

Література

1. Свечников С. В. Квазиимпульсно-потенциальные оптоэлектронные элементы и устройства логико-временного типа / С.В. Свечников, В. П. Кожемяко, Л.И. Тимченко. – К.: Наук. думка, 1987. – 256 с.
2. А.С. 1119035 СССР, МКИ G06G7/14. Способ параллельного сложения длительностей группы временных интервалов / В.П. Кожемяко, Л.И. Тимченко, Т.В. Головань, Н.Е. Фурдияк, Т.Б. Мартынюк – № 3528903/18; Заявлено 24.12.82; Опубл. 15.10.84; Бюл. № 38. – 5 с.
3. Кожем'яко В. П. До питання про створення оптоелектронних око-процесорів / Володимир Кожем'яко, Тетяна Головань // УкрОБРАЗ'92: Першої Всеукраїнської конф, 1992: праці. – Київ, 1992. – С. 205-206
4. Кожем'яко В. П. Принцип предельного сжатия информации в оптоэлектронных логико-временных средах / В. П. Кожемяко, Т. В. Головань // Семинар: всесоюзный: материалы, 1985. – Тбилиси, 1985. – С.121-125.
5. Сачанюк-Кавецька Н. В. Елементи око-процесорної обробки зображень в логіко-часовому середовищі / Н. В. Сачанюк-Кавецька, В. П. Кожем'яко. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2004. – 135 с.
6. Кожем'яко В.П. Обработка, передача і відтворення зображень управлінських геоінформаційно-енергетичних системах на базі логіко- часових перетворень / Л.О.Волонтир, Г.Д.Дорошенков, В. П. Кожем'яко. – Вінниця: ВНТУ, 2011. – 203 с.

Надійшла до редакції
25.2.2012 р.

УДК 681.323

В.М. ГУСЯТИН, М.В. ГУСЯТИН

харьковский национальный университет радиоэлектроники

ВЕКТОРНОЕ ПОЛЕ НАПРАВЛЯЮЩИХ В ЗАДАЧЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ КРИВОЛИНЕЙНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ МЕТОДОМ СФЕРИЧЕСКОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ

Предлагается метод построения векторного поля направляющих для решения задачи интерполяции произвольной триангулированной поверхности. Метод позволяет устранить нарушение условий связности на границе смежных треугольников сеточной модели.

We propose a method of constructing a vector field guide for solving the problem of interpolation of an arbitrary triangulated surfaces. The method allows to eliminate the violation of the connections on the boundary of adjacent triangles of the mesh model.

Ключевые слова: интерполяция, моделирование поверхностей, сеточная модель

Введение

В современной компьютерной графике для синтеза изображений 3D объектов применяются методы прямого и обратного трассирования [1,2]. Основное направление исследований в компьютерной графике это повышение реалистичности синтезируемых сцен. При синтезе методом прямого трассирования любая поверхность должна быть обязательно триангулирована (аппроксимирована треугольниками) [1]. Подобный подход приводит к искажению формы поверхности. Для уменьшения отрицательного эффекта восприятия триангулированной поверхности в процессе ее синтеза применяют различные методы интерполяции освещенности в пределах треугольника. Основными являются методы Гуро и Фонга [1,2]. До настоящего времени ведутся работы по улучшению данных методов [3]. Однако все эти методы не устраняют нарушение геометрии поверхности возникшее в процессе ее триангуляции. В последние годы активно развивается метод обратного трассирования [4-8]. Этот метод позволяет синтезировать изображение аналитически описываемых поверхностей без их предварительной триангуляции, что существенно повышает реалистичность синтезируемых объектов. Основной недостаток только аналитического описания поверхностей – это в некоторых случаях трудоемкость и невысокая степень интерактивности процедуры создания сложных объектов (например, объектов природного мира). В то же время наличие такой особенности у метода обратного трассирования дает возможность использовать иной подход улучшения качества визуализации полигональных объектов. В этом случае, в отличие от интерполяции освещенности участков полигональной поверхности, применяемой в прямом методе трассирования, возможно моделирование (аппроксимация или интерполяция) треугольников некоторой криволинейной поверхностью, что позволяет повысить реалистичность синтеза изображений объектов [8-16]. Такой подход также решает важную задачу совместимости метода обратного трассирования с накопленной базой моделей и программного обеспечения, которая ориентирована на метод прямого трассирования. Таким образом, поиск новых методов моделирования гладких геометрических форм полигональных поверхностей с целью их дальнейшей визуализации методом обратного трассирования по-прежнему является актуальной задачей на данном этапе развития компьютерной графики.

