

МНОГОМОДОВОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ АНТЕНН

Введение

Использование функциональных возможностей антенн с нелинейными свойствами возможно лишь при разработке адекватных моделей, позволяющих проводить исследование таких антенн. Существующая модель анализа антенн с нелинейными элементами (НЭ) [1] охватывает лишь случаи, когда размеры нелинейности малы по сравнению с размерами самой антенны, что характерно для антенн с НЭ вплоть до сантиметрового диапазона волн. Возможности исследования антенн с НЭ миллиметрового диапазона волн, когда размеры НЭ соизмеримы или даже значительно больше длины волны, или антенн, у которых поверхности выполнены из материала, обладающего нелинейными свойствами [2-5], в рамках разработанной модели не могут быть проведены.

Построение строгой модели анализа антенн с распределенной нелинейностью (РН) на основе решения уравнений Максвелла с граничными условиями, охватывающими и область нелинейности, практически невозможно из-за своей сложности. Только узкий класс задач [6-8] при таком подходе допускает численную реализацию.

Один из путей, позволяющий значительно упростить решение указанных задач и довести их до численных исследований, определен введением эквивалентных граничных условий (ЭГУ), которые связывают с помощью нелинейного оператора мгновенные значения векторов напряженности электрического и магнитного полей на поверхности антенны или, что эквивалентно, мгновенные значения плотностей поверхностных электрических и магнитных токов. Таким образом, введение ЭГУ в первую очередь требует знания распределения по поверхности антенны поверхностной плотности тока. Безусловно, в этом направлении первым этапом на пути определения ЭГУ задач анализа антенн с РН является необходимость определения поверхностной плотности тока антенны при ее многомодовом возбуждении. Заметим, что в теории антенн такая задача представляет и самостоятельный интерес.

Постановка и решение задачи

Пусть V – произвольный объем, ограниченный замкнутой гладкой поверхностью S (рис. 1), в котором абсолютные диэлектрическая ϵ_a , магнитная μ_a проницаемости и удельная проводимость σ являются функциями пространственных координат. Будем считать, что объем V находится в вакууме и возбуждается регулярной линией передачи электромагнитной энергии в некоторой области, ограниченной поверхностью $S' \subset S$.

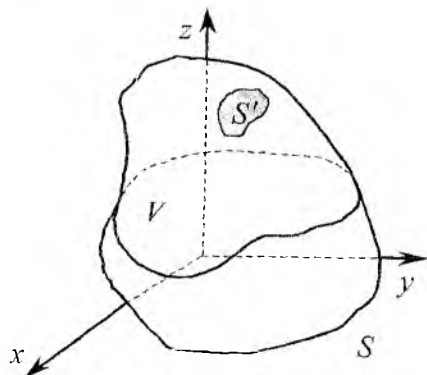


Рис. 1

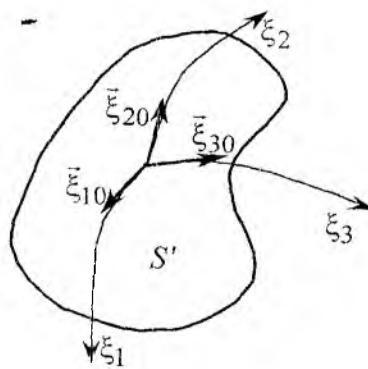


Рис. 2

Рассмотрим общий случай многомодового возбуждения объема V в области поверхности S' регулярной линией передачи. Пусть на поверхность S' падает K типов волн. Задача заключается в нахождении, вызванном этим возбуждением, поверхностной плотности тока \vec{j} как функции координат поверхности антенны. При решении поставленной задачи будем пользоваться двумя системами координат: основной – прямоугольной декартовой x, y, z , в которой находится объем V , и локальной – прямоугольной криволинейной ξ_1, ξ_2, ξ_3 (рис. 2), которая определяется геометрией S' и выбрана

для представления в этой системе свободных волн, распространяющихся в линии передачи электромагнитной энергии.

Введем гильбертово пространство L_2 векторных функций со скалярным произведением

$$\left(\dot{\vec{A}}, \dot{\vec{B}} \right) = \iint_{S'} \dot{\vec{A}}(\xi_1, \xi_2) \dot{\vec{B}}^*(\xi_1, \xi_2) ds \quad \left(\dot{\vec{A}}, \dot{\vec{B}} \in L_2 \right).$$

Здесь знак * означает комплексное сопряжение.

