УДК 621.396.96

В. К. ВОЛОСЮК, канд. техн. наук, *В. И. ПОНОМАРЕВ*, д-р техн. наук,
С. И. УДАЛОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СВОЙСТВ ШЕРОХОВАТОЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ПРОИЗВОЛЬНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СРЕД НА ХАРАКТЕРИСТИКИ РАССЕЯННЫХ ПОЛЕЙ

Рассмотрим рассеяние плоской электромагнитной волны горизонтальной или вертикальной поляризации на шероховатой поверхности раздела двух произвольных диэлектрических сред, удовлетворяющей условиям применимости метода малых возмущений.

Декартову систему координат выберем таким образом, чтобы плоскость $z=0$ совпадала со средней плоскостью рельефа границы раздела $z=h(x, y)$, т. е. чтобы $h(x, y) = 0$, а плоскость $y=0$ — с плоскостью падения волны.

Из среды с диэлектрической проницаемостью ε_1 падает волна $\dot{\vec{\mathscr{E}}}_1$. При $h(x, y)\equiv 0$ она разделилась бы на преломленную волну $\dot{\vec{\mathscr{E}}}_2$ в среде с диэлектрической проницаемостью ε_2, и отраженную $\dot{\vec{\mathscr{E}}}_3$:

$$\dot{\vec{\mathscr{E}}}_i = \vec{E}_i e^{j\omega t - j\vec{k}_i\vec{R}}, \ i = 1, 2, 3; \tag{1}$$

$$\vec{E}_i = E_{xi}\vec{x}_0 + E_{yi}\vec{y}_0 + E_{zi}\vec{z}_0;$$

$$\vec{k}_i = k_i(a_{xi}\vec{x}_0 + a_{yi}\vec{y}_0 + a_{zi}\vec{z}_0), \ k_i = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\varepsilon_i} = k\sqrt{\varepsilon_i}.$$

Здесь $\varepsilon_3 \equiv \varepsilon_1$, это одна и та же среда.

В выбранной системе координат $a_{yi}=0$, $a_{x1}=\sin\theta_1$, $a_{z1}=-\cos\theta_1$, θ_1 — угол падения.

Если $|kh\cos\theta_1|\ll 1$, $|\partial h/\partial x|\ll 1$, $|\partial h/\partial y|\ll 1$, влияние шероховатостей можно описать, введя дополнительные поля $\dot{\vec{\mathscr{E}}}_4$ и $\dot{\vec{\mathscr{E}}}_5$. Считая, в соответствии с методикой [1], что падает $\dot{\vec{\mathscr{E}}}_1$ на квадратный участок поверхности со стороной L, эти поля можно представить в виде двойного ряда Фурье по x и y, с периодом разложения L

$$\dot{\vec{\mathscr{E}}}_4 = \sum_m\sum_n (A_{mn}\vec{x}_0 + B_{mn}\vec{y}_0 + C_{mn}\vec{z}_0)\exp\left\{j\omega t - j\frac{2\pi}{L}(mx+ny+lz)\right\} =$$

$$= \sum_m\sum_n \vec{E}_4^{mn} e^{j\omega t - j\vec{k}_4^{mn}\vec{R}}; \tag{2}$$

$$\dot{\vec{\mathscr{E}}}_5 = \sum_m\sum_n (U_{mn}\vec{x}_0 + V_{mn}\vec{y}_0 + W_{mn}\vec{z}_0)\exp\left\{j\omega t - j\frac{2\pi}{L}(mx+ny+tz)\right\} =$$

$$= \sum_m\sum_n \vec{E}_5^{mn} e^{j\omega t - j\vec{k}_5^{mn}\vec{R}}; \tag{3}$$

$$l^2 = \frac{\varepsilon_1 L^2}{\lambda^2} - m^2 - n^2, \ t^2 = \frac{\varepsilon_2 L^2}{\lambda^2} - m^2 - n^2,$$

$$m = m' + \frac{L}{\lambda}\sqrt{\varepsilon_1}\sin\theta_1.$$

Согласно методу малых возмущений граничные условия непрерывности тангенциальных составляющих поля на $z=h(x, y)$ раскладываются по степеням малого параметра h

$$e^{-j\vec{k}_i\vec{R}} = e^{-jk_i a_{xi}x}\left(1 - jk_i a_{zi}h - \frac{1}{2}k_i^2 a_{zi}^2 h^2 - \ldots\right);$$

$$e^{-j\vec{k}_4^{mn}R} = e^{-j\frac{2\pi}{L}(mx+ny)}\left(1 - j\frac{2\pi}{L}lh - \frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 l^2h^2 - \ldots\right).$$

$$A_{mn} = A_{mn}^{\mathrm{I}}(h) + A_{mn}^{\mathrm{II}}(h^2)$$

и т. д.

