение состояния втулки от бриллюэновского (разрыхление границы);

– кратковременные превышения суммарным зарядом в приборе его установившегося значения при переходных процессах;

– увеличение объема пространства, занятого электронами, в результате формирования спиц;

– варьирование в ходе расчета анодного напряжения или/и индукции внешнего магнитного поля;

– неточность в определении эффективной ширины прибора.

Под последней понимается та часть аксиальной (профильной) протяженности катода, над которой находится объемный заряд (с учетом сжатия последнего торцевыми экранами). Эффективная ширина определяется из геометрической ширины прибора путем умножения ее на корректирующий коэффициент объемного заряда.

Во избежание переполнения базового массива частиц, размер его N_{bap} должен выбираться с некоторым запасом по отношению к прогнозируемому количеству макрочастиц. Величина запаса описывается коэффициентом заполнения базового массива частиц $K_{fill} = N_{tube}/N_{bap}$. Практика применения данной методики показала, что в большинстве случаев достаточно значение $K_{fill} = 0{,}5$. Однако, если используется упрощенная модель катодной эмиссии, в которой вылет частиц из катода ограничивается только эмиссионной способностью катода и радиальной (поперечной) составляющей напряженности суммарного электрического поля, иногда наблюдается нефизичное накопление большого числа макрочастиц в прикатодном слое толщиной около половины размера ячейки сети дискретизации. Причина заключается в том, что метод FACR [6] игнорирует заряд в узлах, расположенных на непериодических границах моделируемой области. В этом случае описанная методика может оказаться неэффективной. Для повышения ее надежности рекомендуется применять более сложную модель эмиссии из распределенного катода, учитывающую текущий заряд в прикатодном слое [7].

Список литературы: 1. *Грицунов А.В.* Моделирование нестационарных режимов СВЧ-усилителей типа М с распределенной эмиссией // Радиотехника. 1984. Вып. 70. С. 90–100. 2. *Рошаль А.С.* Моделирование заряженных пучков. М.: Энергоатомиздат, 1978. 224 с. 3. *David P. Chernin.* Computer Simulations of Low Noise States in a High-Power Crossed-Field Amplifier // IEEE Transactions on Electron Devices. 1996. Vol. 43, No. 11. P. 2004 – 2010. 4. *Бычков С.И.* Вопросы теории и практического применения приборов магнетронного типа. М.: Сов. радио, 1967. 216 с. 5. *Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.* Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980. 280 с. 6. *Хокни Р., Иствуд Дж.* Численное моделирование методом частиц. М.: Мир, 1987. 640 с. 7. *MacGregor D.M.* Computer Modeling of Crossed-Field Tubes // Applications of Surface Science. 1981. Vol. 8. P. 213 – 224.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 24.01.2001

УДК 621.385

М. А. КОПОТЬ, А. Н. НИКИТЕНКО, канд.техн.наук, Г. И. ЧУРЮМОВ, д-р.физ.-мат.наук

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПЕРСИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С РЕЗОНАТОРАМИ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Вакуумные приборы СВЧ применяются во многих направлениях науки и техники. Широкое распространение обусловлено их высокими техническими характеристиками (такими как к.п.д., выходная мощность). В настоящее время разрабатывается и выпускается большое количество приборов, в которых используется принцип протяженного взаимодействия электронного потока с полем замедленных электромагнитных волн. К одному из перспективных направлений разработок можно отнести прибор, предложенный в [1], схематично изображенный на рис. 1.

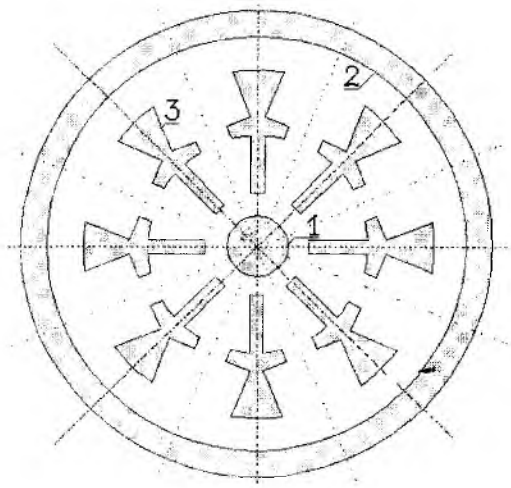
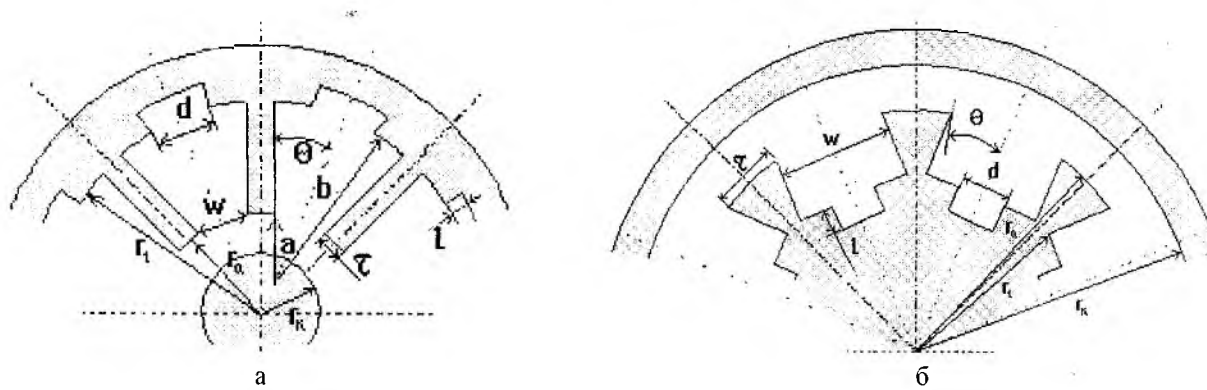


Рис.1
1 – катод внутреннего прибора;
2 – катод внешнего прибора;
3 – замедляющая система

По сути, это два различных прибора, причем обе ЗС соединены щелями связи, образуя единую систему. При использовании такой конструкции появляется возможность получить на выходе прибора модулированный сигнал. При работе одного из приборов на выходе будем иметь мощность того прибора, который работает. Если соблюдается синфазность волн в системе и работе на одной частоте можно получить сумму мощностей обоих приборов. При постоянной работе одного из приборов и периодическом включении другого имеет место ступенчатое изменение амплитуды выходного сигнала.

Основная роль резонаторной системы состоит в накоплении высокочастотной энергии и фиксировании частоты колебаний. Резонаторная система может быть уподоблена фильтру с узкой полосой пропускания, который из всех частот, связанных с электронным потоком, выделяет одну определенную. В свою очередь замедляющая система занимает важное место во всей резонансной системе. Изучая магнетрон, целесообразно рассматривать раздельно электронный механизм, резонансную систему и выходное устройство. Вся резонансная система сложна даже для качественного анализа; обычно ограничиваются предположением, что работа магнетрона определяется лишь анодным блоком и выходным контуром. Хотя это предположение и не всегда оправдывается, поскольку и другие части магнетрона также влияют на его работу, обычно все же удается эти влияния выделить, рассматривая их как отдельную задачу. Этим подходом и воспользуемся, то есть остановимся на анализе работы данной замедляющей системы, считая ее не нагруженной. Рассмотрение нетрадиционной замедляющей системы начнем с расчета каждой из составных частей изображенных на рис. 2.



а б

Рис. 2

Рассчитаем дисперсионные характеристики двух систем (обычной и обращенной) в зависимости от геометрических размеров дополнительных щелей.

Задача о дисперсии замедляющей системы магнетрона может решаться тремя способами. Первый из них основывается на методе эквивалентных цепей с сосредоточенными постоянными [2]. Вид

эквивалентной схемы в известной мере произволен, и точность результатов зависит от его выбора. Параметры схемы большей частью могут быть рассчитаны и должны определятся опытным путем. Таким образом, этот метод дает скорее качественный результат, чем количественный. Достоинством этого метода является математическая простота и наглядность. Второй способ решения задачи заключается в отыскании распределения высокочастотных магнитного и электрического полей [3], по которому затем находится входная проводимость. Преимущества – более высокая точность результатов, получение в процессе решения задачи картины распределения полей. Определенный класс ЗС можно рассчитать, используя метод многопроводных линий. Этим методом можно исследовать такие системы, которые можно представить в виде ряда параллельных проводников[4]. Для расчета характеристик приведенных систем воспользуемся методом теории поля, так как он позволяет получить более высокую точность расчетов, непосредственно используя геометрические размеры системы.

Рассмотрим замедляющую систему в предположении отсутствия потерь в стенках ЗС, т.е. проводимости будут чисто реактивными. Чисто реактивными являются и входные проводимости пространства взаимодействия. Проводимость резонатора является функцией частоты, проводимость же пространства взаимодействия является функцией частоты и номера вида колебаний γ.

Важнейшей характеристикой резонаторной системы является дисперсионная характеристика (зависимость фазовой скорости электромагнитной волны от частоты). Процедура расчета дисперсионной характеристики ЗС сводится к нахождению корней резонансного уравнения (справедливого как для обычного магнетрона, так и для обращенного):

$$Y_{pr} + Y_r = 0, \tag{1}$$

где Y_r и Y_{pr} – соответственно значения реактивных проводимостей резонатора и пространства взаимодействия на их общей границе.

Общую проводимость резонатора определим как проводимость дополнительного щелевого резонатора, пересчитанную по формулам [5] к границе пространства взаимодействия. Формулы приведения известной проводимости к границе пространства взаимодействия (с учетом того, что обычно в традиционном приборе используются ЗС с секторными резонаторами, а в обращенном – со щелевыми) выглядят следующим образом [5]:

– для обычной колебательной системы:

$$Y_{11} = Y_{oa}\frac{Y_{22}C_1 + Y_{ob}C_2}{Y_{22}C_3 + Y_{ob}C_4}, \tag{2}$$

где $Y_{oa} = \frac{1}{376.7}\frac{h}{2\theta a}$; $Y_{ob} = \frac{1}{377}\frac{h}{2\theta b}$;

$C_1 = J_0(ka)N_1(kb) - J_1(kb)N_0(ka)$; $\quad C_2 = J_0(kb)N_0(ka) - J_0(ka)N_0(kb)$;

$C_3 = J_1(ka)N_1(kb) - J_1(kb)N_1(ka)$; $\quad C_4 = J_0(kb)N_1(ka) - J_1(ka)N_0(kb)$;

здесь $a = r_a - \frac{\tau}{2\sin\frac{\psi}{2}}$; $b = r_l - \frac{\tau}{2\sin\frac{\psi}{2}}$.

– для обращенной колебательной системы:

$$Y_{11} = Y_{op}\frac{tgk(r_a - r_l) + Y_{og}/Y_{op}}{1 - Yog/Y_{op}tgk(r_a - r_l)}, \tag{3}$$

$$Y_{op} = \frac{1}{376.7}\frac{h}{w},$$

где ψ – центральный угол лопаточного резонатора; 2θ – центральный угол, соответствующий одной щели определяется выражением $\theta = \frac{\pi}{N} - \frac{\tau}{2r_a}$, где τ – толщина ламели; r_a – радиус анода; k – волновое число. которое является корнем уравнения (1); h – высота анодного блока; r_l – радиус ламели; w

– расстояние между ламелями; Y_{og} - проводимость щелевого резонатора определяется выражением [3]

$Yog = -\frac{1}{377}\frac{h}{d}ctgkl$; l – высота щели; d – ширина щели.

Проводимость пространства взаимодействия определяется по формулам[5]:

- для обычной конструкции:

$$Y_{pr} = \frac{1}{377}\frac{Nh}{2\pi r_a}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left(\frac{\sin\gamma\theta}{\gamma\theta}\right)^2\frac{Z_\gamma(kr_a)}{Z_\gamma^{'}(kr_a)}, \quad (4)$$

– для обращенной конструкции:

$$Y_{pr} = -\frac{1}{377}\frac{Nh}{2\pi r_a}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left(\frac{\sin\gamma\theta}{\gamma\theta}\right)^2\frac{Z_\gamma(kr_a)}{Z_\gamma^{'}(kr_a)}, \quad (5)$$

где N – число резонаторов; $\gamma = n + mN$ – номер вида(моды) колебания; m – целое число; n – номер основного вида колебания; Z_γ и $Z_\gamma^{'}$ – функции, которые определяются выражениями [3]:

$Z_\gamma(kr_a) = J_\gamma(kr) - \frac{J_\gamma^{'}(kr_k)}{N_\gamma^{'}(kr_k)}N_\gamma(kr)$, $Z_\gamma^{'}(kr_a) = J_\gamma^{'}(kr) - \frac{J_\gamma^{'}(kr_k)}{N_\gamma^{'}(kr_k)}N_\gamma^{'}(kr)$ (где $J_\gamma, N_\gamma, J_\gamma^{'}, N_\gamma^{'}$ – Функции Бесселя и Неймана и их производные порядка γ; r_k – радиус катода магнетрона; r – текущая координата.

За основу для расчета внутреннего прибора были взяты геометрические размеры магнетрона М105. Размеры же внешней системы были выбраны с учетом конструкторских рекомендаций [5], отношение толщины ламели к расстоянию между ламелями выбрано равным 1.

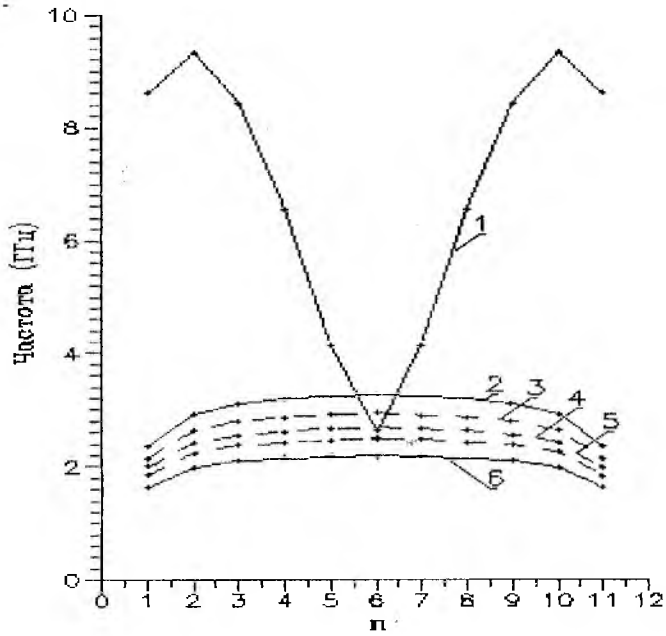
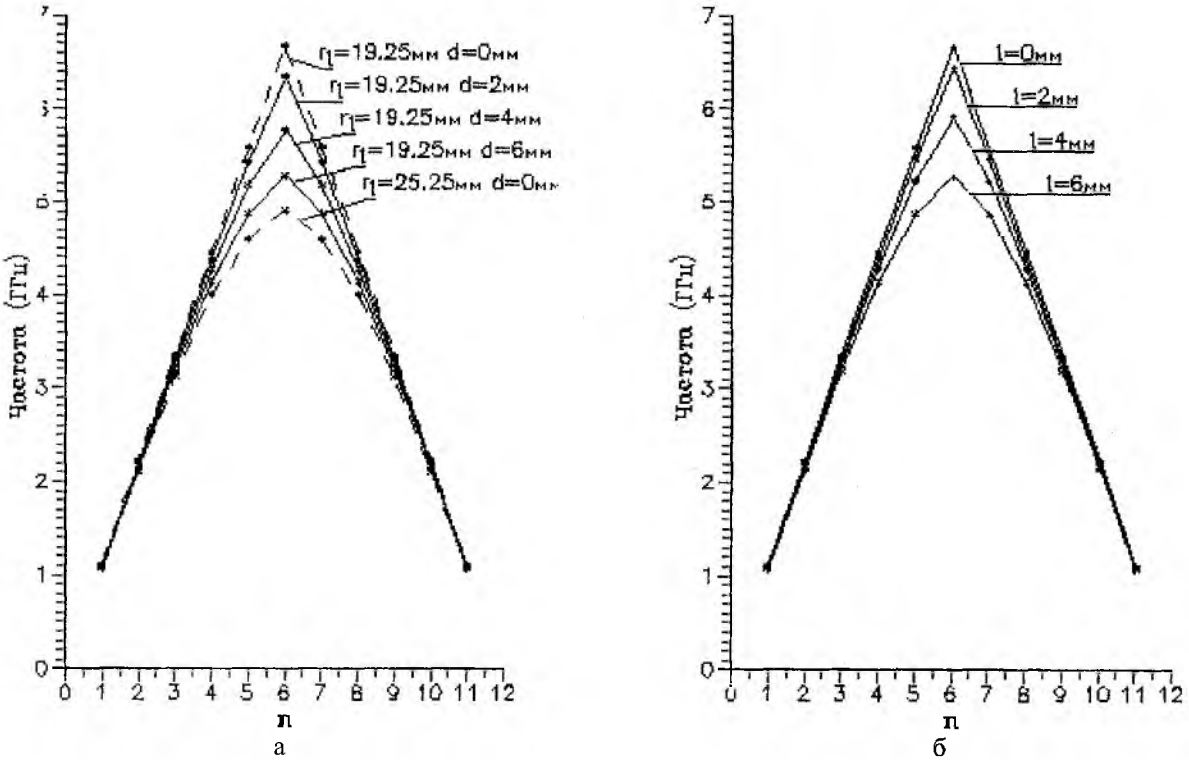


Рис. 3

График 1 на рис. 3 соответствует ходу рассчитанной дисперсионной характеристики реального магнетрона М105. Результаты расчета магнетрона со связками (изложенным методом) отличаются от экспериментальных характеристик не более чем на 1% на рабочем виде (π-вид) [6]. Но поскольку мы рассматриваем систему, которая изображена на рис. 2, а и не содержит связок, то остальные зависимости 2–6 приведены для таких систем. Зависимости 2 и 6 на рис. 3 соответствуют ходу дисперсионных характеристик систем с различной высотой ламели (2 – r_l-r_a=14,25мм, 6 – r_l-r_a=20,25мм). Графики 3,4,5 соответствуют дисперсионным характеристикам систем, имеющим различную ширину дополнительной щели (3 – d=2мм, 4 – d=4мм, 5 – d=6мм; при постоянной ее высоте l=6мм). Как следует из графиков, чем больше ширина щели, тем больше характеристика приближается к дисперсионной характеристике обычной системы с большей высотой ламели, посему появление щели можно рассматривать как увеличение высоты ламели.



а б

Рис. 4

На рис. 4, а сплошными линиями изображены дисперсионные характеристики обращенной системы в зависимости от ширины щели (при постоянной высоте). Пунктиром изображены характеристики систем, не имеющих дополнительной щели, т.е. с резонаторами обычной формы, но с различной высотой ламели. Высота ламели отличается в этих зависимостях на высоту дополнительной щели. Таким образом, эти зависимости являются предельными случаями характеристик, изображенных сплошными линиями. На рис.4б приведен ход дисперсионной характеристики обращенной системы в зависимости от высоты дополнительной щели (при постоянной ширине). Как следует из графиков на рис. 4, при увеличении ширины или высоты дополнительной щели, т.е. протяженности стенки резонатора, происходит смещение резонанса на π- виде в более длинноволновую область.

Таким образом, в данной статье рассмотрен подход к проектированию нетрадиционных замедляющих систем. Проведены расчеты дисперсионных характеристик обычной и обращенной конструкции замедляющей системы с наличием в резонаторах дополнительной щели.

Список литературы: 1. *Патент Украины №28560А.* Комбинированный двухрежимный магнетрон / Копоть М.А., Чурюмов Г.И., Шлифер Э.Д. Заяв. № 97063337 от 3.06.1998г. 2. *Силин Р.А., Сазонов В.П.* Замедляющие системы. М.: Сов. радио, 1966. 632 с. 3. Магнетроны сантиметрового диапазона: Т. 1: Пер. с англ. / Под ред. С.А.Зусмановского. М.: Сов. радио, 1950. 420 с. 4. *Альтшулер Ю.Г., Татаренко А.С.* Лампы малой мощности с обратной волной. М.: Сов. радио, 1963. 296 с. 5. *Шлифер Э.Д.* Расчет и проектирование коаксиальных и обращенно-коаксиальных магнетронов. М.: Изд. МЭИ, 1991. 167с. 6. *Нікітенко О.М.* Проектування резонаторної системи магнетронів // Радіотехніка. 1999. Вип. 109. С. 103 — 109.

Харьковский государственный технический
Университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 22.11.2000

УДК 612.372.413

А. Ю. ПАНЧЕНКО, канд. физ.-мат. наук

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СДВИГОВ ЧАСТОТ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ ПРИ АКУСТИЧЕСКОМ ВОЗМУЩЕНИИ ЗАПОЛНЯЮЩЕЙ СРЕДЫ

Для повышения информационной способности измерителей различных типов успешно применяются различные виды модуляции [1, 2]. Идея применения модуляции для получения информации о тех или иных свойствах объектов возникла давно, но до настоящего времени она не исчерпала своих возможностей. Появление новых измерительных приборов, совершенствование уже известных методик открывает новые возможности для применения модуляции. Поэтому расширение сферы применения модуляционных принципов является весьма актуальной задачей.

