

of bandwidth // Proceedings of International Conference CLEO'00. 2000, paper CMB2, P. 7. **13. Matuschek N., Körtner F. X and Keller U.** Exact coupled-mode theories for multilayer interference coatings with arbitrary strong index modulations" IEEE J. Quantum Electron. 1997. Vol. 33, no. 3: P.295-302.

Поступила в редколлегию 12.11.2005

**Рецензент:** д-р физ.-мат. наук, проф. Свич В.А.

**Якушев Сергей Олегович**, ст. ф-га ЭТ ХНУРЭ. Научные интересы: системы и методы формирования сверхкоротких импульсов и методы их моделирования; полупроводниковые оптические усилители сверхкоротких оптических импульсов. Увлечения: спорт. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр.Ленина, 14.

**Шулика Алексей Владимирович**, ассистент кафедры ФОЭТ ХНУРЭ. Научные интересы: физика низкоразмерных структур, эффекты переноса носителей заряда в низкоразмерных гетероструктурах, моделирование активных и пассивных фотонных компонентов. Увлечения: путешествия. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр.Ленина, 14, shulika@ieeee.org.

УДК621.396.2.:621.316.2

## ОЦЕНИВАНИЕ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАНАЛА СВЯЗИ НА ОСНОВЕ СТАТИСТИК ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

*ТИХОНОВ В.А., САВЧЕНКО И.В.*

Предлагается эффективный с точки зрения вычислительных затрат метод оценивания импульсной характеристики канала связи с использованием моментной функции третьего порядка. Проводится сравнение вычислительной сложности предложенного метода с методом, использующим для оценивания импульсной характеристики кумулянты четвертого порядка. Показывается, что при наличии гауссовых и негауссовых помех предлагаемый метод обеспечивает более высокую точность оценивания.

### 1. Введение

Межсимвольная интерференция (МСИ), возникающая при высокоскоростной передаче цифровых сигналов, является, наряду с узкополосными помехами от аналогичных цифровых систем, работающих по соседним жилам телефонного кабеля, основным фактором, снижающим достоверность при передаче информации в системах xDSL [1]. Оптимальный с точки зрения минимизации вероятности ошибки метод коррекции МСИ, основанный на правиле максимального правдоподобия, а также методы, использующие алгоритм Витерби для максимально-правдоподобного оценивания последовательностей [2-4], требуют оценивания импульсной характеристики канала связи.

Для этой цели можно использовать статистики высших порядков. Так, в [5] описан метод слепой идентификации путем оценивания импульсной характеристики канала по принимаемому сигналу с использованием кумулянтов четвертого порядка. В настоящей

**Лысак Владимир Валерьевич**, канд. физ.-мат. наук, ст. пр. кафедры ФОЭТ ХНУРЭ. Научные интересы: волоконно – оптические системы передачи данных, фотонные кристаллы, системы формирования сверхкоротких импульсов, методы моделирования динамического поведения полупроводниковых лазеров на основе наноразмерных структур. Студент, член IEEE LEOS с 2002 г. Увлечения: спорт, путешествия. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, lysak@kture.kharkov.ua.

**Сухоivanов Игорь Александрович**, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры ФОЭТ ХНУРЭ. Руководитель международной научно-учебной лаборатории «Фотоника». Почетный член и руководитель Украинского отделения общества лазерной и оптоэлектронной техники международного института инженеров электронной техники (IEEE LEOS). Научные интересы: волоконно-оптические технологии, полупроводниковые квантоворазмерные лазеры и усилители, фотонные кристаллы и методы их моделирования. Увлечения: путешествия. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр.Ленина, 14, i.sukhoivanov@ieeee.org.

работе предлагается использовать для оценивания импульсной характеристики моментную функцию третьего порядка. Такой подход позволяет повысить точность оценивания импульсной характеристики канала связи, а значит и эффективность подавления межсимвольной интерференции в присутствии аддитивных гауссовых и негауссовых помех. Предлагаемый метод имеет меньшую вычислительную сложность по сравнению с [5] при сохранении точности идентификации в присутствии гауссовых помех. Условием применения предлагаемого метода является негауссовость тестовых сигналов на входе  $x[t]$  и выходе  $y[t]$  канала связи, которые должны иметь отличную от нуля моментную функцию третьего порядка.

