УДК 519.6

О.М. Литвин, О.О. Литвин, О.С. Чорна*

Українська Інженерно-Педагогічна Академія,
м. Харків, Україна, academ_mail@ukr.net
*Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»,
lena1402@ukr.net

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОСТОРОВОГО РОЗПОДІЛУ СУКУПНОСТІ КОРИСНИХ КОПАЛИН МЕТОДАМИ ІНТЕРЛІНАЦІЇ МАТРИЦЬ-ФУНКЦІЙ

В роботі досліджується задача про відновлення в кожній точці між заданою системою свердловин (взагалі кажучи похилих) скінченої множини елементів періодичної таблиці або їх сполук лінійної щільності на заданій глибині. Обмеження вводиться n вибраними елементами або їх сполуками. Запропоновано метод побудови інтерлінаційного оператора матричних функцій, кожна компонента якої залежить від трьох змінних на системі кривих, тобто співпадає з наближуваною матричною функцією у всіх свердловинах на заданій глибині, та дозволяє обчислювати значення цієї матричної функції в кожній точці між свердловинами.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, ПРОСТОРОВИЙ РОЗПОДІЛ, ІНТЕРЛІНАЦІЯ ФУНКЦІЙ, КОРИСНІ КОПАЛИНИ

Литвин О.Н., Литвин О.О., Черная Е.С. Математическая модель пространственного распределения совокупности полезных ископаемых методами интерлинации матриц-функций. В работе исследуется задача о восстановлении в каждой точке между заданной системой скважин (вообще говоря наклонных) конечного множества элементов периодической таблицы или их соединений линейной плотности на заданной глубине. Ограничение вводится n выбранными элементами или их соединениями. Предложено метод построения интерлинационного оператора матричных функций, каждая компонента которой зависит от трех переменных на системе кривых, то есть совпадает с приближенной матричной функцией во всех скважинах на заданной глубине, и позволяет рассчитывать значение этой матричной функции в каждой точке между скважинами.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ, ИНТЕРЛИНАЦИЯ ФУНКЦИЙ, ПОЛЕЗНЫЕ ИСКОПАЕМЫЕ

LytvynO.M., Lytvyn O.O., Chorna O.S. Mathematical spatial minerals distributing model of interlineation matrix-functions methods. The problem of recovery at any point between the set of chinks system (generally inclined) a finite set of periodic system elements or their compounds of the linear density of the element at the depth. The restriction is entered by n selected elements or their connections. A method is proposed for constructing an interlineation operator of matrix-functions, each of which depends on three variables on the basis of curves, that is, it coincides with a suitable matrix-function at all points at a given depth, and allows the calculation value of this matrix-function at each point between the chinks.

MATHEMATICAL MODELING, SPATIAL DISTRIBUTION, INTERLINATION OF FUNCTIONS, MINERAL RESOURCES

Вступ

Математичне моделювання для вирішення геофизичних завдань за допомогою математики настільки складне, що тут використовуються передові її досягнення і найвищий рівень комп'ютеризації. На геофизичних завданнях неабиякою мірою удосконалюється математичний апарат. Математичне вирішення прямих завдань, тобто визначення параметрів фізичного поля по відомих фізичних властивостях, розмірах і формі геологічних об'єктів, хоча інколи дуже складно, але однозначно. В той же час, один і той же розподіл параметрів фізичного поля може відповідати різним співвідношенням фізичних властивостей і розмірів геологічних об'єктів. Іншими словами, математичне рішення зворотної задачі геофізики (як і взагалі математичної фізики), тобто визначення розмірів геологічних об'єктів і властивостей порід, що складають їх, по полю, не лише значно складніше, але і, як правило, неоднозначно[1].

Геологи, проектувальники й будівельники повинні оцінювати кожне родовище як комплекс корисних копалин. Дійсно, поряд із основною сировиною (вугіллям, залізними, мідними рудами тощо) всі складові речовини як у рудному тілі, так і в розкривних та вмісних породах, можуть бути корисними для народного господарства. Адже супутні компоненти (будівельні, хімічні та ін.) за вартістю часто рівноцінні основній корисній копалині. В той же час розкривні та вмісні породи часто вважаються відходами гірничодобувних підприємств і їх, як правило, складають у відвали.

Площі під відвалами бувають значно більшими, ніж площі власне кар'єрних розробок. За деякими оцінками, при видобуванні корисних копалин щорічно на поверхню Землі виймається 150 млрд. так званих «пустих» порід.