Пусть $\dot{\vec{\Phi}}_i(\xi_1, \xi_2) (i = \overline{1, \infty})$ – все типы магнитных волн, представленные в виде комплексных амплитуд, которые распространяются в питающей линии. Функции $\dot{\vec{\Phi}}_i(\xi_1, \xi_2) (i = \overline{1, \infty})$ принадлежат пространству L_2 и образуют ортогональную в этом пространстве последовательность [9]:

$$\left(\dot{\vec{\Phi}}_n, \dot{\vec{\Phi}}_m \right) = 0, \quad n \neq m \quad (n, m \in \overline{1, \infty})$$

Их легко нормировать, разделив на величину $\sqrt{\left(\dot{\vec{\Phi}}_i, \dot{\vec{\Phi}}_i \right)}$. Поэтому

в дальнейшем будем считать, что свободные волны $\dot{\vec{\Phi}}_i(\xi_1, \xi_2) (i = \overline{1, \infty})$ образуют ортонормированный базис в пространстве L_2 . Обозначим через \dot{A}_{mi} и \dot{B}_{mi} амплитуды падающей и отраженной волны i -го типа колебаний соответственно, а через $\vec{\xi}_{30}$ – орт оси ξ_3 , являющийся нормалью к поверхности S' . Тогда в сечении S' для тангенциальных составляющих электрического $\dot{\vec{E}}_\tau$ и магнитного $\dot{\vec{H}}_\tau$ полей линии передачи энергии можно записать выражения

$$\vec{\xi}_{30} \times \dot{\vec{E}}_\tau = \sum_{i=1}^K Z_i (\dot{A}_{mi} + \dot{B}_{mi}) \dot{\vec{\Phi}}_i(\xi_1, \xi_2) - \sum_{i=K+1}^{\infty} Z_i \dot{B}_{mi} \dot{\vec{\Phi}}_i(\xi_1, \xi_2), \quad (1)$$

$$\dot{\vec{H}}_\tau = \sum_{i=1}^K (\dot{A}_{mi} - \dot{B}_{mi}) \dot{\vec{\Phi}}_i(\xi_1, \xi_2) + \sum_{i=K+1}^{\infty} \dot{B}_{mi} \dot{\vec{\Phi}}_i(\xi_1, \xi_2), \quad (2)$$

где Z_i – характеристическое сопротивление среды для i -го типа волны.

Из соотношения (2), пользуясь ортонормированностью последовательности векторных функций $\left\{ \dot{\vec{\Phi}}_i \right\}_{i=1}^{\infty}$ в L_2 , получаем, что

$$\dot{A}_{mi} - \dot{B}_{mi} = \left(\dot{\vec{H}}_\tau |_{\xi_3=0}, \dot{\vec{\Phi}}_i \right), \quad i = \overline{1, K}, \quad (3)$$

$$\dot{B}_{mi} = \left(\dot{\vec{H}}_\tau |_{\xi_3=0}, \dot{\vec{\Phi}}_i \right), \quad i = \overline{K+1, \infty}. \quad (4)$$

Эти соотношения позволяют упростить запись правой части равенства (1):

$$\vec{\xi}_{30} \times \dot{\vec{E}}_\tau = 2 \sum_{i=1}^K Z_i \dot{A}_{mi} \dot{\vec{\Phi}}_i(\xi_1, \xi_2) - \sum_{i=1}^{\infty} Z_i \left(\dot{\vec{H}}_\tau |_{\xi_3=0}, \dot{\vec{\Phi}}_i \right) \dot{\vec{\Phi}}_i(\xi_1, \xi_2). \quad (5)$$

Векторные функции $\dot{\vec{\Phi}}_i(\xi_1, \xi_2)$ определены лишь для значений $\xi_1, \xi_2 \in S'$. Определим их для всех точек M поверхности S таким образом:

$$\dot{\vec{\Phi}}_i(M) = \begin{cases} \dot{\vec{\Phi}}_i(\xi_1, \xi_2), & \xi_1, \xi_2 \in S' \\ 0, & \xi_1, \xi_2 \notin S' \end{cases}$$

Вследствие этого в приведенных скалярных произведениях интегрирование по S' можно заменить интегрированием по всей поверхности S объема V .

