

УДК 514.18

ГЕОДЕЗИЧНЕ НАМОТУВАННЯ КОРДА ШИНИ З ВРАХУВАННЯМ ЇЇ ФОРМИ ПІД НАВАНТАЖЕННЯМ

Табакова І.С., аспірант*

Харківський національний університет радіоелектроніки

Тел. 050- 651-97-22

Анотація – в роботі наведено спосіб геометричного моделювання геодезичних траєкторій на поверхні, яка наближає поверхню шини з врахуванням її геометричної форми під навантаженням.

Ключові слова – геодезична траєкторія, автомобільна шина, процес намотки корда, періодичність розташування геодезичних.

Постановка проблеми. Виготовлення армованих матеріалів способом намотування є однією з перспективних технологій зміцнення виробів. Особливе значення вона має при виготовленні автомобільних шин, коли намотування здійснюється металевим (іноді кевларовим) кордом [1]. Для реалізації на практиці намотування необхідно знати закон розподілу витків на оправці. Найчастіше використовуються геодезичні траєкторії намотування. В цьому випадку забезпечується, у певному розумінні, максимальна міцність виробу. Крім того, для забезпечення надійності і довговічності шин необхідно враховувати динаміку взаємного переміщення витків корду в точках їх взаємного перетину як реакцію на зміну навантаження на шину. Зазначене вказує на актуальність теми роботи.

Аналіз останніх досліджень. Одна з технологій виготовлення [1] автомобільні шини полягає у тому, що сітчасту циліндричну оболонку трансформують у тороподібну поверхню шини. Тобто процес виготовлення автомобільної шини базується на операції трансформації оболонки-заготовки в кінцевий виріб. Після трансформації закон зміни кутів армування описується так званою «шинною геометрією». Сучасні технології передбачають намотування циліндричної оболонки-заготовки за геодезичними траєкторіями (рис.1). В роботі [2] наведено спосіб розрахунку геодезичної траєкторії корда шини з врахуванням величини пантографічних кутів між суміжними кордами (рис.2). Але в роботі [2] використовуються переважно емпіричні залежності, і побудова геодезичних траєкторій

* Науковий керівник – д.т.н., професор Ткаченко В.П.

корда не базується на розв'язанні системи диференціальних рівнянь.

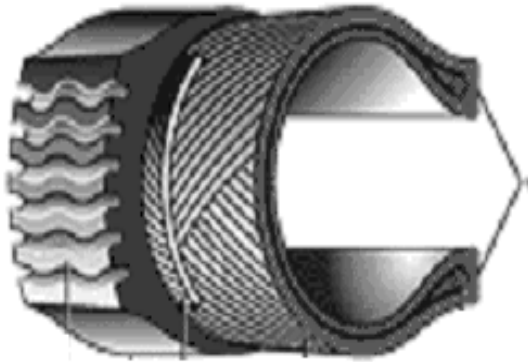


Рис. 1. Розташування корда на поверхні шини.

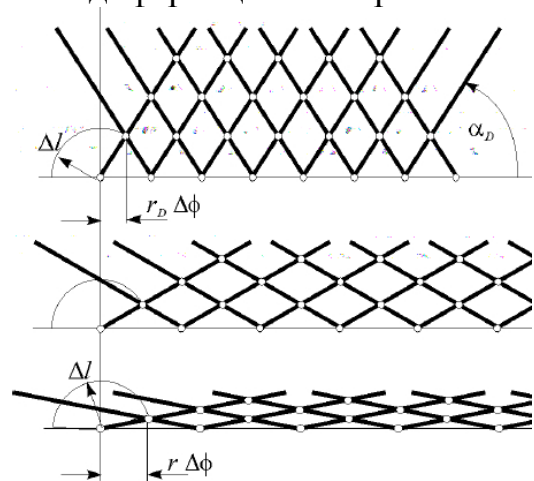


Рис.2. Пантографічна модель в точках перетину корду.

Формулювання цілей статті. Розробити спосіб геометричного моделювання геодезичних траєкторій на поверхні обертання, яка наближає поверхню шини з врахуванням її форми під навантаженням.

Основна частина. Логічно вважати, що в процесі експлуатації автомобільної шини кути пантографічної моделі повинні незначно змінюватися при зміні навантаження. Це повинно зменшити небезпеку руйнування шини «з середини» завдяки взаємному переміщенню кордів.