Більшість видів мінеральної сировини багатокомпонентні. Це, зокрема, руди чорних і кольорових металів, нафта, газ, вугілля, горючі сланці, солі тощо. іноді буває так, що загальна цінність супутніх елементів перевищує вартість основної сировини. Повнота вилучення супутніх компонентів визначає ступінь комплексності використання даної сировини.

На ділянках, де виявлено ознаки корисних копалин, здійснюють пошуково-розвідувальні роботи. Якщо вони підтвердили наявність значних скупчень цих копалин, то розпочинають наступний етап робіт – РОЗВІДКУ.

Розвідка необхідна для того, щоб визначити форму і розміри тіл, вміст у них корисних копалин, розподіл рудних мінералів, підрахувати середній вміст корисних компонентів і загальні запаси, тобто загальну масу (в тоннах або кілограмах) кожного металу в родовищі.

Підрахунок запасів корисної копалини є важливою і відповідальною операцією, яка завершує всебічне вивчення родовища і визначає його промислову цінність. Підрахунок запасів підпорядкований основній вимозі – строгому обліку багатств надр, раціональному і комплексному їх використанню [2].

Математичне моделювання займає провідне місце в гірничо-економічному аналізі. Цей метод дає можливість вибирати оптимальні режими роботи гірничотехнічного устаткування, визначати найкращі параметри реконструкції тих, що діють і будівництва нових гірничодобувних підприємств, вирішувати завдання комплексного розвитку гірничодобувних регіонів. Застосуванні теорії інтерлінації функцій 3-х змінних до розв'язання технічних задач таких, як відновлення в кожній точці (x,y,z) між заданою системою свердловин (взагалі кажучи похилих)

$\Gamma_k(z)=\{(x,y,z): x=X_k(z), y=Y_k(z), -H\le z\le 0\}$

скінченої множини елементів періодичної таблиці або їх сполук за даними матриці-функції за змінною z, де z – глибини свердловин, $\gamma_{k,i}(z), k=\overline{1,M}, i=\overline{1,n}$ та знаходження оцінки запасів корисних копалин на основі результатів свердловинного буріння має велике практичне значення на сьогоднішній день [3, 4].

1. Постановка задачі

В даній роботі розглядається задача про відновлення в кожній точці (x,y,z) між заданою системою свердловин (взагалі кажучи похилими) $\Gamma_k(z)=\{(x,y,z): x=X_k(z), y=Y_k(z), -H\le z\le 0\}$ скінченої множини корисних копалин або їх сполук за даними $\gamma_{k,i}(z), k=\overline{1,\mathrm{M}}, i=\overline{1,n}$, n- кількість сполук лінійної щільності i-го елемента в k-ій свердловині на глибині z, $-H\le z\le 0$. Тобто, ми обмежуємося не всіма елементами періодичної таблиці, а лише n вибраними елементами. Запропоновано метод побудови інтерлінаційного оператора матричних функцій, кожна компонента якої залежить від трьох змінних на системі кривих, тобто співпадає з наближуваною матричною функцією у всіх свердловинах на заданій глибині, та дозволяє обчислювати значення цієї матричної функції в кожній точці між свердловинами. Крім того, в роботі розглянуті способи оцінки запасів корисних копалин.

2.Математична модель просторового розподілу вмісту деякої сукупності корисних копалин в корі за даними з кернів свердловин методом інтерлінації функцій

Загально відомим є метод розвідки корисних копалин, що грунтується на аналізі вмісту кернів свердловин, просвердлених в різних точках поверхні даного регіону. В роботі [5] істотно використовувалось припущення про те, що всі свердловини вертикальні. Випадок використання даних для побудови математичних моделей просторового розподілу корисних копалин із кернів похилих свердловин у зазначеній монографії та інших джерелах в ній не досліджувалися.

Враховуючи викладене вище, актуальною є задача побудови матричної математичної моделі просторового розподілу фіксованої сукупності корисних копалин в корі за даними з кернів свердловин методами інтерлінації функцій.