При учете величин только первого порядка малости, система уравнений, описывающих граничные условия, выглядит так:

$$\begin{gathered}
B_{mn} - V_{mn} = K_1 = j\frac{2\pi}{L}\cdot\frac{2(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\sin\theta_1}{\sqrt{\varepsilon_1(\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_1)}+\varepsilon_2\cos\theta_1}\cdot E_{x1}\mathscr{H}_{mn};\\
A_{mn} - U_{mn} = K_2 = \frac{m}{n}K_1; \qquad (4)\\
lA_{mn} - mC_{mp} - tU_{mn} + mW_{mn} = K_3 =\\
= j\frac{2\pi L}{\lambda^2}\cdot\frac{2(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\sqrt{\varepsilon_1(\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_1)}}{\sqrt{\varepsilon_1(\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_1)}+\varepsilon_2\cos\theta_1}E_{x1}\mathscr{H}_{mn};\\
mA_{mn} + nB_{mn} + lC_{mn} = 0;\\
nC_{mn} - lB_{mn} - nW_{mn} + tV_{mn} = K_4 =\\
= -j\frac{2\pi L}{\lambda^2}\cdot\frac{2(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_1}{\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_1+\sqrt{\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_1}}E_{y1}\mathscr{H}_{mn};\\
mU_{mn} + nV_{mn} + tW_{mn} = 0,
\end{gathered}$$

где $\mathscr{H}_{mn} = \mathscr{H}(m', n)$ — амплитуды пространственных гармоник в разложении

$$h(x, y) = \sum_m\sum_n \mathscr{H}(m', n)\exp\left\{-j\frac{2\pi}{L}(m'x+ny)\right\}.$$

В результате решения этой системы получаем

$$\begin{gathered}
A_{mn} = F\left[-mn(t+l)K_1 - (l(t^2+m^2)-tn^2)K_2 + (lt-n^2)K_3 - mnK_4\right];\\
B_{mn} = F\left[(tm^2 - l(t^2+n^2))K_1 - mn(t+l)K_2 + mnK_3 + (m^2-lt)K_4\right];\\
C_{mn} = F\left[\frac{\varepsilon_2 L^2}{\lambda^2}nK_1 + \frac{\varepsilon_2 L^2}{\lambda^2}mK_2 - tmK_3 + tnK_4\right]; \qquad (5)\\
U_{mn} = A_{mn} - K_2;\quad V_{mn} = B_{mn} - K_1;\\
W_{mn} = F\left[\frac{\varepsilon_1 L^2}{\lambda^2}nK_1 + \frac{\varepsilon_1 L^2}{\lambda^2}mK_2 - lmK_3 + lnK_4\right],
\end{gathered}$$

где $F = [(t-l)(n^2 - lt + m^2)]^{-1}$.

Следует отметить, что при данной геометрии задачи амплитуды x- и y-компонент исходной волны входят в решение независимо друг от друга, что позволяет искать окончательные соотношения отдельно для вертикальной и для горизонтальной поляризации.

Так, можно получить выражения удельного сечения шероховатой поверхности для горизонтальной или вертикальной поляризации рассеянной волн. Независимо от поляризации исходной волны

$$\sigma_{\substack{\Gamma\\ \text{В}}} = 4\pi\langle|E_{\substack{\varphi\\ \theta}}|^2\rangle R^2\cdot[|E_1|^2\cdot\Delta S_n]^{-1}, \qquad (6)$$

где E_φ и E_θ — компоненты рассеянной волны в точке полярной системы координат, $|E_1|$ — амплитуда падающей волны, а ΔS_n — проекция площади рассеивающего участка на плоскость, перпендикулярную $\vec{k}_1$.