Розглянемо поверхню обертання, яка наближено нагадує поверхню автомобільної шини. Умовно назвемо її шиноподібною поверхнею, рівняння якої пропонується обрати у вигляді

$$X = \left[\left(R - \cos^w(u) \right) \cos(v), \left(R - \cos^w(u) \right) \sin(v), u - \frac{\pi}{2} \right]. \quad (1)$$

Тут u – параметр вздовж меридіана поверхні, v - параметр вздовж паралелі поверхні, R - радіус базового кола.

Особливість опису (1) полягає у наявності параметра w , який регулює форму шиноподібною поверхні залежно від її стану - вільного або навантаженого. Так, у вільному стані значення параметра w повинні обиратися у межах $w = 1..4$, а у навантаженому стані у межах $w = 12..16$. Всі величини в умовних одиницях.

Наявність параметра w дозволить у майбутньому відстежити зміну пантографічного кута між навитими кордами у випадку зміни навантаження на шину.

При складанні системи диференціальних рівнянь для опису геодезичної на поверхні шини необхідно обчислити [3,4] коефіцієнти другої квадратичної форми та інші супровідні формули.

$$\begin{aligned}
E &= \frac{\cos^2(u) + w^2 \cos^{2w}(u) - w^2 \cos^{2(w+1)}(u)}{\cos^2(u)}; \\
F &= 0; \quad G = \left(R - \cos^w(u)\right)^2; \\
D &= \left(R^2 \cos^2(u) - 2R \cos^{(2+w)}(u) + \cos^{2(1+w)}(u) + R^2 w^2 \cos^{2w}(u) - \right. \\
&- 2Rw^2 \cos^{3w}(u) + w^2 \cos^{4w}(u) - R^2 w^2 \cos^{2(1+w)}(u) + \\
&+ \left. 2Rw^2 \cos^{(3w+2)}(u) - w^2 \cos^{2(2w+1)}(u) \right) / \cos^2(u); \\
E_u &= 2w^2 \sin(u)(1 - w + w \cos^2(u)) \cos^{(2w-3)}(u); \\
E_v &= 0; \quad F_u = 0; \quad F_v = 0; \\
G_u &= \frac{2w \sin(u)(R \cos^w(u) - \cos^{2w}(u))}{\cos(u)}; \quad G_v = 0.
\end{aligned}$$

В результаті одержимо систему диференціальних рівнянь для опису геодезичних на шиноподібній поверхні у вигляді:

$$\begin{aligned}
\left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) + \frac{GE_u}{2D} \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 - \frac{GG_u}{2D} \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2 &= 0; \quad (2) \\
\left(\frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) + \frac{EG_u}{D} \left(\frac{d}{dt} u(t) \right) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right) &= 0.
\end{aligned}$$

Систему рівнянь (2) було розв'язано методом Рунне-Кута. При цьому тестовий варіант обчислювався з початковими умовами $u_0 = \pi/2$ і $v_0 = \pi$ і межами зміни параметрів $\pi/40 < u < \pi - \pi/40$ і $0 < v < 2\pi$; $R=3$. Кількість точок на геодезичній лінії дорівнює 1500. Змінювалися лише кути «виходу» геодезичної з початкової точки.

На рис. 3 наведено результати розрахунків геодезичної траєкторії без навантаження при $w = 4$ (ліворуч) і з навантаженням при $w = 16$ (праворуч) для $u'_0 = 0,43$. Методом «анімаційних» ітерацій вдалося знайти початкове значення саме $u'_0 = 0,43$, яке забезпечує прийнятну періодичність геодезичних траєкторій на поверхні незалежно від наявності або відсутності навантаження.

Розглянуте геодезичне намотування корду слід вважати першим кроком моделювання технології, адже геометрична форма шини під навантаженням і у вільному стані повинна змінюватися не «глобально» - тобто одночасно по всій поверхні шини, а «локально» - лише у зоні контакту шини з поверхнею дороги.