Введемо позначення:

$$\rho(x,y,z)=\left[\rho_1(x,y,z)\quad \ldots\quad \rho_n(x,y,z)\right]^T,$$

$$\gamma_{k,i}(z)=\rho_i\left(X_k(z),Y_k(z),z\right),\ k=\overline{1,M},\ i=\overline{1,\mathrm{n}},$$

де $\rho(x,y,z)$ — матриця-функція, яка описує просторовий розподіл всієї сукупності досліджуваних нами корисних копалин, кожний стовпець якої має компоненти, які означають розподіл i-ої корисної копалини; $\gamma_{k,i}(z)$ – розподіл i-ої корисної копалини в k-ій свердловині.

$$\gamma_{k,i}(z)=\left[\gamma_{k,1}(z)\quad \ldots\quad \gamma_{k,n}(z)\right]^T,$$

де $\rho_i(x,y,z)$, $i=\overline{1,n}$ — щільність i-ої корисної копалини.

Введемо також до розгляду допоміжні функції $H_k(x,y,\mathrm{z})$, що розглянуті у працях [5-6].

Допоміжні функції $H_k(x,y,\mathrm{z})$, $k=\overline{1,M}$, мають властивості $H_k\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)=\delta_{k,p},\ 1\le k,p\le M.$

Тоді математичною моделлю просторового розподілу сукупності a_n фіксованих корисних копалин між вибраною системою похилих свердловин будемо називати оператор

$$O\rho(x,y,z)=\sum_{k=1}^{M} H_k(x,y,z)\rho_k(z), \tag{1}$$

Введемо і дослідимо також оператори сплайн-інтерлінації матричної функцій трьох змінних $\rho(x,y,\mathrm{z})$ на системі похилих свердловин

$$\Gamma_k=\{(x,y,z): x=X_k(z), y=Y_k(z), -H\le z\le 0\}.$$

Введемо M допоміжних функцій

$$h_k(t)\in C[0,1], k=\overline{1,M},$$

з властивостями $h_k(0)=0, h_k(1)=1, k=\overline{1,M}$, та оператори

$$O_\mu\rho(x,y,z)=\rho_{\mu_1}(z)h_{\mu_1}\left(\frac{\phi_{\mu_2,\mu_3}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right)+$$
$$+\rho_{\mu_2}(z)h_{\mu_2}\left(\frac{\phi_{\mu_1,\mu_3}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right)+$$
$$+\rho_{\mu_3}(z)h_{\mu_3}\left(\frac{\phi_{\mu_1,\mu_2}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right),$$
$$(x,y,z)\in T_\mu\subset D, z\in[-H,0].$$

Теорема 1. Оператор $O_M\rho(x,y,z)$ має наступні властивості:

а) він є оператором інтерлінації функцій трьох змінних на системі кривих Γ_k, тобто дозволяє обчислювати значення цієї матричної функції

$$O_M\rho(X_k(z),Y_k(z),z)=\gamma_k(z), -H\le z\le 0, k=\overline{1,M};$$

б) $$\rho(x,y,z)\in C\left(\bigcup_\mu T_\mu\times[-H,0]\right)\mathrm{T}_\mu\subset D\Rightarrow$$
$$O_M\rho(x,y,z)\in C\left(\bigcup_\mu T_\mu\times[-H,0]\right);$$

в) якщо деякі (або всі) функції $\rho_i(x,y,z), i=\overline{1,n}$ мають розв'язок в заданій системі точок $z_k, k=\overline{1,M}$, то і $O_M\rho(x,y,z)$ буде мати розв'язок.

Доведення. Інтерлінаційні властивості «а» випливають з наступної властивості детермінантів: детермінант з двома однаковими рядками дорівнює нулю. Тому, якщо $p\in\{\mu_1,\mu_2,\mu_3\}$, то

$$O_\mu\rho(x,y,z)=\rho_{\mu_1}(z)h_{\mu 1}\frac{\phi_{\mu_2,\mu_3}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}+$$
$$+\rho_{\mu_2}(z)h_{\mu 2}\frac{\phi_{\mu_1,\mu_3}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_2,\mu_1,\mu_3}(z)}+$$
$$+\rho_{\mu_3}(z)h_{\mu 3}\frac{\phi_{\mu_1,\mu_2}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_3,\mu_1,\mu_2}(z)}=\rho_\kappa(z),$$
$$(x,y,z)\in T_\mu, z\in[-H,0], p\in\{\mu_1,\mu_2,\mu_3\}.$$