Объемные резонаторы СВЧ-диапазона давно и успешно применяются для измерения параметров сред и объектов. Наиболее часто измерению подлежит значение диэлектрической проницаемости. Если искомая величина иная, то далее по известным зависимостям находится соответствие между ней и измеренным значением диэлектрической проницаемости. Модуляция параметров среды, например, плотности, даст возможность получить дополнительную информацию в виде зависимостей диэлектрической проницаемости от плотности, что в дальнейшем позволит получить сведения о новых параметрах объекта. Одним из основных вопросов является вопрос о чувствительности метода. Модуляционное воздействие должно быть достаточно слабым, чтобы не изменять параметров резонатора, или таким, чтобы можно было учесть изменение этих параметров. Вопрос чувствительности для оценки характеристик воздушной среды рассматривался в [3]. Показано, что современный технологический уровень может обеспечить создание устройств, обладающих практической ценностью. Но там при анализе возможностей применялся достаточно грубый метод расчета, пригодный лишь для предварительных оценок. В связи с тем, что косвенные измерения, к которым относятся и резонаторные методы ,основаны на строгом решении задачи о связи входных и искомых характеристик, возникает необходимость уточнения решения электродинамической задачи.

Построение общей теории объемных резонаторов, заполненных средой с плавным изменением параметров, является весьма сложной задачей, поэтому рассмотрим конкретный пример цилиндрического резонатора, в котором возбуждаются моды E_{01m}. Будем считать так же, что изменение диэлектрической проницаемости происходит за счет изменения плотности среды, которая модулируется акустической волной в этом же резонаторе на моде (00m). Магнитную проницаемость среды будем считать постоянной и не изменяющейся под воздействием акустической волны.

Волновое уравнение получим для напряженности магнитного поля, которое в данном случае имеет только азимутальную составляющую. При его получении оставим слагаемое, описывающее изменение тока смещения в зависимости от градиента диэлектрической проницаемости:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rH_\varphi\right)\right)+\frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial z^2}-\frac{\partial \varepsilon_a}{\partial z}\left(\frac{1}{\varepsilon_a}\frac{\partial H_\varphi}{\partial z}\right)-\varepsilon_a\mu_0\frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial t^2}=0. \qquad (1)$$

Так как рассматривается гармоническое возбуждение, то производную по времени можно представить в виде $j\omega$. Малая величина акустического возмущения исключает возможность появления новых мод.

После разделения переменных получим уравнение Бесселя для радиального распределения и линейное однородное уравнение для функции, определяющей изменение H_φ вдоль оси:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-\frac{1}{\varepsilon_a}\frac{\partial \varepsilon_a}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial z}+\left(\varepsilon_a\mu_0\omega^2-k_r^2\right)u=0, \qquad (2)$$

где k_r – поперечное волновое число.

Оценим величину вкладов каждого из слагаемых. Первое слагаемое имеет порядок:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\approx\frac{u}{\lambda_e^2}, \qquad (3)$$

где λ_e – длина волны электромагнитных колебаний.

Эту величину можно считать основным порядком членов данного уравнения.

Диэлектрическую проницаемость можно представить в виде суммы постоянной составляющей ε_{a0} и составляющей обусловленной акустическим воздействием $\Delta\varepsilon_a$, амплитуду которой обозначим $\Delta\varepsilon_{a0}$. Тогда порядок величины второго слагаемого будет составлять:

$$\frac{1}{\varepsilon_a}\frac{\partial\varepsilon_a}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial z}\approx\frac{\left(1-\dfrac{\Delta\varepsilon_{a0}}{\varepsilon_a}\right)}{\varepsilon_a}\frac{\Delta\varepsilon_{a0}}{\lambda_a}\frac{u}{\lambda_e}. \tag{4}$$

Возбуждение акустических и электромагнитных волн происходит в одном резонаторе, поэтому длины волн электромагнитных и акустических колебаний λ_e и λ_a соизмеримы. Второе слагаемое в скобках можно опустить, так как при акустическом возмущении $\Delta\varepsilon_{a0}/\varepsilon_a << 1$.

Третье слагаемое в (2) имеет порядок:

$$\left(\varepsilon\mu\omega^2-k_r^2\right)\cdot u\approx\frac{4\pi^2}{\lambda_e^2}\left(1+\frac{\Delta\varepsilon_{a0}}{\varepsilon_a}\right)\cdot u-k_r^2u. \tag{5}$$

Регулярная часть, определяющая колебания в невозмущенном резонаторе, соответствует слагаемым $\left(4\pi^2/\lambda_e^2-k_r^2\right)\cdot u$ в правой части. Изменения при акустическом возмущении определяются слагаемым, пропорциональным $\left(4\pi^2\Delta\varepsilon_{a0}/\varepsilon_a\lambda_e^2\right)\cdot u$. Можно отметить, что это слагаемое имеет тот же порядок величины, что и (4). Поэтому исключение второго слагаемого в (2) из анализа приводит к существенным ошибкам. Допустимые упрощения приводят к уравнению вида:

$$\frac{\partial^2u}{\partial z^2}-\frac{1}{\varepsilon_{a0}}\frac{\partial\Delta\varepsilon_a}{\partial z}\frac{\partial u}{\partial z}+\left(\varepsilon_{a0}\left(1+\frac{\Delta\varepsilon_a}{\varepsilon_{a0}}\right)\mu_0\omega^2-k_r^2\right)\cdot u=0. \tag{6}$$

Изменение резонансной частоты, вызванное акустическим возмущением, мало, поэтому при расчете взаимодействия электромагнитного поля с акустическим можно считать, что частота электромагнитных колебаний постоянна. Такое приближение позволит решать прямую задачу, в которой изменяется длина волны. В реальном резонаторе это потребовало бы изменения размеров, величина которого соответствовала бы отношению $\Delta\varepsilon_{a0}/\varepsilon_a$. Таким образом, можно с высокой степенью точности считать, что картина поля в резонаторе не меняется и решать прямую задачу изменения длины волны при постоянной частоте, а относительное изменение резонансной частоты определить как величину, обратную изменению λ_e относительно своего начального значения λ_{e0}. В этом случае расстояние в (6) можно нормировать введя переменную

$$x=\frac{z}{\lambda_{e0}}. \tag{7}$$

Тогда уравнение (6) можно преобразовать к виду:

$$\frac{\partial^2u}{\partial x^2}-\frac{1}{\varepsilon_{a0}}\frac{\partial\Delta\varepsilon_a}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x}+\left(1+\frac{\Delta\varepsilon_a}{\varepsilon_{a0}}-\frac{k_r^2}{k_{e0}^2}\right)u=0, \tag{8}$$

где k_{e0}^2 – начальное значение продольного волнового числа.

Таким образом, для определения поля в возмущенном резонаторе необходимо решить линейное однородное уравнение второго порядка, у которого оба коэффициента являются функциями. Такое решение требует применения наиболее универсальных подходов. В качестве такого можно предложить разложение в степенные ряды. Такое предложение для расчета резонаторов допустимо, по-

скольку в резонаторах, как правило, используются низшие типы волн, и число осцилляций как для акустической составляющей, так и для электромагнитной, ограничено.

Относительное изменение диэлектрической проницаемости запишем в виде ряда с действительными постоянными коэффициентами:

$$\frac{\Delta\varepsilon_a}{\varepsilon_{a0}} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n . \qquad (9)$$

Аналогично для искомой функции $u(z)$ можно записать:

$$u = \sum_{n=0}^{\infty} b_n z^n . \qquad (10)$$

Подставляя (9) и (10) в (8), получим:

$$\sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) b_n z^{n-2} - \sum_{n=1}^{\infty} n a_n z^{n-1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n b_n z^{n-1} + \left(1 - \frac{k_r^2}{k_{e0}^2} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n\right) \sum_{n=0}^{\infty} b_n z^n = 0 . \qquad (11)$$

Тогда искомые коэффициенты b_n можно определить на основании рекуррентных соотношений:

$$b_n = \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{m=1}^{n-1} m(n-m-1) b_m a_{n-m-1} - \sum_{m=0}^{n-2} b_m a_{n-m-2} \right). \qquad (10)$$

Коэффициенты b_0 и b_1 могут выбираться произвольно. Комбинация $b_0 = 1$, $b_1 = 0$ соответствует косинусоидальному решению для невозмущенного резонатора, комбинация $b_0 = 0$, $b_1 = 1$ – синусоидальному.

В качестве примера рассмотрим воздействие акустического возмущения на низший тип волны в резонаторе – E_{011}. Для акустического возмущения также выберем низший тип – (001). На рис.1 представлены результаты расчета изменения относительного значения резонансной частоты в зависимости от амплитуды отношения $\Delta\varepsilon_a/\varepsilon_{a0}$, которое определяется интенсивностью акустического воздействия. Расчеты проводились для трех значений k_r^2/k_{e0}^2: сплошная линия – $k_r^2/k_{e0}^2 = 0{,}2$, пунктирная – 0.4, штриховая – 0.6. Чтобы представить результаты в логарифмическом масштабе и для обеспечения нормальной работы математического программного пакета, результаты расчета взяты со знаком минус. Использование квадрата отношения радиальной постоянной распространения к длине волны в свободном пространстве удобнее для представления графического материала.

Для графиков на рис. 1 расчет проводился без учета второго слагаемого в (2). Зависимости имеют практически квадратичный характер, поскольку учитывается только воздействие от приращения диэлектрической проницаемости, а для моды (001) увеличение $\Delta\varepsilon_a$ в одной половине резонатора компенсируется таким же по величине уменьшением в другой. Эти графики по сути представляют воздействие величин второго порядка малости. Аналогичные зависимости, но с учетом второго слагаемого, представлены на рис. 2. Здесь величина изменения результирующего воздействия существенно выше, и зависимости имеют линейный характер. Объяснить такое поведение резонансной частоты можно отражением электромагнитной волны от перепада диэлектрической проницаемости, который для (001) моды расположен посередине резонатора. Это явление аналогично тому, которое возникнет при помещении в центр резонатора полупрозрачного экрана.

На рис. 3 и рис. 4 представлены расчеты изменения относительного значения частоты резонанса в зависимости от отношения k_r^2/k_{e0}^2 для трех значений $\Delta\varepsilon_a/\varepsilon_{a0}$: сплошная линия для $\Delta\varepsilon_a/\varepsilon_{a0} = 0.001$, пунктирная – 0.0015, штриховая – 0.002. Так же, как и ранее, расчеты, представленные на рис. 3, проводились без учета второго слагаемого в (2), а для рис. 4 – оно учтено.

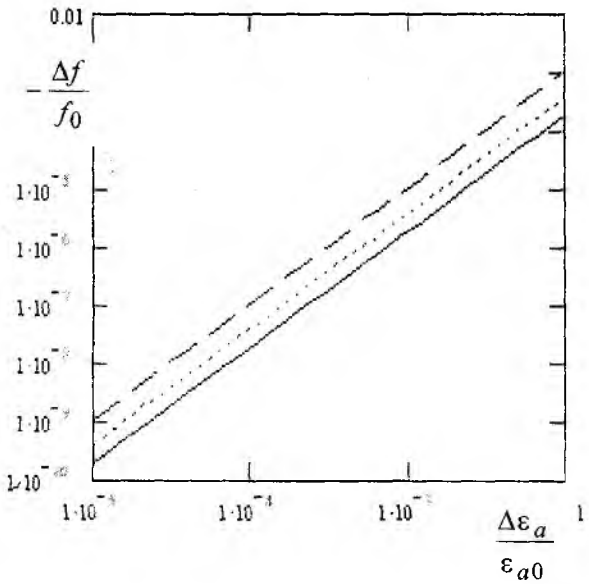


Рис. 1

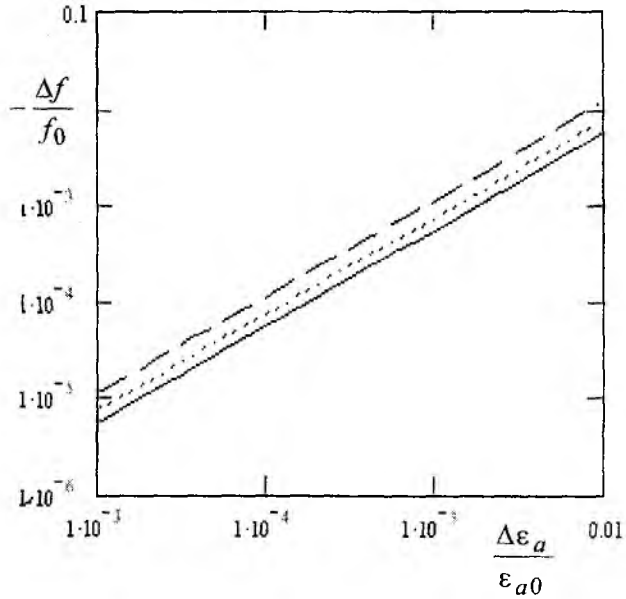


Рис. 2

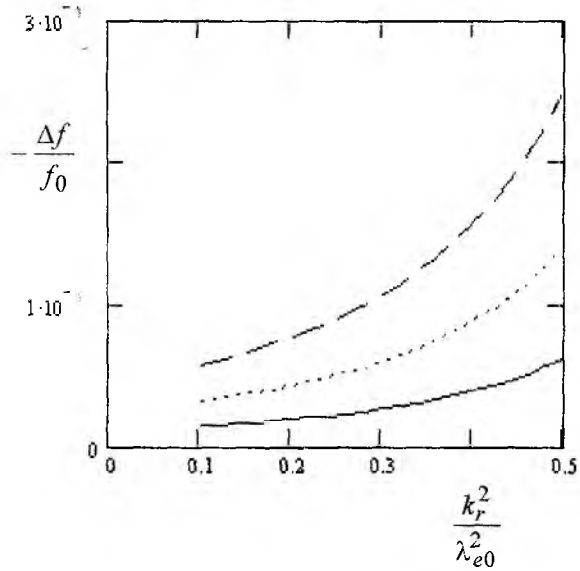


Рис. 3

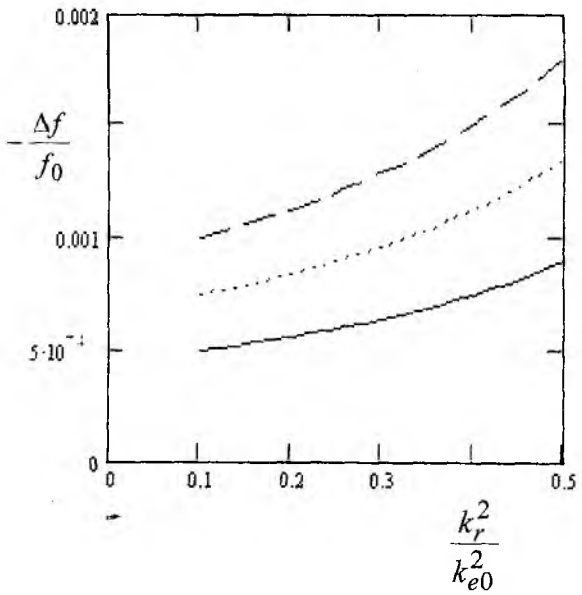


Рис. 4

Увеличение сдвига частоты при увеличении отношения k_r^2/k_{e0}^2 происходит вследствие увеличения длины волны по оси резонатора и, соответственно, длины взаимодействия между акустическим и электромагнитным полем.

Список литературы: 1. *Скрипник Ю.А.* Модуляционные измерения параметров сигналов и цепей. М.: Сов. радио, 1975. 320 с. 2. *Кардона М.* Модуляционная спектроскопия. М. Мир, 1972. 416с. 3. *Панченко А.Ю.* Оценка возможности комплексного использования акустических и электромагнитных волн для определения параметров веществ в закрытых объемах // Радиоэлектроника и информатика: Науч. техн. журн. 1997. №1. С.19-20.

Харьковский технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 19.03.2001

УДК 621.317

В. М. ВОЛКОВ, канд. техн. наук, О. Б. ЗАЙЧЕНКО, А. В. ОГУЙ

МЕТРОЛОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ МНОГОЗОНДОВЫХ МИКРОВОЛНОВЫХ МУЛЬТИМЕТРОВ

Многозондовый микроволновый мультиметр (ММЛ) – многофункциональный прибор диапазона СВЧ, выполняющий как функции ваттметра (измерение падающей, отраженной, проходящей в нагрузку мощности), так и способный одновременно измерять модуль и фазу комплексного коэффициента отражения как автоматический анализатор цепей (ААЦ). Одной из целей авторов статьи является разработка метрологического обеспечения многозондового микроволнового мультиметра. Хотя методики поверки автономных приборов для измерения мощности и комплексного коэффициента отражения известны, метрологическое обеспечение ММЛ рассмотрено лишь в одной статье [1], а современной нормативной документации не существует, как и серийных приборов. Существующие многозондовые микроволновые мультиметры, имеющие единое функциональное назначение, во многом отличны друг от друга: датчиками, алгоритмами обработки их сигналов, структурными схемами реализации алгоритмов, а кроме того, измеряемыми уровнями сигналов и степенью рассогласования передающего тракта. Поэтому возникают проблемы с единым метрологическим обеспечением этого многообразия приборов. Характеристиками, общими для мультиметров и ваттметров, являются: пределы допускаемой основной погрешности ваттметров проходящей мощности, диапазон измерений мощности и максимально допустимое значение импульсной мощности, время установления показаний и время сохранения калибровки, нестабильность показаний, а характеристиками, общими с ААЦ, являются диапазон частот измерения комплексного коэффициента отражения, разрешающая способность по комплексному коэффициенту отражения [1].

В работах ВНИИФТРИ (Россия) предложены и исследованы микроволновые мультиметры в качестве многофункциональных мер нескольких физических величин для радиоизмерений на СВЧ. При этом погрешность измерения КСВН составляет 0,8...2% в волноводах и 1...2,5% в коаксиальных трактах. Погрешность измерения фазы 0,5...1,5, погрешность измерения мощности составляет несколько процентов. Известно, что ААЦ, применяемые в Национальном бюро стандартов (США), обеспечивают на 3 ГГц систематическую погрешность по модулю коэффициента отражения $4 \cdot 10^{-4}$, случайную погрешность $1{,}5 \cdot 10^{-4}$, при измерении фазового угла соответственно 0,02(1+Г) /Г и 0,06/Г. Приборы с такими характеристиками сами могут являться эталонами. Одно измерение подобными приборами с учетом необходимых калибровок может занимать несколько часов, а результаты калибровок хранятся недолго, что делает ААЦ не пригодным для измерений в реальном масштабе времени и при больших уровнях мощности. Точность в ААЦ кроме прецизионной калибровки обеспечивается частотонезависимым первичным преобразователем и алгоритмами обработки сигналов.

Сравнение многозондового метода и приборов на его основе с ААЦ на двенадцатиполюснике указывает на многие общие черты, например, количество плеч с первичными преобразователями в двенадцатиполюснике – четыре, отсюда четыре уравнения сигналов, обрабатывая которые и получают искомые величины модуля и фазы коэффициента отражения. Четыре уравнения дает также многозондовая система с четырьмя зондами. Следовательно, потенциально достижимая многозондовыми мультиметрами точность высока. Преимущество ММЛ перед ААЦ состоит в способности точно определять проходящую, падающую и отраженную мощность в "горячем" режиме в широком диапазоне частот, в отличие от ААЦ, ориентированных только на измерение модуля и фазы коэффициента отражения. Это обеспечивает микроволновому мультиметру широкий спектр практических приложений.

Целью данной статьи является анализ состояния и перспектив развития метрологического обеспечения ММЛ большого уровня мощности при сильном рассогласовании передающего тракта. Основными направлениями исследований, проводимых авторами, является разработка методики поверки по комплексному коэффициенту отражения и повышение точности измерения мощности многозондовым микроволновым мультиметром.

Метрологическое обеспечение по измерению мощности включает следующие нормативные документы: ГОСТ 13605-75 "Ваттметры СВЧ. Технические требования. Методы испытаний", ГОСТ 13606-68 "Преобразователи приемные (головки) болометрических и термистрных ваттметров. Типы. Основные параметры. Технические требования", ГОСТ 8.392-80 "Ваттметры СВЧ малой мощности и их первичные измерительные преобразователи диапазона частот 0.03-78.33 ГГц. Методы и средства

поверки", ГОСТ 8.397-80 "Ваттметры волноводные импульсные малой мощности в диапазоне частот 5,64-37,5 ГГц. Методы и средства поверки". МИ 211-80, МИ 212-80 и МИ 80-86, определяющие поверочные схемы, операции, средства поверки только по мощности малого и среднего уровня [2]. Для того, чтобы поверить ваттметр проходящей мощности, в качестве образцового средства может быть использован ваттметр как проходящей, так и поглощаемой мощности. При использовании для поверки образцового ваттметра поглощаемой мощности, его подключают на выходе ваттметра проходящей мощности вместо нагрузки. Значения стандартных частот и их количество (около 70) по ГОСТ 8.392-80 выбраны из условия обеспечения единства измерения мощности на любой частоте. Одно из направлений уменьшения погрешности эталонов – уменьшение количества стандартных частот, возможное благодаря технике широкополосного согласования, и создание приемных преобразователей с малой неэквивалентностью замещения. Система передачи размера единицы мощности регламентируется поверочной схемой, состоящей из эталонов, образцовых средств измерения первого разряда, образцовых средств измерения второго разряда и рабочих средств. Существующие эталоны мощности воспроизводят значения только малых мощностей, в связи, с чем их непосредственное применение на больших уровнях мощности невозможно. Проблема образцовых средств для больших уровней мощности решается следующим образом.