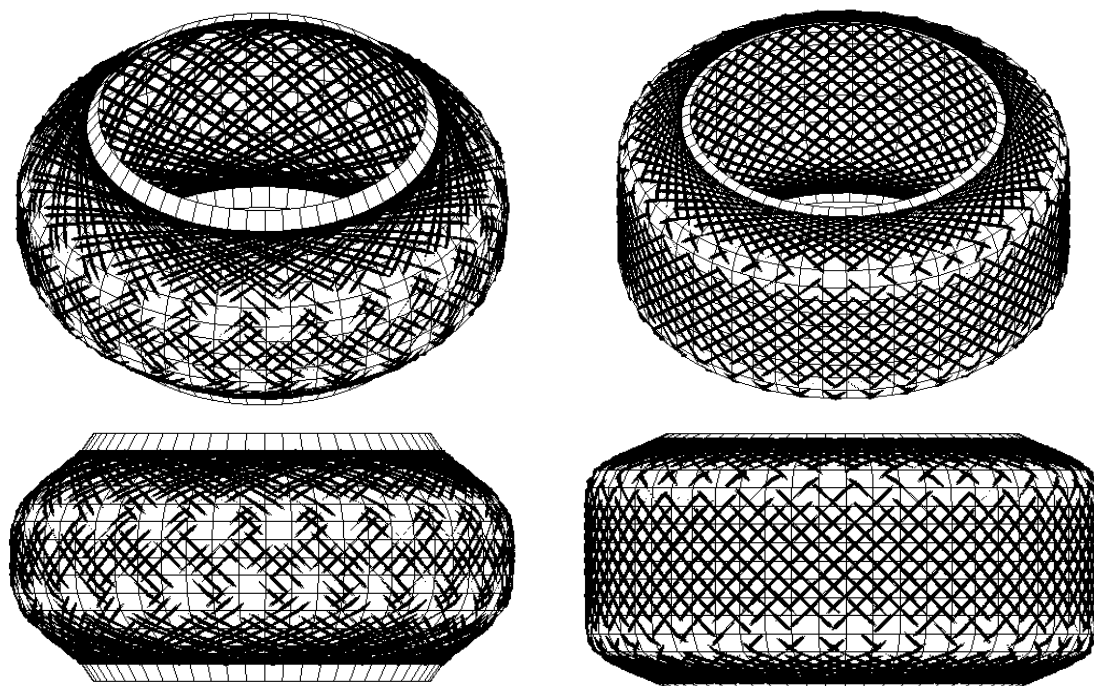


Рис. 3. Шиноподібна поверхня для параметра $u'_0 = 0,43$.

Наступним кроком моделювання буде врахування зміни геометричної форми шини лише в зоні контакту з поверхнею дороги. Для цього в рівнянні (1) константу w замінимо на функцію

$$w = 16 - 12H(v - \beta), \quad (3)$$

яка має регулювати форму шиноподібної поверхні лише в зоні контакту з дорогою залежно від стану навантаження шини. У формулі (3) β - центральний кут дуги контакту, H - функція Хевісайда.

Відхід від геометричної форми поверхні обертання спричиняє складність розв'язання цієї задачі. При складанні системи диференціальних рівнянь типу (2) необхідно враховувати вже ненульові значення F , E_v , F_u і F_v . Складання та розв'язання системи диференціальних рівнянь здійснено в середовищі математичного пакету Maple.

Наведемо вигляд системи диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} & -2D \left(\frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) - GE_u \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + 2FF_u \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 - FE_v \left(\frac{d}{dt} u(t) \right)^2 - \\ & - 2GE_v \left(\frac{d}{dt} u(t) \right) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right) + 2FG_u \left(\frac{d}{dt} u(t) \right) \left(\frac{d}{dt} v(t) \right) - \\ & - 2GF_v \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2 + GG_u \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2 + FG_v \left(\frac{d}{dt} v(t) \right)^2 = 0; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
& -2D\left(\frac{d^2}{dt^2}v(t)\right) - EE_u\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)^2 + 2EF_u\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)^2 - FE_v\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)^2 - \\
& - 2EG_u\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)\left(\frac{d}{dt}v(t)\right) + 2FE_v\left(\frac{d}{dt}u(t)\right)\left(\frac{d}{dt}v(t)\right) - \\
& - EG_v\left(\frac{d}{dt}v(t)\right)^2 + 2FF_v\left(\frac{d}{dt}v(t)\right)^2 - FG_u\left(\frac{d}{dt}v(t)\right)^2 = 0 .
\end{aligned}$$

При розв'язанні, ліві частини рівнянь (4) необхідно розділити на D . Коефіцієнти другої квадратичної форми та інші супровідні формули мають надто громіздкий вигляд і тому тут не наводяться.