Теперь определим напряженность электрического поля на внешней поверхности S , включая и S' , вызванную поверхностной плотностью сторонних токов \dot{j} . С этой целью, воспользовавшись ме-

тодом векторного потенциала, запишем выражение для векторного потенциала $\dot{\vec{A}}$ через функции Грина $G(|\vec{r} - \vec{r}'|)$:

$$\dot{\vec{A}}(M) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \dot{\vec{j}}(\vec{r}') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) ds' \quad (M \in S),$$

где \vec{r} и \vec{r}' – соответственно радиус-вектора точек наблюдения и возбуждения. Тогда напряженность электрического поля в любой точке $M \in S$ может быть представлена в виде

$$\dot{\vec{E}}(M) = \frac{Z_0}{4\pi k i} \left(\text{grad div} + k^2 \right) \iint_S \dot{\vec{j}}(\vec{r}') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) ds'.$$

где Z_0 – характеристическое сопротивление вакуума; а k – волновое число.

Если обозначить через $\vec{n}(M)$ орт внешней нормали поверхности S в точке M , то

$$\vec{n} \times \dot{\vec{E}}(M) = \frac{Z_0}{4\pi k i} \left[\vec{n} \times \left(\text{grad div} + k^2 \right) \iint_S \dot{\vec{j}}(\vec{r}') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) ds' \right].$$

Будем теперь считать, что сторонняя поверхностная плотность тока $\dot{\vec{j}}(M)$ объема V вызвана питающей линией. С учетом наличия воображаемой плотности тока $\dot{\vec{j}}$ на S' это условие позволяет приравнять правые части соотношения (5) и последнего равенства:

$$2 \sum_{i=1}^k Z_i \dot{A}_{mi} \dot{\Phi}_i(M) - \iint_S \sum_{i=1}^{\infty} Z_i \dot{\Phi}_i^*(M') \dot{H}_\tau ds' \dot{\Phi}_i(M) = \frac{Z_0}{4\pi k i} \left[\vec{n} \times \left(\text{grad div} + k^2 \right) \iint_S \dot{\vec{j}}(M') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) ds' \right].$$

Для получения интегрального уравнения относительно плотности тока $\dot{\vec{j}}(M) (M \in S)$ воспользуемся соотношением $\dot{H}_\tau = \dot{\vec{j}} \times \vec{n}$, тогда

$$\begin{aligned} i8\pi k \sum_{i=1}^K Z_i \dot{A}_{mi} \dot{\Phi}_i(M) = i4\pi k \iint_S \sum_{i=1}^{\infty} Z_i \dot{\Phi}_i^*(M) \left(\dot{\vec{j}}(M') \times \vec{n}(M') \right) ds' + \\ + Z_0 \vec{n}(M) \times \left(\text{grad div} + k^2 \right) \iint_S \dot{\vec{j}}(M') G(|\vec{r} - \vec{r}'|) ds'. \end{aligned} \quad (6)$$

Заменим в этом уравнении комплексные амплитуды падающих волн \dot{A}_{mi} нормированными токами \dot{a}_i . Для этого представим мощность i -го типа волны P_i в виде

$$P_i = |\dot{a}_i|^2. \quad (7)$$

С другой стороны,

$$P_i = \frac{1}{2} \iint_{S'} \left(\dot{E}_{i\tau} \times \dot{H}_{i\tau}^* \right) \cdot \vec{\xi}_{30} ds',$$

где

$$\dot{H}_{i\tau} = \dot{A}_{mi} \dot{\Phi}_i(\xi_1, \xi_2), \quad \dot{E}_{i\tau} = Z_i \dot{A}_{mi} \dot{\Phi}_i(\xi_1, \xi_2) \times \vec{\xi}_{30} \quad (i = \overline{1, \infty}).$$