Высокую точность позволяет обеспечить пондеромоторный метод, на базе которого за последние двадцать пять лет в Харьковском университете радиоэлектроники был разработан и создан ряд высокоточных установок для измерения и воспроизведения единицы мощности в волноводном тракте, потому что пондеромоторные ваттметры легко подвергнуть абсолютной калибровке по длине массе и времени. Проведенные сличения с государственными эталонами показали, что пондеромоторные ваттметры не уступают государственным эталонам по точности и могут применяться в качестве эталонов и образцовых средств. Неустойчивость к вибрациям и узкополосность не позволяют широко использовать эти ваттметры в качестве рабочих средств измерения.

В качестве образцовых ваттметров предлагается применять отобранные дополнительно аттестованные методом косвенных измерений отдельные экземпляры серийно выпускаемых ваттметров поглощаемой мощности М3-45, М3-46, М3-47, М3-48. Для повышения точности примененных приборов решаются задачи изучения систематических погрешностей, изучение случайных погрешностей, погрешностей метода аттестации, долговременная стабильность и разработка методик внесения поправок. Причинами возникновения систематической погрешности являются, во-первых, отличие коэффициента эффективности первичного преобразователя от единицы из-за потерь в стенках волновода и неэквивалентность тепловых потерь, во-вторых, неточная настройка источника калиброванного напряжения, в-третьих, погрешность измерения сигнала первичного преобразователя. Для определения поправки вместо высокостабильного источника мощности СВЧ используют источник мощности низкой частоты, имитирующий выделение мощности СВЧ. Мощность НЧ выделяется в поглощающем резисторе коаксиального преобразователя или во вспомогательном нагревателе для волноводного преобразователя. Искомая поправка к показаниям ваттметра вычисляется как разность между показаниями прибора и показаниями образцового прибора НЧ типа Д-5016. Систематическая погрешность прибора определяется не исключенной систематической погрешностью измерения мощности НЧ ваттметром Д-5016. Коррекция этих погрешностей определением значений погрешностей и внесением поправочных коэффициентов с противоположными знаками позволяет уменьшить общую погрешность с 4% до 2,5%, то есть почти в 2 раза [3].

Вопросы метрологического обеспечения по комплексному коэффициенту отражения существенно отличаются от калибровки ААЦ на двенадцатиполюсниках. В двенадцатиполюсных ААЦ калибровка выполняется путем измерения известных параметров стандартных нагрузок. При калибровке по известному модулю и фазе коэффициента отражения стандартной нагрузки определяют собственные параметры двенадцатиполюсника. В процессе измерений после проведенной калибровки собственные параметры двенадцатиполюсника известны и появляется возможность определить параметры неизвестной нагрузки. Простейший вариант калибровки предусматривал использование трех мер с известными коэффициентами отражения: короткого замыкания, холостого хода и согласованной нагрузки. Позднее количество калибровочных элементов и процедур уменьшилось. С целью повышения точности предлагается от использования образцовых нагрузок коэффициента отражения, аттестуемых по волновому сопротивлению, перейти к калибровке непосредственно по волновому сопротивлению. Минимально необходимый набор для калибровки ААЦ представляет собой короткозамыкатель и меру волнового сопротивления в виде отрезка линии передачи, аттестованную по геометрическим размерам [4].

При больших уровнях сигналов и сильно рассогласованных трактах использование стандартных нагрузок с известными параметрами недопустимо. Поэтому предлагается методика калибровки по модулю и фазе коэффициента отражения, заключающаяся в имитации сигналов датчиков, рассчитанных заранее для возможных случаев изменения частоты, модуля и фазы коэффициента отражения. Эти пять сигналов, которые хранятся в специальной таблице, сравнивают с реальными сигналами в тракте. Возможны два случая: в первом случае датчик в поверке не участвует, и результат получается более точный, во втором случае датчик учитывают, благодаря чему достигается более достоверный результат. В качестве датчика используются частотонезависимые волноводные и коаксиальные датчики на основе поглощающей стенки. Такие датчики обладают надежностью и долговременной стабильностью характеристик. Калибровочные коэффициенты рассчитываются для идеального случая. Характеристики реального датчика существенно отличаются от идеального за счет нелинейности их характеристик, неточечности и зависимости коэффициента преобразования от частоты, являясь основным источником погрешности, поэтому применение в составе мультиметра средств вычислительной техники позволяет вносить коррекцию в показания прибора [5-8]. Когда в поверке участвует датчик, реализуется метод замещения СВЧ мощности мощностью внешнего источника. Нагрев происходит непосредственно через конденсатор или косвенно, когда конструкцию датчика дополняют подогревателем, который, нагреваясь сам, греет термопару. В перспективе калибровку планируется автоматизировать. Предложенный метод калибровки мультиметра по заранее рассчитанным таблицам позволяет калибровать мультиметр при больших уровнях сигналов и сильно рассогласованных трактах. Необходимо его дальнейшее развитие.

Список литературы: 1. *Чуйко В.Г.* Нормирование характеристик, методы испытаний и поверки микроволновых мультиметров СВЧ. // Измерительная техника. 1995. №6. С.44-46. 2. *Чуйко В.Г.* Стандартизация ваттметров СВЧ и методов их поверки.// Измерительная техника. 1980. №2. С.63-66.3. *Колегов В.Г., Олешко В.Г., Чуйко В.Г.* Образцовые ваттметры СВЧ большого уровня мощности. // Исследования в области радиотехнических измерений/ Сб. Науч. Тр. ВНИИФТРИ. М.: 1980. С.4-9. 4. *Каменецкий М.И., Кондаков Ю.В.* Особенности метрологического обеспечения автоматических анализаторов цепей. // Исследования в области радиотехнических измерений/ Сб. Науч. Тр. ВНИИМ, Л.: 1986. С.3-16. 5. .Многозондовый микроволновый мультиметр. *Волков В.М., Индина О.Б. и др.* Патент Украины № 24427А. 6. *Волков В.М., Зайченко О.Б* Синтез преобразователя для микроволнового мультиметра. // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. Харьков. 2000. Вып. 113 С.94-100. 7. Универсальный волноводный датчик проходящей мощности СВЧ. *Волков В.М.* Патент Украины № 29881А. 8. *Волков В.М.* Температурное поле квазиточечного датчика проходящей мощности СВЧ.// Радиотехника. 2000. Вып.115. С.84-89.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 27.02.2001

УДК 621.373.826

В. Ю. МУРАШЕВ, А. В. КУБЛИК, И. А. СУХОИВАНОВ, канд. техн. наук.

ВЫЧИСЛЕНИЕ МОЩНОСТИ ЧЕТЫРЕХВОЛНОВОГО СМЕШИВАНИЯ ВОЗНИКАЮЩЕГО В ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИХ ЛИНИЯХ СВЯЗИ С ВОЛНОВЫМ МУЛЬТИПЛЕКСИРОВАНИЕМ

Для передачи больших потоков информации (1 Гбит/с и выше) по оптическому волокну на расстояния до сотен километров и выше требуется решение множества задач. Главными препятствиями на пути построения протяженных сегментов оптических линий связи без регенераторов являются: дисперсия распространяемого по волокну оптического сигнала, влияние нелинейных эффектов в мультиплексной оптической линии, вносимые шумы и потери. В локальных и особенно протяженных сетях емкости магистральных линий связи обычно значительно превышают емкости передач отдельных информационных пакетов. Это делается с целью одновременной передачи множества таких информационных пакетов. Сами приложения могут иметь разную природу. Например, это может быть передача постоянного битового потока или передача файлов данных. С целью повышения эффективности передающей среды (носителя) и ее адаптации под множество разнородных приложений применяется передача одновременно сразу нескольких информационных сигналов в одном носителе – мультиплексирование. [1]. При частотном мультиплексировании (FDM – frequency division multiplexing) каждому сигналу отводится определенная доля всей частотной полосы носителя, так что на одном носителе существует одновременно сразу несколько сигналов. Частотное мультиплексирование распространено в системах беспроводной радиосвязи, в мобильных телефонных системах, в абонентских телевизионных системах, включая кабельное телевидение и телефонию. Каналы, представленные в мультиплексном сигнале могут быть как аналоговыми, так и цифровыми. Разновидностью FDM является волновое мультиплексирование WDM (wavelength division multiplexing) [1], применяемое в волоконно-оптических системах передачи информации. Преимущественно используется область спектра от 1,3 мкм (230 ТГц) до 166 мкм (188 ТГц). Для плотного волнового мультиплексирования используется область спектра 1530-1560 нм. При этом применяются различные схемы спектрального размещения каналов в волокне (рис. 1). На рисунке показано размещение каналов с различным расстоянием между каналами для двух синхронных транспортных модулей 64-го и 16-го уровней (Synchronous Transport Module of level 64 and 16, SDH-64, SDH-16) иерар-хии SDH (Synchronyous Digital Hierarchy, синхронная цифровая иерархия; европейский стандарт для волоконно-оптических линий распределенных сетей). С уменьшением межканальных интервалов возрастает влияние эффекта четырехволнового смешивания, что начинает ограничивать максимальную длину межрегенерационной линии (линии на основе только оптических усилителей). Как видно из рисунка, мультиплексирование каналов STM-64 с интервалом 50 ГГц не допустимо, поскольку тогда возникает перекрытие спектров соседних каналов [2]. Только при наличии меньшей скорости передачи в расчете на канал (STM-4 и ниже), перекрытие спектров не возникает.

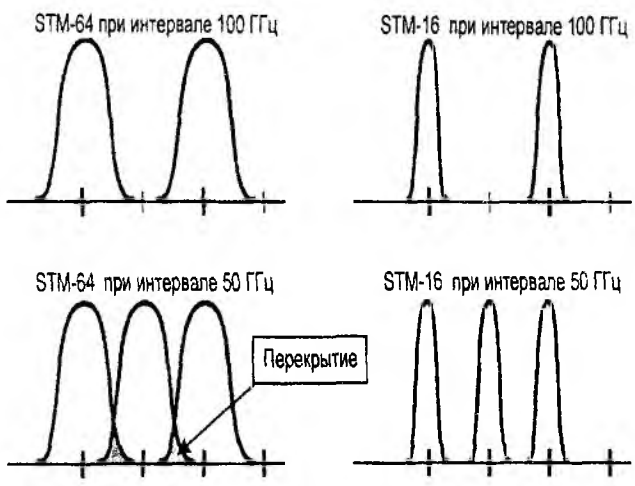


Рис. 1

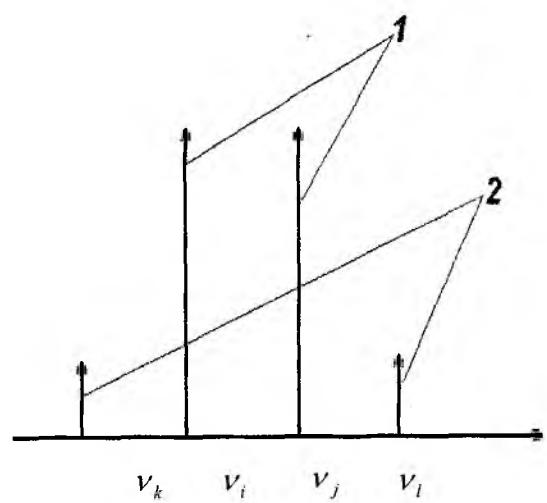


Рис. 2

Природа нелинейного эффекта четырехволнового смешивания (four-wave mixing, FWM) связана с наличием слабой зависимости показателя преломления волокна от интенсивности распространяемого по нему света, в результате чего из двух длин волн с частотами ν_i, ν_j (1 на рис. 2) появляется две новые волны с частотами ν_k и ν_l (2 на рис. 2), причем, $\nu_i + \nu_j = \nu_k + \nu_l$, как того требует закон сохранения энергии. При попадании новых волн в спектральные области существующих каналов возникают поперечные помехи между каналами. Влияние поперечных помех из-за FWM увеличивается с приближением хроматической дисперсии к нулю и максимально в окрестности точки нулевой дисперсии. Наиболее сильно подвержено влиянию FWM волокно с нулевой смещенной дисперсией DSF (dispersion-shifted fiber) . Длина волны нулевой дисперсии у этого волокна попадает в рабочую область усиления EDFA (erbium doped fiber amplifier, усилитель на волокне, легированном эрбием).

Вследствие того, что эффект четырехволнового смешивания оказывает влияние на качество передаваемой информации, при проектировании волоконно-оптических линий связи необходимо учитывать этот эффект.

В данной работе проанализированы способы вычисления мощности четырехволнового смешивания, возникающего в волоконно-оптических линиях передачи. Приведенные ниже соотношения можно использовать для поиска путей уменьшения влияния этого эффекта на стадии проектирования.

Для того, чтобы определить мощность четырехволнового смешивания на частоте $f_F = f_p + f_q - f_r$ (f_p, f_q и f_r – частоты трех взаимодействующих сигналов), можно воспользоваться следующей формулой [1]:

$$P_g = \frac{1024\pi^6}{n^4\lambda^2 c^2}\left(\frac{K\chi L_{eff}}{A_{eff}}\right)P_i P_j P_k e^{-\alpha L}\eta, \qquad (1)$$

где n – показатель преломления материала сердцевины волокна; λ – длина волны излучения; c – скорость света в вакууме; P_i, P_j, P_k – входные мощности каналов; L_{eff} – эффективная длина волокна, определяемая как

$$L_{eff} = \frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha L}), \qquad (2)$$

где α – потери в волокне (при расчете взято значение $\alpha = 0{,}23$ дБм/км); A_{eff} – эффективный диаметр волокна; K – безразмерный коэффициент ($K = 3$ для двухчастотного и $K = 6$ для трехчастотного FWM сигнала); χ [м^2/Вт] – нелинейная восприимчивость. Нелинейная восприимчивость может быть рассчитана по следующей формуле

$$\chi = \frac{cn^2}{480\pi^2} n_2. \qquad (3)$$

Эффективность четырехволнового смешивания η зависит от потерь в волокне и его длины:

$$\eta = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \Delta\beta^2}\left(1 + \frac{4e^{-\alpha L}\sin^2(\Delta\beta L/2)}{(1 - e^{-\alpha L})^2}\right). \qquad (4)$$

Величина $\Delta\beta$ в формуле (4) – это разность постоянных распространения различных волн вследствие дисперсии. Для двухчастотного сигнала при промежутке между соседними каналами Δf эта разность равна

$$\Delta\beta = \beta_g + \beta_k - \beta_j - \beta_i = \frac{2\pi\lambda^2}{c}\Delta f^2\left(D + \Delta f\frac{\lambda^2}{c}\frac{dD}{d\lambda}\right), \qquad (5)$$

где дисперсия D и ее наклон $dD/d\lambda$ вычисляются на длине волны λ_k.

На рис. 3 представлен график зависимости мощности четырехволнового смешивания в зависимости от расстояния между соседними каналами и величины дисперсии волокна (величина дисперсии указана в пс/нм·км).

Как видно из приведенного графика, мощность четырехволнового смешивания значительно уменьшается как при увеличении расстояния между каналами, так и при увеличении значения дисперсии волокна. Однако, вследствие особенностей работы эрбиевых волоконных усилителей увеличивать расстояние между соседними каналами не целесообразно, т.к. при этом повышается уровень шумов вносимых такими усилителями и соотношение сигнал/шум значительно падает.

На рис. 4 приведена зависимость мощности четырехволнового смешивания от длины волокна и расстояния между соседними каналами.

Как видно из этого рисунка, величина мощности четырехволнового смешивания быстро растет с расстоянием и, достигнув некоторого значения, больше не увеличивается. Это связано с тем, что при большой длине волокна его эффективная длина стремится к величине $1/\alpha$ (см. (2)).

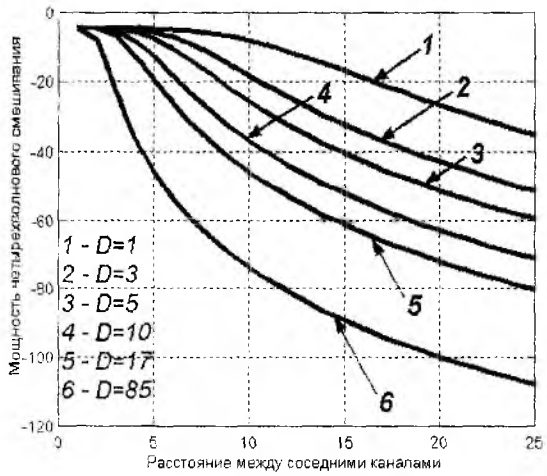


Рис. 3

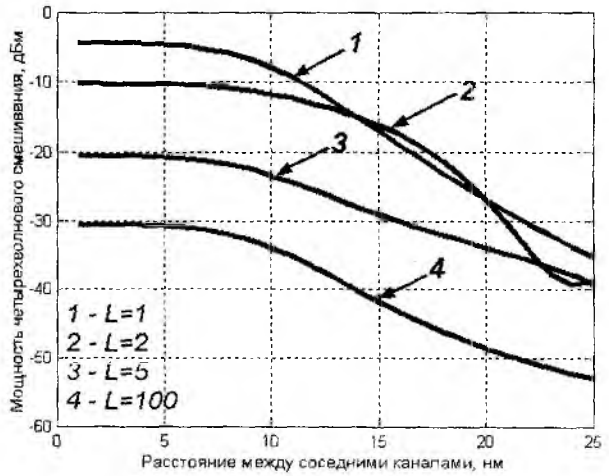


Рис. 4

Одним из способов уменьшения влияния эффекта четырехволнового смешивания является неравномерное размещение каналов в полосе пропускания волокна, т.е. расстояние между каналами не равнозначно. Вследствие этого генерируется большее число FWM сигналов, но их амплитуда при этом значительно меньше, чем амплитуда FWM сигналов, генерирующихся при равномерном размещении каналов. Это происходит вследствие того, что при равномерном размещении сигналов генерирующиеся сигналы имеют одинаковые частоты при разных сочетаниях i, j и k и, складываясь друг с другом, усиливаются, а при неравномерном размещении эти сигналы имеют различные частоты. Однако такое размещение каналов еще не стандартизировано, т.к. равномерное распределение каналов позволяет оптимизировать работу волновых конвертеров, перестраиваемых лазеров и других устройств полностью оптической сети, а также позволяет легче ее наращивать.

Еще один из методов значительного уменьшения дисперсионного эффекта и эффекта четырехволнового смешивания заключается в использовании волокна со смещенной дисперсией. В отличие от обычного одномодового волокна, точка нулевой дисперсии которого расположена вблизи 1,3 мкм, волокно со смещенной дисперсией имеет точку нулевой дисперсии вблизи 1,55 мкм, что способствует передаче сигнала с минимальными потерями и оптимальными режимами работы EDFA. Для уменьшения влияния на сигнал нелинейных эффектов применяют следующую схему: используют два различных типа волокна (рис. 5), одно из которых имеет положительную дисперсию, а другое – отрицательную [2]. На рисунке представлена конфигурация линии передачи при использовании такой схемы. Линия передачи состоит из нескольких секций, между которыми установлены волоконные усилители. Каждая из секций состоит из волокон с различным знаком дисперсии. Суммарная накопленная дисперсия является нулевой для некоторой длины волны после некоторого расстояния, пройденного сигналом в волокне, но величина абсолютной дисперсии не равна нулю в любой точке волокна. Результатом действия такой схемы является то, что общий эффект, обусловленный дисперсией, незначителен для одной длины волны и, что очень важно, это является причиной несоответствия фаз между каналами, что уничтожает эффекты четырехволнового смешивания.