Поле в дальней зоне в точке $(R, \theta_s\varphi_s)$ определяется через x- и y-компоненты электромагнитного поля в пределах рассеивающего участка

$$E_{\substack{\varphi\\ \theta}} = \frac{jk_l}{4\pi R} e^{-jk_l R} I_{\substack{\varphi\\ \theta}}, \tag{7}$$

$$I_\theta = \iint\limits_{\Delta S} \Big[-(E_x \cos\varphi_s + E_y \sin\varphi_s) + \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_l}} (H_x \sin\varphi_s - $$

$$- H_y \cos\varphi_s)\cos\theta_s \Big] \exp\{jk_l(x' \sin\theta_s \cos\varphi_s + y' \sin\theta_s \sin\varphi_s)\}\, dx'dy'; \tag{8}$$

$$I_\varphi = \iint\limits_{\Delta S} \Big[(E_x \sin\varphi_s - E_y \cos\varphi_s)\cos\theta_s + \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_l}} (H_x \cos\varphi_s + $$

$$+ H_y \sin\varphi_s) \Big] \exp\{jk_l(x' \sin\theta_s \cos\varphi_s + y' \sin\theta_s \sin\varphi_s)\}\, dx'dy', \tag{9}$$

$l = 1, 2$ — в зависимости от среды.

Отсюда удельные сечения рассеяния можно записать как

$$\sigma_{\substack{\mathrm{г}\\ \mathrm{в}}} = k_l^2 \langle I_{\substack{\varphi\\ \theta}} I^*_{\substack{\varphi\\ \theta}} \rangle (4\pi |E_1|^2 L^2 \cos\theta_1)^{-1}, \quad i = 1, 2. \tag{10}$$

Если считать случайную функцию $h(x, y)$ однородной, полагая

$$\langle \mathscr{H}(a, b)\, \mathscr{H}^*(c, d) \rangle = \frac{1}{4} \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 P\left(\frac{2\pi a}{L}, \frac{2\pi b}{L}\right) \delta_{ac}\delta_{bd},$$

то после двухкратного интегрирования по ΔS

$$\sigma_{\substack{\mathrm{г}\\ \mathrm{в}}} = \frac{k_l^2}{16\pi\cos\theta_1} \sum_m \sum_n |f_{\substack{\varphi\\ \theta}}(m, n)|^2 \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 P\left(\frac{2\pi m'}{L}, \frac{2\pi n}{L}\right) \times$$

$$\times (2\pi)^2\, \delta\left(\frac{2\pi m'}{L} + k_1 \sin\theta_1 - k_i \sin\theta_s \cos\varphi_s\right) \times$$

$$\times \delta\left(\frac{2\pi n}{L} - k_i \sin\theta_s \sin\varphi_s\right), \quad i = 1, 2. \tag{11}$$

Теперь целесообразно перейти от двойной суммы к двойному интегралу путем замены $2\pi m'/L = q$, $2\pi n/L = r$ и предельного перехода $L \to \infty$. В результате

$$\sigma_{\substack{\mathrm{г}\\ \mathrm{в}}} = \frac{\pi k_l^2}{4\cos\theta_1} |f_{\substack{\varphi\\ \theta}}(k_l \sin\theta_s \cos\varphi_s,\ k_l \sin\theta_s \sin\varphi_s)|^2 \times$$

$$\times P(k_l \sin\theta_s \cos\varphi_s - k_1 \sin\theta_1,\ k_i \sin\theta_s \sin\varphi_s), \quad i = 1, 2. \tag{12}$$

Множитель $f_{\substack{\varphi\\ \theta}}$ представляет собой комбинации слагаемых типа $A^1_{mn} \cos\varphi_s / \mathscr{H}_{mn} |E_1|$.

Если исходной является горизонтально поляризованная волна, то $|E_1| = E_{y1}$, а в формулах (5) $K_1 = K_2 = K_3 = 0$, тогда для волн, рассеянных в среду с ε_1,

$$f^{\varepsilon_1}_{\varphi\mathrm{г}} = -j \frac{2k(\sqrt{\varepsilon_1} + 1)(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_1 \cos\theta_s \cos\varphi_s}{(\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_1 + \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sin^2\theta_1})(\sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sin^2\theta_s} + \sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_s)}; \tag{13}$$

$$f^{\varepsilon_1}_{\theta\mathrm{г}} = -j \frac{2k(\sqrt{\varepsilon_1} + 1)(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_1 \cos\theta_s \sin\varphi_s \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sin^2\theta_s}}{(\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_1 + \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sin^2\theta_1})(\sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \sin^2\theta_s} + \varepsilon_2\cos\theta_s)}. \tag{14}$$