Но так как функции $\dot{\Phi}_i(\xi_1, \xi_2) (i = \overline{1, \infty})$ нормированы в L_2 , то

$$P_i = \frac{Z_i}{2} \left| \dot{A}_{mi} \right|^2.$$

Отсюда, с учетом представления (7), получаем, что нормированные токи падающих волн выражаются через комплексные амплитуды \dot{A}_{mi} соотношением

$$\dot{a}_i = \sqrt{\frac{Z_i}{2}} \dot{A}_{mi} \quad (i = \overline{1, K}).$$

Тогда из равенств (3), (4) легко определяем и нормированные токи отраженных волн \dot{b}_i :

$$\dot{b}_i = \begin{cases} a_i - \sqrt{\frac{Z_i}{2}} \iint_{S'} (\dot{j}(M') \times \vec{n}(M')) \dot{\Phi}_i^*(M') ds', & i = \overline{1, K} \\ \sqrt{\frac{Z_i}{2}} \iint_{S'} (\dot{j}(M') \times \vec{n}(M')) \dot{\Phi}_i^*(M') ds', & i = \overline{K+1, \infty}. \end{cases}$$

Уравнение (6) теперь можно записать в виде

$$L[\dot{j}] = \sum_{i=1}^K \sqrt{2Z_i} \dot{a}_i \dot{\Phi}_i(M) \quad (M \in S),$$

где L – линейный интегральный оператор, определяемый соотношением

$$L[\dot{j}] = \iint_S \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Z_i}{2} \dot{\Phi}_i^*(M') (\dot{j}(M') \times \vec{n}(M')) \dot{\Phi}_i(M) ds' + \frac{Z_0}{i8\pi k} \vec{n}(M) \times (\text{grad div} + k^2) \iint_S \dot{j}(M') G(\vec{r} - \vec{r}') ds'.$$

Таким образом, задача нахождения поверхностного тока $\dot{j}(M)$ ($M \in S$) при многомодовом возбуждении объемной антенны свелась к решению линейного интегрального уравнения. Выбор численного метода решения этого уравнения зависит от вида антенны и способа ее возбуждения.

Пусть L^{-1} – обратный оператор. Так как он линеен, то с его помощью можно записать решение интегрального уравнения в виде

$$\dot{j}(M) = \sum_{i=1}^K \sqrt{2Z_i} \dot{a}_i L^{-1}[\dot{\Phi}_i] \quad (M \in S).$$

В качестве примера, который позволил бы подтвердить правильность вывода интегрального уравнения, рассмотрим задачу возбуждения ТЕМ волной тонкой проволочной антенны произвольной геометрии через узкую щель. Геометрия антенны, описываемая регулярной кривой L произвольной формы, представлена на рис. 3.

Пусть диаметр сечения цилиндрического провода равен $2a$, а длина щели – Δ . При возбуждении антенны ТЕМ волной поверхностная плотность тока в любой точке $M(x, y, z)$ антенны может быть представлена в виде

$$\dot{j}(M) = \frac{J_S(M)}{2\pi a} \vec{l}_0(M), \quad (8)$$

где $J_S(M)$ – амплитуда поверхностной плотности тока; $\vec{l}_0(M)$ – орг касательной к кривой L в точке M .

В качестве нормированной базисной функции магнитной волны в цилиндрической системе координат ($\xi_1 = \varphi$, $\xi_2 = z$, $\xi_3 = \rho$) рис. 4 возьмем функцию

Здесь введены обозначения $\bar{l}(l) = \bar{l}(\bar{r}(l))$, $J_s(l') = J_s(\bar{r}(l'))$, $G(l, l') = G(|\bar{r}(l) - \bar{r}(l')|)$.

Подставив правые части равенств (9), (11), (12), (13) в уравнение (10) и приравняв при векторе $\bar{\varphi}_0$ составляющие, получаем интегральное уравнение для плотности тока тонкого провода, возбуждаемого в узкой щели ТЕМ волной

$$\frac{d}{dl} \int_0^{L_0} J_s(l') \frac{\partial G(l, l')}{\partial l'} dl' - k^2 \int_0^{L_0} J_s(l') G(l, l') \bar{l}_0(l) \bar{l}_0(l') dl' - \frac{i2kZ_1}{aZ_0} J_s(l) H(l) = - \frac{i8\pi k Z_1}{Z_0 \sqrt{2\pi a \Delta}} \dot{A}_{m1} H(l).$$

где $H(l) = \begin{cases} 1, & l \in \Delta_0 \\ 0, & l \notin \Delta_0 \end{cases}$ - единичный импульс в щели; Δ_0 - множество значений параметра l , при которых радиус-вектор $\bar{r}(l)$ пробегает зазор щели Δ .