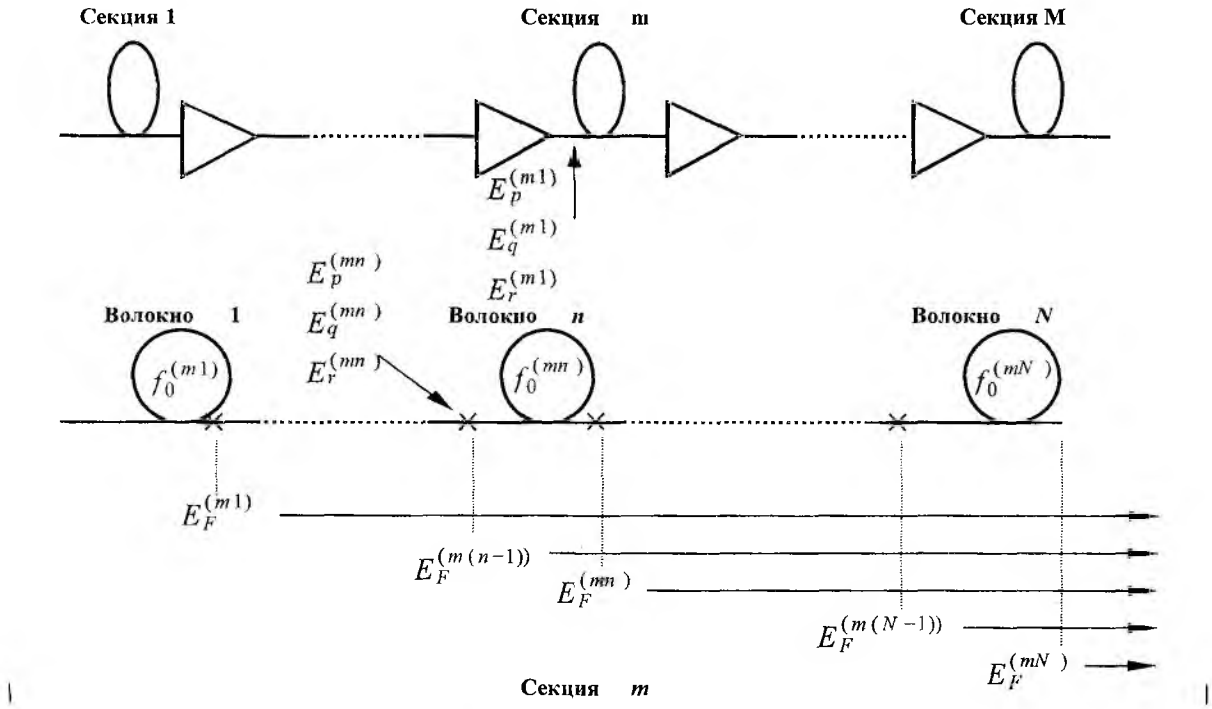


Рис. 5

При использовании такой схемы для вычисления мощности четырехволнового смешивания в конце передающей линии необходимо вычислять мощность в каждом отрезке волокна. В этом случае необходимо знать параметры каждого отрезка (длина отрезка, величина и знак дисперсии, коэффициент затухания). В уравнении для вычисления мощности четырехволнового смешивания необходимо суммировать генерирующиеся в каждом отрезке волокна паразитные сигналы [2]. Введем следующие обозначения: M – число секций; N – число волокон в одной секции; L_0 – длина одного волокна; $\beta_p^{(mn)}(\beta_q^{(mn)},\beta_r^{(mn)})$ – постоянная распространения для сигнала с частотой $f_p(f_q,f_r)$ в n-ом волокне m-ой секции; $\beta_F^{(mn)}$ – постоянная распространения для сигнала с частотой генерируемого четырехволнового смешивания; $E_p^{(mn)}(E_q^{(mn)},E_r^{(mn)})$ – амплитуда оптического поля на частоте $f_p(f_q,f_r)$; $E_F^{(mn)}$ – амплитуда оптического поля на частоте генерируемого четырехволнового смешивания; $\phi_p^{(m)}=\sum_{n=1}^{N}\beta_p^{(mn)}L_0(\phi_q^{(m)}=\sum_{n=1}^{N}\beta_q^{(mn)}L_0,\phi_r^{(m)}=\sum_{n=1}^{N}\beta_r^{(mn)}L_0)$ – фазы сигналов с частотами $f_p(f_q,f_r)$ распространяющихся в m – ой секции; $\phi_F^{(m)}=\sum_{n=1}^{N}\beta_F^{(mn)}L_0$ – фаза сигнала с частотой генерируемого четырехволнового смешивания распространяющегося в m – ой секции.

Тогда можно записать уравнение для амплитуды сигнала возникающего в результате четырехволнового смешивания:

$$E_F^{(mn)}=kE_p^{(mn)}E_q^{(mn)}E_r^{(mn)}\exp\left[\left(-\frac{\alpha}{2}+i\beta_F^{(mn)}\right)L_0\right]\times\frac{1-\exp\left[\left(-\alpha+i\Delta\beta^{(mn)}\right)L_0\right]}{\alpha-i\Delta\beta^{(mn)}}, \qquad (6)$$

где $k=i\dfrac{(2\pi)^2}{n_0\lambda}D\chi$.

Напряженность электрического поля сигналов, распространяющихся в оптическом волокне, вычисляется по формулам [2]:

$$E_p^{(mn)} = E_p^{(m1)} \exp\left[\sum_{j=1}^{n-1}\left(-\frac{\alpha}{2} + i\beta_p^{(mj)}\right)L_0\right] = E_p^{(11)} \exp\left[i\sum_{k=1}^{m-1}\phi_p^{(k)} + \sum_{j=1}^{n-1}\left(-\frac{\alpha}{2} + i\beta_p^{(mj)}\right)L_0\right], \quad (7а)$$

$$E_q^{(mn)} = E_q^{(11)} \exp\left[i\sum_{k=1}^{m-1}\phi_q^{(k)} + \sum_{j=1}^{n-1}\left(-\frac{\alpha}{2} + i\beta_q^{(mj)}\right)L_0\right], \quad (7б)$$

$$E_r^{(mn)} = E_r^{(11)} \exp\left[i\sum_{k=1}^{m-1}\phi_r^{(k)} + \sum_{j=1}^{n-1}\left(-\frac{\alpha}{2} + i\beta_r^{(mj)}\right)L_0\right]. \quad (7в)$$

Используя (7), перепишем (6) как:

$$E_F^{(mn)} = kE_p^{(11)}E_q^{(11)}E_r^{(11)} \exp\left[i\sum_{k=1}^{m-1}\left(\phi_F^{(k)} + \Delta\phi^{(k)}\right)\right] \times \exp\left[\sum_{j=1}^{n}\left(-\frac{\alpha}{2} + i\beta_F^{(mj)}\right)L_0\right] \times$$

$$\times \exp\left[\sum_{j=1}^{n-1}\left(-\alpha + i\Delta\beta^{(mj)}\right)L_0\right] \times \frac{1 - \exp\left[\left(-\alpha + i\Delta\beta^{(mn)}\right)L_0\right]}{\alpha - i\Delta\beta^{(mn)}}. \quad (8)$$

Пользуясь приведенной методикой можно рассчитать мощность (возведя вычисленные напряженности электрических полей распространяющихся сигналов в квадрат) четырехволнового смешивания, возникающую при любой конфигурации линии передачи.

Анализ этих соотношений показывает, что мощность четырехволнового смешивания напрямую зависит от напряженности электрического поля информационных сигналов (а значит и от их мощности), от набега фаз полученных при распространении сигнала по волокну, а также от длины волокна (незначительно, см. рис. 5) и величины затухания.

Исходя из вышеизложенного, перечислим основные мероприятия по уменьшению влияния эффекта четырехволнового смешивания:

- уменьшение интервалов между каналами (при этом необходимо принимать во внимание, что в волокне DSF сильные поперечные помехи в каналах могут возникать из-за FWM по мере приближения к точке нулевой дисперсии);
- стремление не делать очень большой мощность вводимого в волокно излучения;
- использование двух различных типов волокон, из которых одно волокно имеет положительную дисперсию, а другое – отрицательную.

Список литературы: 1. *Убайдулаев Р. Р.* Волоконно-оптические сети. М.: Эко-Трендс. 271с. 2. *Kyo Inoue and Hiromu Toba.* "Fiber Four-Wave Mixing in Multi-Amplifier Systems with Nonuniform Chromatic Dispersion". J. Lightwave Technol. 1995. Vol. 13. P. 88-93. 3. *Shibata N., Braun R. P., Waarts R. G.* Phase-matching dependence of efficiency of wave generation through four-wave mixing in a single-mode optical fiber// IEEE J. Quantum Electron. 1987. Vol. QE-23. P. 1205-1211.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 4.01.2001

УДК 621.391.24

В. Н. ЗАХАРЧЕНКО, А. В. ДРАГАНОВ, А. А. ГРИНЬ

ИСПРАВЛЕНИЕ ОДИНОЧНЫХ ОШИБОК СМЕЩЕНИЙ ЗМВ ВЕЛИЧИНОЙ $e = \pm 2$

Многопозиционные временные сигналы (МВС) в качестве базового используют элемент Δ, меньший длительности найквистового интервала t_0, определяемого полосой пропускания канала ΔF ($\Delta < t_0$; $\Delta = \frac{t_0}{S}$; $S \in 1...k$; $t_0 = \frac{1}{2\Delta F}$). С целью исключения межсимвольных искажений расстояние τ_c между значащими моментами модуляции (ЗММ) выбирают не меньше длительности найквистового $\tau_c \geq t_0$ [1].

Известно, что при заданном числе i значащих моментов модуляции число реализаций N_p сигнальных конструкций многопозиционного временного кода на интервале $T_1 = mt_0$ [1] равно:

$$N_{p\,i} = C^{i}_{m\,s-i(s-1)}. \tag{1}$$

При переменном $\tilde{i}$ число реализаций равно:

$$N_{p\,\tilde{i}} = \sum_{i=1}^{m} C^{i}_{m\,s-i(s-1)}. \tag{2}$$

Из множества (1) выбираются подмножества, обладающие наперед заданными свойствами, которые позволяют или обнаруживать, или исправлять ошибки смещений значащих моментов воспроизведения (ЗМВ).

В данной работе показана возможность исправления одиночных ошибок смещения величиной $e = \pm 2$ на основе вычисления значения синдрома и места нахождения ЗМВ.

Условия исправления ошибок

Сигнальные конструкции многопозиционных кодов МВК, исправляющие ошибки смещений информационных ЗМВ, удовлетворяют условию [1]:

$$A_1x_1 + A_2x_2 + \ldots + A_nx_n = 0 \pmod{A_0}. \tag{3}$$

При этом для исправления ошибок кратности $i \leq n$ с величиной смещения отдельных координат $|e| \leq |e_0|$, коэффициенты A_i выбираются из условия [2,3]:

$$\left.\begin{aligned} A_i &= (2e_0+1)^{i-1} \\ A_0 &= (2e_0+1)^{n} \end{aligned}\right\}, \qquad i = 0, 1, \ldots n. \tag{4}$$

Из условий (4) следует, что число различных синдромов исправляемых ошибок представляет полную систему вычетов по $(\mathrm{mod}\ A_0)$.

Предположим, что смещение ЗМВ влево по отношению к верному нахождению перехода вызвано отрицательными искажениями, а вправо – положительными. Тогда для каждого ЗМВ, имеющего исправляемые смещения величиной $|e| \leq e_0$, возможно $(2e_0+1)$ состояний.

Например, при $|e_0| = 1$ возможны виды смещения ЗМВ $+1; 0; -1$. При $N_И = A_0$ возможны пять состояний смещений каждого момента модуляции: $+2; +1; 0; -1; -2$. Аналогично – для других значений $|e_0|$.

Таким образом, из всего M – множества исправляемых векторов ошибок, максимальное значение синдрома равно $+\sum A_i$, минимальное $-\sum A_i$.

Так как при делении суммы $\sum A_i x_i$ на число A_0 возможны только положительные остатки (вычеты), принадлежащие множеству $r \in [1; (A_0 - 1)]$, а координаты отдельных векторов ошибок (при

введенных выше условиях), могут быть отрицательными, целесообразно определить, какие значения вычетов будем считать отрицательными.

Так как сумма $\sum|A_i| \le \frac{A_0}{2}$, то целесообразно все вычеты $r \le \frac{A_0}{2}$ считать положительными, а вычеты $r > \frac{A_0}{2}$ – отрицательными.

Рассмотрим значения остатков r для кода с тремя информационными ЗММ, исправляющего ошибки величиной $|e_0| = 1$ кратности $i \le 3$. Согласно выражению (4) коэффициенты A_i соответственно равны: $A_0 = 27$, $A_1 = 1$, $A_2 = 3$, $A_3 = 9$.

Тогда трехэлементным исправляемым векторам ошибок будут соответствовать остатки, указанные в табл. 1.

Таблица 1

$r>0$	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
x_1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
x_2	0	1	1	1	– 1	– 1	– 1	0	0	0	1	1	1
x_3	1	– 1	0	1	– 1	0	1	– 1	0	1	- 1	0	1
$r<0$	**26 (– 1)**	**25 (– 2)**	**24 (– 3)**	**23 (– 4)**	**22 (– 5)**	**21 (– 6)**	**20 (– 7)**	**19 (– 8)**	**18 (– 9)**	**17 (–10)**	**16 (–11)**	**15 (–12)**	**14 (–13)**
x_1	0	0	0	0	– 1	– 1	– 1	– 1	– 1	– 1	– 1	– 1	– 1
x_2	0	– 1	– 1	– 1	1	1	1	0	0	0	– 1	– 1	– 1
x_3	– 1	1	0	– 1	1	0	– 1	1	0	– 1	1	0	– 1

Из таблицы следует, что число различных исправляемых ошибок $N_И = (2l_0 + 1)^n$. Если $N_И = A_0$, то код будет максимально упакованным, т.е. коэффициенты A_i подобраны таким образом, что для заданного числа сигнальных конструкций N_p с заданной исправляющей способностью длительность кодового слова $T_к$ минимальна.

Исходя из полученных значений коэффициентов A_i, анализируемый код имеет кодовое расстояние [3], равное $d = A_2 + 1$.

Для необнаруживаемого вектора ошибки E_x на приеме должно выполняться условие:

$$A_1(x_1 + e_1) + A_2(x_2 + e_2) + A_3(x_3 + e_3) = \sum_{i=1}^{3} A_i x_i + \sum_{i=1}^{3} A_i e_i = 0 \pmod{A_0}. \quad (5)$$

Легко заметить, что все векторы E_x, при которых сохраняется равенство (5), можно разбить на две группы:

1. К первой группе относятся векторы E_x, при которых $\sum A_i x_i$ не изменяется:

$$E_{0,1,1} = 0; \mp 1; \pm 3; \qquad E_{0,1,2} = \pm 1; \mp 3; 0.$$

2. Ко второй группе относятся векторы помех, которые, не нарушая равенства (5) по модулю, изменяют значение суммы $\sum A_i x_i$:

$$E_{0,2,1} = \pm 3; 0; 0; \quad E_{0,2,2} = 0; \pm 9; 0, \qquad E_{0,3,3} = 0; 0; \pm 27.$$

Из выражений $E_{0,1}$, $E_{0,2}$ следует, что веса векторов необнаруженных ошибок не меньше четырех (кроме $E_{0,2,1}$). Так как при любом из них не нарушается равенство (4), то ошибка не будет обнаружена.

С целью определения вектора ошибки, обеспечивающего большую вероятность необнаруженной ошибки, запишем вероятности появления отдельных необнаруживаемых векторов смещений ЗМВ [1]:

$$\begin{aligned} P_{\text{но}}(E_{0,1}) &= P(0)\cdot P(1)\cdot P(3), \\ P_{\text{но}}(E_{0,2,1}) &= P(3)\cdot P(0)\cdot P(0), \\ P_{\text{но}}(E_{0,2,2}) &= P(0)\cdot P(0)\cdot P(9), \\ P_{\text{но}}(E_{0,2,3}) &= P(0)\cdot P(0)\cdot P(27). \end{aligned} \tag{6}$$

Напомним, что при нормальном законе смещения ЗМВ вероятность нахождения перехода в своей зоне [$P(0)$] или смещения его на K значений Δ равна [3]:

$$\begin{aligned} P(0) &= 0{,}5 - \Phi\left(\frac{\Delta}{2\sigma}\right), \\ P(K) &= \Phi\left[\frac{(K+0{,}5)\Delta}{\sigma}\right] - \Phi\left[\frac{(K-0{,}5)\Delta}{\sigma}\right], \end{aligned} \tag{7}$$

где $\Phi(x)$ – интеграл вероятности; σ – среднеквадратическое значение смещений ЗМВ.

Из выражений (6) следует, что так как $P(x) < 0$, максимальная вероятность $P_{\text{но}}$ будет определяться множителем $P(3)$. Для случая $S = 10$ и $\sigma = 0{,}03t_0$ [3]:

$$P(3) = \Phi\left(\frac{35}{3}\right) - \Phi\left(\frac{25}{3}\right) << 10^{-10}.$$

Определим вероятность ошибочного приема сигнальной конструкции. Из принципа приема отдельных ЗМВ следует [1], что ошибочный прием возможен, если один из переходов сместится на величину $\delta \geq \Delta/2$ [2]:

$$P_{0\,k} = 3[1 - P(0)]. \tag{8}$$

Для приведенных выше параметров:

$$P_{0\,\text{k}} = 3\left[1 - \Phi\left(\frac{\Delta}{2\sigma}\right)\right] = 12\cdot 10^{-2}.$$

Однако, так как смещение любого из переходов (или всех) на величину, меньшую $\delta < 1{,}5\Delta$, исправляется, то возможная вероятность неисправленной ошибки:

$$P_{\text{ни}} = 3P(\delta > 1{,}5\Delta) = 3\Phi\left(\frac{1{,}5\cdot 10}{3}\right) < 10^{-5}.$$

Таким образом, частота повторяемых ошибочных сигнальных конструкций после исправления смещений ЗМВ более, чем на три порядка, меньше, чем до исправления.

С другой стороны, так как число вычетов ограничено и все «использованы» для исправляемых векторов ошибок, то при появлении ошибок, имеющих смещение хотя бы одной координаты на величину $|e| > |e_0|$, получим остаток, равным одному из вычетов таблицы [4].

Для определения структуры векторов ошибок, имеющих вычеты, равные синдромам исправляемых ошибок, оценим вероятности ошибочного исправления.

Так как код с указанными выше параметрами исправляет ошибки смещений величиной $|e| = 1$, кратной $i \le 3$, то вероятность появления искажений сигнальной конструкции, в которой один из ЗМВ сместится на величину 2Δ:

$$P(2) = P(2{,}5\Delta \ge \delta \ge 1{,}5\Delta) = \Phi\left(\frac{2{,}5 \cdot 10}{3}\right) - \Phi\left(\frac{1{,}5 \cdot 10}{3}\right) << 10^{-8}.$$

Для ошибок, в которых минимум один ЗМВ сместился на величину, большую $1 \cdot \Delta$, более вероятными являются векторы:

$$E_{x1}(2) = \pm 2;\ 0;\ 0,$$
$$E_{x2}(2) = 0;\ \pm 2;\ 0, \qquad (9)$$
$$E_{x3}(2) = 0;\ 0;\ \pm 2.$$

Учитывая значения коэффициентов A_i, данные векторы ошибок будут соответствовать синдромам:

$$C_1(E_{x1}) = \pm 18;\ C_1(E_{x1}) = \pm 6;\ C_3(E_{x3}) = \pm 2.$$

Сравнивая векторы ошибок (9) с векторами таблицы 1, видим, что при одних и тех же значениях синдрома r значения E_x различны. Однако, так как мы оперируем полной системой вычетов по модулю A_0, то для рассматриваемых векторов E_x можно сформулировать лемму.

Лемма. Так как для исправления ошибок величиной $\Phi(x)$ при кратности $i \le 3$ используются все синдромы (вычеты), то векторы ошибок E_x (табл. 1) и векторы ошибок, имеющих минимум одну координату $|e_i| = 2$ и тот же синдром, связаны соотношением:

$$E_x - E(e) = E_0, \qquad (10)$$

т.е. разница между векторами, имеющими одинаковое значение синдрома, соответствуют необнаруживаемому вектору ошибки. В этом случае условие (3) выполняется и происходит необнаруженная ошибка.

Для примера в табл. 2 приведены векторы (9), их синдромы, соответствующие векторам E_x из табл. 1 и значения $E_x - E(2)$.

Таблица 2

C	$E(2)$			E_x			$E(2) - E_x$			$E_x - E_2$		
+2	0	0	2	0	1	−1	0	−1	3	0	1	−3
−2	0	0	−2	0	−1	1	0	1	−3	0	−1	3
+6	0	2	0	1	−1	0	−1	3	0	1	−3	0
−6	0	−2	0	−1	1	0	1	−3	0	−1	3	0
+18	2	0	0	−1	0	0	3	0	0	−3	0	0
−18	−2	0	0	1	0	0	−3	0	0	3	0	0

Из показанного следует, что при появлении векторов $E(e)$ возможно неверное исправление ошибок. Правда, вероятность такого события определяется величиной зоны Δ и на несколько порядков меньше вероятности появления исправляемых ошибок.

Избежать неверного декодирования при однократных ошибках величиной $e = \pm 2$ можно, изменив алгоритм оценки вида вектора помехи по полученному синдрому:

1. Если величина синдрома равна ± 2; ± 6; ± 18, то проверяются на верность значения двух неискаженных ЗМВ. Так как уравнение

$$A_1 x_1 + A_2 x_2 + \ldots + A_n x_n = 0 \pmod{A_0}$$

позволяет по двум неискаженным ЗМВ найти третий, то, зная синдром, можно вынести решение о гипотезе смещения одного из ЗМВ на величину ± 2.

2. Если гипотеза признается неверной, то исправление производится с использованием соответствующего вектора помехи (табл. 1).

Выводы

1. Введение исправлений ошибок кратности $i \le 3$ величиной $|e_0| = 1$ позволяет уменьшить вероятность ошибочного приема на несколько порядков.

2. Многопозиционный временной код с коэффициентами $A_i = (2e_0 + 1)^{i-1}$ позволяет исправлять не только ошибки кратности $i \le 3$ величиной ± 1, но и однократные ошибки величиной ± 2.

Список литературы: 1. *Захарченко В.Н.* Синтез багатопозиційних часових кодів. К.: Техніка, 1999. 289 с. 2. *Zimenko A.V., Uleev A.P., Draganov A.V., Gaidar V.P.* Start-Stop Receiver Lock-In Time in Systems Using Multiposition Time Duration Codes // Telecommunications and Radio Engineering. 52 (8), 1998. PP. 97–102. 3. *Захарченко В.Н., Драганов А.В., Гринь А.А.* Эффективность синдромного динамического декодирования избыточных сигнальных конструкций МВК. Наукові праці УДАЗ ім. О.С. Попова. 2000. №1. С. 61–66. 4. *Дадаев Ю.Т.* Арифметические коды, исправляющие ошибки. М.: «Сов. радио», 1969. 168 с.