*Целью* исследования является разработка метода повышения точности оценивания импульсной характеристики канала связи при наличии гауссовых и негауссовых помех, снижение вычислительных затрат.

*Задачами* являются: обоснование возможности применения моментной функции третьего порядка для вычисления дискретной импульсной характеристики канала связи; получение выражения, связывающего моментную функцию третьего порядка с дискретной импульсной характеристикой; сравнение эффективности использования предложенного метода и метода, основанного на применении для оценивания импульсной характеристики кумулянта четвертого порядка.

### 2. Оценивание импульсной характеристики канала связи по кумулянтной функции четвертого порядка

Оценить характеристики канала связи по принимаемому сигналу можно, используя статистики высших порядков. В частности, импульсную характеристику линейной, не меняющейся во времени системы с

дискретным временем можно получить по кумулянтной функции четвертого порядка принимаемого сигнала, при условии, что вход канала негауссов [5].

Пусть сигнал  $z[t]$  – это сумма преобразованного каналом с дискретным временем и памятью  $L + 1$  передаваемого сигнала  $y[t]$  и аддитивного белого гауссова шума (АБГШ)  $n[t]$ :

$$z[t] = y[t] + n[t] = \sum_{i=0}^L h_i x[t-i] + n[t].$$

Для АБГШ коэффициент эксцесса и кумулянтная функция четвертого порядка равны нулю. Следовательно, кумулянтная функция четвертого порядка принимаемого сигнала  $z[t]$  определяется только кумулянтной функцией преобразованного каналом передаваемого сигнала  $y[t]$ . Кумулянтная функция четвертого порядка действительного центрированного процесса  $y[t]$  выражается через моментные функции [6]

$$\begin{aligned} \chi_{4y}(y[t], y[t+j], y[t+v], y[t+u]) &= \\ &= \chi_{4y}[j, v, u] = \\ &= E(y[t]y[t+j]y[t+v]y[t+u]) - \\ &- E(y[t]y[t+j])E(y[t+v]y[t+u]) - \\ &- E(y[t]y[t+v])E(y[t+j]y[t+u]) - \\ &- E(y[t]y[t+u])E(y[t+j]y[t+v]), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $E(\cdot)$  – операция математического усреднения.

Первое слагаемое в (1) – моментная функция четвертого порядка, а остальные слагаемые – произведения корреляционных функций при некоторых фиксированных сдвигах.

В методе слепой идентификации для оценивания импульсной характеристики канала связи обрабатывается полезный бинарный сигнал, у которого отсутствуют статистические связи. Он имеет равномерное распределение с неравным нулю одномоментным кумулянтном четвертого порядка  $\chi_{4x}$  [5]. Тогда преобразование кумулянтной функции четвертого порядка линейной системой с дискретной импульсной характеристикой  $h_t$  определяется выражением [6]

$$\begin{aligned} \chi_{4y}[j, v, u] &= \\ &= \chi_{4x} \sum_{k=0}^{\infty} h_t h_{t+j} h_{t+v} h_{t+u}. \end{aligned}$$

Можно показать, что в таком случае импульсная характеристика канала связи определяется через значения кумулянтной функции выходного сигнала  $z[t]$  [6]:

$$h_p = h_0 \frac{\chi_{4z}[0, L, p]}{\chi_{4z}[-L, -L, -L]}, \quad (2)$$

где  $p = 1, \dots, L$ . Здесь значения кумулянтной функции четвертого порядка  $\chi_{4z}[j, v, u]$  оцениваются по отсчетам принимаемой сигнальной последовательности  $z[t]$  согласно (1).