В нормированных токах падающей и отраженной волн это уравнение преобразовывается к виду

$$\frac{d}{dl} \int_0^{L_0} J_s(l') \frac{\partial G(l, l')}{\partial l'} dl' - k^2 \int_0^{L_0} J_s(l') G(l, l') \bar{l}_0(l) \bar{l}_0(l') dl' = - \frac{i4k}{Z_0} \sqrt{\frac{\pi Z_1}{a \Delta}} (\dot{a} + \dot{b}) H(l). \quad (14)$$

С другой стороны, в щели антенны для тангенциальной составляющей стороннего электрического поля \dot{E}_τ^{cm} можно записать, что

$$\dot{E}_\tau^{cm} = Z_1 (\dot{A}_{m1} + \dot{B}_{m1}) \bar{\Phi}_1(\xi_1, \xi_2) \times \bar{\xi}_{30} = \sqrt{2Z_1} (\dot{a} + \dot{b}) \frac{1}{\sqrt{2\pi a \Delta}} (\bar{\varphi}_0 \times \bar{\rho}_0) = \sqrt{\frac{Z_1}{\pi a \Delta}} (\dot{a} + \dot{b}) (-\bar{z}_0).$$

С учетом этого соотношения уравнение (14) принимает вид

$$\frac{d}{dl} \int_0^{L_0} J_s(l') \frac{\partial G(l, l')}{\partial l'} dl' - k^2 \int_0^{L_0} J_s(l') G(l, l') \bar{l}_0(l) \bar{l}_0(l') dl' = i4\pi\omega\epsilon_a \dot{E}_\tau^{cm}.$$

Это интегральное уравнение Поклингтона для тонкой проволочной антенны произвольной геометрии, возбуждаемой сторонним электрическим полем.

Заключение

При многомодовом возбуждении объемной антенны произвольной геометрической формы получено интегральное уравнение для поверхностной плотности тока. На примере возбуждения тонкой проволочной антенны через узкую щель ТЕМ волной полученное интегральное уравнение сведено к известному уравнению Поклингтона.

Список литературы: 1. Лучанинцев А.И., Шифрин Я.С. Антенны с нелинейными элементами: Справочник по антенной технике / Под ред. Л.Д. Бахраха и Е.Г. Зелкина. М.: Изд-во ИПРЖР, 1997. Т.1. Гл. X. С. 207-235. 2. Schwering F., Oliner A.A. MillimeterWave Antennas // In: Antenna Handbook. 1993. Vol. 4. / Ed. by Y.T. Lo, S.W. Lee. N. Y.: Van Nostrand Reinhold. 1993. P. 17-5...17-150. 3. Phase control in injection locked microstrip active antennas / Hall P.S., Morrow I.L., Haskins P.M., Dabele J.S // IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig. 1994. P. 1227-1230. 4. Jain F.C., Bansal R. Monolithic semiconductor antennas for millimeter wave Si and GaAs integrated circuit technologies // Int. Journal of Infrared and Millim. Waves. 1985. V.6. N 2. P. 141. 5. Hansen R.C. Antenna applications of superconductors // IEEE Trans. 1991. V. MTT39. N 9. P.1508-1512. 6. Censor D. Scattering by weakly nonlinear objects // SIAM Journ. of Applied Mathematics. 1983. V. 43. N 6. P.14001417. 7. Caorsi S., Massa A., Pastorino M. A numerical solution to full-vector electromagnetic scattering by three-dimensional nonlinear bounded dielectrics // IEEE Trans. on MTT. 1995. V. 43. N 2. P. 436. 8. Mei K.K. FDTD method and antenna design // Proc. Int. Symp. on AP. (Sapporo, Japan). 1992. Vol. 3. P. 701-703. 9. Григорьев А.Д. Электродинамика и техника СВЧ. М.: Высш. шк., 1990. 335 с.

Харьковский государственный технический университет радиотехники

Поступила в редколлегию 8.06.2000