Украинская государственная академия связи им. А.С. Попова, г. Одесса

Поступила в редколлегию 19.02. 2001

УДК 612.75

Л. О. АВЕР'ЯНОВА

ОСОБЛИВОСТІ ВЗАЄМОДІЇ ФІЗИЧНИХ ПОЛІВ З КІСТКОВОЮ ТКАНИНОЮ ЛЮДИНИ

Вивчення особливостей взаємодії кісткової тканини з фізичними полями дає можливість використовувати їх у діагностичних та терапевтичних цілях, а також передбачити їх можливий вплив на функціональний стан кісткової системи. Під дією різноманітних фізичних факторів кісткова система людини проявляє свої біофізичні властивості та набуває специфічних структурно-функціональних змін.

Фізичні поля можуть слугувати засобом самоорганізації біологічних об'єктів. Їх дія обумовлює певну рухомість та накопичування метаболітів, сприяючи керованому формуванню біологічних тканин. За життя організм людини перебуває у природному гравітаційному та геомагнітному полі, атмосферних та кліматичних умовах, які можуть змінюватись. Кожна з систем організму у межах можливого пристосовується до цих змін. Не винятком є і кісткова система, яка чутливо реагує на зменшення гравітації, зміну сезонних та добових біоритмів, кліматичних умов (у тому числі техногенного походження).

Кісткова тканина є складною фізико-хімічною системою; у її межах існують власні фізичні поля, які забезпечують фізіологічну саморегуляцію у кісткових структурах. Виявлено, що при деформації кістки на її поверхні утворюються електричні заряди [1], отже, кістка є п'єзоелектрикою, що пов'язано з наявністю в ній кристалічних структур. Напруженість електричного поля у кістці при звичайних навантаженнях не більша, ніж 0,5 В/см. Зміни параметрів електричного поля у кістковій тканині, які відбуваються саме при її фізіологічній деформації, дозволяють кістці підтримувати свою масу, форму та біохімічний склад. Завдяки фізичній активності посилюється кровотік у кістковій тканині, прискорюється іонний обмін, утворення осередків кальцифікації, активізується ріст кістки у довжину. Натомість у стані гіподинамії відбувається зменшення напруженості внутрішнього електричного поля, уповільнюються метаболічні процеси, відбувається декальцифікація та розсмоктування (резорбція) кісткової тканини [2]. Стає ясним, чому кожній людині необхідно постійно підтримувати фізіологічне навантаження на кісткову систему.

Відомо [3], що при накладанні зовнішнього постійного електричного поля з напруженістю, близькою до природної, кісткова тканина посилено утворюється біля катода. Ця властивість застосовується для прискорення відновлювальних процесів (остеорепарації) при переломах, що довгий час не загоюються, оскільки під дією постійного електричного поля певного напрямку відбувається спрямоване переміщення метаболітів до місця перелому кістки. Досліджено процес остеорепарації при стимуляції постійним електричним струмом 25±2,5 мкА [4]. Виявлено, що прискорення остеорепарації на різних стадіях залежить від полярності активного (імплантованого) електроду: при запальному процесі (2-3 доби після перелому) краще загоєння відбувається, якщо активним електродом є анод; у стадії посиленого відновлення зміна полярності активного електроду призводить до реполяризації кісткової тканини та прискорює її репарацію. Лікувальний електрофорез (гальванізація) зі щільністю струму 0,1–0,2 мА/см^2 застосовується для насичування організму іонами кальцію та фосфору при лікуванні переломів [5] та остеопорозу [6]. Електрогімнастика з застосуванням імпульсного струму низької частоти (з різноманітною формою, тривалістю та частотою імпульсів) призначається хворим при тривалій бездіяльності та контрактурах суглобів. Імпульсний струм при 109 імп/с тривалістю 1–1,5 мс викликає у кістякових м'язах скорочення, подібні до природних [5].

Променева енергія здатна впливати на стан біологічного об'єкту при її поглинанні, в результаті чого проявляється її механічна, теплова, фотохімічна, іонізуюча дія [7]. Характер взаємодії променевої енергії з біологічними системами залежить від енергії випромінювання, швидкості та глибини його проникнення, а також здатності структурних елементів цих систем (атомів, молекул, клітин, тканин), що приймають участь у процесі, зазнавати хімічних перетворень в результаті поглинання енергії.

Під впливом зовнішнього електромагнітного поля низьких частот у кістковій тканині виникають спрямовані іонні потоки [8]. Змінне магнітне поле інтенсивністю 25-30 мТл, частотою 25-100 Гц застосовується для прискорення метаболічних процесів та стимуляції кісткових клітин через зміну проникності клітинних мембран, дифузійних та осмотичних процесів [6]. При лікуванні переломів шляхом вибору параметрів електромагнітного поля з компенсацією магнітної складової можна досягти узгодження фізіологічних та наведених полем п'єзопотенціалів, активізувати кістковий метабо-

лізм, прискорити формування осередків кристалізації, прискорити відновлювальні процеси. Розроблений за цим принципом апарат "Каскад" успішно застосовується при лікуванні травматичних ушкоджень кісток [8]. Відомо, що у фізіотерапії застосовують індуктотермію, що призводить до наведення у біологічному об'єкті вихорних струмів [5]. Такий вплив протипоказаний при наявності переломів кісток, оскільки в процесі репарації він призводить до порушення орієнтації та структури кісткоутворюючих елементів з формуванням на місці перелому несправжнього суглоба, який навіть при наступному лікуванні неможливо перетворити у нормальну кісткову тканину.

На особливу увагу заслуговує розгляд взаємодії звукових та ультразвукових хвиль (УЗ) з кістковою тканиною. При розповсюдженні пружних коливань вздовж кістки можна виміряти швидкість та час їх проходження; коефіцієнт демпфіювання, величина якого корелює зі щільністю та макротвердістю кісткової тканини [9-11]; товщину компактної кістки; послаблення ультразвуку у широкому частотному діапазоні [12], яке є показником не тільки кісткової щільності, але і просторової орієнтації, розмірів та кількості трабекул кісткової тканини. Існує зв'язок між топографічною неоднорідністю акустичних властивостей кістки та її здатністю витримувати навантаження [9]. Відомо [13], що кісткова звукопровідність змінюється: при травматичних пошкодженнях вона значно нижча, при репозиції відламків – поступово посилюється, а при наступній консолідації відламків кісткова звукопровідність досягає нормального значення. За допомогою ультразвукової діагностики утворення кісткової мозолі виявляється в більш ранні строки, ніж при звичайному рентгенологічному обстеженні.

Ультразвук завдає прямої (механічна, фізико-хімічна) та непрямої (через вегетативний відділ центральної нервової системи) дії на біологічні структури [14]. Вплив імпульсного ультразвуку на біологічні тканини (зміна кліткової проникності, іонної структури та ін.) використовується у фізіотерапії. Під впливом УЗ-коливань частотою 830 кГц, потужністю 0,4-2,0 Вт/см^2 відбувається прискорене загоєння переломів, що обумовлено подразненням періосту кістки УЗ-хвилями, які концентруються на межі кісткової та м'якої тканин. При 5-хвилинному УЗ-опроміненні терапевтичного рівня (<2 Вт/см^2) проявляється теплова дія ультразвуку на кісткову тканину – вибірковий локальний нагрів до 42^{0}С, який зумовлений поглинанням як поздовжніх, так і поперечних хвиль [15].

Застосування ультразвуку у деяких випадках може призвести до утворення незворотних дефектів у кістковій тканині. Так, при УЗ-екстракорпоральній літотрипсії (подрібненні каменів) використовується сфокусований гідродинамічний удар (серіями з 200 імпульсів), і якщо поряд з каменем розташована кістка, вона також зазнає дії ударних імпульсів з утворенням мікротріщин у компактній речовині [16]. Поздовжні тріщини виникають між кістковими пластинками, дугоподібні – навколо остеонів та розповсюджуються вздовж ліній цементації. Причиною виникнення мікротріщин у компактній кістковій речовині під дією ультразвуку є пружна хвиля, при розповсюдженні якої відбувається зсувна деформація структурних кісткових утворень. У той же час у губчастій кістковій речовині (завдяки її комірчастій структурі) мікротріщин не виявлено.

Електромагнітне випромінювання (30–300 МГц) поглинається не тільки тканинами-провідниками, але й тканинами, наближеними за властивостями до діелектриків (кісткова і жирова тканина) [14]. Загальний вплив НВЧ-коливань на кісткову тканину – тепловий. Застосування НВЧ-терапії більш ефективне порівняно з ультразвуковою при зрощенні переломів – виявляється більш виражена кісткова мозоль. Однак існують межі щодо потужності випромінювання: при щільності потоку потужності до 0,47 Вт/см^2 проявляється стимулююча дія НВЧ, а при значеннях, близьких до 1 Вт/см^2, НВЧ-випромінювання гальмує репарацію кісткової тканини [17]. НВЧ-гіпертермія може застосовуватись для неінвазивного знищення пухлинних клітин.

Електромагнітне поле оптичного діапазону впливає на мінеральний обмін речовин. Завдяки вітаміноутворюючій дії ультрафіолетового випромінювання в організмі відбувається фотохімічний синтез вітаміну D_3, який відіграє важливу роль у кісткоутворенні. Малоінтенсивне лазерне опромінення (щільність потоку потужності – 2-30 мВт/см^2) активізує ферментативні системи, інтенсифікує обмінні, біоенергетичні та біосинтетичні процеси у кістках [6]. Проводяться дослідження щодо можливості застосування лазерної діагностики кісткової системи [18], але вона поки що дозволяє визначити лише інтегральні показники стану кісткової тканини, недостатньо відображаючи її структурну різноманітність.

Особливості взаємодії іонізуючого випромінювання з біологічними об'єктами широко використовуються у променевій діагностиці та терапії кісткової системи [19]. Так, α-випромінювання застосовується при альфа-терапії, радонових ваннах; β-випромінювання – при внутрішньопорожнинній та внутрішньотканинній бета-терапії з застосуванням радіонуклідів ^{32}P, ^{90}Sr, ^{90}Y, ^{131}J, ^{141}Ce; рентгенівське та γ-випромінювання – у інтраскопії, денситометрії та терапії; нейтронне випромінювання – у

променевій терапії. Висока метаболічна активність кісткової тканини обумовлює застосування радіоізотопних маркерів у променевій діагностиці кісток.

Рентгенологічний метод є найбільш поширеним у діагностиці кісткової системи in vivo. Рентгенівське випромінювання застосовується і у лабораторних дослідженнях кісток (рентгеноструктурний аналіз, гісторентгенометрія). Ступінь поглинання рентгенівського випромінювання тканинами кістки характеризує їх структурні особливості та наявність у них мінеральних речовин (у першу чергу – кальцію та фосфору), які поглинають більшу частку експонованої дози випромінювання. Оскільки атоми кальцію (найважчого елементу, який міститься у організмі у великій кількості) складають 22% від всього атомного складу кістки, його переважна локалізація у кістках робить їх "видимими" при рентгенівському дослідженні [1]. Ця особливість використовується у рентгенівській морфометрії та денситометрії кісток [20].

Основою γ-діагностики є трансмісія потоку фотонів від зовнішнього радіоізотопного джерела через об'єкт до відповідного детектора [6, 20] та визначенні кількості поглинутої енергії. Так, у радіоізотопних кісткових денситометрах вимірюється кількість поглинутої енергії γ-випромінювання, яка пропорційна щільності кістки. Застосовуються такі джерела γ-випромінювання: ^{125}J, ^{241}Am, ^{243}Am, ^{153}Gd, а також ^{137}Cs та ^{133}Ba.

Широке застосування променевої діагностики та терапії може мати і небажані наслідки для кісткової системи людини, адже кумулятивний ефект рентгенівського та γ-випромінювання стає причиною значних патологічних змін у кістках. Оскільки у променевій діагностиці та терапії застосовуються ізотопи ^{90}Sr та ^{137}Cs, відомі своєю остеотропною та міотропною дією, необхідно обмежувати їх застосування для пацієнтів, що перебували у зонах радіоактивного забруднення. Відомо, що при радіоактивному забрудненні навколишнього середовища кісткова тканина стає місцем депонування остеотропних радіонуклідів ^{90}Sr, ^{137}Cs та ^{45}Ca; поглинута доза від ^{90}Sr у 10 разів вища, ніж від ^{45}Ca [21]. Виявлено, що ^{45}Ca призводить до локального опромінення кісткової тканини, оскільки він є β-випромінювачем з низькою енергією. Натомість ^{90}Sr опромінює як кісткову тканину, так і прилеглі до кістки м'які тканини та кістковий мозок, який поглинає близько 65% всієї енергії, виділеної у кістковій тканині. Це призводить до накопичення променевих пошкоджень та загибелі кісткових клітин, порушення процесу кісткоутворення, патологічних переломів [2]. При тривалій інкорпорації радіонуклідів у кістковій тканині депонується до 99% ^{90}Sr та 8% ^{137}Cs [12]. Це негативно впливає на функціональний стан кісткової системи протягом всього життя, оскільки зазначені радіонукліди мають значний період напіврозпаду (30 років) та викликають патологічну перебудову кісткової тканини і пригнічення відновлювальних процесів у ній, підвищують ризик виникнення злоякісних новоутворень. Стронцій є аналогом кальцію у обмінних процесах, тому при недостатньому засвоєнні кальцію відбувається його заміщення у кристалах гідроксиапатиту кісткової тканини ізотопом стронцію. Це призводить до появи у кістці джерела хронічного випромінювання. Крім того, кристалічні структури з солями ^{90}Sr значно швидше резорбуються, викликаючи прискорену демінералізацію кісткової тканини (до 50%) та втрату міцнісних властивостей кристалічної решітки [22]. Поряд з цим відбувається і зниження біосинтезу кісткового матриксу. Найбільше накопичення ^{90}Sr відмічено у губчастій кістці, тому відповідні відділи кістяку найперше страждають від взаємодії з остеотропними радіонуклідами. З цих причин для пацієнтів з кістковою патологією або для постраждалих внаслідок радіаційного забруднення, мають бути розроблені спеціальні діагностичні та лікувальні методики, спрямовані на обмеження додаткового променевого навантаження.

Нейтронне випромінювання різних енергій також знайшло застосування у медичній радіології [23]. Швидкі нейтрони є ефективним засобом променевої терапії злоякісних новоутворень. Для нейтронної терапії створюються спеціальні реактори, прискорювачі та ізотопні джерела. До нейтронного опромінення (порівняно з рентгенівським та γ-опроміненням) злоякісні клітини найменш резистентні, оскільки нейтрони швидше завдають пухлинним клітинам летальної або значної мутагенної дії зі структурно-функціональними порушеннями у макромолекулах ДНК (розриви, радіаційні модифікації зв'язків). Нині відомо застосування внутрішньотканинної та контактної терапії джерелом ^{252}Cf, яке розміщується у товщі пухлини та мало ушкоджує навколишні тканини. Проте нейтронне випромінювання може викликати віддалені променеві пошкодження нормальних тканин та індуктувати канцерогенез; складність його застосування полягає у необхідності подрібнення дози з вибором оптимального режиму та енергії випромінювання для різних тканин. Вивчаються можливості застосування нейтронно-активізаційного аналізу для діагностики стану кісткової системи людини [20].

Нині перспективним методом неінвазивної діагностики є ЯМР-томографія. Але оскільки кістки є майже прозорими для ЯМР, застосування цього методу для діагностики структурних змін у кістках

не є прийнятним. Вивчалась можливість застосування методу ядерного магнітного резонансу для визначення швидкості утворення кісткового регенерату [24]. У результаті цього дослідження доведено можливість диференціації стадій консолідації кістки при відповідних змінах вмісту протонів води в окремих фракціях кісткового регенерату. Однак виявлено, що при клінічних та рентгенологічних ознаках консолідації магнітні релаксаційні параметри все ще не повертаються до нормальних значень, тому що анатомічне відновлення цілісності кістки випереджає нормалізацію хімічних та фізіологічних процесів у кістковій тканині. Таким чином, метод ЯМР не дозволяє визначити ті кількісні показники відновлення кісткової тканини, які змінюються раніше або одночасно з її анатомічним відновленням.

Як показав розгляд особливостей взаємодії фізичних полів з кістковою тканиною з точки зору їх застосування у діагностиці, за комплексом властивостей перевага віддається рентгенівському випромінюванню, оскільки воно дозволяє отримати цінну діагностичну інформацію про стан кісткової системи при порівняно невеликому променевому навантаженні на пацієнта. Врахування механізму дії певних фізичних полів на кісткову систему допоможе правильно визначити вид та дозування фізіотерапевтичних процедур в залежності від особливостей кісткової патології.

Список літератури: 1. *Богданов К.Ю.* Физик в гостях у биолога. М.: Наука. Гл.ред.физ.-мат.лит. 1986. 144с. 2. Большая медицинская энциклопедия / *Глав.ред.Б.В.Петровский.* Изд. третье [В 30 томах]. М.: Сов. энциклопедия. 1979. т.11. 3. *М.Г.Ахакая, К.А.Закарая, М.С.Какиашвили.* Электрохимические аспекты жизнедеятельности костной ткани // Ортопедия, травматология и протезирование. 1971. №9. С.41-44. 4. *Н.И.Хвисюк, Ж.М.Сиджанов.* Стимуляция остеорепарации постоянным током // Ортоп., травм. и протезир. 1991. №1. С.43-45. 5. *С.Б.Гринбойм.* Физические методы при комплексном лечении переломов длинных трубчатых костей. Л.: Медицина. 1972. 128 с. 6. Диагностика и консервативное лечение заболеваний и повреждений опорно-двигательной системы: Справочник в 8 кн. Кн. 1 / *А.А.Корж, Н.В.Дедух, С.Д.Шевченко и др.* Харьков. Основа. 1995. 52 с. 7. *Sol. M. Michaelson.* Human Exposure to Nonionizing Radiant Energy – Potential Hazards and Safety Standards. // ТИИЭР. 1972. №4. С.63-105. 8. *С.А.Счастный, С.И.Щукин и др.* Бесконтактная биоадекватная электромагнитная стимуляция репаративной регенерации костной ткани у детей. // Ортоп., травм. и протезир. 1991. №2. С.28-32. 9. *Янсон.Х.А., Дзенис В.В., Татаринов А.М.* Ультразвуковые исследования трубчатых костей. Рига: Зинатне. 1990. 224 с. 10. 5 A61 B8/08, 5/103 PCT (WO) 94/22375. Способ и устройство для измерения скорости звуковых колебаний через кость. 11. 5A61 B8/00 PCT (WO) 94/20024 Способ и устройство для определения плотности кости. 12. *В.В.Поворознюк, Е.П.Подрушняк, Е.В.Орлова, И.Д.Коштура, Е.И.Баяндина.* Остеопороз на Украине. К.: 1995. 13. *И.Л.Цимхес, Ю.Н.Фигнер.* О значении акустического метода в диагностике переломов костей // Ортоп., травм. и протезир. 1971. №9. С.50-54. 14. *Н.В.Савенко, Е.Я.Панков.* Рентгено-морфологическая характеристика процесса регенерации дефекта кости под влиянием импульсного ультразвука // Ортоп., травм. и протезир. 1969. №6. С.54-59. 15. *Ф.Дж.Фрай.* Биологическое действие ультразвука: Обзор.// ТИИЭР.1979.Т.67, №4. С.190-209. 16. *А.А.Коломиец, В.Э.Янковский, О.А.Казанцев, П.И.Цвет.* Микроразрушения кости при использовании ударно-волновой терапии // Ортопедия, травм. и протезир.1994, №4. С.52-54. 17. *В.И.Лучиков, П.Е.Мухин.* Сравнительная оценка действия ультразвука и микроволн на заживление переломов у кроликов // Ортоп., травм. и протезир. 1971. №9. С.65-67. 18. *Manuel E. Zevallos, S.K. Gayen, Bidyit Baran Das, Mohammad Alrubaiee, R.R. Alfano.* Picosecond Electronic Time-Gated Imaging of Bones in Tissues. // IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics. Vol.5. No.4, July/ August 1999. P.916-921. 19. *Э.Г.Чикирдин.* Керма в воздухе // Вестник рентгенологии и радиологии. 1998. №1. С.53-58. 20. *В.В.Егоров, Д.Х.Ли, А.С.Рахманов.* Современные методы и аппаратура для денситометрии костной ткани // Мед.техника. 1995. №2. С.30-35. 21. Биологические эффекты при длительном поступлении радионуклидов. / *В.В.Борисова, Т.М.Воеводина, А.В.Федорова, Н.Г.Яковлева.* М.: Энергоатомиздат. 1988. 168 с. 22. *Харченко В.П., Рожкова Н.И., Зубовский Г.А. и др.* Показатели минеральной насыщенности костей у лиц, принимавших участие в ликвидации последствий аварии на ЧАЭС // Вестник рентгенологии и радиологии. 1994. №2. С.38-40. 23. Биологические эффекты нейтронов разных энергий / *Е.А.Жербин, С.П.Капчигашев, А.Г.Коноплянников и др.* М.: Энергоатомиздат. 1984. 144 с. 24. *У.Я.Богданович, А.Н.Гильманов, М.Г.Каримов, И.Х.Музеев.* Исследование протонной магнитной релаксации в костном регенерате в динамике по данным ЯМР // Ортопедия, травматология и протезирование. 1974. №12. С.19-23.