Анализ литературы

Моделирование криволинейных поверхностей, интерполирующих в пространстве точки, которые заданы топологией триангулированной поверхности, является одной из важнейших задач компьютерной графики. Различными авторами разработан ряд методов решения этой задачи [8-16]. Рассмотрим некоторые основные методы моделирования гладких геометрических форм полигональных поверхностей.

Одним из самых удобных математических методов описания криволинейных форм объектов является их представление при помощи кусков параметрических поверхностей, или сплайнов [8-12]. Недостатком такого представления является сложность соединения кусков поверхностей между собой с выполнением условия непрерывности, как самой поверхности, так и ее производной. Использование сплайнов более высоких порядков обеспечивает непрерывное соединение участков поверхностей [11]. Такой подход дает хорошие по качеству результаты, однако для каждого треугольника необходимо формирование четырех параметрических сплайна четвертой и пятой степени, что существенно повышает требования к производительности аппаратных средств [8,9]. Параметрическое описание предусматривает, что исходной позицией проекционного луча, строящего изображение, является точка на поверхности, что затрудняет применение алгоритмов синтеза изображений с использованием метода обратного трассирования. Эта особенность параметрических поверхностей заставила исследователей обратиться к алгебраическим поверхностям [13-16]. Алгебраические поверхности высоких порядков представляют собой более универсальный механизм для моделирования сложных форм объектов [13]. Однако использование метода обратного трассирования для визуализации этих поверхностей в реальном времени затруднено. Так, например, вычисление алгебраической функции пятого порядка, требует работы более чем с 50 коэффициентами поверхности. Пути понижения степени полиномов алгебраических поверхностей рассмотрены в работах [14-16]. В [14] предлагается на базе исходной сетки высокой детализации формировать для модели некоторую базовую (сегментированную) сетку низкой детализации. Далее, используя алгебраические квадратики и функции возмущения, для каждого треугольника базовой сетки вычисляют объемные патчи свободных форм. К числу особенностей такого метода следует отнести: наличие сетки высокой детализации и необходимость ее преобразования в базовую сетку; генерации общих функций возмущения для дальнейшего сопряжения смежных патчей. Прежде чем преобразовывать полигональные сегментированные модели в функциональные, необходимо первые вокселизировать. В целом данный метод имеет достаточно высокую ресурсоемкость. По мнению автора этого метода, он может быть использован в системах интерактивного объемно-ориентированного геометрического моделирования. В работах [15,16] для моделирования криволинейных поверхностей, интерполирующих в пространстве точки, которые заданы вершинами триангулированной поверхности, рассматривается метод сферической интерполяции. В [16] изложены основные этапы построения и визуализации полученной криволинейной поверхности методом обратного трассирования. К числу недостатков подхода, изложенного в [15,16], следует отнести: нарушение условия связности (непрерывности) на границе областей интерполяции; сложное формирование поверхности по шести кривым, для которых необходимо нахождение нормалей на реберных кривых. К числу основных достоинств следует отнести то, что используемый метод моделирования поверхности позволяет упростить поиск точки пересечения проекционного луча (ПЛ) с интерполирующей поверхностью при синтезе изображений объектов методом обратного трассирования.

Цель статьи. Излагается один из этапов конструирования моделирующей поверхности методом сферической интерполяции – построение векторного поля направляющих в области интерполяции. Предлагаемое решение позволяет устранить нарушение условий связности на границе смежных треугольников сеточной модели.

Метод построения векторного поля направляющих

1. *Область интерполяции.* В процессе моделирования криволинейных поверхностей, интерполирующих в пространстве точки, которые заданы вершинами произвольной триангулированной поверхности, задание области интерполяции является не тривиальной задачей. Правильная постановка и решение этой задачи определяют целый ряд параметров моделируемой поверхности: локальность, желательно, для каждого треугольника триангулированной поверхности; однозначность точек на поверхности; выполнение условий связности и гладкости и др.

