

СИНТЕЗ АПЕРТУРНЫХ АНТЕНН С ЗАДАНЫМ РАДИАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПОЛЯ В ЗОНЕ ФРЕНЕЛЯ

ДОЛЖИКОВ В.В., ГОРЕЛОВ Ю.П.

Рассматривается способ синтеза антенны в виде круглой сфокусированной апертуры с заданным в произвольном направлении радиальным распределением поля в зоне Френеля.

Введение

Известно, что поле в зоне Френеля обладает более сложной пространственной структурой, чем в дальней зоне. Кроме угловой, оно имеет достаточно сложную зависимость от продольной (радиальной) координаты. Более того, вид углового распределения зависит от расстояния до антенны. В связи с этим на практике может возникнуть необходимость в формировании поля в пространстве не только с заданным угловым распределением, но и с заданным радиальным. Это, например, может потребоваться при разработке радиолокационных систем ближнего действия, космических систем передачи энергии СВЧ лучом (СПЭСЛ), систем обработки оптических и ультразвуковых изображений, представляющих большой интерес для медицинской диагностики, так как получить высокое радиальное разрешение – весьма важная задача.

1. Основные соотношения

Антенна имеет вид круглой апертуры с радиусом R , центр которой лежит в начале цилиндрической системы координат ρ, φ, z (рис.1).

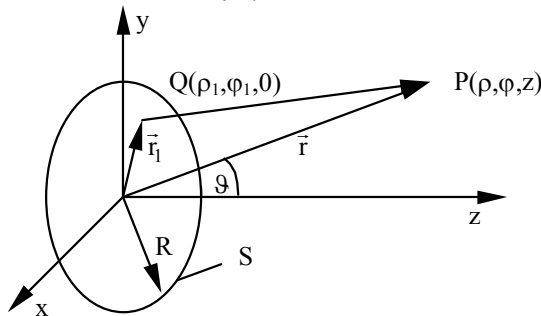


Рис. 1. Геометрия задачи

Предположим, что поле возбуждения $\vec{E}_0(Q)$ линейно-поляризовано и распределение его амплитуды имеет угловую симметрию. Направление главного максимума излучения задается углами φ_0 и ϑ_0 и в общем случае не совпадает с направлением нормали к плоскости апертуры. Тогда электрическое поле в зоне Френеля сфокусированной апертуры в приближении малых углов можно записать следующим образом [1]:

$$\vec{E}(P) = \vec{e}_E \frac{ikR^2}{2\pi r} e^{-ikr} e^{-ik\frac{\rho^2}{2r}} E_0 \int_0^1 \int_0^{2\pi} A_0(u) \times e^{i\left[2u^2\xi + u[-\psi_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_1) + \psi \cos(\varphi - \varphi_1)]\right]} u du d\varphi_1, \quad (1)$$

где $\vec{e}_E = \vec{E}_0 / |\vec{E}_0|$ – единичный вектор; $r = 2\pi / \lambda$ – волновое число в воздухе; E_0 – напряженность электрического поля в центре апертуры; $A_0(u)$ – функция, описывающая амплитудно-фазовое распределение (АФР) поля возбуждения без учета фокусирующего фазового множителя ($A_0(0) = 1$); $u = \rho_1 / R$ – безразмерная радиальная координата; $\psi = kR \sin \vartheta$ – обобщенный угол; $\xi = b(1 - \chi_0 / \chi)$ – обобщенная радиальная координата, определяющая расстояние от фокуса до точки наблюдения; $\chi = r / r_{fz}$, $\chi_0 = r_f / r_{fz}$, r_f и $r_{fz} = 8R^2 / \lambda$ – расстояния от апертуры до фокуса и границы дальней зоны соответственно; $\psi_0 = kR \sin \vartheta_0$; $b = \pi / 16\chi_0$. Заметим, что параметр χ_0 , обобщенный угол ψ_0 и угол φ_0 определяют пространственное положение точки фокуса.