Для волн, рассеянных в среду с ε_2:

$$f_{\varphi\text{г}}^{\varepsilon_2} = j\,\frac{2k\left(\sqrt{\varepsilon_2}+1\right)(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_1\cos\theta_s\cos\varphi_s}{\left(\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_1+\sqrt{\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_1}\right)\left(\sqrt{\varepsilon_2}\cos\theta_s-\sqrt{\varepsilon_1-\varepsilon_2\sin^2\theta_s}\right)}; \tag{15}$$

$$f_{\theta\text{г}}^{\varepsilon_2} = -j\,\frac{2k\left(\sqrt{\varepsilon_2}+1\right)(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_1\cos\theta_s\sin\varphi_s\sqrt{\varepsilon_1-\varepsilon_2\sin^2\theta_s}}{\left(\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_1+\sqrt{\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_1}\right)\left(\varepsilon_1\cos\theta_s-\sqrt{\varepsilon_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2\sin^2\theta_s)}\right)}. \tag{16}$$

Если же исходная волна вертикально поляризована, $|E_1| = E_{x1}/\cos\theta_1$ и $K_4=0$. Для этого случая

$$f_{\varphi\text{в}}^{\varepsilon_1} = j\,\frac{2k\left(\sqrt{\varepsilon_1}+1\right)(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_1\cos\theta_s\sin\varphi_s\sqrt{\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_1}}{\left(\sqrt{\varepsilon_1(\varepsilon\;-\varepsilon_1\sin^2\theta_1)}+\varepsilon_2\cos\theta_1\right)\left(\sqrt{\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_s}+\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_s\right)}; \tag{17}$$

$$f_{\theta\text{в}}^{\varepsilon_1} = j\,\frac{\begin{gathered}2k\left(\sqrt{\varepsilon_1}+1\right)(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\cos\theta_1\cos\theta_s\big(\varepsilon_2\sin\theta_s\sin\theta_1-\\-\sqrt{\varepsilon_1}\cos\varphi_s\sqrt{(\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_1)(\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_s)}\big)\end{gathered}}{\left(\sqrt{\varepsilon_1(\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_1)}+\varepsilon_2\cos\theta_1\right)\left(\varepsilon_2\cos\theta_s+\sqrt{\varepsilon_1(\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_s)}\right)}. \tag{18}$$

$$f_{\varphi\text{в}}^{\varepsilon_2} = -j\,\frac{2k\left(\sqrt{\varepsilon_2}+1\right)(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\sqrt{\varepsilon_1}\sqrt{\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_1}\cos\theta_1\cos\theta_s\sin\varphi_s}{\left(\sqrt{\varepsilon_1(\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_1)}+\varepsilon_2\cos\theta_1\right)\left(\sqrt{\varepsilon_2}\cos\theta_s-\sqrt{\varepsilon_1-\varepsilon_2\sin^2\theta_s}\right)}; \tag{19}$$

$$f_{\theta\text{в}}^{\varepsilon_2} = j\,\frac{\begin{gathered}2k\left(\sqrt{\varepsilon_2}+1\right)(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_1\cos\theta_s\big(\sqrt{\varepsilon_1}\sin\theta_s-\\-\cos\varphi_s\sqrt{(\varepsilon_2-\varepsilon_1\sin^2\theta_1)(\varepsilon_1-\varepsilon_2\sin^2\theta_s)}\big)\end{gathered}}{\left(\sqrt{\varepsilon_1(\varepsilon_2-\varepsilon_2\sin^2\theta_1)}+\varepsilon_2\cos\theta_1\right)\left(\varepsilon_1\cos\theta_s+\sqrt{\varepsilon_2(\varepsilon_1-\varepsilon_2\sin^2\theta_s)}\right)}; \tag{20}$$

Если положить $\varepsilon_1=1$, формулы (13), (14), (17) и (18) совпадают с аналогичными выражениями, приведенными в работах [1; 2].

Таким образом, получены соотношения, связывающие диффузные характеристики рассеянного поля с электрофизическими параметрами поверхности для произвольных диэлектрических проницаемостей сред, поляризаций и углов падения исходной волны.

Список литературы: 1. *Исимару А.* Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М., 1981. Т. 2. 317 с. 2. *Valenjuela G. R.* // IEEE Frans., AP-15, 552. 1967. P. 110–114.

Поступила в редколлегию 04.04.90.