РИ, 2005, № 4

### 3. Оценивание импульсной характеристики канала связи по моментной функции третьего порядка

Рассмотрим случай, когда на выходе канала присутствует аддитивная негауссова помеха с равномерным распределением плотности вероятности. Кумулянтная функция четвертого порядка такой помехи не равна нулю. Следовательно, кумулянтная функция четвертого порядка принимаемого полезного сигнала  $z[t]$  будет содержать помеховую составляющую. Поэтому при оценивании импульсной характеристики канала связи с использованием выражения (2) при малых отношениях сигнал/помеха не удастся достичь высокой точности оценок.

Для повышения точности оценивания дискретной импульсной характеристики канала связи в присутствии негауссовых помех в данной работе предлагается вычислять значения отсчетов импульсной характеристики по моментной функции третьего порядка. Моментная функция третьего порядка действительного процесса  $y[t]$  определяется как

$$\begin{aligned} m_{3y}[t, t+j, t+v] &= m_{3y}[j, v] = \\ &= E(y[t]y[t+j]y[t+v]). \end{aligned} \quad (3)$$

Преобразование моментной функции третьего порядка линейной системой с дискретной импульсной характеристикой  $h_t$ , согласно [7], определяется выражением

$$\begin{aligned} m_{3y}[j, v] &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (h_k h_l h_n \times \\ &\times m_{3x}[j+k-l, v+k-n]). \end{aligned} \quad (4)$$

Если тестовый сигнал  $x[t]$  является негауссовым белым шумом с ненулевой асимметрией, тогда

$$\begin{aligned} m_{3x}[j+k-l, v+k-n] &= \\ &= m_{3x} \delta[j+k-l] \delta[v+k-n], \end{aligned} \quad (5)$$

где  $m_{3x}$  – центральный момент третьего порядка сигнала на входе канала.

Подставляя выражение (5) в выражение (4), получаем

$$\begin{aligned} m_{3y}[j, v] &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_k h_l h_n \times \\ &\times m_{3x} \delta[j+k-l] \delta[v+k-n] = \\ &= m_{3x} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k h_{k+j} h_{k+v}. \end{aligned}$$

Учитывая, что моментная функция третьего порядка негауссовой помехи с равномерным распределением равна нулю, получаем

$$\begin{aligned} m_{3z}[j, v] &= m_{3y}[j, v] = \\ &= m_{3x} \sum_{k=0}^L h_k h_{k+j} h_{k+v}. \end{aligned} \quad (6)$$

Пусть сдвиги  $j = v = -L$ . Тогда под знаком суммы в (6) произведение коэффициентов импульсной характеристики физически реализуемого фильтра будет отличаться от нуля лишь при  $k = L$ , т.е.

$$m_{3z}[-L, -L] = m_{3x} h_L h_0^2. \quad (7)$$

При сдвигах  $j = L, v = p$  под знаком суммы в (6) произведение коэффициентов импульсной характеристики будет отличаться от нуля лишь при  $k = 0$ . Следовательно,

$$m_{3z}[L, p] = m_{3x} h_0 h_L h_p. \quad (8)$$

Используя выражение (8) с учетом (7), получаем отсчеты дискретной импульсной характеристики через значения моментной функции:

$$\frac{m_{3z}[L, p]}{m_{3z}[-L, -L]} = \frac{m_{3x} h_0 h_L h_p}{m_{3x} h_L h_0^2} = \frac{h_p}{h_0},$$

$$h_p = h_0 \frac{m_{3z}[L, p]}{m_{3z}[-L, -L]}, \quad (9)$$

где  $p = 1, \dots, L$ .

Отсчеты моментной функции третьего порядка  $m_{3z}[j, v]$  оцениваются усреднением по отсчетам принимаемой сигнальной последовательности  $z[t]$  согласно (3).