Выполнив интегрирование по φ_1 , получим

$$\vec{E}(\chi, \psi, \varphi) = \vec{e}_E E_0 \left(i\pi^2 / 8\chi_0 \right) e^{-ik\chi r_{fz}} F(\xi, \psi, \varphi), \quad (2)$$

где

$$F(\xi, \psi, \varphi) = \left(1 - \frac{\xi}{b} \right) \frac{2}{\pi} \int_0^1 A_0(u) e^{i2u^2\xi} \times J_0 \left(u \sqrt{\psi_0^2 + \psi^2 - 2\psi_0\psi \cos(\varphi - \varphi_0)} \right) u du \quad (3)$$

описывает пространственное распределение комплексной амплитуды поля во френелевой и дальней зонах сфокусированной круглой апертуры при линейно-поляризованном и осесимметричном амплитудном распределении, $J_0(x)$ – функция Бесселя первого рода. Очевидно, что если $\psi_0 = 0$, то $F(\xi, \psi, \varphi) = F(\xi, \psi)$, т. е. не зависит от угла φ .

Радиальное распределение поля вдоль направления, задаваемого углами ψ и φ , определится следующим выражением:

$$F(\xi, \psi_0, \varphi_0) = F^0(\xi) e^{i\xi} = e^{i\xi} \left(1 - \frac{\xi}{b} \right) \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 A_1(y) e^{i\xi y} dy = e^{i\xi} \left(1 - \frac{\xi}{b} \right) f(\xi), \quad (4)$$

где $y = 2u^2 - 1$,

$$A_1(y) = A_0 \left(\sqrt{(y+1)/2} \right) \times J_0 \left(\sqrt{(y+1)/2} \cdot \sqrt{\psi_0^2 + \psi^2 - 2\psi_0\psi \cos(\varphi - \varphi_0)} \right). \quad (5)$$

Соотношения вида (4) могут быть получены для антенн с другой формой апертуры, а также для линейных антенн [2].

Функцию $F^0(\xi)$ назовём функцией радиального распределения поля (ФРПП), а $f(\xi)$, которая связана с $A_1(y)$ преобразованием Фурье так же, как обычная угловая ДН линейной антенны с её АФР – радиальной диаграммой направленности (РДН). Величина $A_1(y) = A_1(2u^2 - 1)$ есть полное АФР на апертуре, сфокусированной на бесконечность направление максимального излучения которой совпадает с оптической осью. Область значений $(-\infty, \pi/16\chi_0)$ переменной ξ соответствует переднему полупространству; $\xi = -\infty$ – положению точки наблюдения на апертуре ($\chi = 0$), $\xi = 0$ – в фокусе ($\chi = \chi_0$) и $\xi = b = \pi/16\chi_0$ – в бесконечности ($\chi = \infty$). Очевидно, что при удалении фокуса от апертуры $\chi_0 \rightarrow \infty$ (приближении антенны к синфазной) величина $b \rightarrow 0$. Ближнюю границу зоны Френеля обозначим через ξ_1 ($\xi_1 < 0, |\xi_1| < \infty$), дальнюю – через $\xi_2 = \pi(1 - \chi_0)/16\chi_0$. Функция $f(\xi)$ формально определена на всей оси $\xi \in (-\infty, \infty)$, но имеет физический смысл только на её части, а именно на $(-\infty, \pi/16\chi_0)$. По аналогии с обычной угловой ДН интервал $(-\infty, \pi/16\chi_0)$ можно считать областью видимости РДН на оси ξ .