Тут враховано, що

$$\phi_{\mu_2,\mu_3}\left(X_{\mu_1}(z),Y_{\mu_1}(z)\right)=1,$$
$$\phi_{\mu_2,\mu_3}\left(X_{\mu_2}(z),Y_{\mu_2}(z)\right)=0,$$
$$\phi_{\mu_2,\mu_3}\left(X_{\mu_3}(z),Y_{\mu_3}(z)\right)=0,$$
$$\phi_{\mu_1,\mu_3}\left(X_{\mu_2}(z),Y_{\mu_2}(z)\right)=1,$$
$$\phi_{\mu_1,\mu_3}\left(X_{\mu_1}(z),Y_{\mu_1}(z)\right)=0,$$
$$\phi_{\mu_1,\mu_3}\left(X_{\mu_3}(z),Y_{\mu_3}(z)\right)=0,$$
$$\phi_{\mu_1,\mu_2}\left(X_{\mu_3}(z),Y_{\mu_3}(z)\right)=1,$$
$$\phi_{\mu_1,\mu_2}\left(X_{\mu_1}(z),Y_{\mu_1}(z)\right)=0,$$
$$\phi_{\mu_1,\mu_2}\left(X_{\mu_2}(z),Y_{\mu_2}(z)\right)=0.$$

Іншими словами, оператор $O_M\rho(x,y,z)$ є оператором інтерлінації матричної функцій кожна компонента яких залежить від трьох змінних на системі кривих Γ_k, тобто співпадає з наближуваною матричною функцією у всіх свердловинах по глибині z, $-H\le z\le 0$, тобто дозволяє обчислювати значення цієї матричної функції в кожній точці (x,y,z) між свердловинами по глибині z [6].

Для доведення того, що

$$O_M\rho(x,y,z)\in C\left(\bigcup_\mu T_\mu\times[-H,0]\right),$$

досить зазначити, що функції $O_{p,q,r}\rho(x,y,z)$ та $O_{p,q,r'}\rho(x,y,z)$ на спільній стороні обох трикутників, що розміщені на площині, зі свердловинами $\Gamma_p(z)$ та $\Gamma_q(z)$ мають однакові сліди, тобто функція $\mathrm{P}(x,y,z)=O_M\rho(x,y,z)$ при переході від тригранної призми з ребрами $\Gamma_p(z),\Gamma_q(z),\Gamma_r(z)$ до тригранної призми з ребрами $\Gamma_p(z),\Gamma_q(z),\Gamma_{r'}(z)$ зберігає неперервність. Те, що для неперервних слідів $\rho_p(z)\in C[-H,0], p=\overline{1,m}$ функції $\mathrm{P}_\mu(x,y,z)=O_\mu\rho(x,y,z)$ теж будуть неперервними, випливає з формули для операторів $O_\mu\rho(x,y,z)$ і відомої властивості неперервних функцій: сума неперервних матричних функцій є неперервною матричною функцією.

Теорема 1 доведена.

Зауваження 1. Зокрема, в якості $h_k(t)\,\forall k=\overline{1,M}$ можна взяти $t^r, r=1,2$ і при цьому отриманий оператор $O_M\rho(x,y,z)$ — буде оператором інтерлінації матричної функцій $\rho(x,y,z)$, який дозволяє між заданою системою свердловин відновлювати матричну функцію $\rho(x,y,z)$ в кожній точці від (x,y,z).

Зауваження 2. Якщо одна або всі з компонентів матриці $\rho(x,y,z)$ мають розриви першого роду на деяких глибинах, то оператор $O_M\rho(x,y,z)$ буде представляти також розривну функцію від (x,y,z).

Розглянемо для довільної $\rho(x,y,z)\in C(R^3)$ інтерлінаційні оператори

$$O_{M,\lambda}(\rho;x,y,z)=\sum_{k=1}^{M}\rho_k(z)\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z),$$
$$\lambda\ge 1,\ M=2,3,...,$$

з глобальними допоміжними функціями

$$\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)=\prod_{i=1,i\ne k}^{M}\frac{d_i(x,y,z)^\lambda}{d_{i,k}^\lambda}=$$
$$=\frac{\prod_{i=1,i\ne k}^{M}d_i(x,y,z)^\lambda}{\prod_{i=1,i\ne k}^{M}d_{i,k}^\lambda},$$

$$d_i(x,y,z)=\sqrt{\left(X_i(z)-x\right)^2+\left(Y_i(z)-y\right)^2};$$
$$d_{i,k}=\sqrt{\left(X_i(z)-X_k(z)\right)^2+\left(Y_i(z)-Y_k(z)\right)^2} \quad [7].$$

Теорема 2. Для кожної $\rho(x,y,z)\in C\left(R^3\right)$ виконуються співвідношення

$$O_{M,\lambda}(\rho;x,y,z)\in C\left(R^3\right)$$

$$O_{M,\lambda}\left(\rho;X_p(z),Y_p(z),z\right)=\gamma_p(z),\ p=\overline{1,M},$$