Методы оценивания импульсной характеристики канала связи, основанные на вычислении моментной функции третьего порядка и кумулянтной функции четвертого порядка [5], можно использовать в случае, когда применяется негауссов тестовый сигнал с ненулевыми коэффициентами эксцесса и асимметрии. Их целесообразно применять в случае гауссовых помех, у которых моментная функция третьего порядка и кумулянтная функция четвертого порядка равны нулю. Однако предложенный в статье метод имеет гораздо меньшую вычислительную сложность. Это объясняется тем, что для оценивания одного значения кумулянтной функции четвертого порядка согласно (1) требуется выполнить  $3N + 6N + 13$  операций умножения и сложения. В то же время для оценивания одного значения моментной функции третьего порядка потребуется, согласно (3), выполнить лишь  $2N + 1$  операций умножения и сложения. Здесь  $N$  – количество отсчетов тестового сигнала. Остальные вычисления, производимые согласно (2) и (9), потребуют одинакового числа операций для обоих методов.

#### 4. Анализ результатов моделирования

Преимущества предложенного метода оценивания импульсной характеристики канала связи при наличии гауссовых и негауссовых помех подтверждаются результатами экспериментов, которые были проведены методом статистического моделирования. Неэффективность метода слепого выравнивания [5] при наличии гауссовых помех объясняется тем, что при

слепой идентификации используется равномерно распределенный сигнал. Двухуровневая псевдослучайная последовательность имеет коэффициент эксцесса, равный 1, и кумулянт четвертого порядка, равный  $-2$ . После фильтрации узкополосным каналом связи сигнал частично нормализуется, т.е. его коэффициент эксцесса приближается к коэффициенту эксцесса гауссова шума, который равен нулю. Значение кумулянта четвертого порядка приближается к значению кумулянта четвертого порядка гауссова сигнала, который также равен нулю. Поэтому при низких отношениях сигнал/(гауссов шум) и в тех случаях, когда кумулянты четвертого порядка сигнала и шума отличаются незначительно, точная идентификация невозможна.

Эксперименты подтвердили, что при малых отношениях сигнал/шум метод слепой идентификации [5] неэффективен. Через модель канала связи с заданной дискретной импульсной характеристикой, коэффициенты которой составляли 0,2000, 0,1485, 0,0584, 0,0104, пропускался сигнал в виде двухуровневой псевдослучайной последовательности длиной 1024 отсчета. К сигналу на выходе канала добавлялась коррелированная гауссова помеха, а также АБГШ. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ, Amplitude response characteristic – ARC) модели канала связи представлена кривой 1 на рис. 1.

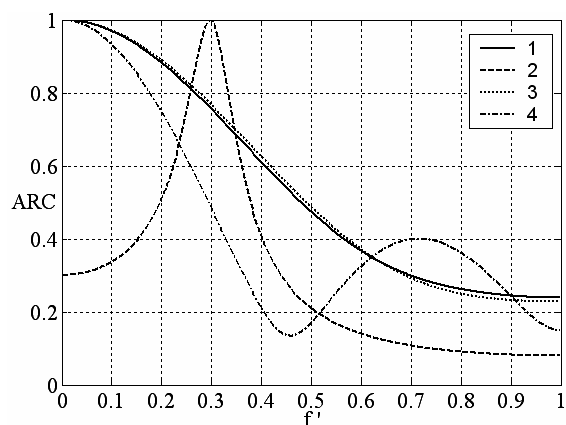


Рис. 1. Истинная АЧХ и оценки АЧХ модели канала связи, СПМ гауссовской помехи

Здесь и далее на оси абсцисс приведены значения нормированной частоты  $f' = (2f)/f_d$ , где  $f_d$  – частота дискретизации. Спектральная плотность мощности (СПМ) коррелированной помехи, полученной с помощью формирующего авторегрессионного фильтра, представлена на рис. 1 кривой 2. Согласно (2) было проведено оценивание дискретной импульсной характеристики канала связи при больших отношениях сигнал/шум и сигнал/помеха, равных 15 дБ, а также при меньших отношениях сигнал/шум и сигнал/помеха, равных соответственно 10 дБ и 3 дБ. Шум и помеха были гауссовы. Оценки АЧХ канала связи, соответствующие найденным дискретным импульсным характеристикам, приведены на рис. 1 (кривые 3 и 4).