Харківський державний технічний університет радіоелектроніки

Поступила до редколегії 25.12.2000

УДК 612.76:681.31

М. Ю. КАРПИНСКИЙ, В. Д. ОСТРОУХОВ, канд. техн. наук

ФИЛЬТРАЦИЯ ПОМЕХ НА ИЗОБРАЖЕНИИ МАЛОПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ

Изображения малоподвижных медико-биологических объектов можно улучшить, применив различные способы фильтрации. К таким изображениям относятся цифровые рентгенограммы, томограммы, полученные на компьютерных рентгеновских и магнитно-резонансных томографах, а также другие изображения, полученные методом сканирования. Помехи, возникающие на изображениях, могут быть обусловлены собственными шумами аппаратуры, действием сетевых помех, радиопомех (в магнитно-резонансном томографе), различными артефактами. В ортопедии все шире применяют устройства для комплексных обследований на основе многоэлементных преобразователей. Путем сканирования преобразователя получают цветное (мозаичное) изображение стоп, проекцию общего центра масс и др. Во всех названных случаях объект (человек) длительное время остается относительно неподвижным: например, в гентри МРТ или на платформе ортопедического преобразователя пациент может находиться почти неподвижным в течение нескольких минут. Это обстоятельство позволяет применить специальные весьма эффективные способы фильтрации помех.

Одним из распространенных методов фильтрации и обработки цифровых изображений является применение оконных фильтров [1]. Суть его заключается в сканировании массива элементов изображения окном весовых коэффициентов (рис. 1). При этом центральному элементу окна с весом g_3 присваивается значение

g_1	g_2	g_1
g_2	g_3	g_2
g_1	g_2	g_1

Рис. 1

$$Y_{ij} = (1/\Sigma g_k)\cdot[g_3 X_{ij} + 4g_2 (X_{i,j-1}+X_{i-1,j}+X_{i+1,j}+ X_{i,j+1}) + \\ +4g_1 (X_{i-1,j-1}+X_{i,j-1}+ X_{i-11,j+1}+X_{i+1,j+1})]. \quad (1)$$

Индексы в формуле (1) выбраны с учетом положительных направлений осей X, Y монитора. При указанном распределении весов в изображении подчеркиваются вертикальные и горизонтальные линии. Величины весов могут быть выбраны различным образом. При $g_3 > g_2 > g_1$ характеристика фильтра будет обостренной, избирательной. Если же все веса одинаковы и равны 1, то фильтр будет усредняющим, и средний элемент изображения будет равен

$$Y_{ij} = (1/9)\cdot(X_{ij}+X_{i,j-1}+X_{i-1,j}+X_{i+1,j}+ X_{i,j+1}+ X_{i-1,j-1}+X_{i-1,j-1}+X_{i,j-1}+X_{i-11,j+1}+X_{i+1,j+1}). \quad (2)$$

Коэффициент, стоящий при сумме в формулах (1 и 2), может быть и больше 9 (все весовые коэффициенты меньше 1). В этом случае фильтр будет ослабляющим. Недостатком линейных фильтров является искажение полезной информации, размывание контуров изображения.

Кроме рассмотренного линейного фильтра можно применять нелинейные фильтры. Они используются для подавления шумов или для подчеркивания перепадов яркости. Например, для подавления шумов эффективно применение медианного фильтра. Он сначала производит сортировку элементов изображения по величине, а затем замену центральной величины средним (медианным) значением ряда. Медианный фильтр позволяет устранять короткие импульсные выбросы, занимающие не боле половины ширины окна. Однако это условие часто не выполняется, кроме того, этот метод при больших массивах изображения может занять много времени.

Если допустимо многократное сканирования объекта (МР томографы, УЗ сканеры, ортопедические комплексы с многоэлементными преобразователями), то появляется возможность применить другие способы фильтрации. Одним из таких способов является средне арифметическое усреднение. Оно основано на том, что вероятность появления помех в одном и том же пикселе сравнительно невелика или они имеют разные знаки. Такой способ применяют, например, в МР-томографии, где одно и то же сечение сканируют, как правило, два раза. При униполярных помехах еще более эффективным может оказаться средне геометрическое усреднение. Оно заключается в том, что величина элемента X_{ij} получается как

$$X_{ij.cp} = \sqrt[N]{\prod_{k=1}^{N} X_{ij}^{(k)}}, \quad (3)$$

где N – число циклов сканирования; k – номер цикла.

Если объект мало подвижен, т.е. достаточно детерминирован, то изменения величин элемента в области изображения от цикла к циклу малы. Так как вероятность отсутствия помех вне области изображения обычно достаточно велика, то будет и велика вероятность равенства нулю, согласно формуле (3), величины элемента вне области изображения. Особенно эффективно применение этого метода для получения ортопедических изображений (стоп), так как здесь допустимо длительное исследование и, следовательно, большое число циклов сканирования.

На рис. 2 приведено изображение стоп, полученное путем сканирования многоэлементного преобразователя давление – напряжение в условиях сильной зашумленности помехами низкого уровня, а на рис. 3 – то же изображение с фильтрацией средне геометрическим фильтром за 5 циклов. Преобразователь содержит 945 элементов (35×27). Если считать распределение помех по сканируемой поверхности равномерным, то из рис. 2 следует, что вероятность попадания помехи в один и тот же элемент составляет около 0,3. Исходя из формулы (3), следовало бы ожидать, что при средне геометрической фильтрации вероятность появления помех должна была снизиться до величины $(0,3)^5 \approx 0,0024$, т.е. примерно 3 помехи на всю площадь. Однако, как видно из рис.3, их число значительно больше этой величины, хотя все же значительно меньше, чем при отсутствии фильтрации (примерно в 7 раз). Здесь, видимо, сказывается нелинейная зависимость отношения плотностей помех (коэффициента фильтрации) от исходного значения плотности. В конце концов, если помехами будет усеяна вся площадь, никакой фильтрации ожидать не приходится. Данный вопрос требует более углубленного теоретического исследования.

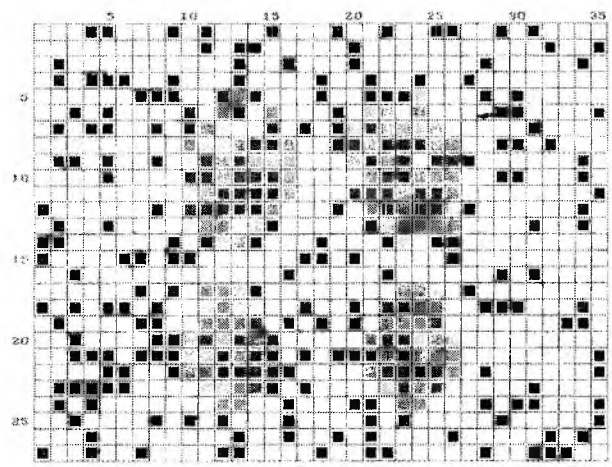


Рис. 2.

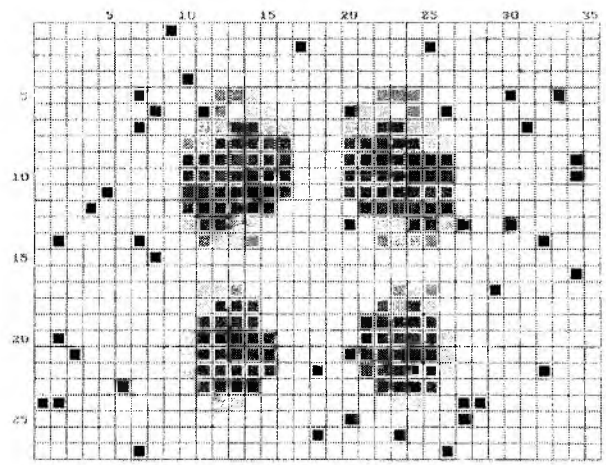


Рис. 3

Сканирование стоп возможно в течение очень большого количества циклов – 100 – 500. При этом число циклов усреднения может быть взято и больше 5: 10 – 20. С точки зрения статистического усреднения это даже полезно. При этом число помех в области пространства, не занятого изображением, снизится до 2–5. Ограничения на число циклов усреднения накладываются требуемым объемом памяти и задержкой в появлении изображения. Оптимальным, на наш взгляд, является число циклов от 5 до 10.

Возможно также применение среднеарифметического усреднения за несколько циклов. Однако такая фильтрация будет удовлетворительно работать в условиях помех низкого уровня. В условиях умеренной плотности помех с широким динамическим диапазоном наиболее эффективно средне геометрическое усреднение.

В ряде случаев для ускорения процесса сканирования желательно ограничить область сканирования площадью, занимаемой фактическим изображением. Для того, чтобы определить границы изображения в условиях помех, можно вначале включить оконный фильтр со средне арифметическим усреднением или даже с ослаблением. При этом помехи вне контура изображения становятся ниже порогового значения и позволяют провести границы рабочего поля максимально близко к крайним точкам изображения. На рис.4. показано отфильтрованное изображение и новые границы сканирования (белой линией). Первоначальный уровень помех соответствовал рис.2. Как видно на рис.4, оконный фильтр размывает изображение. После установления новых границ сканирования он выключается.

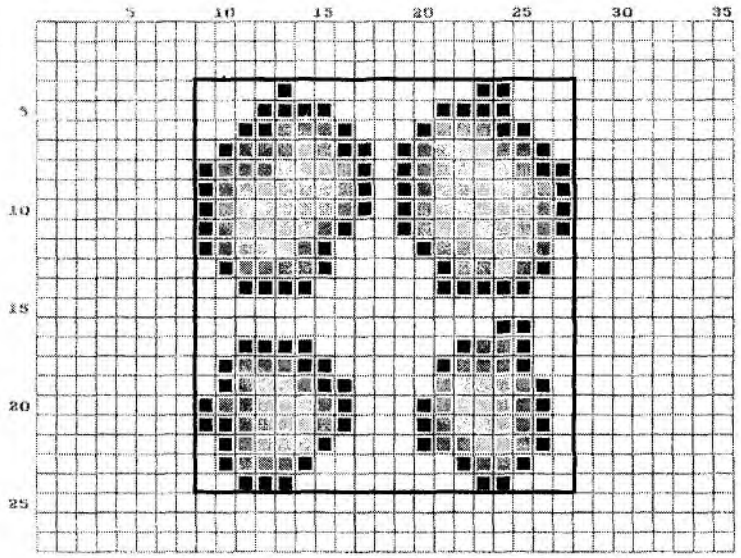


Рис. 4

Помехи, попадающие в область, занимаемую изображением, полностью отфильтровать методами усреднения невозможно, так как они добавляются к почти стационарным и детерминированным величинам – элементам изображения. Это приводит к погрешностям измерения в сторону завышения результатов. Предположим для простоты, что за N циклов усреднения в элемент X изображения попадает одна помеха. Обозначим отношение сигнал-помеха $X_П/X = a$. Нетрудно показать, что в этом случае относительные погрешности определения элемента $\delta = \Delta X/X$ при средне арифметическом и средне геометрическом усреднении будут определяться выражениями

$$\delta_{CA} = a/N; \quad \delta_{CГ} = \sqrt[N]{1+a} - 1. \tag{4}$$

При равных условиях погрешность средне геометрического усреднения всегда меньше погрешности средне арифметического. Например, при $a = 1$ и $N = 2$: $\delta_{CA} = 0,5$; $\delta_{CГ} = 0,4$, а при $N = 8$: $\delta_{CA} = 0,125$; $\delta_{CГ} = 0,05$. Для уменьшения этой погрешности после усреднения изображение можно отфильтровать оконным фильтром с обостренной характеристикой.

Список литературы: 1. *Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н.* Цифровая обработка сигналов: Справочник. М.: Радио и Связь, 1985. 312 с. 2. *Бондарев В.Н., Трёстер Г, Чернега В.С.* Цифровая обработка сигналов: методы и средства. Севастополь: СевГТУ, 1999. 398 с. 3. *Baudendistel K.* An Improved Method of Scaling for Real-Time Signal Processing Applications // IEEE Trans of Education. 1994. Vol.37. №3. P.281-288.

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники
Институт патологии позвоночника и суставов им. проф. М.И. Ситенко АМН Украины

Поступила в редколлегию 28.03.2001

СОДЕРЖАНИЕ

Лучанинов А.И., Коновальцев А.А., Лучанинов Ю.А., Омаров М.А., Шокало В.М.
Алгоритм анализа эквидистантной решетки ленточных микрополосковых излучателей произвольной геометрии, адаптированный к расчету крупноапертурных антенн с нелинейными элементами 2. Решение системы интегральных уравнений 3

Дорошенко В.А., Семенова Е.К.
Дифракция электромагнитных волн на конусе с продольными щелями 8

Онуфриенко В.М., Слюсарева Т.И.
Интегродифференциальная модель взаимодействия монохроматической волны с круговым цилиндром 16

Пенкин Ю.М., Климович Р.И.
Исследование полей излучения несимметричного вибратора, расположенного на импедансном полусферическом выступе над экраном 22

Абдерразик М., Лысенко Д.Л.
Построение и анализ функции аппроксимации характеристики многозначных элементов 28

Бондарь Д.В., Зеленин А.Н., Костромицкий А.И.
Анализ активного корректора частотных характеристик 33

Письменецкий В.А., Слипченко Н.И., Платонов П.И.
Исследование дисперсионно-спектрального способа идентификации импульсных радиосигналов 37

Токарский П.Л.
Взаимные сопротивления и кпд горизонтальных электрических диполей, расположенных над поверхностью земли 42

Чередников П.И., Подгайко О.И.
Построение и анализ математической модели асимметричной нелинейной системы при гармоническом воздействии 47

Пащенко А.Г., Ванцан В.М.
Влияние внешнего стационарного электрического поля на энергетические состояния частиц и квазичастиц в квантоворазмерной структуре. Часть 1. Обсуждение результатов 55

Карташов В.М
Функции рассеяния сигналов систем зондирования атмосферы 61

Волосюк В.Г.
Синтез фильтра-классификатора для сигнала, отраженного от слабоконтрастного протяженного объекта в слоистой среде. Статистическое описание формы сигнала 66

Тюрин С.В., Быков М.М., Глиняный А.В., Романюк В.А.
Формирование множества опорных источников для адаптивных оптических систем на основе многопучковой интерференции 70

Лиепинь У.Р., Ставицкий О.Н.
Алгоритмическое восстановление параметров диаграммы направленности частично невозбуждаемой антенной решетки 73

Манжос В.Н., Пшеничных С.В., Попонин Ю.А.
Однозначная оценка координат источников радиоизлучения в разнесенной системе пассивной радиолокации при использовании разностно–дальномерного метода их определения 76

Калюжный Н.М., Пшеничных С.В., Пузий И.В., Асанов Э.Э.
Обеспечение непрерывности фазы при формировании импульсных радиосигналов методом ЛЧМ преобразования 81

Бавыкина В.В., Коваль Ю.А., Трощин О.Л.
Анализ путей совершенствования алгоритмов измерения сдвига шкал в системах синхронизации времени и частоты 85

Свирь И.Б., Клименко А.В., Комптон Р.Г.
Моделирование конвективно-диффузионного транспорта вещества в канале с двумя микрополосками-электродами и применение к электрогенерированной хемилюминесценции 92

Грицунов А.В.
Об автоматизации определения коэффициента кратности макрочастиц 102

Копоть М.А., Никитенко А.Н., Чурюмов Г.И.
Исследование дисперсионных характеристик электродинамических систем с резонаторами сложной формы 105

Панченко А.Ю
Определение сдвигов частот объемных резонаторов при акустическом возмущении заполняющей среды 109

Волков В.М., Зайченко О.Б, Огуй А.В.
Метрологическое обеспечение многозондовых микроволновых мультиметров 113

Мурашев В.Ю., Кублик А.В., Сухоиванов И.А.
Вычисление мощности четырехволнового смешивания возникающего в волоконно-оптических линиях связи с волновым мультиплексированием 116

Захарченко В.Н., Драганов А.В., Гринь А.А.
Исправление одиночных ошибок смещений ЗМВ величиной $e = \pm 2$ 121

Аверьянова Л.О.
Особенности взаимодействия физических полей с костной тканью человека 126

Карпинский М.Ю., Остроухов В.Д.
Фильтрация помех на изображении малоподвижных объектов 130

CONTENTS

Luchaninov A.I., Konovaltsev A.A., Luchaninov Yu.A., Omarov M.A., Shokalo V.M.
An analysis algorithm of equidistant arrays of tapered microstrip radiators of an arbitrary geometry adapted to designing large-aperture antennas with non-linear elements
1. Integral equations system solution 3

Doroshenko V.A., Semenova E.K.
Electromagnetic wave difraction on a cone with longitutinal slots 8

Onufriyenko V.M., Slusarova T.I.
Integrodifferential model of a monochromatic wave interaction with a circular cylinder 16

Penkin Yu. M., Klimovich R.I.
Investigation of the radiation field of the asymmetrical dipole placed on the impedance semi-spherical lug above screen 22

Abderrazic M., Lisenko D.L.
Construction and analysis of the function of many-valued units characteristics approximation 28

Bondar D.V., Zelenin A.N., Kostromitsky A.I.
The analysis of the active corrector of frequency characteristics 33

Pismenetsky V.A. , Slipchenko N.I. , Platonov P.I.
The investigation of dispersion-spectral method of pulse radio signals identification 37

Tokarsky P.L.
Mutual Impedance and Radiation Efficiency of Horizontal Electrical Dipoles Placed Close to the Earth Surface 42

Cherednikov P.I., Podgayko O.I.
Construction and analysis of mathematical model of asymmetric nonlinear system at harmonic influence 47

Pashchenko A.G., Vantsans V.M.
Influence of the external stationary electrical field on the particles and quasi-particles power state in the quantum-well structure. Part 1. The problem statement 55

Kartashov V.M.
Functions of the atmosphere sounding systems signals scattering 61

Volosyuk V.G.
Synthesis of filter-classifier for the signal reflected from noncontrast extended object in layered medium. The statistical description of the signal shape 66

Tyurin S.V., Bykov M.M., Glinyany A.V., Romanyuk V.A.
Formation of the set of support sources for adaptive optical systems based on the multibeam interference 70

Liepin U.R., Stavisky O.N.
Algorithmic restoration of partially unexcited antenna array radiation pattern parameters 73

Manzhos V.N., Pshenichnykh S.V., Poponin Y.A.
Monosemantic estimation of coordinates of the radio radiation sources in the multypositional system of a passive radar-location while using difference distance measuring of a method of their definition ... 76

Kalyuzhny N.M., Pshenichnykh S.V., Puziy I.V., Asanov A.A.
Maintenance of the continuity of a phase when forming pulse radio signals with LFM transformation method 81

Bavykina V.V., Koval Yu.A., Troshchin O.L.
Analysis of scales displacement measuring algorithms perfection ways in time and frequency synchronization systems 85

Svir I.B., Klimenko A.V., Compton R.G.
The simulation of convective diffusion transport of matter to a channel double microband electrode and its application to electrogenerated chemiluminescence 92

Gritsunov A.V.
About the automatic definition of a large particles multiplicity coefficient 102

Kopot' M.A., Nikitenko O.M., Churumov G.I.
Research of dispersion characteristics of the electrodynamic systems with resonators of the complex type 105

Panchenko A. Yu.
Definition of the cavity resonator freqncy shift with the filling medium acoustic disturbance 109

Volkov V.M., Zaichenko O.B., Ogyi A.V.
Multiprobe microwave multimeter metrological support 113

Murashev V.Y., Kublik A.V., Sukhoivanov I.A.
Calculation of the four-wave mixing power arising in wavelength division multiplexing networks 116

Zakharchenko V.N., Draganov A.V., Grin A.A.
Single error correction in significant moment of reproduction bias with the value $e = \pm 2$ 121

Aver'yanova L.O.
Features of physical fields interaction with human bone tissue 126

Karpinsky M.Yu., Ostrouhov V.D.
Filtering of picture noises of inactive plants 130

УДК 621.396.67

Алгоритм анализа эквидистантной решетки ленточных микрополосковых излучателей произвольной геометрии, адаптированный к расчету крупноапертурных антенн с нелинейными элементами 2. Решение системы интегральных уравнений / А.И. Лучанинов, А.А. Коновальцев, Ю.А. Лучанинов, М.А. Омаров, В.М. Шокало // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 3-7.

Описывается метод решения системы интегральных уравнений относительно распределения токов на элементах бесконечной периодической антенной решетки микрополосковых излучателей. Метод позволяет реализовывать высокоэффективные, с точки зрения быстродействия, алгоритмы расчета электродинамических характеристик антенных решеток указанного вида. Приведены соотношения для определения внешних характеристик излучающей системы.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.396.67

Алгоритм аналізу еквідистантної решітки стрічкових мікросмужкових випромінювачів довільної геометрії, адаптований до розрахунку великоапертурних антен з нелінійними елементами 2. Розв'язання системи інтегральних рівнянь / А.І. Лучанінов, А.О. Коновальцев, Ю.А. Лучанінов, М.А. Омаров, В.М. Шокало // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 3-7.