На рисунке 1 представлены геометрические элементы задачи. В пространстве системы координат (с/к) XYZ показаны два смежных треугольника, которые обычно заданы исходными данными:

- вершины треугольников:

$$P_1(x_1, y_1, z_1), P_2, P_3, P_4;$$

- нормали в вершинах: n_1, n_2, n_3, n_4 .

Определим область интерполяции для отдельного треугольника следующим образом.

На треугольнике P_1, P_2, P_3 показан центр тяжести – точка С, координаты которой равны:

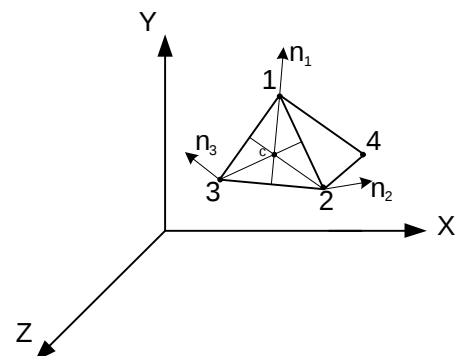


Рис. 1. Геометрические элементы задачи

$$x_c = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}; \quad y_c = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}; \quad z_c = \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3} \quad (1)$$

Точка С, соединенная с вершинами, сегментирует площадь треугольника на три равные области интерполирования. Разобьем в соответствие этими областями пространство над треугольником, в котором формируется векторное поле направляющих. Для этого определим вектор $\vec{N}$ перпендикулярный плоскости треугольника: $\vec{N} = \vec{R}_{13} \times \vec{R}_{12}$ или

$$\vec{N} = iA + jB + kC, \text{ где } A = (y_3 - y_1)(z_2 - z_1) - (z_3 - z_1)(y_2 - y_1) \\ B = (z_3 - z_1)(x_2 - x_1) - (x_3 - x_1)(z_2 - z_1) \\ C = (x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (y_3 - y_1)(x_2 - x_1) \quad (2)$$

Запишем уравнение плоскостей, проходящих через вершины треугольника и его центр тяжести параллельно вектору $\vec{N}$ треугольника

$$F_{1,c} = A_{1,c}x + B_{1,c}y + C_{1,c}z + D_{1,c} = 0, \text{ где} \\ A_{1,c} = [(y_c - y_1)C - (z_c - z_1)B]; \quad B_{1,c} = [(z_c - z_1)A - (x_c - x_1)C]; \\ C_{1,c} = [(x_c - x_1)B - (y_c - y_1)A]; \quad D_{1,c} = -x_1A_{1,c} - y_1B_{1,c} - z_1C_{1,c} \quad (3)$$

По аналогии имеем $F_{2,c} = 0$; $F_{3,c} = 0$

Определим для каждого ребра треугольника векторы, равные сумме нормалей на концах этих ребер.

$$\vec{n}_{1,2} = \vec{n}_1 + \vec{n}_2; \quad \vec{n}_{2,3} = \vec{n}_2 + \vec{n}_3; \quad \vec{n}_{3,1} = \vec{n}_1 + \vec{n}_3; \quad (4)$$

Запишем уравнения плоскостей, проходящих через ребра треугольника параллельно векторам (4) соответствующего ребра. Например, для ребра 1,2 имеем:

$$F_{1,2} = A_{1,2}x + B_{1,2}y + C_{1,2}z + D_{1,2} = 0, \text{ где по аналогии с (3)} \\ A_{1,2} = [(y_2 - y_1)n_{1,2}(z) - (z_2 - z_1)n_{1,2}(y)]; \quad B_{1,2} = [(z_2 - z_1)n_{1,2}(x) - (x_2 - x_1)n_{1,2}(z)]; \\ C_{1,2} = [(x_2 - x_1)n_{1,2}(y) - (y_2 - y_1)n_{1,2}(x)]; \quad D_{1,2} = -x_1A_{1,2} - y_1B_{1,2} - z_1C_{1,2} \quad (5)$$

По аналогии имеем $F_{2,3} = 0$; $F_{3,1} = 0$

Запишем системы уравнений, выделяющие каждую из трех областей интерполирования треугольника, построенных относительно центра тяжести С. Для этого используем соотношения (3), (5).