В данной работе показано, что для идентификации канала связи с использованием кумулянтов четвертого порядка при низких отношениях сигнал/шум можно применять тестовые негауссовы сигналы, коэффициент эксцесса которых, даже после нормализации каналом связи, заметно отличается от нуля. При моделировании был использован тестовый сигнал с гамма-распределением с параметром формы  $c=0,8$  и параметром масштаба  $b=2$ . Коэффициент эксцесса сигнала на входе канала составлял 7,48, а на выходе канала был равен 3,72.

На рис. 2 кривыми 1 и 2 представлены АЧХ модели канала связи и СПМ коррелированной помехи. Отношения сигнал/шум и сигнал/помеха составляли 10 дБ и 3 дБ соответственно. Шум и помеха были гауссовы. Оценка АЧХ канала связи, найденная по оценке дискретной импульсной характеристики (2), приведена на рис. 2 (кривая 3).

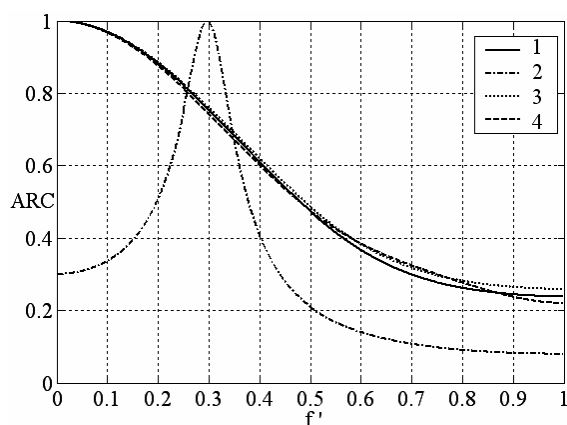


Рис. 2. Истинная АЧХ и оценки АЧХ модели канала связи, СПМ гауссовой помехи

При наличии в канале связи гауссовой помехи и АБГШ предлагается применять более эффективный по вычислительным затратам метод идентификации, основанный на использовании моментной функции третьего порядка. При этом необходимо, чтобы коэффициент асимметрии тестового сигнала на выходе канала связи был ненулевым, т.е. отличался от коэффициента асимметрии гауссова шума. Для статистических экспериментов использовался тестовый сигнал с гамма-распределением с параметром формы  $c=0,1$  и с параметром масштаба  $b=2$ . Коэффициент асимметрии сигнала на входе канала составлял 6,55, а на выходе канала был равен 4,46.

Оценка АЧХ модели канала связи, найденная по оценке (9) дискретной импульсной характеристики, приведена на рис. 2 (кривая 4). Анализ графиков на рис. 2 показывает, что точность оценки АЧХ с использованием кумулянтных функций четвертого порядка и моментных функций третьего порядка примерно совпадает.

Рассматривался также случай наличия в канале связи одновременно белого шума с гауссовым и негауссовым распределением. При статистическом моделировании был использован тестовый сигнал с гамма-

распределением, с параметром формы  $c=1$  и с параметром масштаба  $b=2$ . Коэффициент эксцесса сигнала на выходе канала составлял 2,9, а коэффициент эксцесса помехи с равномерным распределением плотности вероятностей при этом был равен -1,2. Коэффициент асимметрии сигнала на выходе канала был равен 1,38, а оценка коэффициента асимметрии помехи была близка к нулю.

Кривая 1 на рис. 3 показывает АЧХ модели канала связи, а кривые 2 и 3 демонстрируют оценки АЧХ канала связи с использованием кумулянтов четвертого порядка (2) и моментной функции третьего порядка (9). Отношение сигнал/шум составляло 10 дБ, а отношение сигнал/помеха 3 дБ.