Описано метод розв'язання системи інтегральних рівнянь відносно розподілу струмів на елементах нескінченної періодичної антенної решітки мікросмугових випромінювачів. Метод дозволяє реалізувати високоефективні, з точки зору швидкодії, алгоритми розрахунку електродинамічних характеристик антенних решіток вказаного типу. Наведено співвідношення для визначення зовнішніх характеристик випромінювальної системи.

Бібліогр.: 3 назв.

UDC 621.396.67

An analysis algorithm of equidistant arrays of tapered microstrip radiators of an arbitrary geometry adapted to designing large-aperture antennas with non-linear elements 1. Integral equations system solution / A.I. Luchaninov, A.A. Konovaltsev, Yu.A. Luchaninov, M.A.Omarov, V.M. Shokalo // Radiotekhnika: All-Urk. Sci. Interdep. Mag. 2001. N 118. P. 3-7.

The method of solving the system of integral equations for current distribution on elements of the infinite antenna array of microstrip radiators is described. The method allows to realize highly efficient, in terms of computation speed, algorithms of calculating the electromagnetic characteristics of the mentioned above antenna arrays. The expressions for defining the output characteristics of the radiators system are obtained.

Ref.: 3 items.

УДК 621.396

Дифракция электромагнитных волн на конусе с продольными щелями / В.А. Дорошенко, Е.К. Семенова // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып.118 С. 8-15.

В работе исследуется задача возбуждения полубесконечного идеально проводящего полубесконечного кругового конуса с периодически прорезанными вдоль образующих щелями магнитным радиальным диполем. Алгоритм решения граничной электродинамической задачи базируется на применении интегрального преобразования Конторовича- Лебедева и сведении ее к решению сингулярного интегрального уравнения с ядром типа Коши. Проведен численный эксперимент, по результатам которого исследована зависимость коэффициентов Фурье компонент поля от угловых размеров конической структуры.

Табл. 1. Ил. 7. Библиогр.: 7 назв.

УДК 621.396

Дифракція електромагнітних хвиль на конусі із поздовжними щілинами / В.О.Дорошенко, О.К.Семенова // Радіотехніка: Всеукр.міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип.118. С. 8-15.

У роботі досліджується задача збудження напівбезмежного ідеально електропровідного кругового конуса із періодично прорізаними здовж твірних щілинами магнітним радіальним диполем. Алгоритм розв'язку крайової елек1тродинамічної задачі базується на використанні інтегрального перетворення Конторовича-Лебєдева та її зведення до розв'язку сингулярного інтегрального рівняння з ядром Коші. Проведено чисельний експеримент, за результатами якого досліджено залежність коефіцієнтів Фур'є компонент поля від кутових розмірів конічної структури.

Табл.1. Іл.7. Бібліогр.: 7 назв.

UDC 621.396

Electromagnetic wave difraction on a cone with longitutinal slots / V.A. Doroshenko, E.K.Semenova // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdip. Mag. №118. P. 8-15.

A problem of excitation of a simi-infinite perfectly conducting circular cone with slots cut periodically along rulings by a magnetic radial dipole is investigated. The boundary electrodynamics problem solution is based on using the Kontorovich-Lebedev integral transforms. As a result the problem is reduced to solving a singular integral equation with the Cauchy kernel. The numerical experiment has been carried out and dependences of component field Fourier coefficients on cone angular dimensions are investigated.

1 tab. 7 fig. Ref.: 7 items

УДК 537.874:6

Интегродифференциальная модель взаимодействия монохроматической волны с круговым цилиндром / В.М. Онуфриенко, Т.И. Слюсарева // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 16-21.

Представлены результаты дифференинтегрального моделирования внутреннего поля дифракции для достаточно тонкого цилиндра (квазистационарный случай). Исследование базируется на фрактальном представлении о структуре поверхности цилиндра. Полученная модель позволяет описать с использованием -характеристик любую заданную степень фрактальности поверхности. Для 0 – характеристик результаты совпадают с классическими данными.

Ил. 6. Библиогр.: 16 назв.

УДК 537.874:6

Інтегродиференціальна модель взаємодії монохроматичної хвилі з круговим циліндром / В.М. Онуфрієнко, Т.І. Слюсарева // Радіотехника: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 16-21.

Наводяться результати диферінтегрального моделювання внутрішнього поля дифракції для достатньо тонкого циліндра (квазістаціонарний випадок). Дослідження базується на фрактальному уявленні про структуру поверхні циліндра. Отримана модель дозволяє описувати із застосуванням 0 – характеристик будь-яку задану ступінь фрактальності поверхні. Для 0 – характеристик результати співпадають з класичними.

Іл. 6. Бібліогр.: 16 назв.

UDC 537.874:6

Integraldifferential model of a monochromatic wave interaction with a circular cylinder / V.M. Onufriyenko, T.I. Slusarova // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N 118. P. 16-21

The results of differintialintegrational modeling of inner field of diffraction for a cylinder with a sufficiently thin wall (quasi-stationary case) are given. The research is based on the fractional notion of the cylinder surface structure. The obtained model allows to describe with 0 -characteristics any given degree of the surface fractality. For 0 – characteristics the results coincide with the classical data.

Fig. 6. Ref.: 16 items

УДК 621.396.67

Исследование полей излучения несимметричного вибратора, расположенного на импедансном полусферическом выступе над экраном / Ю.М. Пенкин, Р.И. Климович // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 22-27.

С помощью функции Грина определены поля излучения тонкого радиального вибратора, расположенного на полусферическом выступе над экраном, в случае его возбуждения у основания генератором дельта-функции. При этом предполагалось, что плоский бесконечный экран является идеально проводящим, а поверхность полусферического выступа характеризуется распределенным комплексным импедансом. Численно исследованы характеристики излучения такой системы при изменении ее геометрических и электрических параметров.

Ил. 10. Библиогр.: 8 назв.

УДК 621.396. 67

Дослідження полів випромінювання несиметричного вібратора, розташованого на імпедансному напівсферичному виступі над екраном / Ю.М. Пенкін, Р.І. Климович // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 22-27.

За допомогою функції Гріна визначені поля випромінювання тонкого радіального вібратора, розташованого на напівсферичному виступі над екраном, у випадку його збудження у основі генератором дельта-функції. При цьому припускалося, що плоский нескінчений екран є ідеально провідним, а поверхня напівсферичного виступу характеризується розподіленим комплексним імпедансом. Кількісно досліджені характеристики випромінювання такої системи при змінюванні її геометричних та електричних параметрів.

Іл. 10. Бібліогр.: 8 назв.

UDC 621.396.67

Investigation of the radiation field of the asymmetrical dipole placed on the impedance semi-spherical lug above screen / Yu. M. Penkin, R.I. Klimovich // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N. 118 P. 22-27..

Radiation fields of the thin radial dipole placed on the semi-spherical lug above the screen were defined with Green function in the case of its excitation near the base with δ -function oscillator were defined. In this case it was supposed that the plane infinite screen was perfectly conducting and the surface of the semi-spherical lug was characterized by the distributed complex impedance. Such system radiation characteristics were studied numerically with variation of the system geometrical and electrical parameters.

9 fig. Ref.: 8 items

УДК 519.65

Построение и анализ функции аппроксимации характеристики многозначных элементов / Абдеразик Мохамед, Д. Л. Лысенко// Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С.28-32.

Предложена функция аппроксимации нелинейной характеристики намагничивания многозначного магнитного элемента. В основу построения положен анализ поведения характеристики «ступенчатого» намагничивания и использование функции первой производной. Исследован характер изменения функции аппроксимации при изменении входящих в нее коэффициентов. Предложенная методика может быть использована при математическом моделировании многозначных магнитных элементов.

Ил. 5. Библиогр.: 1 назв.

УДК 519.65

Побудова та аналіз функції апроксимації характеристики багатозначних елементів / Абдеразік Мохамед, Д. Л. Лисенко // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип.. 118. С. 28-32.

Запропонована функція апроксимації нелінійної характеристики намагнічування багатозначного магнітного елемента. До основи побудови покладений аналіз поведінки характеристики "ступеневого" намагнічування та використання функції першої похідній. Досліджено характер поведінки функції апроксимації при зміні її коефіцієнтів. Запропонована методика може бути використана при математичному моделюванні багатозначних магнітних елементів.

Іл. 5. Бібліогр.: 1 назв.

UDC 519.65

Construction and analysis of the function of many-valued units characteristics approximation / Abderrazic Mohamed, D. L. Lisenko // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001 118. P. 28-32.

The function of many-valued magnetic unit magnetization nonlinear characteristics approximation is offered. Analysis of the "stepped" magnetization characteristics behavior and the first derivative use are assumed as a basis of the construction. The nature of the approximation function variation, while changing coefficients being its part, is studied. The offered technique can be used in mathematical simulation of many-valued magnetic units.

Fig. 5. Ref.: 3 items.

УДК 621.372.54

Анализ активного корректора частотных характеристик / Д.В. Бондарь, А.Н. Зеленин, А.И. Костромицкий // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 33-36.

Анализируется активный фильтр на операционном усилителе с режекторным звеном на основе последовательного колебательного контура. Получены соотношения, при которых передаточная функция звена близка к передаточной функции корректора Боде. Предложена методика расчета устройства.

Ил. 4. Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.372.54

Аналіз активного коректора частотних характеристик / Д.В. Бондарь, А.М. Зеленін, А.І. Костромицький // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 33-36.

Аналізується активний фільтр на операційному підсилювачі з режекторною ланкою на основі послідовного коливального контуру. Отримано співвідношення, при яких передатна функція ланки близька до передатної функції коректора Боде. Запропоновано методику розрахунку пристрою.

Іл. 4. Бібліогр.: 3 назви.

UDC 621.372.54

The analysis of the active corrector of frequency characteristics / D.V. Bondar, A.N. Zelenin, A.I. Kostromitsky// Radiotekhnika: All-Urk. Sci. Interdep. Mag. 2001. N 118. P. 33-36.

The active filter on the operational amplifier with a rejection the link based on the series-connected oscillatory circuit is analyzed. The ratioes are obtained, with which the transfer function of a link is close to a transfer function of

the Bode corrector. The technique of calculation of the device is offered.

4 fig. Ref.: 3 items.

УДК 621.391

Исследование дисперсионно-спектрального способа идентификации импульсных радиосигналов / В.А. Письменецкий, Н.И. Слипченко, П.И. Платонов // Радиотехника: Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 37-41..

Исследуется дисперсионно-спектральный способ идентификации импульсных радиосигналов. Предложен алгоритм идентификации по спектральным признакам на основе критерия Байеса и структурная схема устройства, реализующего указанный алгоритм.

УДК 621.391

Дослідження дисперсійно-спектрального засоба ідентифікації імпульсних радіосигналів / В.О. Письменецький, М.І. Сліпченко, П.І. Платонов // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип.118. С. 37-41.

Досліджується дисперсійно-спектральний засіб ідентифікації імпульсних радіосигналів. Запропоновано алгоритм ідентифікації за спектральними ознаками на основі критерію Бай'єса та структурна схема пристрою, який реалізує означений алгоритм.

UDC 621.391

The investigation of dispersion-spectral method of pulse radio signals identification / V.A. Pismenetsky, N.I. Slipchenko, P.I. Platonov// Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag.2001. N 118. P. 37-41.

Dispersion-spectral method of pulse radio signals identification is studied. Algorithm of identification by the spectral features based on Bayes criterion and also the device scheme realizing the above mentioned algorithm are offered.

УДК 621.396.677

Взаимные сопротивления и КПД горизонтальных электрических диполей, расположенных над поверхностью земли / П.Л. Токарский // Радиотехника: Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 42-46.

Рассмотрена задача излучения связанных горизонтальных электрических диполей Герца, расположенных вблизи плоской поверхности раздела двух сред. Получены выражения для вычисления взаимного импеданса, взаимного сопротивления излучения и взаимного сопротивления потерь между диполями над землей. Даны также соотношения для расчета КПД антенной решетки из таких диполей с произвольным распределением токов на их клеммах. Приведены зависимости взаимных сопротивлений между горизонтальными диполями от расстояния между ними, а также зависимости КПД решетки от угла сканирования. Обсуждены результаты вычислений.

Ил. 3. Библиогр.: 7 назв.

УДК 621.396.677

Взаємні опори і ККД горизонтальних електричних диполів, розташованих поблизу поверхні грунту / П.Л. Токарський // Радіотехніка. Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 42-46.

Розглянута задача випромінювання пов'язаних горизонтальних електричних диполів Герця, розташованих близько до плоскої поверхні поділу двох середовищ. Одержані вирази для обчислення взаємного імпеданса, взаємного опору випромінювання та взаємного опору втрат між диполями над грунтом. Подані також співвідношення для розрахунку ККД антенної решітки з таких елементів із довільним розподілом струмів на їх клемах. Наведені залежності взаємних опорів між горизонтальними диполям від відстані між ними, а також залежності ККД решітки від кута сканування. Обговорені результати обчислень.

Іл. 3. Бібліогр.: 7 назв.

UDC 621.396.677

Mutual Impedance and Radiation Efficiency of Horizontal Electrical Dipoles Placed Close to the Earth Surface / P.L.Tokarsky // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N 118. P. 42-46

The problem of radiating coupled horizontal electrical Hertzian dipoles, placed close to the plane interface of two media, is considered. The expressions for computation of the mutual impedance, mutual radiation resistance and mutual loss resistance between the dipoles over the imperfect earth are obtained. The relations for calculating radiation efficiency of the antenna array composed of such elements with arbitrary current distribution are also given. Variations of the mutual resistance between the horizontal dipoles with respect to the distance between them, and also variations of the array radiation efficiency with respect to the scanning angle are presented. The computation results are discussed.

3 fig. Ref.: 7 items.

УДК 621.375.7

Построение и анализ математической модели асимметричной нелинейной системы при гармоническом воздействии / П.И. Чередников, О.И. Подгайко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып.118. С. 47-54.

В статье представлены результаты построения и анализа математической модели параметрических взаимодействий нелинейной системы, параметрического генератора с внешней гармонической силой при отклонении физических параметров системы на некоторую величину. Получены общие уравнения для анализа нелинейных колебательных систем в произвольной зоне неустойчивости колебаний.

Ил. 1. Библиогр.: 1 назв.

УДК 621.375.7

Побудова та аналіз математичної моделі асиметричної нелінійної системи при гармонічному впливі / П.І. Чередников, О.І. Подгайко // Радіотехніка. Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип.118. С. 47-54.

У статті представлені результати побудови та аналізу математичної моделі параметричної взаємодії нелінійної системи, параметричного генератору з зовнішньою гармонічною силою при відхиленні фізичних параметрів системи на деяку величину. Отримані загальні рівняння для аналізу нелінійних коливальних систем у будь-якій зоні нестійкості коливань.

Іл. 1. Бібліогр.: 1 назва.

UDC 621.375.7

Construction and analysis of mathematical model of asymmetric nonlinear system at harmonic influence / P.I. Cherednikov, O.I. Podgayko // Radiotekhnika. All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. №. 118. P. 47-54.

Results of construction and analysis of the mathematical model of nonlinear system, parametric generator parametric interactions with the external harmonic force under deviation of the system physical parameters for some value are presented. General equations for analyzing nonlinear oscillating systems in the random zone of the oscillations instability are derived.

1 fig. Ref.: 1 items.

УДК 621.373.826

Влияние внешнего стационарного электрического поля на энергетические состояния частиц и квазичастиц в квантоворазмерной структуре. Часть 1. Обсуждение результатов / А.Г. Пащенко, В.М. Ванцан // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 55-60

В работе рассчитаны энергетические состояния и волновые функции частиц и квазичастиц в однослойной КРС при наличии внешнего стационарного электрического поля. Получены графические зависимости волновых функций и функций распределения вероятностей от величины приложенного поля.

Ил. 7. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.373.826

Вплив зовнішнього стаціонарного електричного поля на енергетичні стани частинок і квазічастинок в квантоворозмірній структурі. Частина 1. Обговорення результатів / О.Г. Пащенко, В.М. Ванцан // Радіотехника: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 55-60.

У роботі розраховані енергетичні стани та хвильові функції частинок і квазічастинок в одношаровій КРС при наявності зовнішнього стаціонарного електричного поля. Отримано графічні залежності хвильових функцій і функцій розподілу імовірностей від величини прикладеного поля.

Іл. 7. Бібліогр.: 6 назв.

UDC 621.373.826

Influence of the external stationary electrical field on the particles and quasi-particles power state in the quantum-well structure. Part 1. The problem statement /A.G. Pashchenko, V.M. Vantsans // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N 118. P. 55-60.

The energy states and wave functions of particles and quasi-particles in single-layer QWS in the presence of the external stationary field are calculated. The graphic dependencies of wave functions and probabilities distribution functions of probabilities on the value of the applied field are obtained.

Fig. 7. Ref.: 6 items

УДК 621.396.96'06

Функции рассеяния сигналов систем зондирования атмосферы / В.М. Карташов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 61-65

Введена сигнальная функция рассеяния, позволяющая сравнительно легко определять основные информационные характеристики систем радиоакустического и акустического зондирования атмосферы. Определены ее основные свойства.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.396.96'06

Функції розсіювання сигналів систем зондування атмосфери / В.М. Карташов // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 61-65

Введено сигнальну функцію розсіювання, яка дозволяє порівняно легко визначати основні інформаційні характеристики систем радіоакустичного і акустичного зондування атмосфери. Визначені її основні властивості.

Бібліогр.: 3 назв.

UDC 621.396.96'06

Functions of the atmosphere sounding systems signals scattering / V.M. Kartashov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N 118. P. 61-65.

The signal scattering function, allowing to define the main information characteristics of the radio acoustic and acoustic atmosphere sounding comparatively easy, is introduced. Its main properties are defined.

Ref.: 3 items.

УДК 621.391:519.2+537.87

Синтез фильтра-классификатора для сигнала, отраженного от слабоконтрастного протяженного объекта в слоистой средс. Статистическое описание формы сигнала / В.Г. Волосюк // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 66-69.

Предложен способ адаптивного распознавания слабоконтрастного протяженного подповерхностного объекта в слоистой среде на основе аналитического нелинейного двумерного фильтра-классификатора. Двумерный фильтр является сечением трехмерной поверхности, построенной с использованием полиномиальной аппроксимации разности плотностей распределений отсчетов сигнала и границы допуска сигнала на искажения из-за помех. Практическая проверка способа проводилась путем обработки экспериментальных данных подповерхностного зондирования, полученных в отделе Радиоинтроскопии ИРЭ НАН Украины.

Ил. 9. Библиогр.: 14 назв.

УДК 621.391:519.2+537.87

Синтез фільтра-класифікатора для сигнала, відображеного від слабкоконтрастного протяжного об'єкта в шаруватому середовищі. Статистичний опис форми сигналу / В.Г. Волосюк // Радіотехніка. Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 66-69.

Запропоновано спосіб адаптивного розпізнавання слабкоконтрастного протяжного підповерхневого об'єкта в шаруватому середовищі на основі аналітичного нелінійного двовимірного фільтра-класифікатора. Двовимірний фільтр є перетином тривимірної поверхні, побудованої з використанням поліноміальної апроксимації різниці щільностей розподілів відліків сигналу і межі допуску сигналу через пошкодження. Практична перевірка способу проводилася шляхом опрацювання експериментальних даних підповерхневого зондування, отриманих у відділі Радіоінтроскопії ІРЕ НАН України.

Іл. 9. Бібліогр.: 14 назв.

UDC 621.391:519.2+537.87

Synthesis of filter-classifier for the signal reflected from noncontrast extended object in layered medium. The statistical description of the signal shape / V.G.Volosyuk // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N 118. P. 66-69..

A method of adaptive recognition of a noncontrast extended underground object in a layered medium with the use of the analytical non-linear two-dimensional filter-classifier is proposed. The two-dimensional filter is a section of the three-dimensional surface constructed with polynomial approximation of the difference of signal readings distribution density and the boundary of the signal allowance for noise distortions. The practical check of the technique was conducted by processing the experimental data of subsurface sounding obtained in the Radiointroscopy Department of IRE National Academy of Science of Ukraine.

9 fig. Ref. 14 items.

УДК 621.378

Формирование множества опорных источников для адаптивных оптических систем на основе многопучковой интерференции / С.В. Тюрин, М.М. Быков, А.В. Глиняный, В.А. Романюк // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118.С. 70-72.

Рассмотрена возможность создания нескольких (по числу областей изопланатизма) опорных источников на основе многопучковой интерференции. Рассчитаны параметры формирующего транспаранта, исходя из требований к характеристикам опорного источника. Приведены результаты экспериментальных исследований.

Табл. 1. Ил. 5. Библиогр.:3 назв.

УДК 621.378

Формування множини опорних джерел для адаптивних оптичних систем на основі багатопучкової інтерференції / С. В. Тюрін, М. М. Биков, А. В. Глиняний, В. А. Романюк // Радіотехніка. Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 70-72.

Розглянута можливість створення кількох (по кількості областей ізопланатизу) опорних джерел на основі багатопучкової інтерференції. Розраховані параметри формуючого транспаранта, виходячи з вимог до характеристик опорного джерела. Приведені результати експериментальних досліджень.

Табл. 1. Іл. 5. Бібліогр. 3.