Тогда имеем:

Область 1,2	Область 2,3	Область 3,1
$F_1 = 0$	$F_2 = 0$	$F_1 = 0$
$F_2 = 0$	$F_3 = 0$	$F_3 = 0$
$F_{1,2} = 0$	$F_{2,3} = 0$	$F_{3,1} = 0$

(6)

Подставляем в плоскости системы уравнений (6) координаты X_c (плоскости $F_{1,2}; F_{2,3}; F_{3,1}$) и координаты точек середины ребер (подстановка в уравнения плоскостей $F_1; F_2; F_3$ соответственно). По результатам этих подстановок формируем набор «знаков-эталонов» для каждой из областей. В дальнейшем, используя соотношения (6) и набор «знаков-эталонов», можно для любой точки пространства $P(x_p, y_p, z_p)$ идентифицировать (указать) ее положение по отношению к указанным областям путем сравнения ее знаков со «знаками-эталонами».

2. Основные соотношения для вычисления компонентов векторов поля направляющих. Суть построения векторного поля направляющих состоит в следующем. Для каждой точки пространства $P(x, y, z)$, которая идентифицирована, как попавшая в область интерполяции, векторное поле направляющих позволяет найти однозначно соответствующую ей точку на поверхности треугольника. Причем, всем точкам пространства, лежащим на какой либо направляющей, должна соответствовать однозначно одна и та же точка на поверхности треугольника. Для того, чтобы найти компоненты векторов поля направляющих выполним следующие геометрические построения..

Через точку $P(x_p, y_p, z_p)$ в области интерполяции проводим плоскость $F(p)$ перпендикулярно соответствующему ребру (например: ребро 1,2) с направляющим вектором $\vec{R}_{1,2} \{l_{1,2}, m_{1,2}, k_{1,2}\}$.

Компоненты вектора равны

$$l_{1,2} = (x_2 - x_1); m_{1,2} = (y_2 - y_1); k_{1,2} = (z_2 - z_1).$$

Тогда соотношение для плоскости $F(p)$ имеет вид:

$$F(p) = l_{1,2}(x - x_p) + m_{1,2}(y - y_p) + k_{1,2}(z - z_p) = 0 \quad (7)$$

Найдем координаты точек пересечения прямых, например,

$$\text{ребра 1,2: } \frac{x - x_1}{l_{1,2}} = \frac{y - y_1}{m_{1,2}} = \frac{z - z_1}{k_{1,2}} = t_{1,2} \text{ и медианы 1,c: } \frac{x - x_1}{l_{1,c}} = \frac{y - y_1}{m_{1,c}} = \frac{z - z_1}{k_{1,c}} = t_{1,c},$$

где $l_{1,c} = x_c - x_1; m_{1,c} = y_c - y_1; k_{1,c} = z_c - z_1$, с плоскостью $F(p)$, которую запишем в общем виде:

$$F(p) = l_{1,2}x + m_{1,2}y + k_{1,2}z + d_{1,2} = 0, \text{ где } d_{1,2} = -l_{1,2}x_p - m_{1,2}y_p - k_{1,2}z_p = 0. \quad (8)$$

Тогда для ребра 1,2 имеем координаты точки пересечения:

$$x'_1 = x_{1,2} = x_1 + l_{1,2}t_{1,2}; y'_1 = y_{1,2} = y_1 + m_{1,2}t_{1,2}; z'_1 = z_{1,2} = z_1 + k_{1,2}t_{1,2}, \quad (9a)$$

$$\text{где } t_{1,2} = \frac{l_{1,2}x_1 + m_{1,2}y_1 + k_{1,2}z_1 + d_{1,2}}{l_{1,2}l_{1,2} + m_{1,2}m_{1,2} + k_{1,2}k_{1,2}}.$$

