УДК 004.45:004.942

СТАЦІОНАРНІ ТА КРИТИЧНІ ТОЧКИ В СИСТЕМАХ БЕЗПЕЧНОЇ ЖИТТЄДІЯЛЬНОСТІ

Ракітянський Д.Б.
Науковий керівник – канд. техн. наук, доц. Наумейко І.В.
Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ПМ
м. Харків, Україна
тел. +38(098) 490-76-84 , email: dmytro.rakitianskyi@nure.ua

A model of two dimensional nonlinear dynamic system which reduces a detrimental factor at a reasonable price is worked out. As an empirical base model, the basis for modification, a system of ordinary nonlinear differential equations is taken. It describes the basic laws of antagonistic interaction of two factors or agents. The phase portrait shows that the system tends to a steady state in time interval, acceptable for our case. Moreover, it is possible to reduce the cost of stationary protection, or reduce the excessive level of dynamic protection impact.

Як подальший розвиток роботи [1] розглянуто модель динамічної системи, що описує ситуацію, коли основна підсистема «виробляє» шкідливий фактор, а друга підсистема – захист – намагається його зменшити абсолютно або за прийнятну ціну. Як емпірична базова модель – основа для модифікації – взято систему звичайних нелінійних диференціальних рівнянь, що описує основні закони антагоністичної взаємодії двох чинників чи агентів.

Захист $z(t) > 0$ може управлятися програмно чи адаптивно – залежно від величини наведеної інтенсивності шкідливого чинника $u(t)$. Вартість захисту $C = C(z)$ природно вважати монотонно зростаючою невід'ємною функцією. Нижче пропонуються такі модифікації моделей 1 та 2 з [1].

Досить загальний випадок системи диференціальних рівнянь, що описує поведінку системи, має вигляд:

$$\begin{cases} u'(t) = \alpha u(t) - \beta z u(t), \\ z'(t) = F(u(t), z(t)), \end{cases} \tag{1}$$

за обмежень $u \ge 0$, $z \ge z_0$ (z_0 – стаціонарний захист).

Функція $F(u,z)$ може мати вигляд:

1) $F(u(t),\ z(t)) = \gamma u(t)$;
2) $F(u,z) = \gamma u - \delta z$;
3) $F(u,z) = \gamma_1 u + \gamma_2 u^2 - \delta_1 z - \delta_2 z^2$.

Розв'язок системи диференціальних рівнянь (1) не завжди можна знайти аналітично. Тому для знаходження функцій захисту та шкідливого впливу використовуються чисельні методи розв'язування систем диференціальних рівнянь. Система (1) досліджена на стійкість за різних значень параметрів підсистеми захисту (α,β,γ).

Розглянемо модель 3 – систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} u'(t) = \alpha u(t) - \beta z(t) u(t), \\ z'(t) = \gamma_1 u(t) + \gamma_2 u^2(t) - \delta_1 z(t) - \delta_2 z^2(t). \end{cases} \tag{2}$$

Вона не розв'язується аналітично у загальному вигляді. Функції $z(t)$ і $u(t)$ подані у розв'язку як інтерполяційні таблиці, тобто у пакеті Mathematica 10.3 © отримано чисельний розв'язок системи (2).

Три її стаціонарні точки

$$\left(-\frac{\delta_1}{\delta_2},0\right),\ (0,\,0),\ \left(\frac{\alpha}{\beta},\ \frac{-\beta^2\gamma_1}{2\beta^2\gamma_2} \pm \frac{\beta\sqrt{\beta^2{\gamma_1}^2 + 4\alpha\beta\gamma_2\delta_1 + 4\alpha^2\gamma_2\delta_2}}{2\beta^2\gamma_2}\right)$$

знайдено аналітично, прирівнявши праві частини (2) до нуля.

Зобразимо фазовий портрет системи (2), взявши $\alpha = 0,6$, $\beta = 0,3$, $\gamma_1 = 6$, $\gamma_2 = 10$, $\delta_1 = 2$, $\delta_2 = 0,1$, $z_0 = 12$, $C_0 = 1200$.

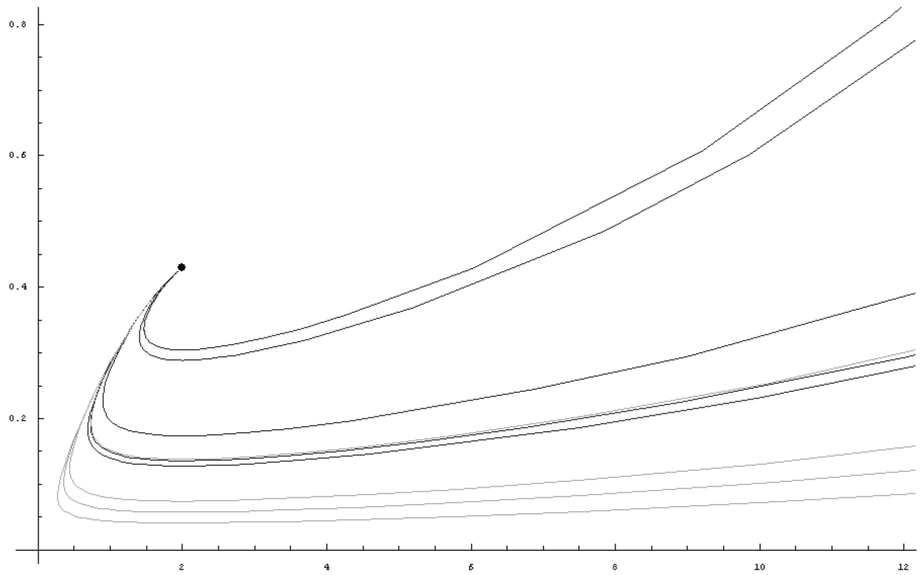

Рисунок 1 – Фазовий портрет системи (2)

Як бачимо з фазового портрета, система наближається до стану $z = 2$, $u = 0,428$. Інтервал часу, за який вона наближається до сталого стану, $t = 5$ є прийнятним для нашого випадку. Більше того, є можливість зменшити витрати на стаціонарний захист або зменшити надлишковий рівень впливу динамічного захисту.

Список використаних джерел:

1. Наумейко, И.В., & Сова, А.В. (2012). К расчету марковской модели эргатической системы. *Сборник научных трудов 5-Й Юбилейной Международной Научной конференции "Функциональная база наноэлектроники", Харьков-Крым*, 236-239.