Тобто кожна компонента матриці $\rho_i(x,y,z)\in C\left(R^3\right)$

Д о в е д е н н я. Дослідимо властивості допоміжних функцій $\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)$. Перш за все зазначимо, що знаменники $\prod\limits_{i=1,i\neq k}^{M} d_{i,k}^{\lambda}$ у формулах для $\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)$ – сталі величини і $d_{i,k}^{\lambda}>0\forall i,k\in\{1,...,M\}, i\neq k, \lambda>0$, а чисельник – невід'ємна функція $\prod\limits_{i=1,i\neq k}^{M} d_i(x,y,z)^{\lambda}\geq 0$. Тому [5]

$$\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)\geq 0\forall k=\overline{1,M};\lambda>0.$$

Крім того,

$$\ell_{M,k,\lambda}\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)=$$
$$=\prod_{i=1,i\neq k}^{M}\frac{d_i\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)^{\lambda}}{d_{i,k}^{\lambda}}=$$
$$=\frac{\prod\limits_{i=1,i\neq k}^{M} d_i\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)^{\lambda}}{\prod\limits_{i=1,i\neq k}^{M} d_{i,k}^{\lambda}}=\frac{\prod\limits_{i=1,i\neq k}^{M} d_{i,p}^{\lambda}}{\prod\limits_{i=1,i\neq k}^{M} d_{i,k}^{\lambda}}=\delta_{k,p},$$
$$k,p=\overline{1,M},$$

оскільки

$$\frac{\prod\limits_{i=1,i\neq k}^{M} d_{i,p}^{\lambda}}{\prod\limits_{i=1,i\neq k}^{M} d_{i,k}^{\lambda}}=\begin{cases}1, p=k,\\ 0,\ \text{якщо}\ p=i, p\in\{1,2,..,M\},\ p\neq k.\end{cases}$$

Таким чином,

$$\ell_{M,k,\lambda}\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)=\delta_{k,p}, k,p=\overline{1,M}.$$

Враховуючи це, можна записати таку послідовність рівностей:

$$O_{M,\lambda}\left(\rho;X_p(z),Y_p(z),z\right)=$$
$$=\sum_{k=1}^{M}\gamma_k(z)\ell_{M,k,\lambda}\left(X_p(z),Y_p(z),z\right)=$$
$$=\sum_{k=1}^{M}\gamma_k(z)\delta_{k,p}=\gamma_p(z),\ p=\overline{1,M},$$

оскільки функції $\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)$ – скалярні, а

$$\rho_k(z)\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z) -$$

буде математичною функцією отриманою перемноженням скалярної функції $\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)$ на матричну функцію $\rho_k(z)$.

Теорема 2 доведена.

2. Моделювання родовищ і оцінка запасів

У якості прикладу практичного використання отриманих результатів розглянемо процес створення повної моделі родовища і оцінки його запасів зазвичай необхідний наступний набір інформації, введеної в комп'ютер: числові і текстові дані:

1. По свердловинах:

– координати гирл вироблень;

– дані інклінометрії;

– дані випробування;

– інші характеристики свердловин: каротаж, вихід керна, гідрогеологія, літологія, стратіграфія і так далі (див. рис. 1).