По аналогии для медианы:

$$x'_2 = x_{1,c} = x_1 + l_{1,c}t_{1,c}; y'_1 = y_{1,c} = y_1 + m_{1,c}t_{1,c}; z'_1 = z_{1,c} = z_1 + k_{1,c}t_{1,c}, \quad (9b)$$

$$\text{где } t_{1,c} = \frac{l_{1,2}x_1 + m_{1,2}y_1 + k_{1,2}z_1 + d_{1,2}}{l_{1,2}l_{1,c} + m_{1,2}m_{1,c} + k_{1,2}k_{1,c}}.$$

Запишем уравнения прямой, проходящей через две точки с координатами (9).

$$\frac{x - x'_1}{x'_2 - x'_1} = \frac{y - y'_1}{y'_2 - y'_1} = \frac{z - z'_1}{z'_2 - z'_1} \quad (10)$$

Прямая (10) лежит в плоскости треугольника (1,2,3)

Запишем уравнения прямой, проходящей через точку P параллельно прямой (10).

$$\frac{x - x_p}{l'_{1,2}} = \frac{y - y_p}{m'_{1,2}} = \frac{z - z_p}{k'_{1,2}} = t'_{1,2}, \quad l'_{1,2} = x'_2 - x'_1; m'_{1,2} = y'_2 - y'_1; k'_{1,2} = z'_2 - z'_1 \quad (11)$$

где в знаменателе компоненты вектора параллельного прямой (10).

Найдем точки пересечения прямой (11), например, с плоскостями $F_{1,2}$ и F_1 по аналогии с (8) и (9).

Запишем уравнение (11) в параметрической форме

$$x = x_p + l'_{1,2}t'_{1,2}; \quad y = y_p + m'_{1,2}t'_{1,2}; \quad z = z_p + k'_{1,2}t'_{1,2} \quad (12)$$

Тогда координаты точки пересечения прямой (12) с плоскостью (5) - $F_{1,2}$ равны:

$$x_p(F_{1,2}) = x_p + l'_{1,2}T_{1,2}; y_p(F_{1,2}) = y_p + m'_{1,2}T_{1,2}; z_p(F_{1,2}) = z_p + k'_{1,2}T_{1,2}, \quad (13)$$

$$\text{где } T_{1,2} = \frac{A_{1,2}x_p + B_{1,2}y_p + C_{1,2}z_p + D_{1,2}}{A_{1,2}l'_{1,2} + B_{1,2}m'_{1,2} + C_{1,2}k'_{1,2}}$$

Аналогично координаты точки пересечения прямой (12) с плоскостью F_1 равны:

$$x_p(F_1) = x_p + l'_{1,2}T_{1,c}; y_p(F_1) = y_p + m'_{1,2}T_{1,c}; z_p(F_1) = z_p + k'_{1,2}T_{1,c} \quad (14)$$

$$T_{1,c} = \frac{A_{1,c}x_p + B_{1,c}y_p + C_{1,c}z_p + D_{1,c}}{A_{1,c}l'_{1,2} + B_{1,c}m'_{1,2} + C_{1,c}k'_{1,2}}$$

Найдем отношения положения точки $P(x_p, y_p, z_p)$ на отрезке прямой (11), ограниченной координатами (13) и (14):

$$t_p = \frac{x_p(F_{1,2}) - x_p}{x_p(F_{1,2}) - x_p(F_1)} = \frac{1}{\left(1 - \frac{T_{1,c}}{T_{1,2}}\right)} \quad (15)$$

В соотношение (10) подставим t_p (15) и найдем координаты точки $P'(x'_p, y'_p, z'_p)$ на плоскости треугольника, соответствующей точке $P(x_p, y_p, z_p)$ в пространстве области интерполяции.

$$x'_p = x'_1 + (x'_2 - x'_1)t_p; \quad y'_p = y'_1 + (y'_2 - y'_1)t_p; \quad z'_p = z'_1 + (z'_2 - z'_1)t_p. \quad (16)$$

В заключении запишем компоненты вектора поля направляющих для точки $P(x_p, y_p, z_p)$.

Обозначим этот вектор:

$$\vec{P}\{(x_p - x'_p), (y_p - y'_p), (z_p - z'_p)\} \quad (17)$$

Выводы

Предложен метод, построения векторного поля направляющих для решения задачи интерполяции произвольной триангулированной поверхности. Метод позволяет построить векторное поле направляющих как локально для одного треугольника, так и смежных треугольников, так как имеются общие направляющие, расположенные на общем ребре и принадлежащие полям обоих треугольников.