2. Постановка и общее решение задачи синтеза

Пусть $F_0^0(\xi) = F_0(\xi, \psi^0, \varphi^0)$ – заданная ФРПП. Необходимо найти АФР $A_0(u)$, создающее радиальное распределение поля $F(\xi, \psi^0, \varphi^0)$, близкое по какому-либо критерию к $F_0(\xi, \psi^0, \varphi^0)$. Очевидно, что удобнее синтезировать РДН $f_0(\xi)$, которая легко определяется из (4). Кроме того, из (4) также видно, что связь между РДН $f(\xi)$ и приведенным АФР $A_1(y)$ не зависит от направления главного максимума излучения и направления, в котором рассматривается РДН. Следовательно, если найдено АФР, создающее требуемую РДН при каких-либо заданных значениях величин $\psi_0, \varphi_0, \psi, \varphi$, то для других значений этих величин нет необходимости вновь решать задачу синтеза. Достаточно воспользоваться уже полученным решением и соотношением (5).

Будем рассматривать комплексные РДН как элементы гильбертова пространства со скалярным произведением

$$(f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1^*(\xi) f_2(\xi) g(\xi) d\xi, \quad (6)$$

где $*$ – знак комплексного сопряжения; $g(\xi)$ – неотрицательная во всей области интегрирования

весовая функция; f_1 и f_2 – элементы гильбертова пространства $L_g^2(-\infty, \infty)$ (интегрируемые в квадрате с весом g функции). Тогда комплексные амплитуды $A_1(y)$ в силу равенства Парсеваля должны принадлежать пространству $L^2[-1, 1]$.

Пусть $f_0(\xi) = F_0(\xi, \psi^0, \varphi^0) / \left(1 - \frac{\xi}{b}\right)$ – заданная РДН. Уклонение синтезируемой диаграммы $f(\xi)$ от заданной $f_0(\xi)$ оценим квадратом нормы в L_g^2 разности диаграмм направленности

$$\varepsilon = \|f_0(\xi) - f(\xi)\|_{L_g^2[\xi_1, \xi_2]}^2,$$

где $[\xi_1, \xi_2]$ – интервал, на котором контролируется близость заданной и синтезируемой РДН.

Введем функционал

$$\varepsilon = \|f_0(\xi) - f(\xi)\|_{L_g^2[\xi_1, \xi_2]}^2 + \mu \|A_1(y)\|_{L^2[-1, 1]}^2. \quad (7)$$

Задачу синтеза сформулируем следующим образом.

Найти АФР $A_1(y) \in L^2[-1, 1]$, обеспечивающее минимум функционала ε при условии, что квадрат невязки синтезированной РДН не превышает заданного значения δ , т.е.

$$\min_{A_1 \in L^2[-1, 1]} \left\{ \|f_0(\xi) - f(\xi)\|_{L_g^2[\xi_1, \xi_2]}^2 + \mu \|A_1(y)\|_{L^2[-1, 1]}^2 \right\}. \quad (8)$$

При этом параметр μ определится из следующего функционального уравнения:

$$\|f_0(\xi) - f(\xi)\|_{L_g^2[\xi_1, \xi_2]}^2 = \delta, \quad (9)$$

где δ – заданная точность синтеза требуемой РДН в области, соответствующей зоне Френеля.

Искомое АФР представим в виде разложения по некоторой полной в $L^2[-1, 1]$ системе функций $\{\psi_n(y)\}_{n=0}^{\infty}$:

$$A_{1,N}(y) = \sum_{n=0}^N b_n \psi_n(y), \quad (10)$$

которое является N -м конечномерным приближением к точному решению $A_1(y)$, получаемому при $N \rightarrow \infty$.

Подставив (9) в (6), после ряда преобразований получим

$$\varepsilon_N = \|f_0\|^2 + \langle \mathbf{b}_N^* (\Psi + \mu \mathbf{P}) \mathbf{b}_N \rangle - 2 \operatorname{Re} \langle \mathbf{b}_N^*, \mathbf{c}_N \rangle, \quad (11)$$