На рис. 4 зображено запропоновану геометричну модель шиноподібної поверхні із зоною контакту з поверхнею дороги. На рис. 5 наведено геометричну модель шиноподібної поверхні з кількома витками геодезичної намотки при $\beta=0,8$. Помітно, що геодезична намотка враховує геометричну форму опуклості шиноподібної поверхні. На рис. 6 зображено 1500-виткову геодезичну намотку шиноподібної поверхні для параметра $u'_0 = 0,43$.

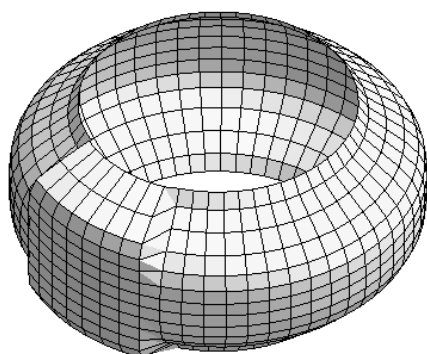


Рис. 4. Шиноподібна поверхня з зоною контакту з дорогою.

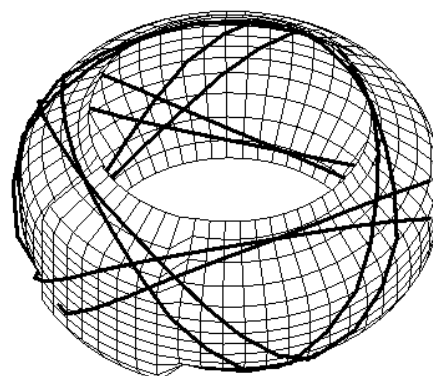


Рис. 5. Геодезична намотка шиноподібної поверхні.

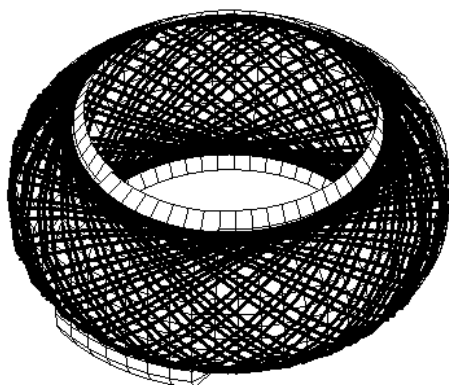


Рис. 6. Геодезична намотка шиноподібної поверхні.

Висновки. Наведений спосіб побудови геодезичних траєкторій на поверхні, яка наближає поверхню автомобільної шини з врахуванням її форми під навантаженням, дозволяє у першому наближенні аналізувати розташування сім'ї геодезичних з метою у подальшому аналізувати зміни пантографічних кутів у часі.

Література

1. *Иванов А. М.* Основы конструкции автомобиля [Учебник для ВУЗов.] / А.М. Иванов, А.Н. Солнцев, В.В. Гаевский. – М.: ООО «За рулём», 2005, - 140 с.
2. *Koutny F.* Geometry and mechanics of pneumatic tires / F. Koutny. – Zlin: CZE –2007, – 142 p.
3. *Погорелов А. И.* Дифференциальная геометрия. / А.И. Погорелов – М.: Наука, 1974, - 176 с.
4. *Голованов Н.Н.* Геометрическое моделирование. / Н.Н. Голованов. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2002. – 472 с.
5. *Смирнов, В.И.* Курс высшей математики. / В.И.Смирнов. - 6-е изд., перераб. – М. : Наука, – 1974. – 336 с.
6. *Жукова Н.И.* Геодезические линии на поверхностях: учеб. пособие / Н.И. Жукова, А.В.Багаев. – Н. Новгород: Издательство Нижегородского госуниверситета, – 2008. – 54 с.

ГЕОДЕЗИЧЕСКОЕ НАМАТЫВАНИЕ КОРДА ШИНЫ С УЧЕТОМ ЕЕ ФОРМЫ ПОД НАГРУЗКОЙ

И.С. Табакова

Аннотация – в работе приведен способ геометрического моделирования геодезических траекторий на поверхности, которая приближает поверхность шины с учетом ее геометрической формы под нагрузкой.

GEODESIC WINDING OF CORD OF TIRE TAKING INTO ACCOUNT HER FORM ON-LOADING

I. Tabakova

Summary

A method over of geometrical design of geodesic trajectories is Brought on a surface that that approaches the surface of tire taking into account her geometrical form on-loading.