Таким образом, для любой произвольной триангулированной поверхности может быть построено общее для всей поверхности векторное поле направляющих.

Литература

1. Foley J.D. Computer Graphics (principles and practice) / Foley J.D., van Dam A., Feiner S.K., Hughes J.F., by Addison-Wesley Publishing Company – Inc. 1996, – 1175 p.
2. Иванов В.П. Трехмерная компьютерная графика / В.П. Иванов, А.С.Батраков; Под ред. Г.М. Полищука. – М.: Радио и связь, 1995. – 224 с.: ил.
3. Романюк О.Н. Високопродуктивні методи та засоби кінцевої візуалізації у тривимірних зображень у системах комп'ютерної графіки: дис. на соискание степени доктора технических наук: 05.13.05/ Романюк Олександр Никифорович. – ВНТУ, Винница, 2009. – 287 с.
4. Jim Hurley. Ray Tracing Goes Mainstream / Jim Hurley // Intel Technology Journal “Compute-Intensive, Highly Parallel Applications and Uses” – 2005. – May 19. – vol.09, Published. – Issue 02.
5. Timothy J. Purcell. Ray Tracing on Programmable Graphics Hardware/ Timothy J. Purcell, Ian Buck, William R. Mark, and Pat Hanrahan // Computer Graphics (SIGGRAPH 2002 Proceedings).
6. Jörg Schmittler. Hardware Architecture For Ray Tracing / Jörg Schmittler, Ingo Wald, Philip Slusallek SaarCOR // Proceedings of the conference on Graphics Hardware 2002. Euro graphics Association. 2002 p. 27-36.
7. Гусятин В.М. Метод уменьшения итераций в алгоритмах синтеза изображений реального масштаба времени / В.М. Гусятин // Радиоэлектроника и информатика – Харьков, 2001. – № 1. – С.99-100.
8. W. Barth. Efficient Ray Tracing for Bezier and B-Spline Surfaces / W. Barth and W. Sturzlinger // Computers & Graphics. – 1993 17 (4): p. 423 – 430.
9. S. Campanga. Improving Bezier Clipping and Chebyshev Boxing for Ray Tracing Parametric Surfaces. / S. Campanga and P. Slusallek // – Technical report, University of Erlangen, Computer Graphics Group, – 1996.
10. A. Vlachos. Curved PN triangles. / A. Vlachos, J. Peters, C. Boyd, and J. Mitchell // – In ACM Symposium on Interactive 3D Graphics – 2001. – p.159– 166.
11. Stefanie Hahmann. Polinomial Surface Interpolating Arbitrary Triangulations / Stefanie Hahmann, George-Pierre Bonneau // IEEE Transaction On Visualization And Computer Graphics, vol. 9, No. 1, January-march 2003, pp. 99-109.
12. J. Peters. Smooth free-form surface over irregular meshes generalizing quadratic splines. / J. Peters // Computer Aided Geometric Design. – October, 1993. – p.347– 361.
13. Bajaj C. Algebraic Surface Design with Hermite Interpolation. / Bajaj C., and Ihm I // Technical Report CSDTR-939, Computer Sciences Dept., Purdue University, – 1990. – January.
14. Вяткин С. И. Моделирование сложных поверхностей с применением функций возмущения / С.И. Вяткин // Автометрия. – 2007. – № 3. – С.34 – 39.
15. Гусятин В.М. Метод сферической интерполяции триангулированных поверхностей / В.М. Гусятин, А.Е. Громенко, Р.В. Сорокин // Современные информационные системы. Проблемы и тенденции развития: матер. второй международной научной конференции, Харьков- Туапсе. – 2007. – С. 495-496.
16. Гусятин В.М. Интерполяция триангулированной поверхности в задачах синтеза изображений методом обратного трассирования / В.М. Гусятин, Р.В. Сорокин // Вісник НТУ „ХПІ” „Інформатика і моделювання”. – 2007 – № 39. – С. 44 – 48.

Надійшла до редакції
2.2.2012 р.