	Hole_ID	East	North	RL	Azimuth	Dip	Final_Depth
1	DD001	12102.03906	9988.75977	60.81000137	357.829986600	-60.15999985	139.0
2	DD002	11697.30078	9983.07031	60.58000183	357.250000000	-59.77000046	145.0
3	DD003	12100.00000	9904.00000	60.00000000	0.000000000	-60.00000000	100.0
4	DD004	12000.00000	10027.00000	60.00000000	0.000000000	-55.00000000	177.5
5	RC001	11401.50977	10072.08008	61.36999893	354.899993900	-59.97999954	124.0
6	RC002	11498.44922	10040.50977	60.77000046	355.420013400	-60.13999939	166.0
7	RC003	11597.55078	10048.23047	60.45999908	355.459991500	-59.86000061	154.0
8	RC004	11696.52930	10060.64063	60.16999817	356.730011000	-60.34000015	112.0
9	RC005	11697.13086	9992.42969	60.52999878	356.589996300	-58.95999908	136.0
10	RC006	12200.85938	9970.90039	60.91999817	355.750000000	-59.75000000	130.0
11	RC007	12200.50977	10009.66992	60.70000076	357.579986600	-60.27999878	94.0
12	RC008	12102.64063	10034.24023	60.75999832	357.350006100	-59.75000000	100.0
13	RC009	12102.28906	9993.69922	60.77000046	356.630004900	-59.08000183	160.0
14	RC010	12102.23047	9889.18945	61.40999985	354.059997600	-59.72000122	130.0
15	RC011	12003.73047	10008.75977	60.63999939	356.320007300	-60.25999832	178.0
16	RC012	12003.19922	9889.47070	61.27000046	355.420013400	-61.11999893	148.0
17	RC013	12002.88086	9849.48047	61.77000046	357.470001200	-60.65999985	148.0
18	RC014	11903.33984	9821.58008	61.81000137	352.559997600	-60.56999969	148.0
19	RC015	12501.51953	9959.93945	60.86000061	357.809997600	-60.13999939	124.0
20	RC016	12501.73047	9910.23047	61.04000092	357.100006100	-59.84000015	112.0
21	RC017	11696.93945	10025.13086	60.40999985	358.809997600	-60.33000183	142.0
22	RC018	11645.90039	10062.13086	60.27000046	357.079986600	-60.16999817	142.0
23	RC019	11646.48047	10020.90039	60.50999832	359.230011000	-59.54000092	142.0
24	RC020	11646.22070	9980.58984	60.72000122	357.149993900	-60.09999847	142.0
25	RC021	11745.23047	10060.35938	60.06999969	357.040008500	-59.95999908	142.0

Рис. 1. Набірданих для створення моделі родовища

2. По поверхневих виробленнях (канавам, траншеям і тому подібне):

– каталог маркшейдерських крапок по трасах вироблень;

– дані випробування;

– інші характеристики вироблень (літологія, стратіграфія, тектоніка і так далі).

3. По випробуваних підземних виробленнях:

– каталог маркшейдерських крапок по трасах вироблень;

– дані випробування;

– інші характеристики вироблень (літологія, стратіграфія, тектоніка і так далі).

Вся ця інформація вводиться з максимально достовірних джерел, зазвичай безпосередньо на підприємстві, де завжди легко отримати дані, яких не вистачає, або необхідне роз'яснення з незрозумілих питань. Бажано, щоб в цій роботі брали участь геологи, обізнані стосовно родовища. Це значно скорочує час роботи, полегшує пошук необхідних даних і їх сортування (див. рис. 2).

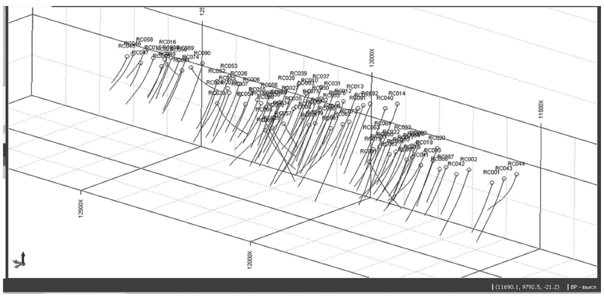

Рис. 2. Побудова свердловин по даним розвіди

3. Обчислення запасів корисних копалин за даними з кернів похилих свердловин

Розглянемо множину точок

$$\Gamma_k = \left(x_k(z), y_k(z), z\right), k = \overline{1,M},$$

що належить опуклій оболонці D. Область D – це циліндрична область опуклої оболонки свердловин. Розіб'ємо D на трикутники. Для довільного трикутника при заданих вершинах побудуємо нескінченну область D_{ijk}, яка буде трикутником з заданими вершинами при кожному значенні змінної z:

$$D_i\left(x_i(z), y_i(z), z\right), D_j\left(x_j(z), y_j(z), z\right), D_k\left(x_k(z), y_k(z), z\right),$$

$$i \neq j \neq k, i, j, k \in \{1, 2, ..., M\}.$$

Область D_{ijk} буде циліндричною областю, паралельною осі Oz, що має форму трикутної призми.

Для обчислення запасів корисних копалин на основі даних з кернів свердловинного буріння вважаємо, що у свердловинах – області D_{ijk} нам задані числа:

– глибини точок у свердловинах, які відповідають верхній точці залягання пласта корисної копалини

$$z_{\max}(x, y) = \max\{z_{1\max}(x, y), z_{2\max}(x, y), ..., z_{M\max}(x, y)\}$$

–глибини точок у свердловинах, які відповідають нижній точці залягання пласта корисної копалини

$$z_{\min}(x, y) = \min\{z_{1\min}(x, y), z_{2\min}(x, y), ..., z_{M\min}(x, y)\},$$

отримані шляхом аналізу вмісту кернів свердловинного буріння.