где \mathbf{b}_N – вектор-столбец искомых коэффициентов b_n ; $\|f_0\|^2$ – квадрат нормы заданной РДН на $L^2[\xi_1, \xi_2]$ с весом $g(\xi)$; Ψ и \mathbf{P} – квадратные симметрические матрицы порядка $(N+1)$ с элементами

$$\Psi_{n,m} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \psi_n(y) \psi_m^*(y') K(y, y') dy' dy, \quad (12)$$

$$P_{n,m} = \int_{-1}^1 \psi_n(y) \psi_m^*(y) dy, \quad (13)$$

где $K(y, y') = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} e^{-i(y-y')\xi} g(\xi) d\xi$, \mathbf{c}_N – вектор – столбец с элементами

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \psi_n(y) \int_{\xi_1}^{\xi_2} f_0^*(\xi) e^{-iy\xi} g(\xi) d\xi. \quad (14)$$

Оптимальный вектор \mathbf{b}_{N0} , на котором функционал ε_N достигает минимума, определяется из условия равенства нулю первой вариации его по $\langle \mathbf{b}_N^* \rangle$:

$$\mathbf{b}_{N0} = (\Psi + \mu P)^{-1} \mathbf{c}, \quad (15)$$

а множитель μ является решением уравнения (9). Минимальное значение ε_N при этом равно

$$\varepsilon_{N,\min} = \|f_0\|^2 - \langle \mathbf{c}^* (\Psi + \mu P)^{-1} \mathbf{c} \rangle. \quad (16)$$

Полное АФР с учетом квадратичного фокусирующего и обеспечивающего отклонение направления главного максимума линейно-фазовых распределений определяется соотношением

$$A(u, \varphi_1) = A_{1,N} (2u^2 - 1) \times \frac{\exp\{i[2u^2 b - u\psi_0 \cos(\varphi_0 - \varphi_1)]\}}{J_0(u\sqrt{\psi_0^2 + \psi^2} - 2\psi_0\psi \cos(\varphi_0 - \varphi))}. \quad (17)$$

3. Численные результаты

Пусть требуемое радиальное распределение поля (РРП) постоянно на интервале $[\xi_1^{(1)}, \xi_2^{(1)}]$ и равно нулю вне его, т.е.

$$F_0(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi \in [\xi_1^{(1)}, \xi_2^{(1)}] \\ 0, & \xi \in [\xi_1, \xi_1^{(1)}) \cup (\xi_2^{(1)}, \xi_2], \end{cases}$$

соответственно требуемая ОДН будет иметь вид

$$f_0(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{1-\xi/b}, & \xi \in [\xi_1^{(1)}, \xi_2^{(1)}], \\ 0, & \xi \in [\xi_1, \xi_1^{(1)}) \cup (\xi_2^{(1)}, \xi_2]. \end{cases}$$

Зададим следующие значения величин:

$$\chi_1 = 0.3, \chi_2 = 50, \chi_1^{(1)} = 0.014, \chi_2^{(1)} = 50.$$

Параметр χ_0 выберем таким образом, чтобы точка фокуса ξ_0 лежала в центре интервала $[\xi_1^{(1)}, \xi_2^{(1)}]$, т.е.

$\chi_0 = 0.375$, при этом $\xi_1^{(1)} = -0.13$, $\xi_2^{(1)} = 0.13$, а $\xi_1 = -13.5$ и $\xi_2 = 0.52$.

В качестве полной системы функций $\{\psi_n\}_{n=0}^{\infty}$ возьмём собственные функции преобразования Фурье в конечных пределах $\psi_n(b, by)$, связанные с вытянутыми угловыми сфероидальными функциями $S_{0n}(b, y)$, нормированными по Фламмеру, следующим образом [3]:

$$\psi_n(b, by) = \frac{1}{\sqrt{b}} \frac{\sqrt{\lambda_n(b)}}{k_n(b)} S_{0n}(b, y),$$

где коэффициенты $k_n(b)$ определяются соотношением $k_n(b) = \int_{-1}^1 S_{0n}^2(b, x) dx$ и $\lambda_n(b)$ – собственные значения, соответствующие собственным функциям $\psi_n(b, y)$ и перенумерованные так, что $1 > \lambda_0 > \lambda_1 > \dots > 0$.