UDC 621.378

Formation of the set of support sources for adaptive optical systems based on the multibeam interference / S. V. Tyurin, M. M. Bykov, A. V. Glinyany, V. A. Romanyuk // Radiotekhnika. All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N. 118. P. 70-72.

The possibility to create several (according to a number of izoplanar domains) support source based on the multibeam interference is considered. The forming transparency parameters are calculated in terms of requirements for the support source characteristics. Experimental studies results are cited.

1 tab. 5 fig. 3 items.

УДК 621. 396. 677

Алгоритмическое восстановление параметров диаграммы направленности частично невозбуждаемой антенной решетки / У.Р.Лиепинь, О.Н.Ставицкий // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 73-75.

В работе представлен анализ и разработка нового способа алгоритмического восстановления основных параметров диаграммы направленности (ДН) при неустранимых в процессе эксплуатации отказах типа "Невозбуждение" части излучателей решетки. Приведен один из возможных вариантов реализации метода адаптивного к отказам излучателей синтеза амплитудно-фазового распределения (АФР), заключающегося в принудительном формировании нулей ДН неисправной решетки в направлениях, соответствующих номинальной ДН исправной решетки.

Ил. 1. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621. 396. 677

Алгоритмічне відновлення параметрів діаграми спрямованості антенної решітки, що частково не збуджується / У.Р.Лієпінь, О.М.Ставицький // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 73-75.

В статті представлено аналіз та розробка нового способу алгоритмічного відновлення основних параметрів діаграми спрямованості (ДС) при відмовах типу "Незбудження" частини випромінювачів решітки, які не усуваються в процесі експлуатації. Наведено один з можливих варіантів реалізації методу адаптивного до відмов випромінювачів синтезу амплітудно-фазового розподілу (АФР), який полягає у вимушеному формуванні нулів ДС несправної решітки в напрямах, які відповідають нулям номінальної ДС справної решітки.

Іл. 1 Бібліогр.: 6 назв

UDC 621. 396. 677

Algorithmic restoration partially unexcited antenna array radiation pattern parameters / U.R. Liepin, L.V. Golovina, O.N. Stavisky // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdept. Mag. 2001. N. 118. P. 73-75.

Analysis and development of the new method of the radiation parrern (RP) main parameters algorithmic restoration under "unexcitedness" type failures unremovable in operation of the part of array radiatiors are presented. One of the possible versions to implement the the amplitude phase distribution (APD) synthesis method adaptive to the radiators failures is given; the method consists in the zero forced formation of the RP faulty array in the directions corresponding to the nominal RP of the proper array.

1 fig. Ref.: 6 items.

УДК 621.396.962.27

Однозначная оценка координат источников радиоизлучения в разнесенной системе пассивной радиолокации при использовании разностно–дальномерного метода их определения / В.Н. Манжос, С.В. Пшеничных, Ю.А. Попонин // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 76-80.

Показана возможность модификации известных алгоритмов оценивания координат источников радиоизлучения в разносно–дальномерной системе с произвольным числом и расположением выносных приемных пунктов с целью упрощения операции отождествления.

Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.396.962.27

Однозначна оцінка координат джерел радіовипромінювання в рознесеній системі пасивної

радіолокації при використанні різностно – дальномірного метода їх визначення / В.М. Манжос, С.В. Пшенічних, Ю.О. Попонін // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 76-80.

Показана можливість модифікації відомих алгоритмів оцінювання координат джерел радіовипромінювання в різнічно-далекомірній системі зі довільним числом та розташуванням виносних приймальних пунктів з метою спрощення операції ототожнювання.

Библиогр.: 3 назв.

UDC 621.396.962.27

Monosemantic estimation of coordinates of the radio radiation sources in the multypositional system of a passive radar-location while using difference distance measuring of a method of their definition / V.N. Manzhos, S.V. Pshenichnykh, Y.A. Poponin // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N.118.P. 76-80

The possibily of modifyng the known algorithms for estimation of radio emitting sources coordinates in the difference distance measuring system with an arbitrary number and distribution of the transportable reception points for the simplification of the identity is shown.

Ref.: 3 items.

УДК 621.396

Обеспечение непрерывности фазы при формировании импульсных радиосигналов методом ЛЧМ преобразования / Н.М. Калюжный, С.В. Пшеничных, И.В.Пузий, Э.Э. Асанов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 81-84.

Решается задача устранения случайных скачков фазы на границе смежных дискрет при формировании радиоимпульсов методом ЛЧМ преобразования. Предлагается использование фильтрового метода устранения нарушений непрерывности фазы, который обеспечивает сохранение когерентности в формируемом радиоимпульсе. Приведены результаты моделирования на ПЭВМ.

Ил. 3. Библиогр.: 2 назв.

УДК 621.396

Забезпечення безперервності фази при формуванні импульсних радіосигналів мето-дом ЛЧМ перетворення / Н.М. Калюжний, С.В. Пшенічних, І.В.Пузій, Е.Е. Асанов // Радіотех-ніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 81-84.

Вирішується задача усунення випадкових стрибків фази на межі суміжних дискрет при формуванні радіоимпульсів методом ЛЧМ перетворення. Пропонується використання фільтрового метода усунення порушень безперервності фази, який забезпечує зберігання когерентності в радіоимпульсі, що формується. Приведені результати моделювання на ПЕОМ.

Іл. 3. Бібліогр.: 2 назви.

UDC 621.396

Maintenance of the continuity of a phase when forming pulse radio signals with LFM transformation method / N.M. Kalyuzhny, S.V. Pshenichnykh, I.V.Puziy, A.A. Asanov // Radiotekhnika. All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N. 118. P. 81-84.

The task of eliminating random phase jumps on the adjacent discrete boundary is solved when forming radio pulses with the LFM transformation method. The filtre method of eliminating the phase continuity violation, which provides preservation of coherence in a radiopulse being formed is proposed. The results of the PC modeling are given.

3 fig. Ref.: 2 items.

УДК 621.396.96

Анализ путей совершенствования алгоритмов измерения сдвига шкал в системах синхронизации времени и частоты / В.В. Бавыкина Ю.А. Коваль, О.Л. Трощин // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 85-91.

Рассматриваются возможности совершенствования алгоритмов измерения сдвига шкал в системах синхронизации времени и частоты за счет изменения вида алгоритма у существующих методов синхронизации и синтеза комбинированных алгоритмов с улучшенными энергетическими показателями. Выполнен анализ предложенного алгоритма повторной опорной ретрансляции.

Табл. 1. Ил. 8. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.396.96

Аналіз шляхів вдосконалення алгоритмів вимірювання зсуву шкал в системах синхронізації часу і частоти / В.В. Бавикіна Ю.О.Коваль, О.Л.Трощін // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 85-91.

Розглядаються можливості вдосконалення алгоритмів вимірювання зсуву шкал в системах синхронізації часу і частоти за рахунок зміни вигляду алгоритму у існуючих методів синхронізації і синтезу комбінованих алгоритмів з поліпшеними енергетичними показниками. Виконано аналіз запропонованого алгоритму

повторної опорної ретрансляції.

Табл. 1. Іл. 8. Бібліогр.: 6 назв.

UDC 621.396.96

Analysis of scales displacement measuring algorithms perfection ways time and frequency synchroni zation systems / V.V.Bavykina, Yu.A.Koval, O.L. Troshchin // Radiotekhnika: All-Urk. Sci. Interdep. Mag 2001. №. 118. P. 85-91.

The possibilities to refine the scales displacement measurement algorithms in the systems of time and frequency synchronization at the cost of changing the algorithm type in the available methods of synchronization and synthesis of the combined algorithms with improved power indices are considered. The analysis of the offered repeated supporting retransmission algorithm is carried out.

1 tab., 8 fig. Ref.: 6 items.

УДК 541.138:535.379

Моделирование конвективно-диффузионного транспорта вещества в канале с двумя микрополосками-электродами и применение к электрогенерированной хемилюминесценции / И.Б. Свирь, А.В. Клименко, Р.Г. Комптон // Радиотехника: Всеукр. межвед. научн.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 92-101.

Метод переменных направлений совместно с неравномерными сетками по координатам x, y и t применили для решения конвективно-диффузионного транспорта вещества в электрохимической ячейке с каналом и двумя микрополосками-электродами. Для значительной экономии времени вычисления предложена модификация обобщенного алгоритма Томаса.

Табл. 2. Ил. 5. Библиогр.: 29 назв.

УДК 541.138:535.379

Моделювання конвективно-дифузійного транспорту речовини в каналі з двома мікросмужками-електродами та застосування цього до електрогенерованої хемілюмінесценції / І.Б. Свірь, О.В. Кліменко, Р.Г. Комптон // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. научн.-тех. зб. 2001. Вип. 118. С. 92-101.

Метод змінних напрямків разом з нерівномірними сітками по координатах x, y й t застосовано для вирішення конвективно-дифузійного транспорту речовини в електрохімічній комірці з каналом і двома мікросмужками-електродами. Для значної економії часу обчислювання запропоновано модифікацію узагальненого алгоритма Томаса.

Табл. 2. Іл. 5. Бібліогр.: 29 назв.

UDC 541.138:535.379

The simulation of convective diffusion transport of matter in a channel double microband electrode and its application to electrogenerated chemiluminescence / I.B. Svir, A.V. Klimenko and R.G. Compton // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N 118. P. 92-101.

The Alternating Direction Implicit (ADI) method in combination with irregular grids in x -, y - and t co-ordinates we use for solving the convection-diffusion transport of matter in the electrochemical cell with channel double microband electrode. The modification of the generalised Thomas algorithm we propose for significant economy of CPU time.

Table 2. Fig. 5. Ref.: 29 items.

УДК 621.385.69

Об автоматизации определения коэффициента кратности макрочастиц / А.В. Грицунов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 102-104.

Предложен способ автоматизации задания коэффициента кратности макрочастиц в моделях СВЧ-приборов со скрещенными полями. Он позволяет убрать из списка исходных данных модели параметр, определение значения которого сопряжено с наибольшими трудностями для проектировщика. Получены формулы для оценки оптимального значения коэффициента кратности в различных конструкциях приборов. Проанализирована надежность предложенной методики.

Библиогр.: 7 назв.

УДК 621.385.69

Про автоматизацію визначення коефіцієнта кратності макрочасток / О.В. Грицунов // Радіотехніка. Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 102-104.

Запропоновано спосіб автоматизації завдання коефіцієнта кратності макрочастинок в моделях НВЧ-приладів зі схрещеними полями. Він дозволяє усунути зі списку вхідних даних моделі параметр, визначення якого пов'язане з найбільшими труднощами для проектувальника. Одержані формули для оцінки оптимального значення коефіцієнта кратності в різних конструкціях приладів. Проаналізована надійність запропонованої методики.

Бібліогр.: 7 назв.

UDC 621.385.69

About the automatic definition of a large particles multiplicity coefficient / A.V. Gritsunov // Radiotekhnika. All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N 118. P. 102-104.

The method of automation of a particles multiplicity coefficient assignment for a crossed-field microwave tubes models is proposed. It allows to remove the parameter from the list of model input data the most difficult for a designer. The formulas for estimating an optimal value of the multiplicity coefficient for various tubes is obtained. The reliability of the proposed method is analyzed.

Ref.: 7 items.

УДК 621.385

Исследование дисперсионных характеристик электродинамических систем с резонаторами сложной формы / М.А.Копоть, А.Н. Никитенко, Г.И.Чурюмов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С 105-108.

Одним из главных вопросов, представляющих практический интерес для специалистов в области электроники и электродинамики СВЧ, является вопрос о проектировании резонансных систем приборов М-типа. В статье описывается подход к рассмотрению замедляющих систем как обычной, так и обращенной конструкций со сложным профилем резонаторов и приводится расчет их дисперсионных характеристик.

Ил.4. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.385

Дослідженя дисперсійних характеристик електродинамічних систем з резонаторами складної форми / М.А.Копоть, О.М. Нікітенко, Г.И.Чурюмов // Радіотехніка. Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 105-108.

Однією з найголовніших проблем, що викликає практичну зацікавленість у фахівців у галузі електроніки та електродинаміки НВЧ, є питання про проектування резонансних систем приладів М-типу. В статті описується підхід до розглядання уповільнюючих систем, як звичайної так і оберненої конструкції зі складним профілем резонаторів і наведені розрахунки їх дисперсійних характеристик.

Іл.4. Бібліогр.: 6 назв

UDC 621.385

Research of dispersion characteristics of the electrodynamic systems with resonators of the complex type / M.A. Kopot', O.M. Nikitenko, G.I. Churumov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N. 118. P. 105-108

One of the main questions being of interest for the experts in the field of microwave electronics and electrodynamics, is the question on designing various resonant systems of cross field devices. An approach to consideration of the slowing-down systems of both ordinary and converted structures with the resonators complex profile is described and results of these systems dispersion characteristics are given.

4 fig.Ref.: 6 items.

УДК 612.372.413

Определение сдвигов частот объемных резонаторов при акустическом возмущении заполняющей среды / А.Ю. Панченко // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч. техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 109-112.

Решается задача определения сдвигов частот заполненных объемных резонаторов при совместном возмущении акустических и электромагнитных волн. Для расчета использовано разложение в степенные ряды. Анализируются основные факторы, определяющие изменение резонансной частоты.

Ил. 4. Библиогр.: 3 назв.

УДК 612.372.413

Визначення зсувів частот об'ємних резонаторів при акустичному збуренні заповнюючого середовища / О.Ю.Панченко// Радіотехніка. Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001 Вип. 118. С. 109-112.

Розв'язується задача визначення зсувів частот заповнених резонаторів при сумісному збуренні акустичних та електромагнітних хвиль. Для розрахунків використано розвинення в ступеневі ряди. Аналізуються основні фактори, що визначають зміни резонансних частот.

Іл. 4. Бібліогр.: 3 назв.

UDC 612.372. 413

Definition of the cavity resonator freqncy shift with the filling medium acoustic disturbance / A. Yu. Panchenko // Radioteknika/ All.Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N 118. P. 109-112.

The problem of defining the filled cavity resonators frequency shift with the joint disturbance of acoustic waves is solved. Series expansion is used for calculation. The main factors defining the resonant frequency variation are analyzed.

4 fig. Ref.: 3 items.

УДК 621.317

Метрологическое обеспечение многозондовых микроволновых мультиметров / В.М.Волков, О.Б. Зайченко, А.В. Огуй // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001.Вып.118. С. 113-115.

Рассмотрены вопросы метрологического обеспечения многозондового микроволнового мультиметра, предназначенного для измерения падающей, отраженной и проходящей в нагрузку мощности, комплексного коэффициента отражения. Разработаны пути решения вопросов обеспечения образцовыми средствами для больших уровней сигналов и предложен новый метод калибровки по комплексному коэффициенту отражения при сильно рассогласованных трактах, заключающийся в имитации сигналов датчиков при различных значениях частоты, модуля и фазы коэффициента отражения.

Библиогр.: 8 назв.

УДК 621.317

Метрологічне забезпечення багатозондового мікрохвильового мультиметра / В. М. Волков, О. Б. Зайченко, А. В. Огуй // Радіотехніка. Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 113-115

Розглянуто питання метрологічного забезпечення багатозондового мікрохвильового мультиметра, який призначено для вимірювання падаючої, відбитої та прохідної потужності, комплексного коефіцієнту відбиття. Розроблено шляхи вирішення питань забезпечення зразковими засобами для великих рівнів сигналів і запропоновано новий метод калібрування з комплексного коефіцієнта відбиття при сильно неузгоджених трактах, який полягає в імітації сигналів первинних перетворювачів при різноманітних значеннях частоти, модуля і фази коефіцієнта відбиття.

Бібліогр.: 8 назв.

UDC 621.317

Multiprobe microwave multimeter metrological support / V.M.Volkov, O.B.Zaichenko, A.V.Ogyi // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N 118. P. 113-115

The metrological support of the multiprobe microwave multimeter for an incident, reflected and passing power, complex reflection coefficient modulus and phase measurement was considered. There were described a reference standard for a high power level and a new reflection coefficient calibration method for mismatch transmission line, consisting in a sensor signal simulation for different frequency, modulus and phase reflection coefficient.

Ref.: 8 items.

УДК 621.373.826

Вычисление мощности четырехволнового смешивания возникающего в волоконно-оптических линиях связи с волновым мультиплексированием / В.Ю. Мурашев, А.В.Кублик, И.А. Сухоиванов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб.2001.Вып. 118.С. 116-120.

В данной работе рассмотрены и проанализированы способы вычисления мощности четырехволнового смешивания, возникающего в волоконно-оптических линиях передачи. С помощью приведенных соотношений можно рассчитать мощность четырехволнового смешивания на стадии проектирования.

Ил. 5. Библиогр.: 3 назв.

УДК 621.373.826

Обчислювання потужності чотирьоххвильового змішування що має місто у лініях зв'язку з хвильовим мультиплексуванням / В.Ю. Мурашев, А.В.Кублик, І.О. Сухоіванов // Радіотехніка. Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001.Вып.118.С. 116-120.

В даній роботі розглянуті та проаналізовані засоби обчислення потужності чотирьоххвильового змішування, що має місце у волоконно-оптичних лініях передачі. За допомогою наведених співвідношень можна обчислити потужність чотирьоххвильового змішування на стадії проектування.

Іл. 5. Бібліогр.: 3 назв.

UDC 621.373.826

Calculation of the four-wave mixing power arasing in wavelength division multiplexing networks / V.Y. Murashev, A.V. Kublik, I.A. Sukhoivanov // Radiotekhnika. All-Urk. Sci. Interdep. Mag.2001.N 118.C. 116-120.

The ways of calculating the four-wave mixing power arising in optical transmission networks are considered and analyzed in the given work. The power of four-wave mixing can be calculated with the given correlations at the designing stage.

Fig. 5. Ref.: 3 items.

УДК 621.391.24

Исправление одиночных ошибок смещений ЗМВ величиной $e = \pm 2$ / В.Н. Захарченко, А.В. Драганов, А.А. Гринь // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 118. С. 121-125.

Предложен алгоритм исправления однократных ошибок смещения значащих моментов воспроизведения на

величину ± 2 в сигнальных конструкциях многопозиционных временных кодов с кодовым расстоянием $d = 4$.

Табл. 2. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.391.24

Виправлення поодиноких помилок зсувів ЗМВ величиною $e = \pm 2$ / В.Н. Захарченко, О.В. Драганов, О.О. Гринь // Радіотехніка. Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 121-125

Запропоновано алгоритм виправлення однократних помилок зсуву значущих моментів відтворення на величину ± 2 у сигнальних конструкціях багатопозиційних часових кодів з кодовою відстанню $d = 4$.

Табл. 2. Бібліогр.: 4 назви.

UDC 621.391.24

Single error correction in significant moment of reproduction bias with the value $e = \pm 2$ / V.N.Zakharchenko, A.V. Draganov, A.A. Grin // Radiotekhnika:All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N. 118. P. 121-125.

The algorithm of single error correction of the bias of the reproduction significant moments with the value ± 2 in signal constructions of multipositioned time codes with code distance $d = 4$ is presented.

3 tab., Ref.: 4 items.

УДК 612.75

Особенности взаимодействия физических полей с костной тканью человека / Л.А.Аверьянова // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып.118. С.126-129.

Приводится обзор результатов взаимодействия физических полей различного происхождения с костной тканью человека с точки зрения их клинического применения. Данные обзора могут быть использованы в физико-технических исследованиях при создании лечебно- диагностической аппаратуры.

Библиогр.: 24 назв.

УДК 612.75

Особливості взаємодії фізичних полів з кістковою тканиною людини / Л.О.Авер'янова // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С.126-129.

Наводиться огляд результатів взаємодії фізичних полів різного походження з кістковою тканиною людини з точки зору їх клінічного застосування. Дані огляду можуть бути корисними у фізико-технічних дослідженнях при створенні лікувально-діагностичної апаратури.

Бібліогр.: 24 назви.

UDC 612.75

Features of physical fields interaction with human bone tissue / L.O.Aver'yanova // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N 118. P. 126-129.

The results of different physical fields' interaction with a human bone tissue have been reviewod. This review data can be used in physicotechnical studies when creating therapeutic-diagnostic devices.

Ref.: 24 items.

УДК 612.76:681.31

Фильтрация помех на изображении малоподвижных объектов / М. Ю. Карпинский, В. Д. Остроухов // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып.118. С. 130-132.

Рассматриваются примеры использования некоторых программных методов фильтрации изображений, полученных с помощью двумерных матричных преобразователей.

Ил. 4. Табл. 1. Библиогр.: 3 назв

УДК 612.79:618.31

Фільтрація перешкод зображення малорухомих об'єктів / М.Ю. Карпінський, В.Д. Остроухов // Радіотехніка: Всеукр. міжвід. наук.-техн. зб. 2001. Вип. 118. С. 130-132.

Розглянуто приклади використання деяких програмних методів фільтрації зображень, що отримані за допомогою двомірних матричних перетворювачів.

Іл. 4. Табл. 1. Бібліогр.: 4 назв

UDC 612.79:618.31

Filtering of picture noises of inactive plants / M.Yu. Karpinsky, V.D. Ostrouhov // Radiotekhnika: All-Ukr. Sci. Interdep. Mag. 2001. N 118. P. 130-132.

The examples of usage of some program methods of a filtering of the maps obtained with the help of bivariate matrix converters are considered.

Fig.: 4. Tabl. 1. Ref.: 4 items.