Введемо до розгляду систему функцій

$$w_{jki}(x, y) = \frac{1}{\Delta_{jki}} \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ X_k(z) & Y_k(z) & 1 \\ X_i(z) & Y_i(z) & 1 \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{jki} = \begin{vmatrix} X_j(z) & Y_j(z) & 1 \\ X_k(z) & Y_k(z) & 1 \\ X_i(z) & Y_i(z) & 1 \end{vmatrix}$$

$$\tilde{f}_{ijk}\left(x, y, z_{\max}(x, y)\right) = w_{ijk}(x, y)\gamma_i\left(z_{i,\max}(x, y)\right) +$$
$$+ w_{jki}(x, y)\gamma_j\left(z_{j,\max}(x, y)\right) + w_{kij}(x, y)\gamma_k\left(z_{k,\max}(x, y)\right),$$

$$z_{\max}(x, y) = \tilde{f}_{ijk}\left(x, y, z_{\max}(x, y)\right), (x, y) \in P_i P_j P_k$$

Поверхня $u = z_{\max}(x, y)$ є кусково-лінійною поверхнею. Її графік є багатогранником, кожна грань якого є площиною, яка проходить через точки

$$\left(X_i, Y_i, \gamma_i\left(z_{i,\max}(x, y)\right)\right), \left(X_j, Y_j, \gamma_j\left(z_{j,\max}(x, y)\right)\right),$$
$$\left(X_k, Y_k, \gamma_k\left(z_{k,\max}(x, y)\right)\right).$$

Якщо вважати, що на глибинах

$$\left(z_{i,\max}(x, y)\right), \left(z_{j,\max}(x, y)\right), \left(z_{k,\max}(x, y)\right)$$

щільності розподілу корисних копалин однакові $\rho_{i,\max} = \rho_{j,\max} = \rho_{k,\max} = \rho_{\max}$, то графік функції

$$z_{\max}(x, y) = f_{ijk}\left(x, y, z_{\max}\right),$$
$$(x, y) \in P_i P_j P_k.$$
$$f_{ijk}\left(x, y, z_{\max}\right) = w_{ijk}(x, y) z_{i,\max}(x, y) +$$
$$+ w_{jki}(x, y) z_{j,\max}(x, y) + w_{kij}(x, y) z_{k,\max}(x, y) \quad –$$

є поверхнею, яка описує дах родовища.

Якщо на глибинах

$$\left(z_{i,\min}(x, y)\right), \left(z_{j,\min}(x, y)\right), \left(z_{k,\min}(x, y)\right)$$

щільності розподілу корисних копалин однакові

$$\rho_{i,\min}(x, y) = \rho_{j,\min}(x, y) = \rho_{k,\min}(x, y) = \rho_{\min}(x, y),$$

то графік функції

$$z_{\min}(x, y) = f_{ijk}\left(x, y, z_{\min}\right),$$
$$(x, y) \in P_i P_j P_k,$$
$$f_{ijk}\left(x, y, z_{\min}\right) = w_{ijk}(x, y) z_{i,\min}(x, y) +$$
$$+ w_{jki}(x, y) z_{j,\min}(x, y) + w_{kij}(x, y) z_{k,\min}(x, y) \quad –$$

є поверхнею, яка описує підошву родовища.

Тоді оцінку об'єму запасів корисної копалини можна обчислити за формулою (при умові, що між поверхнями даху і підошви родовища щільність стала $\rho_{\max}(x, y) = \rho_{\min}(x, y) = \rho(x, y)$

$$V = \rho \iint_D \left(z_{\max}(x, y) - z_{\min}(x, y)\right) dxdy.$$

Нехай щільність корисної копалини в i-й свердловині буде задана у вигляді

$$\rho_i(z) = \begin{cases} 0, z \geq z_{i\max} \\ \rho, z_{i\min} \leq z \leq z_{i\max} \\ 0, z \leq z_{i\min} \end{cases}.$$

Тоді оцінку об'єму запасів корисних копалин можна обчислити за формулою

$$V_j = \iint_D \left\{ \int_{z_{\min}(x,y)}^{z_{\max}(x,y)} \rho_j(x, y, z) dz \right\} dxdy,$$

де функція $f(x, y, z)$ – всюду визначена, де $\rho_i(z)$.