При этом элементы матриц \mathbf{P} , Ψ , \mathbf{c} принимают вид

$$p_{nm} = \frac{\lambda_n(b)}{b} \delta_{nm},$$

$$\Psi_{nm} = \frac{i^{-m+n}}{2\pi b} \frac{\lambda_n(b)\lambda_m(b)}{k_n(b)k_m(b)} \int_{\xi_1/b}^{\xi_2/b} S_{0n}(b, x) S_{0m}(b, x) g(x) dx,$$

$$c_n = \frac{i^n}{\sqrt{2\pi}} \frac{\lambda_n(b)}{k_n(b)} \int_{\xi_1/b}^{\xi_2/b} f_0(\xi) S_{0n}(b, \xi/b) S_{0m}(b, \xi/b) \times g(\xi/b) d(\xi/b),$$

где δ_{nm} – символ Кронекера.

Оптимальное полное АФР определится из соотношений (10) и (17), а соответствующее РРП может быть рассчитано по формуле

$$F(\xi) = (b - \xi) \sum_{n=0}^N i^n \sqrt{\frac{\lambda_n(b)}{2\pi b}} b_n \psi_n(b, \xi).$$

На рис.2 (кривая 1) представлены нормированное синтезированное радиальное распределение квадрата поля вдоль оптической оси апертуры $\psi_0 = 0$, $\psi = 0$ и заданное РРП (кривая 4). Соответствующие амплитудное и фазовое распределения на апертуре приведены на рис. 3 и 4 (кривые 1). Расчеты показали, что при небольших отклонениях от направления, для которого проводился синтез, например для $\psi_1 = 2$, характер РРП практически не меняется - рис.2 (кривая 2), происходит лишь смещение максимума к апертуре. Чтобы создать заданное РРП в указанном направлении, т.е. “отодвинуть” максимум в прежнее положение, необходимо изменить АР - рис.3 (кривая 2). Нормированное РРП для равномерно возбужденной

сфокусированной апертуры с тем же фокусным расстоянием (фазовое распределение показано на рис. 4 кривой 2) имеет вид, описываемый кривой 3 на рис.2.