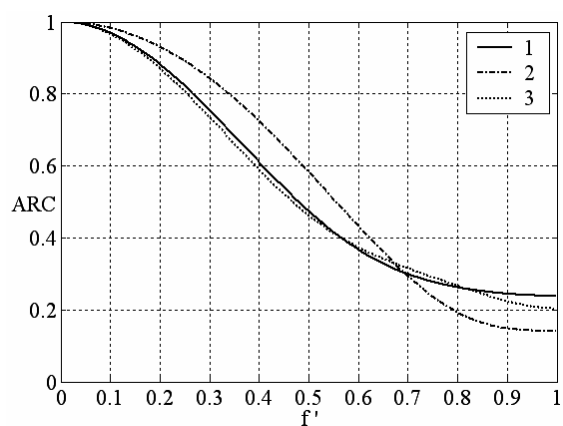


Рис. 3. Истинная АЧХ и оценки АЧХ модели канала связи

Как видно из графиков, представленных на рис. 3, при использовании для идентификации канала связи метода на основе вычисления кумулянтов четвертого порядка помеха с не равным нулю коэффициентом эксцесса при малых отношениях сигнал/помеха существенно снижает точность идентификации. В то же время при использовании для идентификации канала связи моментной функции третьего порядка помеха с равным нулю коэффициентом асимметрии не будет при малых отношениях сигнал/помеха значительно влиять на точность оценивания импульсной характеристики.

## 5. Заключение

Впервые предложен метод оценивания импульсной характеристики канала связи с использованием моментной функции третьего порядка. Показано, что использование предложенного метода идентификации позволяет существенно уменьшить влияние на точность оценивания импульсной характеристики канала негауссовых помех. При гауссовых помехах в канале связи предложенный метод, по сравнению с методом оценивания импульсной характеристики по кумулянтам четвертого порядка, имеет значительно меньшую вычислительную сложность и может быть использован в случае применения негауссова тестового сигнала.

Научная новизна исследований, результаты которых приведены в статье, состоит в том, что впервые полу-

чены выражения для расчета коэффициентов дискретной импульсной характеристики канала связи по значениям моментной функции третьего порядка.

*Практическая значимость* полученных результатов заключается в том, что предложенный метод идентификации обеспечивает повышение точности оценивания импульсной характеристики канала связи в присутствии помех, а также более эффективное подавление межсимвольной интерференции с помощью алгоритма Витерби и других методов, требующих предварительной оценки характеристик канала.

**Литература:** 1. *R. Fischer, W. Gerstacker, and J. Huber. Dynamics Limited Precoding, Shaping, and Blind Equalization for Fast Digital Transmission over Twisted Pair Lines. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, SAC-13: 1622–1633, December, 1995.* 2. *G.D. Forney. Maximum Likelihood Sequence Estimation of Digital Sequences in the Presence of Intersymbol Interference. IEEE Tr. IT, 363–378, 1972.* 3. *Forney G.D. The Viterbi Algorithm. Proceedings of the IEEE, vol. 61, n. 3, March, 1978. P. 268-278.* 4. *Omura J. Optimal Receiver Design for Convolutional Codes and Channels with Memory Via Control Theoretical Concepts,*

*Inform. Sci., Vol. 3. P. 243-266.* 5. *Прокис Дж. Цифровая связь: Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. М: Радио и связь, 2000. 797 с.* 6. *Малахов А.Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. М.: Сов. радио, 1978. 376 с.* 7. *Тихонов В.А., Нетребенко К.В. Параметрическое оценивание спектров высших порядков негауссовых процессов // АСУ и приборы автоматики. 2004. Вып. 127. С. 68-73.*

Поступила в редколлегию 27.06.2005

**Рецензент:** д-р техн. наук Величко А.Ф.

**Тихонов Вячеслав Анатольевич**, канд. техн. наук, доцент кафедры РЭС ХНУРЭ. Научные интересы: радиолокация, распознавание образов, статистические модели. Адрес: Украина, 61726, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-215-87.

**Савченко Игорь Васильевич**, аспирант, ассистент кафедры РЭС ХНУРЭ. Научные интересы: методы коррекции межсимвольной интерференции, спектры высших порядков, негауссовы процессы, теория линейного предсказания, помехоустойчивое кодирование. Адрес: Украина, 61726, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 70-215-87.