Висновки

Таким чином, у даній роботі розглянуто задачу про відновлення в кожній точці (x, y, z) між заданою системою свердловин (взагалі кажучи похилих)

$$\Gamma_k(z) = \left\{(x, y, z) : x = X_k(z), y = Y_k(z), -H \leq z \leq 0\right\}$$

скінченої множини деякої сукупності корисних копалин або їх сполук за даними про розподіл всіх компонентів цієї матриці-функції в даній системі свердловин $\gamma_{k,i}(z), k = \overline{1,M}, i = \overline{1,n}$, n- кількість елементів сполук лінійної щільності i-го елемента в k-ій свердловині на глибині z, $-H \leq z \leq 0$. Крім того, в роботі розглянуті способи оцінки запасів корисних копалин. На основі запропонованих матричних математичних моделей можуть бути створені нові ефективні методи розвідки корисних копалин та розробки родовищ.

Список літератури. 1. *Барон Ю.Л.* «О проблеме технологического моделирования ». «Моделирование технологических процессов на угольных шахтах»// Сборник докладов на научном семинаре, Институт А.А. Скочинского. – 1993. **2.** *Бакка М.Т., Редчиць В.С., Наральник Я.В.,* Геометризація родовищ корисних копалин: Навчальний посібник. – Житомир: ЖІТІ, 2002. – 180с. **3.** *Литвин О.Н.* Общий метод построения уравнений кривых и поверхностей в неявной форме с помощью интерлинации и интерфлетации функций / О. Н. Литвин, А. В. Ткаченко, О.О. Литвин // Кибернетика и системный анализ. – 2011. – № 1. С. 62-67. **4.** *Сергиенко И.В.* Метод интерлинации вектор-функций w(x, y, z,t) на системе и его применение в межскважинной сейсмической томографии / И.В. Сергиенко, В.С. Дейнека, О.Н.Литвин, О.О. Литвин // Кибернетика и системный анализ. – Том 49. – 2013. – № 3. С. 61-73. **5.** *Литвин О.М.* Інтерлінація функцій та деякі її застосування. – Харків: Основа, 2002. – 544 с. **6.** *Литвин О.О.* Математичне моделювання тривимірного розподілу корисних копалин за даними про них в системі похилих свердловин / *Коваль Ф.Ф., Чорна О.С.* // Бионика интеллекта: науч.-тех. Журнал. – 2014. – №2 (83). – С.83-87. **7.** *Литвин О.М.* Математична модель просторового розподілу вмісту деякої сукупності корисних копалин в корі за даними з кернів свердловин методом інтерлінації функцій / *Литвин О.О., Коваль Ф.Ф., Чорна О.С.* //Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2016. – №6 (1178). – С. 46-50.

Resume

O.M.Lytvyn, O.O.Lytvyn, O.S.Chorna

MATHEMATICAL SPATIAL MINERALS DISTRIBUTING MODEL OF INTERLINEATION MATRIX-FUNCTIONS METHODS

Background: The counting of mineral resources is an important and responsible operation that completes the comprehensive study of the deposit and determines its industrial value. Inventory counting is subordinated to the basic requirement - strict accounting for the wealth of the subsoil, rational and integrated use. Mathematical modeling takes a leading place in mining and economic analysis. This method makes it possible to choose the optimal operating modes for mining equipment, determine the best parameters for the reconstruction of existing mining and construction of new mining enterprises, and solve the problems of complex development of mining regions.

Materials and methods: The methods of interlination function are used to construct a matrix mathematical model of the spatial distribution of a fixed aggregate of minerals in the cortex from data from wellbores.

Results. The problem of restoring at each point between a given system of wells (generally inclined) of a finite set periodic table elements or their connections of linear density at a given depth is investigated. A method is proposed for constructing an interlining operator for matrix functions, each component of which depends on three variables on the system of curves, that is, it coincides with the approximate matrix function in all wells at a given depth, and allows the calculation of the value of this matrix function at each point between the wells.

Conclusion: In this paper, we consider the problem of restoring at each point between a given system of wells (generally inclined) of a finite set of a certain set of minerals or their compounds from data on the distribution of all components of this matrix function in a given well system. In addition, the paper considers methods for estimating mineral resources. On the basis of the proposed matrix mathematical models, new methods of prospecting for minerals and developing deposits can be created.

Надійшла до редакції 12.09.2017