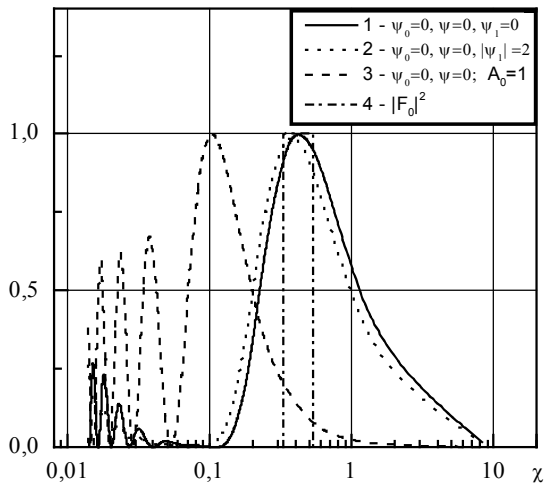


Рис.2. Радиальное распределение поля

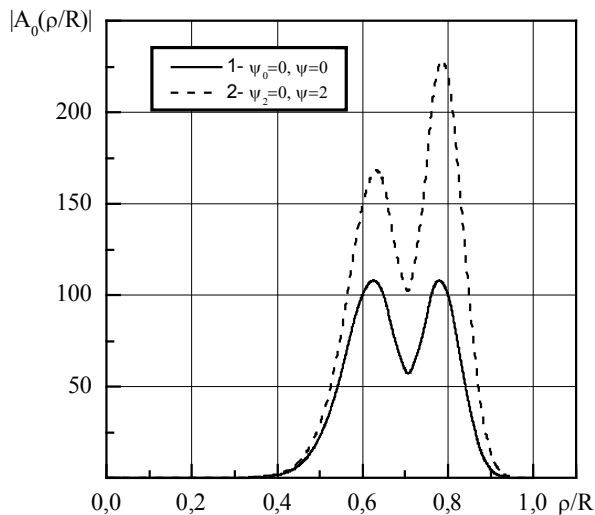


Рис.3. Амплитудное распределение

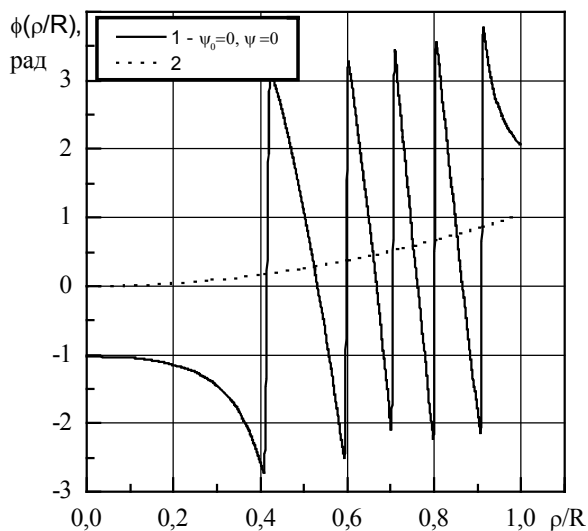


Рис. 4. Фазовое распределение

Сравнение последнего и синтезированного РРП позволяет сделать ряд представляющих интерес для систем СПЭСЛ выводов. Известно, что для СПЭСЛ с передающей антенной в виде сфокусированной апертуры с равномерным или другим, но достаточно гладким АР, большой КПД можно получить только при не очень больших расстояниях между передающей и приемной антеннами ($\chi_{\max} \approx 0.125$). Это объясняется невозможностью получить только с помощью квадратичного фазового распределения максимум РРП на расстояниях, больших чем $\chi = 0.125$ [4]. К изменению этого расстояния предъявляются довольно жесткие требования. Так, если потребовать, чтобы в СПЭСЛ с упомянутой передающей антенной амплитуда поля в точке приема при смещении приемной антенны относительно её оптимального положения убывала не более, чем на 0.1 от максимального значения, то допустимые значения χ должны лежать в интервале шириной $2\chi_{0.81} = 0.062$. Приведенные результаты синтеза свидетельствуют о том, что максимально допустимое расстояние между антеннами можно увеличить. Более того, интервал расстояний, на которых могут находиться антенны, может быть значительно увеличен. В рассматриваемом случае ширина его становится равной $2\chi_{0.81} = 0.38$. Характерно также и то, что в большей части области пространства между апертурой и максимумом РРП возможно обеспечить значительно меньший уровень интенсивности поля, чем в случае равномерно возбужденной сфокусированной апертуры.

Литература: 1. *Silver S.* Microwave Antenna Theory and Design. New York.: McGraw-Hill, 1949, 312 p. 2. *Graham W.J.* IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol. 31. June. 1983. 3. *Размахнин М.К., Яковлев В.П.* Функции с двойной ортогональностью в радиоэлектронике и оптике. М.: Сов. радио, 1969. 296 с. 4. *Должиков В.В.* Продольное распределение интенсивности поля в зоне Френеля круглой сфокусированной апертуры // Радиотехника. 1998. Вып. 106. С. 87-96.

Поступила в редколлегию 12.10.2000

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Горобец Н.Н.

Должиков Владимир Васильевич, канд. физ.-мат. наук, профессор кафедры основ радиотехники ХТУРЭ. Научные интересы: теория и техника антенн. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-94-30.

Горелов Юрий Петрович, канд. тех. наук, доцент кафедры информационных систем и технологий ОВД Харьковского УниВД. Научные интересы: вычислительные методы математики. Адрес: Украина, 61072, Харьков, ул.23 Августа, 29а, кв.11.